



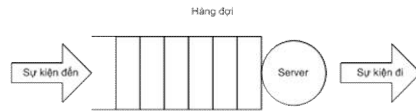
Nội dung

- Giới thiệu lý thuyết hàng đợi
- Các tiến trình ngẫu nhiên
- Mô hình hàng đợi

Hàng đợi và đặc điểm (1)

- **Hệ thống điện thoại:** khi số lượng lớn khách hàng quay số để kết nối đến một trong những đường ra hữu hạn của tổng đài.
- **Mạng máy tính:** khi mà gói tin được chuyển từ nguồn tới đích và đi qua một số lượng các nút trung gian. Hệ thống hàng đợi xuất hiện tại mỗi nút.
- **Hệ thống máy tính:** khi các công việc tính toán và tuyến làm việc của hệ thống yêu cầu dịch vụ từ bộ xử lý trung tâm và từ các nguồn khác.

Hàng đợi và đặc điểm (2)



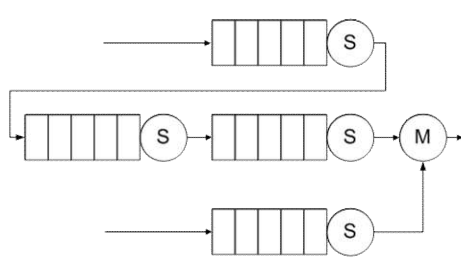
- Miêu tả của tiến trình đến
- Miêu tả của tiến trình phục vụ
- Số lượng server
- Số lượng các vị trí đợi
- Các quy tắc hàng đợi đặc biệt:
- Quy tắc phục vụ (FCFS, LCFS, RANDOM)
 - Thời gian rỗi (phân bố thời gian rỗi, khi mà thời gian rỗi bắt đầu)
 - Mức độ ưu tiên
 - Những luật khác

Hàng đợi và đặc điểm (3)

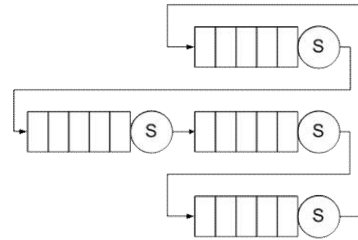
Sự kết hợp giữa các hàng đợi

- Chiến lược định tuyến:
 - Xác định (Deterministic)
 - Dựa vào một lớp
 - Thống kê
- Xử lý nghẽn mạng (khi bộ đệm tại đích bị đầy)
 - Số lượng khách hàng bị suy giảm
 - Hàng đợi gốc bị nghẽn
 - Tái định tuyến

Hàng đợi và đặc điểm (4)



Mạng hàng đợi mở



Mạng hàng đợi đóng

Hàng đợi và đặc điểm (5)

- **Phân tích hệ thống hàng đợi hoặc mạng hàng đợi bao gồm:**
 - Phân tích giải tích
 - Quá trình mô phỏng
 - Cả hai phương pháp trên
- **Kết quả giải tích đạt được:**
 - Yêu cầu ít tính toán
 - Đưa ra kết quả chính xác

Hàng đợi và đặc điểm (6)

- *Những kết quả thu được (các thông số dịch vụ) được chia thành hai nhóm lớn:*
 - Dành cho người sử dụng
 - Dành cho các nhà cung cấp phục vụ

Hàng đợi và đặc điểm (7)

- Thông số quan trọng cho người sử dụng:
 - Trễ hàng đợi
 - Tổng trễ (bao gồm trễ hàng đợi và trễ phục vụ)
 - Số lượng khách hàng trong hàng đợi
 - Số lượng khách hàng trong hệ thống (gồm khách hàng chờ và khách hàng đang được phục vụ)
 - Xác suất nghẽn mạng (khi kích thước bộ đệm hữu hạn)
 - Xác suất chờ để phục vụ

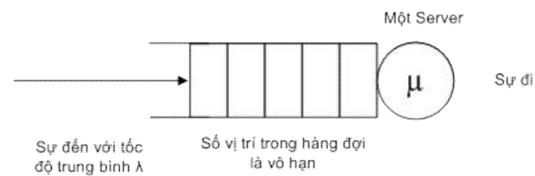
Hàng đợi và đặc điểm (8)

- Thông số quan trọng cho các nhà cung cấp dịch vụ:
 - Khả năng sử dụng server
 - Khả năng sử dụng bộ đệm
 - Lợi ích thu được
 - Lợi ích bị mất

Hàng đợi và đặc điểm (9)

- Đáp ứng nhu cầu của người sử dụng
 - Chất lượng dịch vụ (QoS):
 - Tổn thất (PDF, mean)
 - Trễ (PDF, mean)
 - Jitter (PDF, mean)
- *Đưa ra các thông số trên để thu được:*
 - Hàm phân bố xác suất
 - Các giá trị trung bình
 - Đo được các thời điểm cực đại, cực tiểu

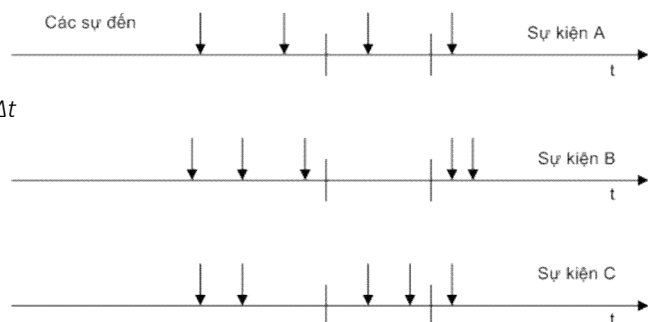
Tham số hiệu năng trung bình(1)



λ - tốc độ đến trung bình, thời gian đến trung bình $-1/\lambda$
 μ - tốc độ phục vụ trung bình, thời gian phục vụ trung bình $1/\mu$
 Với kích thước của bộ đệm là vô hạn, quy tắc phục vụ là FCFS

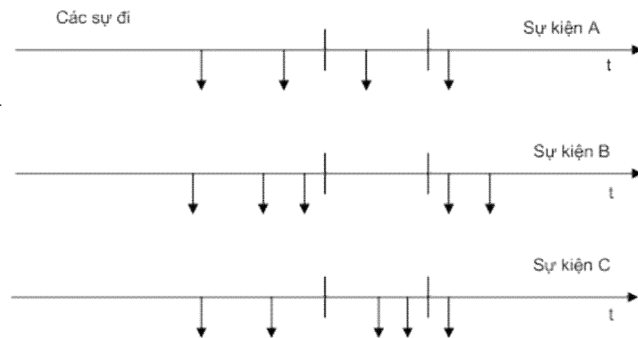
Tham số hiệu năng trung bình(2)

- Sự kiện A: Có 1 sự kiện đến trong Δt
- Sự kiện B: không có sự kiện đến trong Δt
- Sự kiện C: Có nhiều hơn 1 sự kiện đến trong Δt
- Giả sử rằng $\Delta t \rightarrow 0$. $Pr\{A\} = \lambda \Delta t$, $Pr\{B\} = 1 - \lambda \Delta t$,
- Giả thiết $Pr\{C\} = 0$,



Tham số hiệu năng trung bình(3)

- Sự kiện A: Có 1 sự kiện đi trong Δt
- Sự kiện B: không có sự kiện đi nào trong Δt
- Sự kiện C: Có nhiều hơn 1 sự kiện đi trong Δt
- Giả sử rằng $\Delta t \rightarrow 0$. $Pr\{A\} = \mu\Delta t$, $Pr\{B\} = 1 - \mu\Delta t$
- Giả thiết $Pr\{C\} = 0$



Tham số hiệu năng trung bình(4)

- D là sự kiện của 1 hoặc nhiều sự kiện đến AND với sự kiện của 1 hoặc nhiều sự đi trong khoảng Δt
 - Giả sử $Pr\{D\} = 0$, $(2-1)$
 - Thực ra, nó chỉ ra rằng khi Δt nhỏ, sự kiện nhân (vừa đi vừa đến) là không xảy ra.

Tham số hiệu năng trung bình(5)

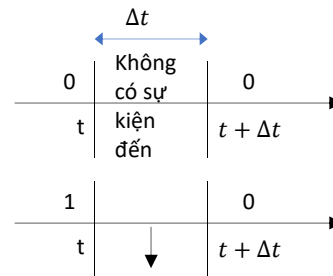
- Các giả thiết sau:
 - Tiến trình đến là tiến trình Poisson với tham số λ
 - Khoảng thời gian đến phân bố theo hàm mũ với tham số $1/\lambda$
 - Tiến trình đến là độc lập với tiến trình phục vụ

Tham số hiệu năng trung bình(6)

- Trạng thái hệ thống tại $t = N(t)$ = Số lượng khách hàng tại thời điểm t
- $p_N(t) = Pr\{N(t) = N\}$
 - $p_N(t)$ là ký hiệu của trạng thái thứ N của hệ thống tại thời điểm t .
 - $Pr\{N(t) = N\}$ là xác suất có N khách hàng trong hệ thống tại thời điểm t .

Tham số hiệu năng trung bình(7)

- Xét các trạng thái có thể của hệ thống $\{0,1,\dots\}$ tại thời điểm t ta có thể tìm trạng thái của hệ thống tại thời điểm $t+\Delta t$
- Xét $N=0$



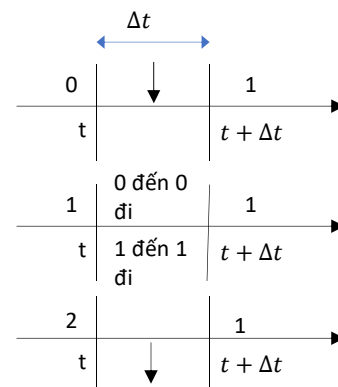
- $p_0(t+\Delta t) = p_0(t)(1-\lambda\Delta t) + p_1(t)\mu\Delta t$ (1)

Tham số hiệu năng trung bình(8)

- Xét $N=1$
- $p(0 \text{ đến } 0 \text{ đi}) = (1-\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t)$
 $= 1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t+\lambda\Delta t.\mu\Delta t$
 $= 1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t + p(D)$
 $= 1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t$

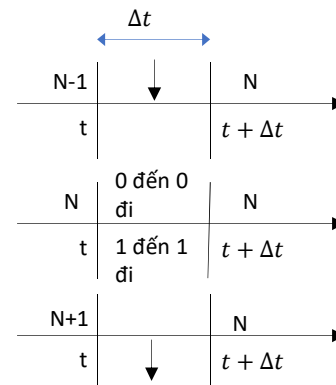
- $p_1(t+\Delta t) = p_1(t)(1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + p_0(t)\lambda\Delta t + p_2(t)\mu\Delta t$ (2)

•



Tham số hiệu năng trung bình(9)

- Xét $N > 1$



- $p_N(t+\Delta t) = p_N(t)(1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + p_{N-1}(t)\lambda\Delta t + p_{N+1}(t)\mu\Delta t \quad (3)$

Tham số hiệu năng trung bình(10)

- Từ (1) $p_0(t+\Delta t) = p_0(t)(1-\lambda\Delta t) + p_1(t)\mu\Delta t$ ta có
- $\frac{p_0(t+\Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$
- khi $\Delta t \rightarrow 0$ và có phương trình vi phân:
- $\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \quad (*)$

Tham số hiệu năng trung bình(11)

- Làm tương tự với (2) ta có
- $\frac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)p_1(t) + \lambda p_0(t) + \mu p_2(t)$ (**)
- Làm tương tự với (3) ta có
- $\frac{dp_N(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)p_N(t) + \lambda p_{N-1}(t) + \mu p_{N+1}(t)$ (***)



Tham số hiệu năng trung bình(12)

- Bây giờ ta xét giải pháp trạng thái ổn định (equilibrium solution), $t \rightarrow \infty$. Khi đó ta có:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = 0, \quad N = 0$$

$$\frac{dp_N(t)}{dt} = 0, \quad N > 0$$

- Vì vậy,
- $p_0(t) = p_0$ với $N=0$
- $p_N(t) = p_N$ với $N>0$



Tham số hiệu năng trung bình(13)

- Từ (*) ta có $-\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \Rightarrow p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0$
- đặt $\rho = \lambda / \mu$ ta có: $p_1 = \rho p_0$
- Từ (**) ta có: $-(\lambda + \mu)p_1 + \mu p_2 + \lambda p_0 = 0 \Rightarrow (\lambda p_0 - \mu p_1) + (-\lambda p_1 + \mu p_2) = 0$
- $\Rightarrow -\lambda p_1 + \mu p_2 = 0$
- $\Rightarrow p_2 = \frac{\lambda}{\mu} p_1 = \rho p_1 = \rho^2 p_0$
- Từ (***) làm tương tự ta có $p_{N+1} = \rho^{N+1} p_0$ với $N > 1$



Tham số hiệu năng trung bình(14)

- Ta có

$$\sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=0}^{\infty} p_0 \rho^i = 1 \quad \Rightarrow \quad p_0 \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = 1$$

- Mà ta có

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = \frac{1}{1-\rho} \text{ với } \rho < 1 \quad \Rightarrow \quad p_0 = 1 - \rho$$

$$p_{N+1} = \rho^{N+1} (1 - \rho)$$



Tham số hiệu năng trung bình(15)

- Số lượng trung bình của khách hàng trong hệ thống

$$E(N) = \sum_{i=0}^{\infty} i p_i = \sum_{i=0}^{\infty} i \rho^i (1 - \rho) = \rho(1 - \rho) \sum_{i=1}^{\infty} i \rho^{i-1}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = \frac{1}{1 - \rho} \text{ với } \rho < 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} i \rho^{i-1} = \frac{1}{(1 - \rho)^2} \text{ với } \rho < 1$$

$$\Rightarrow E(N) = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

Tham số hiệu năng trung bình(16)

- Số lượng trung bình của khách hàng trong hàng đợi
- Ta thấy $N_Q = N - 1$ nếu $N \geq 1$
- $N_Q = 0$ nếu $N = 0$

$$E[N_Q] = \sum_{i=1}^{\infty} (i - 1) p_i = \sum_{i=1}^{\infty} i p_i - \sum_{i=1}^{\infty} p_i = \frac{\rho}{1 - \rho} - (1 - p_0) = \frac{\rho}{1 - \rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

Tham số hiệu năng trung bình(17)

- *Thời gian trung bình trong hệ thống*

- Thời gian này có thể được phân chia thành
 - Thời gian đợi
 - Thời gian phục vụ

$$E[T] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{\mu} p_k + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\mu} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{\mu} p_k = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

Tham số hiệu năng trung bình(18)

- Thời gian trung bình trong hàng đợi (thời gian đợi để được phục vụ)

- Hoặc có thể tính

$$E[T_Q] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{\mu} p_k = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

$$E[T_Q] = E[T] - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

Tham số hiệu năng trung bình(19)

- Xác suất khách hàng phải chờ để được phục vụ
 - Lượng khách hàng đến luôn phải đợi để được phục vụ nếu số lượng khách hàng lớn hơn 0 trong hệ thống.
 - Vì vậy, $P_{wait}=1-p_0=\rho$
 - Sử dụng server:
 - Ý nghĩa vật lý của tham số hiệu năng là nó đưa ra khoảng thời gian khi server bận.
 - vì vậy, $P_{busy}=1-p_0=\rho$



HUST

**TRÂN TRỌNG
CẢM ƠN!**