PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Bacharelado em Engenharia de Software

Breno Rosa Almeida
Gabriel Victor Couto Martins de Paula
Luís Antônio de Souza e Sousa
Rúbia Coelho de Matos

Bridge finding

Belo Horizonte

2022

Breno Rosa Almeida
Gabriel Victor Couto Martins de Paula
Luís Antônio de Souza e Sousa
Rúbia Coelho de Matos

Bridge finding

Projeto de Bridge finding apresentado na disciplina Teoria dos Grafos e Computabilidade do curso de Engenharia de Software da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

Belo Horizonte

2022

1 INTRODUÇÃO

O trabalho apresenta o desenvolvimento da biblioetca de manipulação de grafos tendo em vista a representação da Matriz e Lista de Adjacência. A manipulação foi realizado através dos algoritmos de Fleury e Tarjan teve objetivo mostrar todos os conceitos da teoria de Grafos e como é exibido o grafo com manipulação de n vertices.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Biblioteca de manipulação de grafos

Como primeira etapa foi desenvolvida uma biblioteca de manipulação de grafos que será utilizada futuramente nas próximas etapas.

A biblioteca de manipulação é composta por um conjunto de funções e métodos que manipulam tanto um grafo representado em matriz, quanto um grafo representado por lista de adjacência.

Para um bom design de solução, que fosse reutilizável e compreensível, foi utilizada a linguagem Java como principal ferramenta. A arquitetura desenvolvida para a biblioteca, nos dá a liberdade para escolher qual estrutura de dados manipular e utilizar de módulos de geração, leitura e salvamento de grafos de maneira separada.

A Biblioteca como um todo é composta por duas classes principais que guardam as estruturas de dados de Grafos em matriz e em lista de adjacência. A primeira classe é chamada de GraphMatrix, responsável por manipular e armazenar um grafo não-direcionado em uma matriz de N linhas por N colunas tal que N é o número de vértices do grafo. A segunda classe se chama apenas Graph e ela herda todas as características de GraphMatrix. Graph, é responsável por manipular e armazenar tanto grafo em matriz, quanto o grafo em lista de adjacência.

Além das classes principais, existem outros dois módulos que auxiliam nos testes e desenvolvimento. Sendo o primeiro deles chamado de GraphIO, utilizado na leitura e salvamento de grafos em arquivos no formato Pajek NET, e o segundo módulo, chamado de GraphGenerator, responsável por gerar grafos com base na quantidade de vértices, número mínimo de grau por vértice e número máximo de grau por vértice.

Para garantir que todos os algoritmos estão funcionando corretamente e retornando resultados esperados, foram desenvolvidas baterias de teste para cada uma das funções do sistema. Assim, é possível ter certeza e confiar que tanto o processamento que ocorre nas matrizes, quanto os que ocorrem nas listas entregam os mesmos resultados de adição e remoção de arestas, ponderação de vértices e arestas, e para todas as outras funções. Os testes foram escritos utilizando a biblioteca Junit do próprio Java.

A Organização de todo o sistema pode ser representada pelo seguinte diagrama de classe:

Figura 1: Diagrama de Classe

2.2 Busca Naive

A busca Naive funciona com base em uma busca em profundidade. Um algoritmo ingênuo que busca pontes em um grafo não direcionado apenas levando em consideração a quantidade de vezes que teve que recomeçar a busca no caso de encerrar a exploração de uma árvore e ainda existirem vértices a serem explorados.

Esse tipo de abordagem não produz resultados precisos pois a cada execução, e a depender do vértice inicial, o algoritmo pode produzir resultados diferentes, podendo encontrar pontes em grafos fortemente-conexos e não encontrar nenhuma ponte em grafos simplesmente conexos. Isso porque, o algoritmo ingênuo é implementado de tal forma que testa a conectividade do grafo, através da busca em profundidade, após remover e repor arestas do grafo. Ele executa desta forma para todas as arestas de um grafo não direcionado.

2.3 Algoritmo de Tarjan

Parte da proposta do trabalho foi a implementação do método de Tarjan para encontrar pontes em um grafo. Inicialmente o algoritmo foi desenvolvido em um classe separada que herdava suas propriedades da classe Graph. O método consiste em realizar uma busca em largura, porém se atentando aos seguintes detalhes:

- Em uma aresta (v,w), onde v representa o vértice pai e atual descoberto pela busca e w o vértice filho que ainda será visitado, tal aresta será uma ponte caso não haja nenhuma outra aresta alternativa para alcançar v ou um acenstral de v com raiz em w.

Para verificar essas condições, o código armazena o tempo em que o primeiro vértice acessível a partir de uma sub-árvore gerada pela busca com raiz em x (sendo x um dos vértices do grafo) é visitado em um vetor low[x]. Para uma aresta (v,w) ser caracterizada como ponte durante o agoritmo de busca, o tempo de descoberta do vértice v deve ser menor que low[w], ou $TD[v] < low[w]$.

Após os testes feitos, comparado as buscas de um mesmo grafo com outros algoritmos (como o naive), os métodos foram transferidos para a classe Graph principal.

2.4 Ciclo Euleriano

Passa uma única vez por cada aresta no grafo, partindo e chegando a um mesmo vértice.

- Para haver um ciclo euleriano, todo vértice deve ter grau par, como já discutimos.

O algoritmo de Fleury, proposto em 1883, utiliza um grafo reduzido induzido pelas arestas ainda não marcadas

- Inicialmente todas as arestas estão não marcadas.
- As arestas vão sendo "marcadas", ou removidas do grafo, a medida em que vão sendo inseridas no ciclo

Regra da ponte: se uma aresta v, w é uma ponte no grafo reduzido, então v, w só deve ser escolhida caso não haja outra opção.

2.5 Algoritmo de Fleury

Passo a passo para um grafo não dirigido e não valorado

1. Verifique se o grafo apresenta as condições para ter um ciclo euleriano
2. Caso positivo, escolha um vértice V1 para começar.
3. Entre os vértices adjacentes a V1, faça
   (a) Se há apenas um vértice como opção, escolha este como V2.
   (b) Se há mais de um vértice possível, escolha um V2 apropriado dentre eles (ou seja, um que "não repita a ponte").
4. Remova a aresta (V1, V2).
5. Se ainda houver arestas não percorridas, volte ao passo 3, partindo agora de V2 (V2 é o novo V1).
6. Caso contrário, imprima o caminho percorrido.