

## Zbox loves Keyboard

首先一个显然的结论就是假设没有 backspace 操作的话就是一个智障的递推，然后我们可以发现加上 backspace 之后的后效性并不严重所以我们考虑用类似 spfa 的方法优化转移，一个显然的结论是 backspace 只会用很少的次数所以直接对  $n+100$  以内的转移建边考虑复杂度，总进队次数是  $n \log n$  次而建边的复杂度是调和级数  $n \log n$  所以总复杂度是  $O(n \log^2 n)$

然后可以根据题目性质进行一些常数优化来通过本题

## Zbox loves graph

直接考虑为什么这个暴力可以过

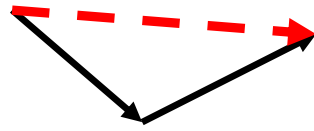
先 tarjan 把这个图变成 dag 然后对 dag 上的每个点开一个 bitset 表示这个点能到达哪些点然后按照逆拓扑序依次用 or 操作计算每个 bitset 的值，计算的时候把每个点的出边打乱，假设现在  $v$  是  $u$  的一个后继还没更新，然后  $u$  已经可以到达  $v$  了就不需要拿  $u$  的 bitset 来 or 上  $v$  的

然而还是不能过，所以不要直接做上面的步骤，要把每个弱联通分量中的点重标号以后分开做(意义就是 bitset 的大小可以更小)

首先如果点数多那么边就很稀疏每个弱连通分量都很小所以 bitset

的大小很小就可以过

如果点数不多图就很稠密类似下图的边就有很多,就有大量的边不会导致一次 bitset 的 or 操作然后就可以过



Zbox loves memory

先考虑所有的 0 操作都在 1 操作之前的情况,我们显然可以用二进制分组线段树套 trie 在  $O(T \log^2 T)$  内完成

我们考虑一个对时间分块的做法,假设块大小为  $P$ ,我们维护一个上述结构和一个记录 insert 操作的数组

一个时刻如果遇到一个 insert 就加到数组里,否则就在上述结构中查询答案然后在数组中暴力查询答案打擂输出

如果当前时刻是  $P$  的倍数我们就清空这个数组然后对所有 insert 操作重建上述结构

重建上述结构可以利用 trie 的合并做到  $O(\text{size} \log \text{size})$ ,写一个可持久化的 trie 即可

考虑复杂度

单个操作的复杂度是  $O(\log^2 T + P)$

重建结构的总复杂度是  $O(T/P * T \log T)$

取  $P$  为  $\sqrt{T \log T}$  可以达到最优复杂度  $O(T \sqrt{T \log T})$

具体下标的问题可以用一个平衡树来维护不影响复杂度

块链套 Trie 也可以解决本题。

### 1.1 subtask1

暴力枚举每次删掉哪个数。

时间复杂度  $O(n!)$ 。

### 1.2 subtask2

枚举最终有哪些数留下来。对于被删去的数的顺序，除了不能让某些数最后一个被删掉外都可以任意排列。

时间复杂度  $O(n2^n)$ 。

### 1.3 subtask3

用 DP 优化 subtask2。  $f_{i,j,k}$  表示前  $i$  个数中留下  $j$  个数且第  $i$  个被留下，被删去的数中恰有  $k$  个不能最后被删去的方案数。

转移简单，此略。

时间复杂度  $O(n^4)$ 。

### 1.4 subtask4

再优化 subtask3。若  $A$  的某个子序列  $S$  最终可能被留下来，则  $S$  相邻两数之间至多只有一个数不能在最后被删去。

先假设这类数可以在最后被删去。则用  $f_{i,j}$  表示前  $i$  个数中留下了  $j$  个数且第  $i$  个被留下的方案数，答案很好统计。那么我们的任务即统计出有多少种情况是不合法的，然后减掉即可。

枚举不合法的方案中，最后删掉的元素是哪一个，然后枚举前缀选了多少个，后缀选了多少个，即可统计答案。

时间复杂度  $O(n^3)$ 。

### 1.5 subtask5

假设我们将  $A$  删成非降序列后依然可以继续操作。那么只需要用类似 subtask4 中  $f_{i,j}$  的方程统计答案即可，用树状数组可以优化 DP 至  $O(n^2 \log n)$ 。

现在我们考虑怎么减去不合法的答案，即将  $A$  删成非降序列后依然删去了元素。再定义  $g_k$  表示留下  $k$  个数的合法答案有多少种，则不难用容斥得出  $g_k$  的递推式：

$$g_k = \sum_{i=1}^n f_{i,k} - \sum_{j=k+1}^n \binom{j}{k} \times g_j \times (j-k)!$$

总时间复杂度  $O(n^2 \log n)$ 。