

# Интеграл по замкнутому контуру

Журавлёв Фёдор

03.04.2022

## Список литературы

- [1] А.В.Пантелеев, А.С.Акимов. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах

## 1 Задача

Вычислить интеграл по замкнутому контуру  $\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz$  в следующих случаях задания контура а)  $|z-i|=2$  б)  $|z+2-i|=3$

## 2 Решение

а) Рассмотрим круг  $|z-2|<2$ . В нем присутствует точка  $z=i$ . Тогда мы имеем следующую функцию  $\frac{e^z}{(z-i)^2}$ . Так как в области присутствует один кратный корень то при  $m=2$  и  $a=i$  мы получим следующее выражение

$$\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz = 2\pi i \left( \frac{e^z}{z+2} \right)' \Big|_{z=i}$$

что равно  $2\pi i \left( \frac{e^z(z+2)-e^z}{(z+2)^2} \right) \Big|_{z=i}$

$$= \frac{2\pi i(i+1)}{(i+2)^2} e^i$$

б)  $|z+2-i|<3$  – круг, в него входят две точки, а потому интеграл равен сумме двух интегралов, запишем  $\oint_C f(z) dz = \oint_A f(z) dz + \oint_B f(z) dz$

Контур А и В содержат по одной точке. Тогда получаем

$$\oint_C \frac{e^z}{(z-i)^2(z+2)} dz = 2\pi i \frac{e^{-2}}{(2+i)^2} + 2\pi i \frac{i+1}{(2+i)^2} e^i = \frac{2\pi i}{(2+i)^2} (e^{-2} + (i+1)e^i)$$