Universidade Federal de Uberlândia
Engenharia de Computação
Sistemas de Controle
Prof. Éder Alves de Moura
Trabalho Final 01 – Drone 2D

Introdução

O uso de drones na atualidade tem crescido muito. Hoje, sua aplicação varia da simples recreação até o uso em aplicações comerciais, industriais e militares. A Figura 1 apresenta um exemplo de um quadricóptero, uma das versões de veículos multirotores mais populares.

Figura 1 – DJI Mavic 2.

Este roteiro apresenta a modelagem matemática do bicóptero, simulando o movimento de um drone em um plano 2D. Esta simplificação visa simular um sistema de controle embarcado que controlará o movimento, simplificado, de um drone. Esse movimento consiste de sua posição e atitude (orientação).

Modelagem da cinemática e dinâmica do movimento

A Figura 2 apresenta o conjunto de forças básicas que atuam sobre o drone. Considere o sistema de coordenadas $\mathcal{F}_b$que é atrelado ao corpo e passa pelo centro de massa do veículo. No centro de massa temos a força peso $\vec{P}$ e duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, aplicadas pelos rotores, atuando a uma distância l do centro de massa.

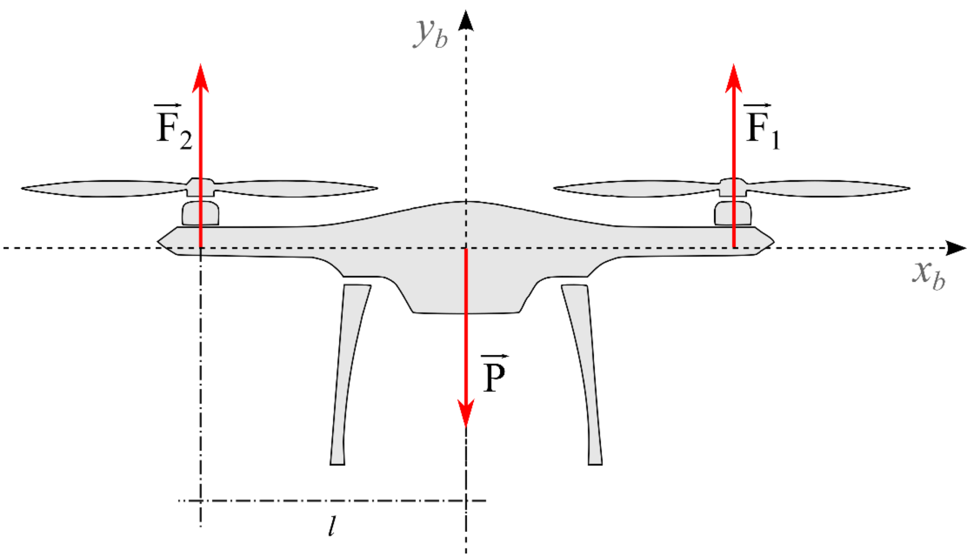

Figura 2 – Modelo de forças aplicadas.

Esse modelo apresenta simplificações para facilitar a implementação, mas permite entender o processo de simulação e controle, que podem ser utilizados em um sistema embarcado. A Figura 3 apresenta uma versão mais detalhada das forças e torque resultante, que serão utilizadas para a modelagem da dinâmica e cinemática de movimento.

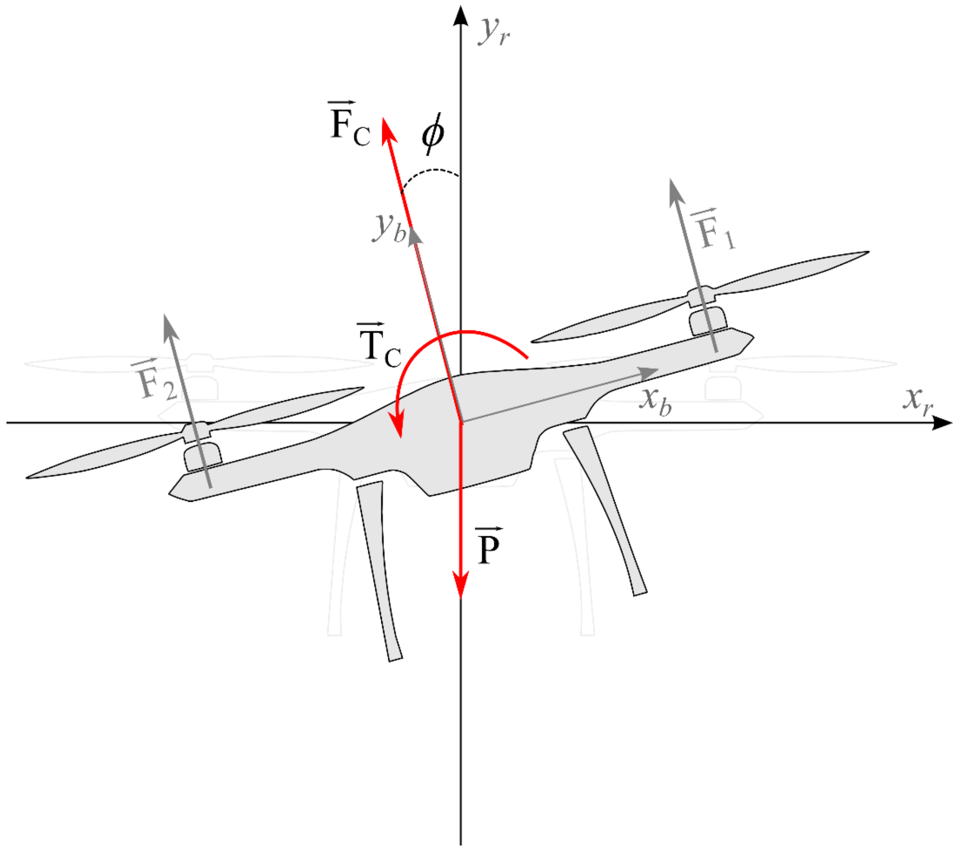

Figura 3 – Sistemas de coordenadas.

A cinemática e dinâmica de movimento do drone 2D são modeladas pelas equações:

$$\dot{w} = \frac{1}{\tau}(-w + \overline{w}) \quad (1)$$
$$\dot{r} = v \quad (2)$$
$$\dot{v} = \frac{1}{m}\left(D^{R/B}(\phi)F_C + P\right) \quad (3)$$
$$\dot{\phi} = \omega \quad (4)$$
$$\dot{\omega} = \frac{1}{I_z}T_C \quad (5)$$

onde $x = [w^T \quad r^T \quad v^T \quad \phi \quad \omega]^T \in \mathbb{R}^8$ sendo que:

- $w = [w_1 \quad w_2]^T \in \mathbb{R}^2$ é a velocidade de rotação dos rotores;
- $r = [x_r \quad y_r]^T \in \mathbb{R}^2$ é a posição;
- $v = [v_x \quad v_y]^T \in \mathbb{R}^2$ é a velocidade linear;

- $\phi \in \mathbb{R}$ é a atitude;
- $\omega \in \mathbb{R}$ é a velocidade angular;
- $F_C = [0 \quad F_1 + F_2]^T \in \mathbb{R}^2$ é a força de controle;
- $T_C \in \mathbb{R}$ é o torque de controle; e
- $D^{R/B}(\phi) \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ é matriz de rotação.

Para a compreensão completa, também precisamos determinar as seguintes relações:

$$F_i = k_f \cdot w_i^2, i = 1 \text{ e } 2. \tag{6}$$

$$F_C = \begin{bmatrix} 0 \\ F_1 + F_2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$T_C = l \cdot (F_1 - F_2) \tag{8}$$

$$D^{R/B}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$P = m \cdot g \tag{10}$$

e as constantes: l – distância de aplicação da força; k_f – constante de proporcionalidade de força; e τ – constante de tempo de resposta do rotor; m – massa; I_z – momento de inércia; e g – constante de aceleração gravitacional; são determinadas empiricamente.

Sistema de Controle

A Figura 4 ilustra o efeito de força que aparecerá ao se determinar uma velocidade de rotação para cada um dos rotores. Controlando as forças individuais de cada um dos rotores é possível controlar a força de controle resultante F_C e o torque de controle resultante T_C, como apresentado na Figura 3.

Figura 4 – Conversão entre a velocidade de rotação e as forças aplicadas por cada um dos rotores.

Com F_C é possível controlar o movimento linear e com T_C é possível controlar o movimento angular do drone. Nessa solução, adotaremos a estratégia apresentada na Figura 5 para implementação do sistema de controle para o nosso drone.

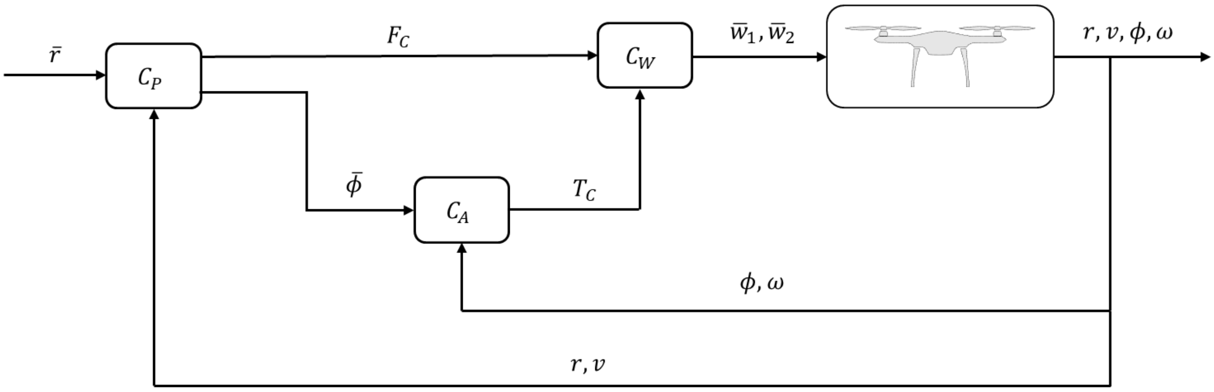

Figura 5 – Sistema de controle.

Parâmetros do modelo

Para o sistema em questão, serão adotados os seguintes parâmetros do modelo a ser simulado:

- $m = 0{,}250\ [kg]$ – Massa total do drone;
- $I_z = 2 \cdot 10^{-4}\ [kg \cdot m^2]$ – Momento de inércia de rotação
- $g = 9{,}81\ [m/s^2]$ – Constante de aceleração da gravidade;
- $l = 0{,}1\ [m]$ – Distância entre o centro de massa e o ponto de atuação da força dos motores;
- $w_{max} = 15000\ [rpm]$ – Velocidade máxima de rotação dos rotores;
- $k_f = 1{,}744 \cdot 10^{-8}$ – Constante de força;
- $\tau = 0{,}005$ – Constante de tempo.