

Problemas de Empacotamento

métodos de solução baseados em *bottom-left*

Gabriel Medeiros Lopes Carneiro
Orientador: Pedro Belin Castellucci
Coorientador: Rafael de Santiago

Universidade Federal de Santa Catarina

15 de maio de 2023



2023-05-15

Problemas de Empacotamento

Problemas de Empacotamento
métodos de solução baseados em *bottom-left*

Gabriel Medeiros Lopes Carneiro
Orientador: Pedro Belin Castellucci
Coorientador: Rafael de Santiago

Universidade Federal de Santa Catarina

15 de maio de 2023



Sumário

1. Conceitos básicos

Modelos de otimização

Tipos de soluções

Métodos exatos \times heurísticos

2. Problema

N-dimensões

Restrições

Tipos de peças

Classificação

Variantes

3. *Bottom-left*

CrITÉrios de ordenação

Regiões

Testes

4. Resultados

Comparativo - Ordenação



2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ Sumário

Sumário

1. Conceitos básicos
 - Modelos de otimização
 - Tipos de soluções
 - Métodos exatos \times heurísticos
2. Problema
 - N-dimensões
 - Restrições
 - Tipos de peças
 - Classificação
 - Variantes
3. *Bottom-left*
 - CrITÉrios de ordenação
 - Regiões
 - Testes
4. Resultados
 - Comparativo - Ordenação
5. Conclusão

$$\min/\max f(x), x \in \mathcal{X}.$$

- x : variável de decisão, $x = x_1, x_2, \dots, x_n$.
- \mathcal{X} : conjunto factível ou domínio;
- $f(x)$: função objetivo.

$$\min/\max f(x), x \in \mathcal{X}.$$

- x : variável de decisão, $x = x_1, x_2, \dots, x_n$.
- \mathcal{X} : conjunto factível ou domínio;
- $f(x)$: função objetivo.

Modelos de otimização são aproximações da realidade, representam o problema de maneira simples e objetiva, usando restrições. Geralmente quer minimizar ou maximizar uma função $f(x)$ com x obedecendo algumas restrições.

- x : variável de decisão, $x = x_1, x_2, \dots, x_n$.
- \mathcal{X} : conjunto factível ou domínio, possui todas as soluções possíveis para o problema.
- $f(x)$: função objetivo, a qual determinará o critério de escolha da solução.



- Factível.
 - Ótima.
 - Problema ilimitado.
- Problema infactível.



- └ Conceitos básicos
 - └ Tipos de soluções
 - └ Tipos de soluções

- Factível.
 - Ótima.
 - Problema ilimitado.
- Problema infactível.

- Factível: satisfaz todas as restrições do problema.
- Ótima: melhor solução factível.
- Problema ilimitado: não é possível encontrar uma solução ótima, ou seja, sempre é possível achar uma melhor.
- Problema infactível: quando o problema não possui solução, geralmente devido a muitas restrições.

Exatos

- Solução ótima.
- Tempo.
- Recursos.

Heurísticos

- Solução factível.
- Simplicidade.
- Grande porte.

Métodos exatos sempre vão garantir a solução ótima para o problema, porém encontrar tal solução pode requerer grande tempo e/ou muitos recursos computacionais.

Já heurísticas buscam por soluções factíveis e são geralmente usadas em problemas de grande porte.

O problema de interesse é NP-difícil, então buscar uma solução ótima fica praticamente inviável devido a limitações de tempo e recursos computacionais. Uma heurística será utilizada para obter uma solução boa em tempo hábil.

Alocar peças em um espaço.

- Difícil resolução.
- N -dimensional.
- Tipos de peças.
- Classificação.
- Variantes.



└ Problema

└ Problema

Alocar peças em um espaço.

- Difícil resolução.
- N -dimensional.
- Tipos de peças.
- Classificação.
- Variantes.

A premissa do problema é simples, alocar peças em um espaço. Pode parecer algo bobo de resolver, mas é de difícil resolução já que pode possuir N -dimensões e diversos tipos de peças, de modo é preciso separar o problema em diferentes classes e ainda existem variantes dentro das classificações.

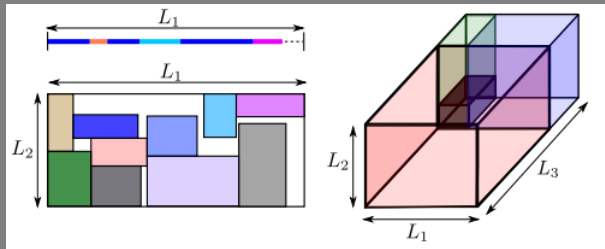


Figura: Represeção 1D, 2D e 3D.

2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ Problema

└└ N -dimensões

└└└ N -dimensões

N -dimensões

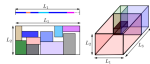


Figura: Represeção 1D, 2D e 3D.

- O caso 1D pode ser usado para empilhar caixas de mesma profundidade e largura.
- Já no 2D poderia ser aplicado em casos onde somente a profundidade é fixa.
- E o 3D seria alocar caixas em um depósito ou container.
- O trabalho se concentra somente no caso 2D.

Problema
Restrições
$x_i \in \{0, \dots, W - w_i\}, y_i \in \{0, \dots, H - h_i\} \ (i \in \mathcal{I}') \quad (1)$
$[x_i, x_i + w_i] \cap [x_j, x_j + w_j] = \emptyset \text{ ou } [y_i, y_i + h_i] \cap [y_j, y_j + h_j] = \emptyset \ (i, j \in \mathcal{I}', i \neq j) \quad (2)$

$$x_i \in \{0, \dots, W - w_i\}, y_i \in \{0, \dots, H - h_i\} \ (i \in \mathcal{I}') \quad (1)$$
$$[x_i, x_i + w_i] \cap [x_j, x_j + w_j] = \emptyset \text{ ou } [y_i, y_i + h_i] \cap [y_j, y_j + h_j] = \emptyset \ (i, j \in \mathcal{I}', i \neq j) \quad (2)$$

Como já definimos a dimensão do problema, podemos ver as restrições do modelo.

A primeira restrição garante que um item só é alocado no recipiente se couber nele.

Já a segunda impede sobreposição entre as peças.



Tipos de peças

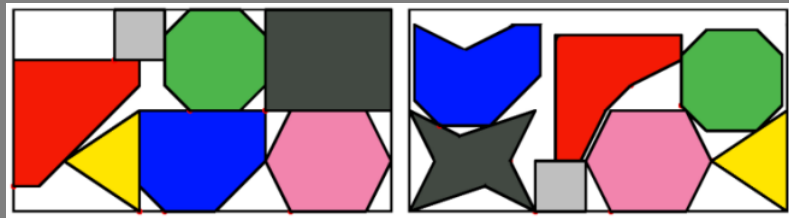


Figura: Exemplos de peças regulares (esquerda) e irregulares (direita).

2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ Problema

└ Tipos de peças

└ Tipos de peças

Tipos de peças



Figura: Exemplos de peças regulares (esquerda) e irregulares (direita).

- Regulares: Possuem formato convexo.
- Irregulares: Possuem formato côncavo.
- Outra forma de se definir é checar se existe alguma reta que atravessasse o objeto em dois pontos diferentes.
- O trabalho foca em peças regulares retangulares.

- Empacotamento em faixa.

2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ Problema

└ Classificação

└ Classificação

Classificação

- Empacotamento em faixa.

- Dado um conjunto de itens e uma caixa com comprimento fixo, queremos encontrar uma solução de altura mínima.



- Empacotamento em faixa.
- Empacotamento da mochila.

2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ Problema

└ Classificação

└ Classificação

Classificação

- Empacotamento em faixa.
- Empacotamento da mochila.

- Dado um conjunto de itens e uma caixa com comprimento fixo, queremos encontrar uma solução de altura mínima.
- Nesse caso, queremos maximizar o valor da caixa (geralmente é a área da caixa).



- Empacotamento em faixa.
- Empacotamento da mochila.
- Empacotamento em caixas.



└ Problema

└ Classificação

└ Classificação

- Empacotamento em faixa.
- Empacotamento da mochila.
- Empacotamento em caixas.

- Dado um conjunto de itens e uma caixa com comprimento fixo, queremos encontrar uma solução de altura mínima.
- Nesse caso, queremos maximizar o valor da caixa (geralmente é a área da caixa).
- Minimizar o número de caixas necessárias para empacotar todos os itens.

- Empacotamento em faixa.
- Empacotamento da mochila.
- Empacotamento em caixas.
- Empacotamento ortogonal.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ Problema

└ Classificação

└ Classificação

Classificação

- Empacotamento em faixa.
- Empacotamento da mochila.
- Empacotamento em caixas.
- Empacotamento ortogonal.

- Dado um conjunto de itens e uma caixa com comprimento fixo, queremos encontrar uma solução de altura mínima.
- Nesse caso, queremos maximizar o valor da caixa (geralmente é a área da caixa).
- Minimizar o número de caixas necessárias para empacotar todos os itens.
- Alocar todos os itens numa caixa.
- Todos os problemas são NP-difícil, com exceção do ortogonal (NP-completo).

- Corte guilhotinado.



- Corte guilhotinado.

- Corte guilhotinado.
- Rotações ortogonais.



└ Problema

└ Variantes

└ Variantes

- Consiste em cortar a caixa de forma paralela a um dos lados de forma recursiva.
- É um modo de relaxar o problema, permitindo rotações de 90° nos itens.

- Corte guilhotinado.
- Rotações ortogonais.

- Corte guilhotinado.
- Rotações ortogonais.
- Restrições de carga e descarga.



- Corte guilhotinado.
- Rotações ortogonais.
- Restrições de carga e descarga.

- Consiste em cortar a caixa de forma paralela a um dos lados de forma recursiva.
- É um modo de relaxar o problema, permitindo rotações de 90° nos itens.
- Algumas peças precisam ser posicionadas em certa posição ou próximas a outras.

- Corte guilhotinado.
- Rotações ortogonais.
- Restrições de carga e descarga.
- Caixas de tamanho variável.



- Corte guilhotinado.
- Rotações ortogonais.
- Restrições de carga e descarga.
- Caixas de tamanho variável.

- Consiste em cortar a caixa de forma paralela a um dos lados de forma recursiva.
- É um modo de relaxar o problema, permitindo rotações de 90° nos itens.
- Algumas peças precisam ser posicionadas em certa posição ou próximas a outras.
- Define que caixas não precisam ter o mesmo tamanho (aplicável somente para Empacotamento em Caixas).

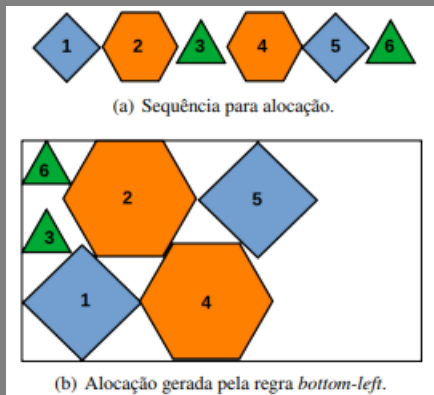


Figura: Representação de alocação.

2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ *Bottom-left*

└ *Bottom-left*

Bottom-left

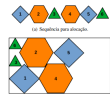


Figura: Representação de alocação.

Critérios de ordenação

- Área.
- Perímetro.
- Largura.
- Altura.
- Id.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ *Bottom-left*

└ Critérios de ordenação

└ Critérios de ordenação

Critérios de ordenação

- Área.
- Perímetro.
- Largura.
- Altura.
- Id.

- Vertical.
- Horizontal.
- $\max(\text{área})$.
- Nenhuma.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└ *Bottom-left*

└ Regiões

└ Regiões

Regiões

- Vertical.
- Horizontal.
- $\max(\text{área})$.
- Nenhuma.

- 45 Instâncias.
 - BKW.
 - GCUT.
 - NGCUT.
 - OF.
 - OKP.
- 5 testes por configuração.
- $45 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 = 9000$ execuções.
- ± 5 horas.



└ *Bottom-left*

└ Testes

└ Testes

- 45 Instâncias.
 - BKW.
 - GCUT.
 - NGCUT.
 - OF.
 - OKP.
- 5 testes por configuração.
- $45 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 = 9000$ execuções.
- ± 5 horas.

Comparativo

Ordenação

Descending	Wons	Draws	Quality %	Items %	Time (s)
F	167	8	57.306	47.6518	2.37153
T	736	8	78.9136	46.3642	1.77985



2023-05-15

Problemas de Empacotamento
└ Resultados
└ Comparativo - Ordenação
└ Comparativo

Comparativo					
Ordenação					
Descending	Wons	Draws	Quality %	Items %	Time (s)
F	167	8	57.306	47.6518	2.37153
T	736	8	78.9136	46.3642	1.77985

Comparativo

Ordenação

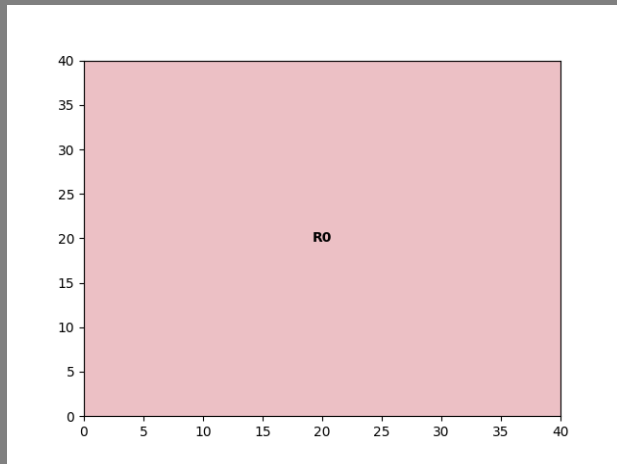


Figura: Regiões criadas na ordenação crescente.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento
└ Resultados
└ Comparativo - Ordenação
└ Comparativo



Comparativo

Ordenação

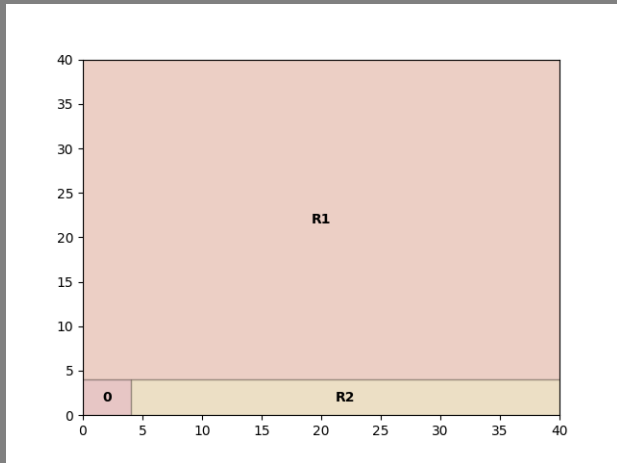
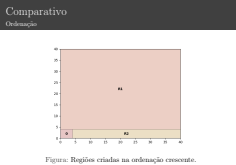


Figura: Regiões criadas na ordenação crescente.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento
└ Resultados
└ Comparativo - Ordenação
└ Comparativo



Comparativo

Ordenação

2023-05-15

- Problemas de Empacotamento
 - Resultados
 - Comparativo - Ordenação
 - Comparativo

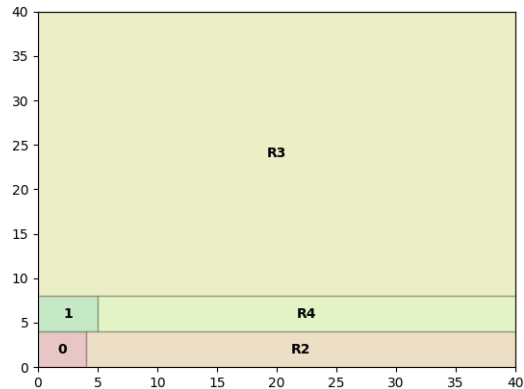
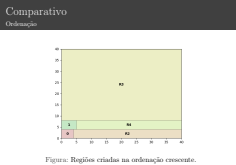


Figura: Regiões criadas na ordenação crescente.



Comparativo

Ordenação

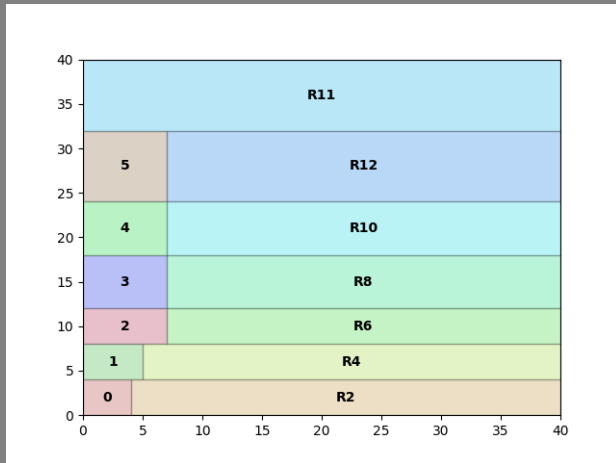
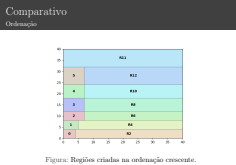


Figura: Regiões criadas na ordenação crescente.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento
└ Resultados
└ Comparativo - Ordenação
└ Comparativo



Conclusão

- Resultados inesperados.
- Múltiplos métodos de solução.



2023-05-15

Problemas de Empacotamento

└─ Conclusão

└─ Conclusão

Conclusão

- Resultados inesperados.
- Múltiplos métodos de solução.