

Рк 2. Задача 1. Решение

Доказательство контекстной свободы языка

Чтобы определить, является ли слово палиндромом, нужно убирать символы с боков. Если в какой-то момент символы окажутся разными, то слово не является палиндромом.

Заметим, что правило

$$S \rightarrow aSa$$

обычным образом проверяет совпадение символов.

В правиле

$$S \rightarrow bSSb$$

можно дополнительно проверить два символа: один в начале первой S , а другой в конце второй. Тогда можно ввести два правила, которые делают слово непалиндромом сразу после первого применения:

$$S \rightarrow baSa \quad S \rightarrow bbSSbaSab.$$

Таким образом, будут убраны два различных символа с боков. Значит, необходимо и достаточно потребовать применение хотя бы одного из таких правил.

В результате получаем грамматику:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow baTabTTbb \\ S &\rightarrow bbTTbaTab \\ S &\rightarrow bSSb \\ S &\rightarrow aSa \\ T &\rightarrow \varepsilon \\ T &\rightarrow aTa \\ T &\rightarrow bTTb \end{aligned}$$

Следовательно, язык является КС.

Доказательство нерегулярности языка

Рассмотрим слово

$$w = a^nbaabbba^n.$$

Применяя лемму о накачке для регулярных языков, накачиваем часть из первых символов a и получаем слово

$$w' = a^{n+k}baabbba^n.$$

Это слово не принадлежит исходному языку, так как с правого края мы быстрее уберем буквы a , чем с левого, и баланс нарушится.

Следовательно, язык не является регулярным.