POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

CAHIER D'EXAMEN

Matricule

CONTRÔLE PÉRIODIQUE - AUTOMNE 2018

Nom : ______________________________
(lettres moulées)

Prénom : ______________________________
(lettres moulées)

No du cours : **MTH2302D** Section : ____________

Titre du cours : **PROBABILITÉS ET STATISTIQUE**

DIRECTIVES:

1. Remplissez la partie ci-haut et signez immédiatement le cahier.
2. Sauf indication contraire, donnez une réponse complète à chaque question et cette réponse doit être **expliquée et justifiée**.
3. N'utilisez que le recto pour rédiger vos réponses; servez-vous du verso comme brouillon.
4. Écrivez aussi lisiblement que possible, de manière à ce que le correcteur comprenne vos réponses.
5. Ne détachez aucune feuille de ce cahier. Rédigez vos solutions sur les pages identifiées à cet effet. Vérifiez que le cahier compte bien **15 pages**.
6. **Documentation : 1 feuille résumée 8,5x11 recto-verso.**
7. **Calculatrice non-programmable permise.**
8. ***Par souci d'équité envers tous les étudiants, le professeur ne répondra à aucune question durant cet examen. Si vous estimez que vous ne pouvez pas répondre à une question (données manquantes, données erronées, et.), veuillez le justifier (maximum 2 lignes) et passez à la question suivante.***

Réservé	
1.	**/2**
2.	**/4**
3.	**/4**
4.	**/4**
5.	**/3**
6.	**/3**
TOTAL	**/20**

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

____
Signature de l'étudiant(e)

Date :	**mardi, le 16 octobre 2018**
Heure :	**12h45 à 14h35**

Question nº 1 : (2 points)

On considère deux événements A et B d'un espace échantillon tels que

$$P(A \mid B) = 1/3 \;;\; P\left(\overline{A} \cap B\right) = 0{,}40 \;;\; P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}15.$$

a) **(1 point)** Calculer la probabilité $P\left(\overline{A} \cup B\right)$.

b) **(1 point)** Calculer la probabilité $P\left(A \mid \overline{B}\right)$.

Réponse :

Question n° 2 : (4 points)

Une boîte (boîte 1) contient 4 composants parmi lesquels 2 sont défectueux. Une deuxième boîte (boîte 2) contient 3 composants parmi lesquels un seul est défectueux. Deux composants sont pris au hasard sans remise de la boîte 1 et placés dans la boîte 2. Un composant est ensuite choisi au hasard de la boîte 2.

a) **(2 points)** Calculer la probabilité que le composant choisi de la boîte 2 soit défectueux.

b) **(2 points)** Si le composant choisi de la boîte 2 est défectueux, quelle est la probabilité qu'au moins un composant défectueux ait été pris de la boîte 1 ?

Réponse :

Question n° 3 : (4 points)

Soit X une variable aléatoire de fonction de densité

$$f_X(x) = \begin{cases} m\,x & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \\ m & \text{si} \quad 1 < x < 2 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

où m est une constante réelle.

a) (2 points) Déterminer la valeur de la constante m et l'espérance mathématique de X, c'est-à-dire $E(X)$.

b) (2 points) On considère une deuxième variable Y définie par $Y = 1 + X - X^2$.

1.b) (1 point) Calculer la probabilité $P(Y > 1)$.

2.b) (1 point) Calculer l'espérance mathématique de Y, c'est-à-dire $E(Y)$.

Réponse :

Question n° 4 : (4 points)

Soient X et Y deux variables aléatoires telles que

x	-1	0	1
$P(X = x)$	$3/8$	$?$	$3/8$

y	0	1
$P(Y = y)$	$?$	$1/2$

x	-1	0	1
$P(X = x \mid Y = 0)$	$1/4$	$1/4$	$?$

a) **(2 points)** Déterminer le tableau de la fonction de masse conjointe du vecteur $[X, Y]$ et calculer la variance de la variable T définie par $T = 10 + 3X - 2Y$.

b) **(2 points)** Soit la variable U définie par $U = X^2$.
Les variables U et Y sont-elles indépendantes ? Justifier votre réponse.

Réponse :

Question n° 5 : (3 points)

On considère un central téléphonique auquel arrivent en moyenne 6 appels par minute selon un processus de Poisson.

a) (2 points) On considère une période de 30 secondes. Sachant que 2 appels sont déjà arrivés au central au cours de cette période, quelle est la probabilité qu'il arrive au moins 2 autres appels au cours de cette même période ?

b) (1 point) On observe les écarts de temps entre deux appels successifs au central. En moyenne, combien d'observations doit-on faire pour obtenir un premier écart de plus de 20 secondes ?

Réponse :

Question n° 6 : (3 points)

On suppose que la durée de vie d'un certain type de composant est une variable aléatoire distribuée selon une loi exponentielle de moyenne 5 ans.

a) **(1 point)** Un composant de ce type fonctionne depuis deux ans. Quelle est la probabilité qu'il fonctionne encore pendant au moins trois autres années ?

b) **(2 points)** Six composants sont mis en fonction et opèrent indépendamment les uns des autres. Quelle est la probabilité que trois ans plus tard, au moins deux des six composants ne fonctionnent plus ?

Réponse :