

## Lista 02 - Prova Automática de Teoremas

Gabriel Medeiros Lopes Carneiro (19103977)

Mikaella Cristina Bernardo Vieira (18103860)

### 2. Prove os seguintes teoremas utilizando o método da Resolução (lembre-se de negar o teorema):

a.  $(P \wedge (\neg Q \vee R)) \rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$

Negando o teorema

$$\neg((P \wedge (\neg Q \vee R)) \rightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$$

Eliminando implicação

$$\neg(\neg(P \wedge (\neg Q \vee R)) \vee ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$$

Redução do escopo das negações

$$\neg(\neg(P \vee \neg(\neg Q \vee R)) \vee ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$$

$$\neg(\neg(P \vee (Q \wedge \neg R)) \vee ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R)))$$

$$\neg(\neg P \vee (Q \wedge \neg R)) \wedge \neg((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge R))$$

$$(P \wedge \neg(Q \wedge \neg R)) \wedge (\neg(P \wedge \neg Q) \wedge \neg(P \wedge R))$$

$$(P \wedge (\neg Q \vee R)) \wedge ((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg R))$$

$$P \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg R)$$

Conjunto  $G$ :

- (1)  $P$
- (2)  $\neg Q \vee R$
- (3)  $\neg P \vee Q$
- (4)  $\neg P \vee \neg R$

Resolução:

$$(5) \quad R \vee \neg P \quad \text{de (2) e (3)}$$

$$(6) \quad \neg P \quad \text{de (5) e (4)}$$

$$(7) \quad \square \quad \text{de (6) e (1)}$$

b.  $\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x))$

Negando o teorema

$$\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$$

Eliminando implicação

$$\neg(\neg(\exists x.(P(x) \wedge Q(x))) \vee (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$$

Redução do escopo das negações

$$\neg(\forall x.\neg(P(x) \wedge Q(x)) \vee (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$$

$$\neg(\forall x.(\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \vee (\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x)))$$

$$\neg(\forall x.(\neg P(x) \vee \neg Q(x))) \wedge \neg(\exists x.P(x) \wedge \exists x.Q(x))$$

$$\exists x.\neg(\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge (\neg(\exists x.P(x)) \vee \neg(\exists x.Q(x)))$$

$$\exists x.(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\forall x.\neg P(x) \vee \forall x.\neg Q(x))$$

Renomeação das variáveis

$$\exists x_1.(P(x_1) \wedge Q(x_1)) \wedge (\forall x_2.\neg P(x_2) \vee \forall x_3.\neg Q(x_3))$$

Mover quantificadores para o início da fórmula

$$\exists x_1.\forall x_2.\forall x_3.P(x_1) \wedge Q(x_1) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(x_3))$$

Eliminação dos quantificadores

$$P(a) \wedge Q(a) \wedge (\neg P(x_2) \vee \neg Q(x_3))$$

Conjunto  $G$ :

- (1)  $P(a)$
- (2)  $Q(a)$
- (3)  $\neg P(x_2) \vee \neg Q(x_3)$

Resolução:

- (4)  $\neg Q(x_3)$  de (1) e (3) com  $\theta : \{x_2/a\}$
- (5)  $\square$  de (2) e (4) com  $\theta : \{x_3/a\}$