

Trabalho Prático - Raciocínio Probabilístico

Gabriel Medeiros Lopes Carneiro (19103977)

Mikaella Cristina Bernardo Vieira (18103860)

Parte 1

1. Qual é a probabilidade de ter NÃO haver uma compra de gasolina dado que o cartão foi fraudado? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$P(G_n|F_s) = 80/100 = 0.8$$

2. Qual a probabilidade do mundo estar no seguinte estado: (F=sim, G=sim, I>50, S=fem, C=não)? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

Como

$$P(F_s, G_s, I_{>50}, S_f, C_n) = P(F_s) * P(G_s|F_s) * P(I_{>50}) * P(S_f) * P(C_n|F_s, I_{>50}, S_f)$$

precisamos calcular cada uma dessas probabilidades.

$$\begin{aligned} P(F_s) &= 0.001 \\ P(G_s|F_s) &= 0.2 \\ P(I_{>50}) &= 0.35 \\ P(S_f) &= 0.5 \\ P(C_n|F_s, I_{>50}, S_f) &= 0.05 \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned} P(F_s, G_s, I_{>50}, S_f, C_n) &= 0.001 * 0.2 * 0.35 * 0.5 * 0.05 \\ &= 0.00000175 \\ &= 0.175 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

3. Qual a probabilidade de haver uma compra de gasolina nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$\begin{aligned}
 P(G_s) &= P(F_s) * P(G_s|F_s) + P(F_n) * P(G_s|F_n) \\
 &= 0.001 * 0.2 + 0.999 * 0.01 \\
 &= 0.01019
 \end{aligned}$$

4. Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$\begin{aligned}
 P(C_s) &= P(C_s|F_s, I_{<30}, S_m) * P(F_s) * P(I_{<30}) * P(S_m) \\
 &\quad + P(C_s|F_s, I_{<30}, S_f) * P(F_s) * P(I_{<30}) * P(S_f) \\
 &\quad + P(C_s|F_s, I_{\leq 30 \leq 50}, S_m) * P(F_s) * P(I_{\leq 30 \leq 50}) * P(S_m) \\
 &\quad + P(C_s|F_s, I_{\leq 30 \leq 50}, S_f) * P(F_s) * P(I_{\leq 30 \leq 50}) * P(S_f) \\
 &\quad + P(C_s|F_s, I_{>50}, S_m) * P(F_s) * P(I_{>50}) * P(S_m) \\
 &\quad + P(C_s|F_s, I_{>50}, S_f) * P(F_s) * P(I_{>50}) * P(S_f) \\
 &\quad + P(C_s|F_n, I_{<30}, S_m) * P(F_n) * P(I_{<30}) * P(S_m) \\
 &\quad + P(C_s|F_n, I_{<30}, S_f) * P(F_n) * P(I_{<30}) * P(S_f) \\
 &\quad + P(C_s|F_n, I_{\leq 30 \leq 50}, S_m) * P(F_n) * P(I_{\leq 30 \leq 50}) * P(S_m) \\
 &\quad + P(C_s|F_n, I_{\leq 30 \leq 50}, S_f) * P(F_n) * P(I_{\leq 30 \leq 50}) * P(S_f) \\
 &\quad + P(C_s|F_n, I_{>50}, S_m) * P(F_n) * P(I_{>50}) * P(S_m) \\
 &\quad + P(C_s|F_n, I_{>50}, S_f) * P(F_n) * P(I_{>50}) * P(S_f) \\
 &= 0.95 * 0.001 * 0.25 * 0.5 \\
 &\quad + 0.95 * 0.001 * 0.25 * 0.5 \\
 &\quad + 0.95 * 0.001 * 0.40 * 0.5 \\
 &\quad + 0.95 * 0.001 * 0.40 * 0.5 \\
 &\quad + 0.95 * 0.001 * 0.35 * 0.5 \\
 &\quad + 0.95 * 0.001 * 0.35 * 0.5 \\
 &\quad + 0.80 * 0.999 * 0.25 * 0.5 \\
 &\quad + 0.75 * 0.999 * 0.25 * 0.5 \\
 &\quad + 0.75 * 0.999 * 0.40 * 0.5 \\
 &\quad + 0.75 * 0.999 * 0.40 * 0.5 \\
 &\quad + 0.50 * 0.999 * 0.35 * 0.5 \\
 &\quad + 0.60 * 0.999 * 0.35 * 0.5 \\
 &= 0.5[0.95 * 0.001 * 2 * (0.25 + 0.40 + 0.35) \\
 &\quad + 0.999(0.80 * 0.25 + 0.75 * 0.25 + 2 * 0.75 * 0.40 + 0.50 * 0.35 + 0.60 * 0.35)] \\
 &= 0.5[0.95 * 0.002 + 0.999 * 1.3725] \\
 &= 0.68651375
 \end{aligned}$$

5. Qual a probabilidade de haver uma compra de créditos para celular nas últimas 24 horas, dado que a houve a compra de gasolina? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

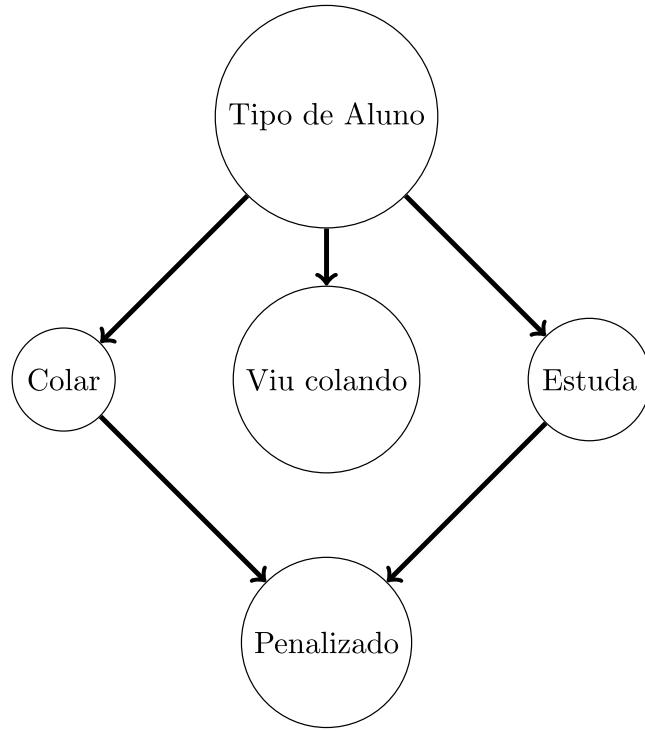
$$\begin{aligned} P(C_s|G_s) &= P(C_s) * P(G_s) \\ &= 0.68651375 * 0.01019 \\ &= 0.006995575 \end{aligned}$$

6. Qual a probabilidade um cartão de crédito ter sido fraudado, dado que houve a compra de créditos para celular, mas não houve a compra de gasolina nas últimas 24 horas? Mostre os cálculos e as probabilidades que você está computando e dê uma resposta numérica.

$$\begin{aligned} P(F_s|C_s, G_n) &= P(C_s, G_n|F_s) * P(F_s) / P(C_s, G_n) \\ &= P(C_s|F_s) * P(G_n|F_s) * P(F_s) / (P(C_s) * P(G_n)) \\ &= P(C_s|F_s, I, S) * P(G_n|F_s) * P(F_s) / (P(C_s) * P(G_n)) \\ &= 0.00095 * 0.8 * 0.001 / (0.68651375 + (1 - 0.01019)) \\ &= 0.76 \cdot 10^{-6} / 1.6763 \\ &= 0.453 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Parte 2

1. Modele a situação anterior com uma Rede Bayesiana, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionais.



$P(A_u)$	$P(A_s)$	$P(A_f)$
0.1	0.3	0.6

	$P(C_s)$	$P(C_n)$
A_u	0.6	0.4
A_s	0.8	0.2
A_f	0	1

	$P(V_s)$	$P(V_n)$
A_u	0.8	0.2
A_s	1	0
A_f	0.1	0.9

	$P(E_s)$	$P(E_n)$
A_u	0.5	0.5
A_s	0.5	0.5
A_f	0	1

	$P(P_s)$	$P(P_n)$
C_s, E_s	0.1	0.9
C_s, E_n	0	1
C_n, E_s	0.01	0.99
C_n, E_n	0	1

2. Calcule a probabilidade de um aluno colar.

$$\begin{aligned}
 P(C_s) &= P(C_s|A_u) * P(A_u) + P(C_s|A_s) * P(A_s) + P(C_s|A_f) * P(A_f) \\
 &= 0.6 * 0.1 + 0.8 * 0.3 + 0 * 0.6 \\
 &= 0.30
 \end{aligned}$$

3. Calcule a probabilidade de um aluno frequentar o ensino Secundário dado que ele viu algum colega colando e que se sentiu penalizado na nota.

$$\begin{aligned}
 P(E_s) &= P(E_s|A_u) * P(A_u) + P(E_s|A_s) * P(A_s) + P(E_s|A_f) * P(A_f) \\
 &= 0.5 * 0.1 + 0.5 * 0.3 + 0 * 0.6 \\
 &= 0.2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(V_s) &= P(V_s|A_u) * P(A_u) + P(V_s|A_s) * P(A_s) + P(V_s|A_f) * P(A_f) \\
 &= 0.8 * 0.1 + 1 * 0.3 + 0.1 * 0.6 \\
 &= 0.44
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(P_s) &= P(C_s) * P(E_s) * P(P_s|C_s, E_s) \\
 &\quad + P(C_s) * P(E_n) * P(P_s|C_s, E_n) \\
 &\quad + P(C_n) * P(E_s) * P(P_s|C_n, E_s) \\
 &\quad + P(C_n) * P(E_n) * P(P_s|C_n, E_n) \\
 &= 0.3 * 0.2 * 0.1 \\
 &\quad + 0.3 * 0.8 * 0 \\
 &\quad + 0.7 * 0.2 * 0.01 \\
 &\quad + 0.7 * 0.8 * 0 \\
 &= 0.074
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A_s|V_s, P_s) &= P(V_s, P_s|A_s) * P(A_s) / P(V_s, P_s) \\
 &= P(A_s) * P(V_s|A_s) * P(P_s|A_s) * P(A_s) / (P(V_s) * P(P_s)) \\
 &= 0.3 * 1 * 0.074 * 0.3 / (0.44 * 0.074) \\
 &= 0.204545455
 \end{aligned}$$