

## Esercizi sulla Tecnica Greedy.

Ugo Vaccaro

1. *Esercizio*: Si applichi l'algoritmo **Greedy\_Activity\_Selector** sul seguente insieme di attività:  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_{11}\}$ , con  $A_1 = [9, 12]$ ,  $A_2 = [3, 14]$ ,  $A_3 = [6, 10]$ ,  $A_4 = [9, 13]$ ,  $A_5 = [4, 9]$ ,  $A_6 = [13, 15]$ ,  $A_7 = [7, 11]$ ,  $A_8 = [2, 5]$ ,  $A_9 = [6, 8]$ ,  $A_{10} = [4, 6]$ ,  $A_{11} = [1, 7]$ , illustrandone il comportamento ad ogni passo.

◇

2. *Esercizio*: Si intende riparare un tubo di gomma che ha  $n$  fori su di esso. Si rappresenti l' $i$ -esimo ciascun foro con il numero  $x_i$ , dove  $x_i$  è la distanza, in centimetri, del foro  $i$ -esimo dalla estremità sinistra del tubo. La riparazione avviene attaccando pezzi di nastro adesivo al tubo, dove ciascun pezzo di nastro adesivo è lungo  $k$  centimetri,  $k$  parametro dato. Il problema è quello di riparare il tubo (ovvero coprire tutti i buchi) utilizzando il *minor numero* di pezzi di nastro adesivo.

Si consideri il seguente algoritmo greedy per il problema appena enunciato: si ordinino i numeri  $x_i$  in modo tale che  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ , indi si attacchi un pezzo di nastro adesivo al tubo, partendo dal buco  $x_1$  fino a  $x_1 + k$ . Si iteri sui buchi rimasti scoperti, fin a quando tutti i buchi sono stati coperti.

Si provi che tale algoritmo copre tutti i buchi utilizzando minor numero di pezzi di nastro adesivo.

◇

3. *Esercizio*: Si supponga di dover effettuare un viaggio dalla località  $A$  alla località  $B$  con un'auto che ha un'autonomia di  $k$  chilometri. Lungo il percorso, a partire da  $A$  sono presenti  $n$  distributori di benzina, ciascuno distante dal precedente meno di  $k$  chilometri e l'ultimo dista meno di  $k$  chilometri da  $B$ . Sia  $d_i$  la distanza che separa il distributore  $i$  dal distributore  $i + 1$ , per  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ , sia  $d_0$  la distanza tra  $A$  ed il primo distributore e sia  $d_n$  la distanza da  $B$  dell'ultimo distributore. Descrivere un algoritmo greedy che seleziona un numero minimo di distributori in cui far tappa durante il viaggio. Giustificare le affermazioni fatte.

◇

4. *Esercizio*: Sia dato un intero  $N$ , ed un vettore di interi  $a = a[1] \dots a[n]$ . Il problema è di calcolare il massimo valore di  $k$  per cui possiamo trovare indici  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$  per cui

$$a[i_1] + a[i_2] + \dots + a[i_k] \leq N.$$

Dare un algoritmo greedy che risolve il problema, provandone la correttezza. Come al solito, il primo passo consisterà nell'ordinare il vettore  $a$  in modo opportuno.

◇

5. *Esercizio*: Si descriva in dettaglio l'algoritmo **Greedy-Zaino\_frazionario** per il problema dello zaino frazionario, e si provi che esso produce una soluzione ottima.

◇

6. *Esercizio*: Si descriva in dettaglio l'algoritmo greedy per il problema della Selezione di Attività, e si provi che esso produce una soluzione ottima.

◇

7. *Esercizio*: Si descriva in dettaglio l'algoritmo greedy per trovare l'ordinamento di lavori con tempo medio di attesa minimo e si provi che esso produce una soluzione ottima.

◇

8. *Esercizio*: Si costruisca un codifica di Huffman per il seguente insieme di caratteri e relative frequenze

**a:7 b:7 c:14 d:11 e:10 f:15 i:16 l:16, r:16**

Usando la codifica costruita, si codifichi il testo **decifrabile**

◇

9. *Esercizio*: Si codifichi il testo **abbracaddabrra!!** usando una codifica di Huffman, da calcolarsi in via preliminare sulle relative frequenze dei caratteri così come essi appaiono nel testo.

◇

10. *Esercizio*: Si costruisca un codifica di Huffman per il seguente insieme di caratteri e relative frequenze

**a:4 b:5 c:7 d:8 e:10 i:12 r:20.**

Usando la codifica costruita, si codifichi il testo **abbededari**

◇

11. *Esercizio*: Dato un alfabeto di caratteri  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ , con relative frequenze  $f(c_1), f(c_2), \dots, f(c_n)$ , si consideri il problema di determinare un albero di codifica ottimo per  $C$ . Si dimostri, con precisione, che esiste sicuramente un albero ottimo  $T$  in cui i due caratteri  $x, y \in C$  di frequenze minime appaiono nell'albero  $T$  alla profondità massima, e sono fratelli.

◇

12. *Esercizio*: Si descriva in dettaglio l'algoritmo greedy per il Partizionamento delle Attività, e si provi che esso produce una soluzione ottima.