Graph Theory

ENDAH SEPTA SINTIYA,S.PD,.M.KOM.

Untuk apa Graf?

“Matematika menjadi hal utama untuk menjawab tantangan di masa depan. Dengan mempelajarinya, manusia akan terus berkembang dan menciptakan teknologi mutakhir”(Prof. Edy Tri Baskoro/ITB).

Dalam era digital, teori Graf bermanfaat untuk **menciptakan link** yang ada di internet, algoritma, transportasi, kecerdasan buatan, GPS,Gmaps.

Peran dan Aplikasi Teori Graf dalam Kehidupan Sehari-hari

Adi Permana - Kamis, 21 Februari 2019, 16:59:02 - *Diperbaharui : Senin, 25 - Februari - 2019, 15:11:12*

Twitter Facebook Google+ Stumbleupon LinkedIn

Selain itu, teori Graf juga berguna dalam penambangan data atau data mining. Arti dari istilah ini adalah sebuah proses untuk menemukan pola atau informasi dalam big data. Pola tersebut haruslah mudah dipahami dan dapat menentukan suatu kejadian yang sering terjadi dalam kumpulan data. "Dalam penambangan data dapat dilakukan 4 pendekatan yaitu pengelompokan, klasifikasi, prediksi, dan perkiraan. Kegiatan ini bertujuan untuk menemukan keteraturan yang melekat dalam suatu big data seperti tipe produk yang sering dibeli dalam suatu transaksi online, prediksi pembelian barang setelah membeli sesuatu, jenis DNA yang sensitif terhadap obat baru dalam dunia kedokteran karena graf ada dimana-mana," tuturnya.

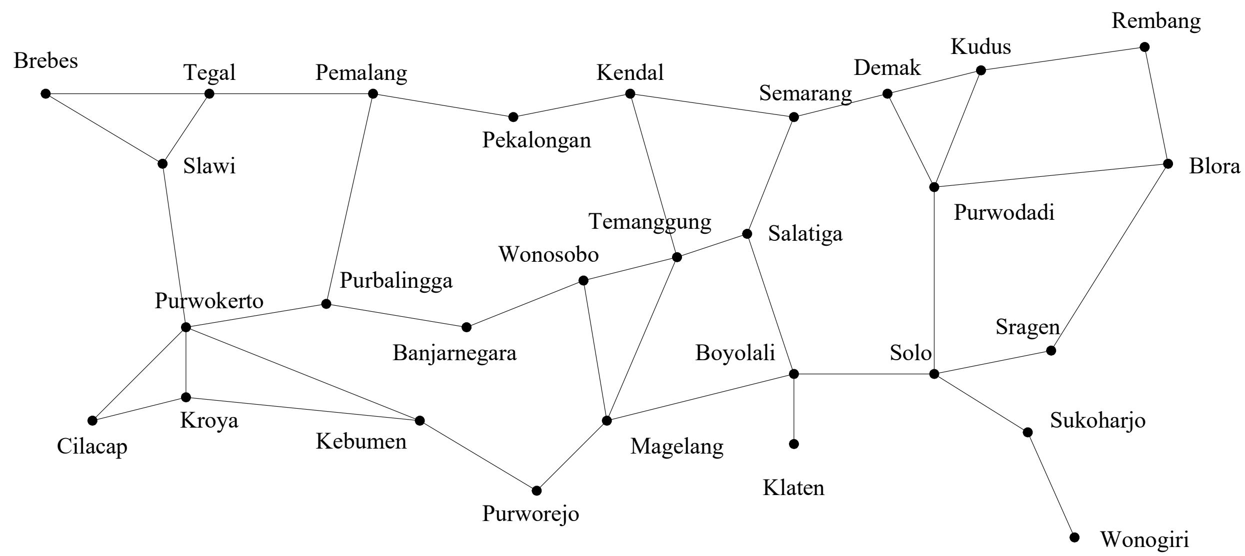
Pada akhir kuliah umumnya, Prof. Edy menekankan kembali bahwa teori Graf memiliki peran untuk memecahkan permasalahan dalam berbagai bidang. "Penggunaan teori Graf akan terus meningkat harus berjalan beriringan dengan pengembangan matematika. Hal tersebut diperlukan untuk meningkatkan kemampuan masyarakat Indonesia dalam berinovasi supaya manfaat yang didapatkan lebih besar terutama dalam meningkatkan perekonomian negara dan kemajuan teknologi," pungkasnya.

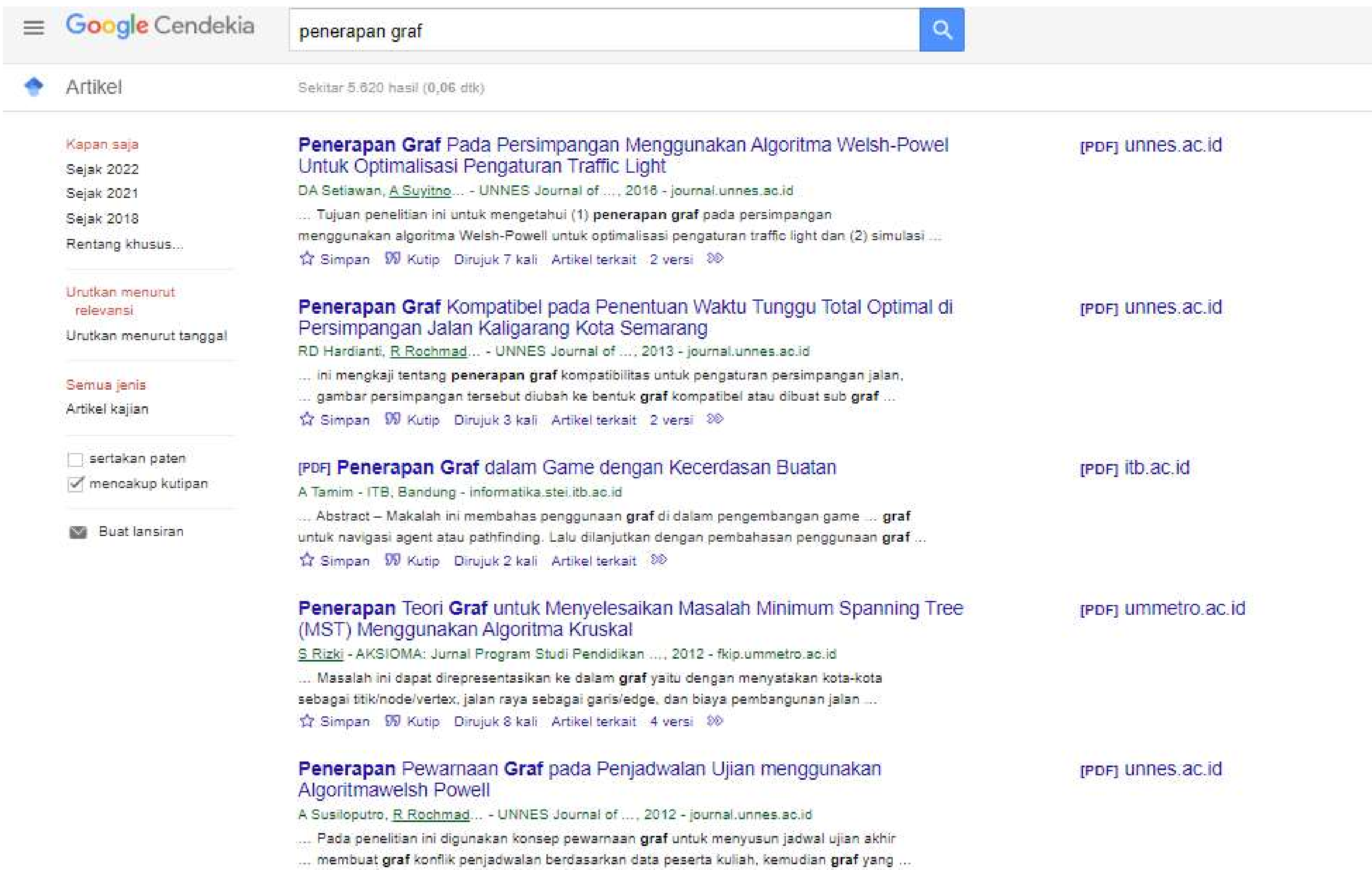
Sumber : https://www.itb.ac.id/news/read/56994/home/peran-dan-aplikasi-teori-graf-dalam-kehidupan-sehari-hari

Introduction

Graf/Grafik dimodelkan untuk menghubungkan relasi antara benda
Teori Graf dapat dimodelkan menjadi berbagai tipe dari relasi dan proses dalam sistem informasi.

Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut dengan simbol **titik** dan **garis**.

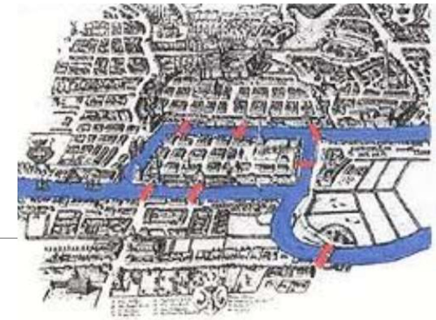



Google Cendekia
penerapan graf
Artikel
Sekitar 5.620 hasil (0,06 dtk)
Kapan saja
Sejak 2022
Sejak 2021
Sejak 2018
Rentang khusus...
Urutkan menurut relevansi
Urutkan menurut tanggal
Semua jenis
Artikel kajian
sertakan paten
mencakup kutipan
Buat lansiran
Penerapan Graf Pada Persimpangan Menggunakan Algoritma Welsh-Powel Untuk Optimalisasi Pengaturan Traffic Light
DA Setiawan, A Suyitno... - UNNES Journal of ..., 2016 - journal.unnes.ac.id
... Tujuan penelitian ini untuk mengetahui (1) penerapan graf pada persimpangan menggunakan algoritma Welsh-Powell untuk optimalisasi pengaturan traffic light dan (2) simulasi ...
Simpan Kutip Dirujuk 7 kali Artikel terkait 2 versi
[PDF] unnes.ac.id
Penerapan Graf Kompatibel pada Penentuan Waktu Tunggu Total Optimal di Persimpangan Jalan Kaligarang Kota Semarang
RD Hardianti, R Rochmad... - UNNES Journal of ..., 2013 - journal.unnes.ac.id
... ini mengkaji tentang penerapan graf kompatibilitas untuk pengaturan persimpangan jalan, ... gambar persimpangan tersebut diubah ke bentuk graf kompatibel atau dibuat sub graf ...
Simpan Kutip Dirujuk 3 kali Artikel terkait 2 versi
[PDF] unnes.ac.id
[PDF] Penerapan Graf dalam Game dengan Kecerdasan Buatan
A Tamim - ITB, Bandung - informatika.stei.itb.ac.id
... Abstract – Makalah ini membahas penggunaan graf di dalam pengembangan game ... graf untuk navigasi agent atau pathfinding. Lalu dilanjutkan dengan pembahasan penggunaan graf ...
Simpan Kutip Dirujuk 2 kali Artikel terkait
[PDF] itb.ac.id
Penerapan Teori Graf untuk Menyelesaikan Masalah Minimum Spanning Tree (MST) Menggunakan Algoritma Kruskal
S Rizki - AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan ..., 2012 - fkip.ummetro.ac.id
... Masalah ini dapat direpresentasikan ke dalam graf yaitu dengan menyatakan kota-kota sebagai titik/node/vertex, jalan raya sebagai garis/edge, dan biaya pembangunan jalan ...
Simpan Kutip Dirujuk 8 kali Artikel terkait 4 versi
[PDF] ummetro.ac.id
Penerapan Pewarnaan Graf pada Penjadwalan Ujian menggunakan Algoritmawelsh Powell
A Susiloputro, R Rochmad... - UNNES Journal of ..., 2012 - journal.unnes.ac.id
... Pada penelitian ini digunakan konsep pewarnaan graf untuk menyusun jadwal ujian akhir ... membuat graf konflik penjadwalan berdasarkan data peserta kuliah, kemudian graf yang ...
[PDF] unnes.ac.id

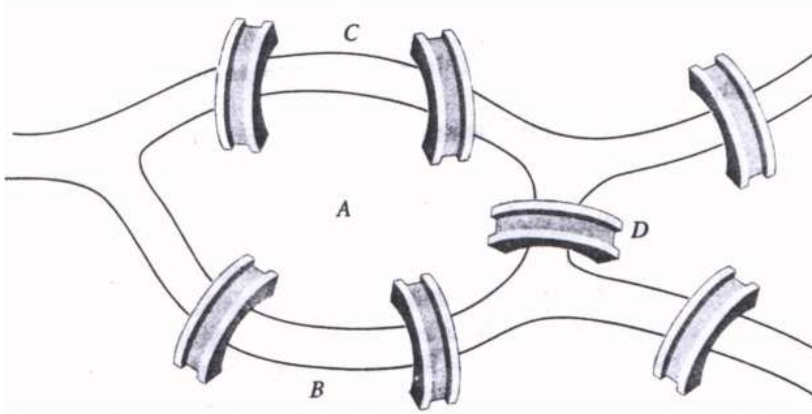
Leonhard Euler
15 April 1707 – 18 September 1783

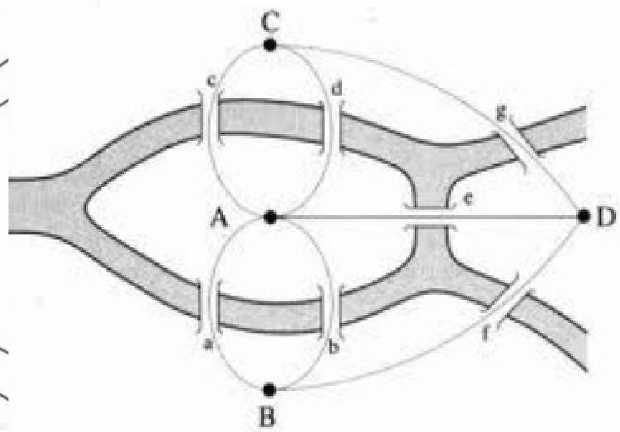
Sejarah Graf
Masalah jembatan Königsberg (tahun 1736)

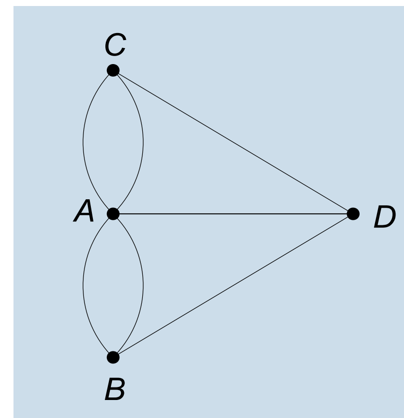
"Seven Bridge of Konigsberg".



Konigsberg Bridge Problem







Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg:
- Simpul (*vertex*) → menyatakan daratan
- Sisi (*edge*) → menyatakan jembatan

Definisi:

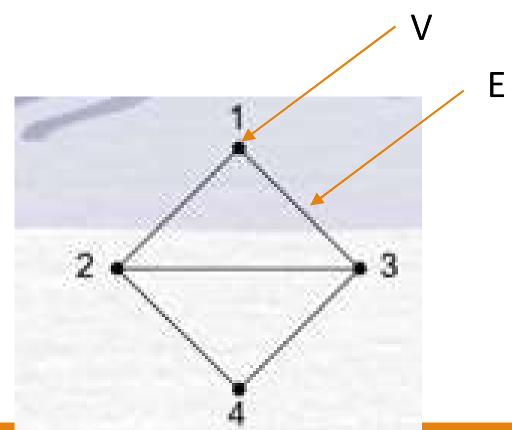
– Definisi graf adalah himpunan $G = (V, E)$, dimana:

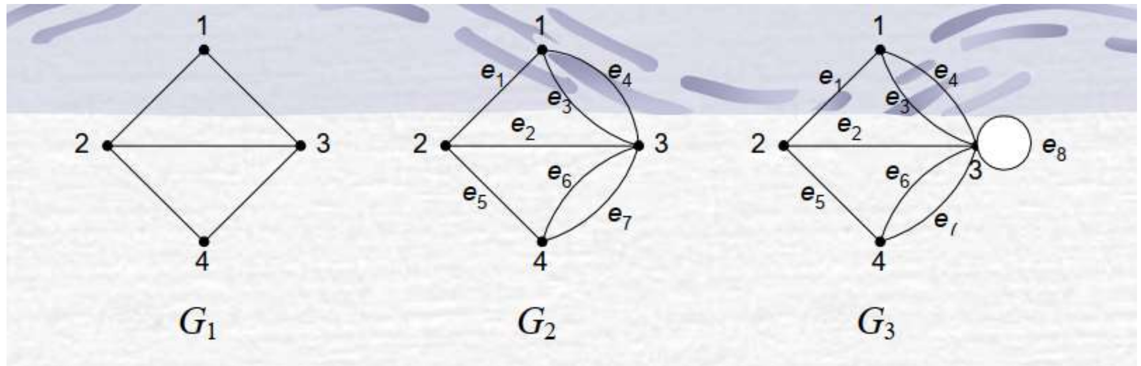
V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices)

= { $v1$, $v2$, ... , vn }

E = himpunan sisi (edges) yang menghubungkan sepasang simpul

= {$e1$, $e2$, ... , en }





Gambar 2. (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

Pada *G*2,
sisi *e*3 = **(1, 3)** dan sisi *e*4 = **(1, 3)** dinamakan **sisiganda** (*multiple edges* atau *paralel edges*) karena kedua sisi ini menghubungi dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3

Pada *G*3, sisi *e*8 = (**3, 3**) dinamakan **gelang** atau **kalang** (*loop*)
karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

G1 adalah graf dengan
V = { 1, 2, 3, 4 }
E = { (1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4) }

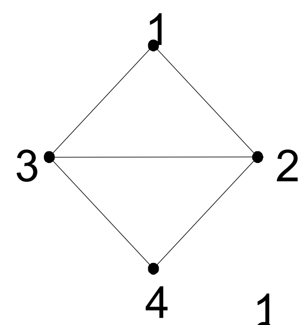
G2 adalah graf dengan
V = { 1, 2, 3, 4 }
E = { **(1, 2),** (2, 3), (**1, 3**), (**1, 3**), (2, 4), (3, 4), (3, 4) }
= { ***e*1**, *e*2, *e*3, *e*4, *e*5, *e*6, *e*7}

G3 adalah graf dengan
V = { 1, 2, 3, 4 }
E = { (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4), (**3, 3**) }
= { *e*1, *e*2, *e*3, *e*4, *e*5, *e*6, *e*7, *e*8}

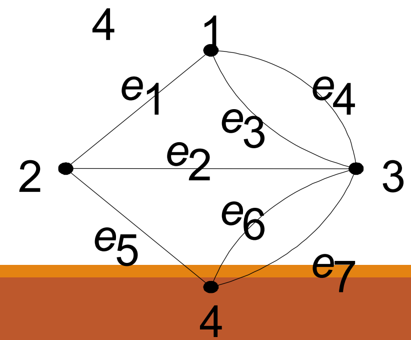
Jenis Graf

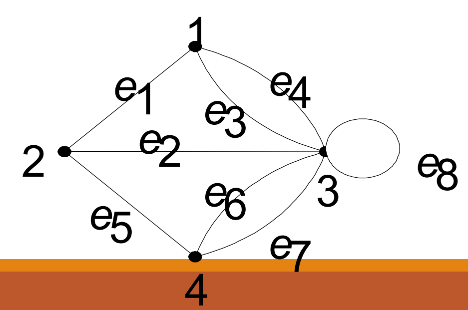
Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graph, maka graph digolongkan menjadi dua jenis:

1. **Graph sederhana** (*simple graph*).



2. **Graph tak-sederhana** (*unsimple-graph*).



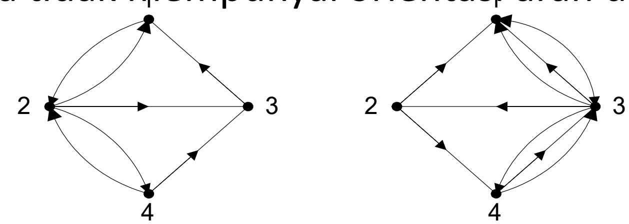


Jenis Graf

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

1. **Graf tak-berarah** (*undirected graph*)

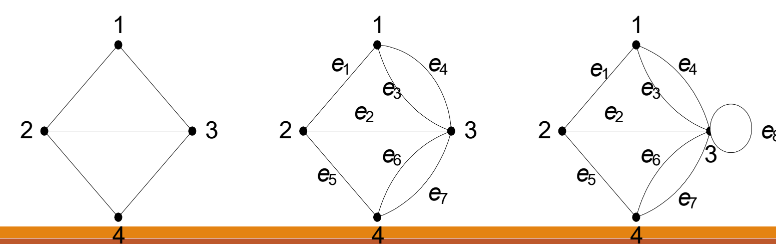
Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah.



(a) graph berarah, (b) graph-ganda berarah

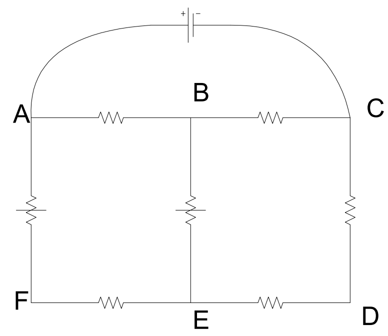
2. **Graf berarah** (*directed graph* atau *digraph*)

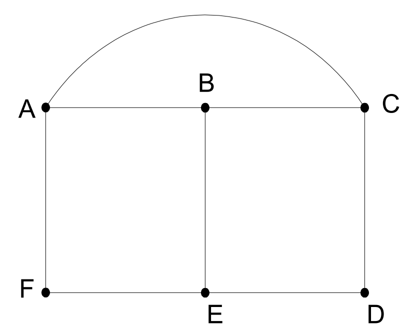
Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.



Contoh penerapan Graf

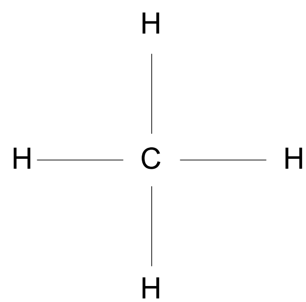
Rangkaian listrik



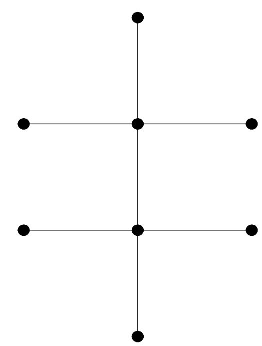


Contoh penerapan Graf

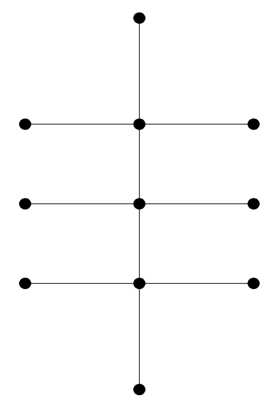
Isomer senyawa kimia karbon



metana (CH4)



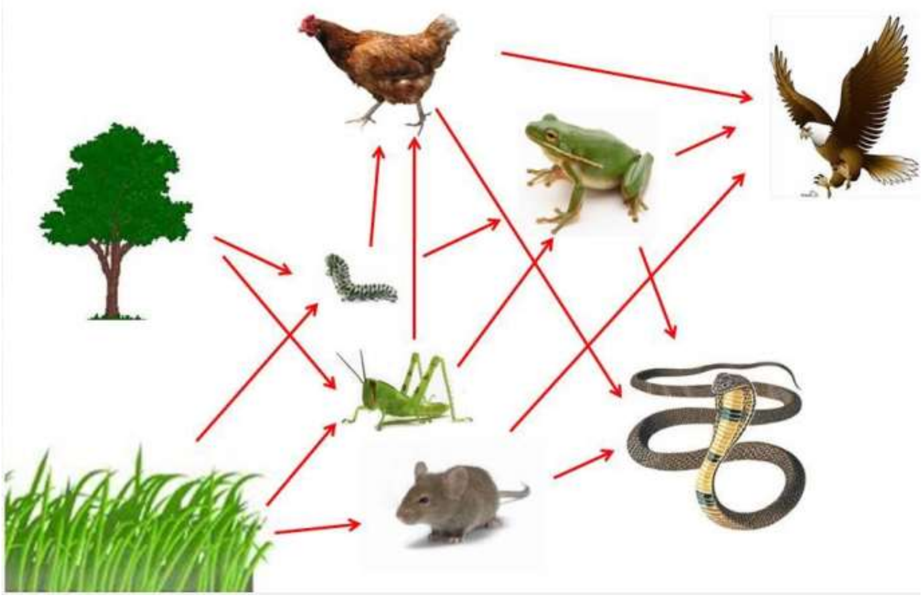
etana (C2H6)



propana (C3H8)

Contoh penerapan Graf

-Jejaring makanan (Biologi)



Terminologi Graf

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)

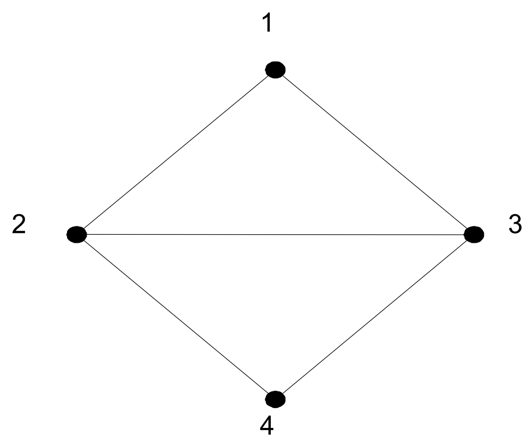
Dua buah simpul dikatakan *bertetangga* bila keduanya terhubung langsung.

Tinjau graph :

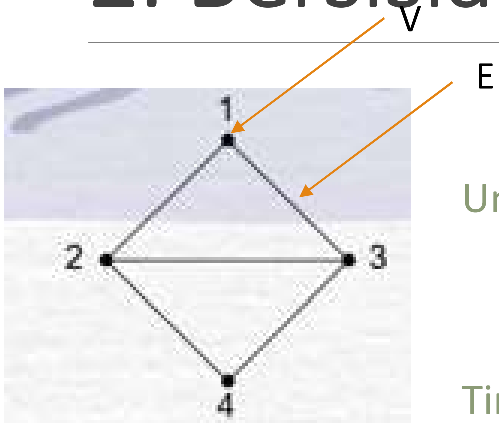
simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3,

simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.

Graph



2. Bersisian (*Incidency*)



Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$ dikatakan

e bersisian dengan simpul v_j , atau

e bersisian dengan simpul v_k

Tinjau graph :

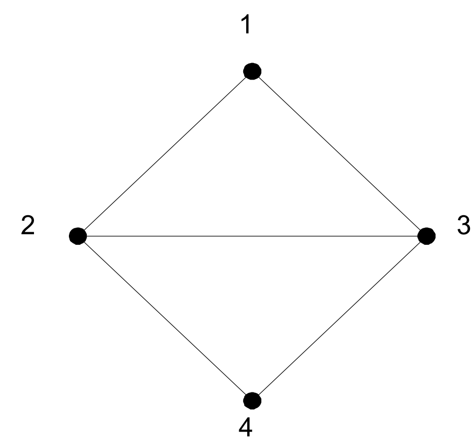
sisi (2, 3) bersisian dengan simpul 2

dan simpul 3,

sisi (2, 4) bersisian dengan simpul 2

dan simpul 4,

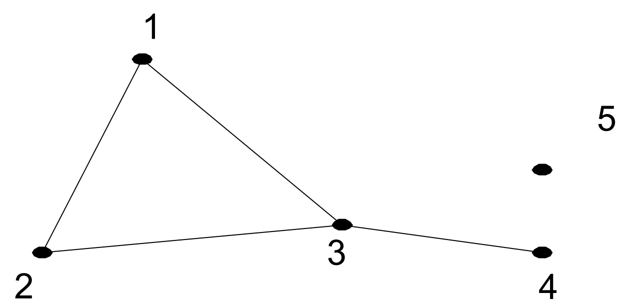
tetapi sisi (1, 2) tidak bersisian dengan simpul 4.



3. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)

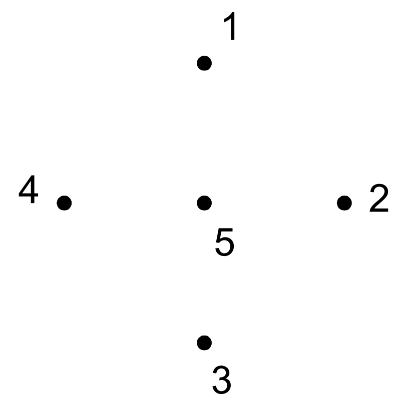
Simpul terpencil ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.

Tinjau graph : simpul 5 adalah simpul terpencil



4. Graph Kosong (*null graph* atau *empty graph*)

Graph yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (N_n).



5. Derajat (*Degree*)

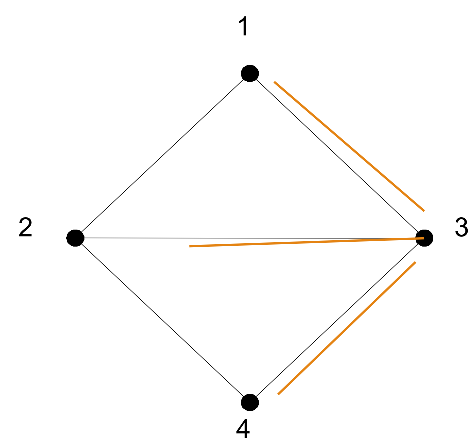
Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

Notasi: $d(v)$

Tinjau graph $G1$:

$d(1) = d(4) = 2$

$d(2) = d(3) = 3$



Derajat (*Degree*)

Tinjau graph $G3$:

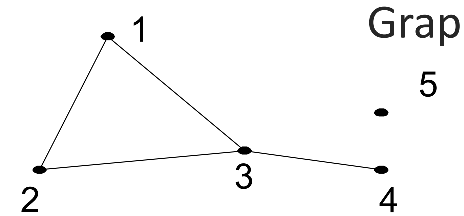
$d(5) = 0$ → simpul terpencil

$d(4) = 1$ → simpul anting-anting (*pendant vertex*)

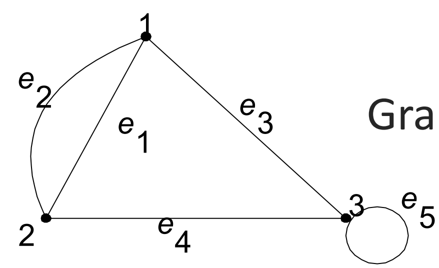
Tinjau graph $G2$:

$d(1) = 3$ → bersisian dengan sisi ganda

$d(3) = 4$ → bersisian dengan sisi gelang (*loop*)



Graph G3



Graph G2

Derajat (*Degree*)

Pada graph berarah,

$d_{\text{in}}(v)$ = derajat-masuk (*in-degree*)

= jumlah busur yang masuk ke simpul v

$d_{\text{out}}(v)$ = derajat-keluar (*out-degree*)

= jumlah busur yang keluar dari simpul v

$d(v) = d_{in}(v) + d_{out}(v)$

Derajat (*Degree*)

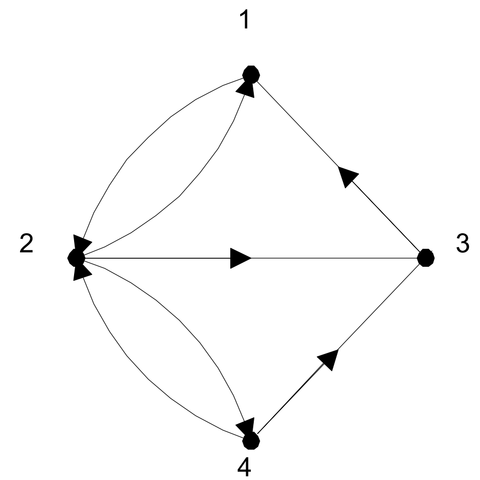
Tinjau graph :

$d_{in}(1) = 2; d_{out}(1) = 1$

$d_{in}(2) = 2; d_{out}(2) = 3$

$d_{in}(3) = 2; d_{out}(3) = 1$

$d_{in}(4) = 1; d_{out}(4) = 2$



$d(v) = d_{in}(v) + d_{out}(v)$

Lemma Jabat Tangan ***/Handshaking Lemma***

Jumlah derajat semua simpul pada suatu graph adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graph tersebut.

Dengan kata lain, jika $G = (V, E)$, maka

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$$

Lemma Jabat Tangan

Tinjau graph *G*1:

$d(1) + d(2) + d(3) + d(4) =$

$2 + 3 + 3 + 2 = 10 =$

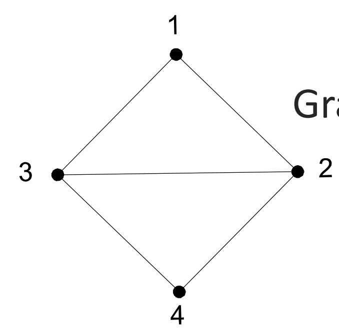
$2 \times$ jumlah sisi $= 2 \times 5$

Tinjau graph *G*2:

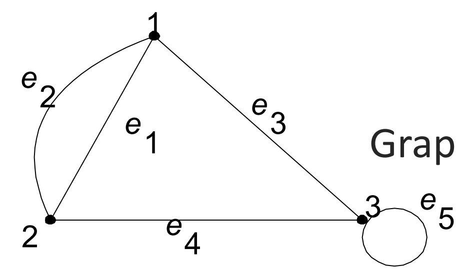
$d(1) + d(2) + d(3)$

$= 3 + 3 + 4 = 10$

$= 2 \times$ jumlah sisi $= 2 \times 5$



Graph G_1



Graph G_2

Lemma Jabat Tangan

Tinjau graph G_3:

$d(1) + d(2) + d(3) + d(4) + d(5)$

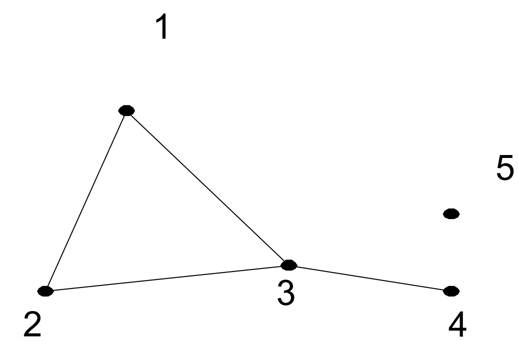
$= 2 + 2 + 3 + 1 + 0$

$= 8$

$= 2 \times$ jumlah sisi

$= 2 \times 4$

Graph G_3



Lemma Jabat Tangan

Contoh.

Diketahui graph dengan lima buah simpul. Dapatkah kita menggambar graph tersebut jika derajat masing-masing simpul adalah:

(a) 2, 3, 1, 1, 2

(b) 2, 3, 3, 4, 4

Penyelesaian:

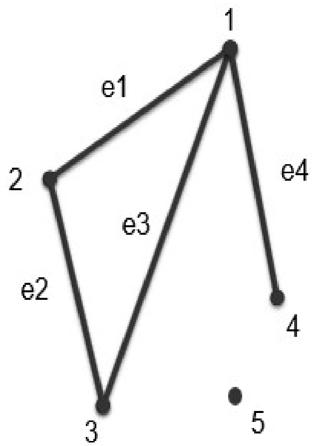
(a) tidak dapat, karena jumlah derajat semua simpulnya ganjil

(2 + 3 + 1 + 1 + 2 = 9).

(b) dapat, karena jumlah derajat semua simpulnya genap

(2 + 3 + 3 + 4 + 4 = 16).

6. Lintasan (*Path*)



Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graph G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk v_0, e_1, v_1, e_2, v_2,... , v_{n-1}, e_n, v_n sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, ... , $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graph G.

Lintasan tertutup adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama, sedangkan **lintasan terbuka** berawal dan berakhir dari simpul yang berbeda.

Contoh:

1-e1-2-e2-3 adalah sebuah lintasan

1-e1-2-e2-3-e3-1 adalah sebuah lintasan tertutup

4-e4-1-e3-3 adalah sebuah lintasan terbuka.

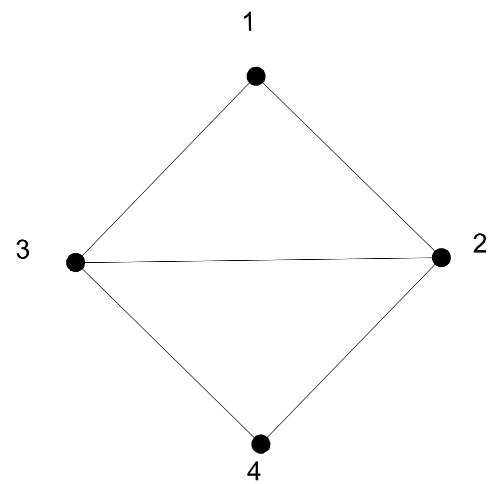
7. Siklus (*Cycle*) atau Sirkuit (*Circuit*)

Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut **sirkuit** atau **siklus**. istilah lain dari lintasan tertutup.

Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Sirkuit 1, 2, 3, 1 pada *G*1 memiliki panjang 3.

Tinjau graph *G*1:

1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit.

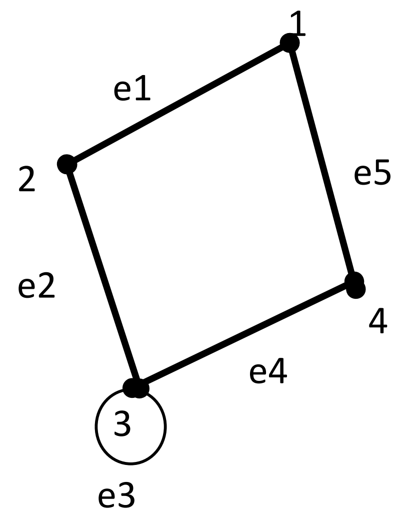


SIRKUIT EULER

- **Sirkuit Euler** adalah sirkuit yang melewati setiap sisi dari sebuah graf tepat satu kali dan setiap simpul dilewati paling tidak 1 kali.

- Contoh Sirkuit Euler pada gambar di atas adalah:

  1-e1-2-e2-3-e3-3-e4-4-e5-1

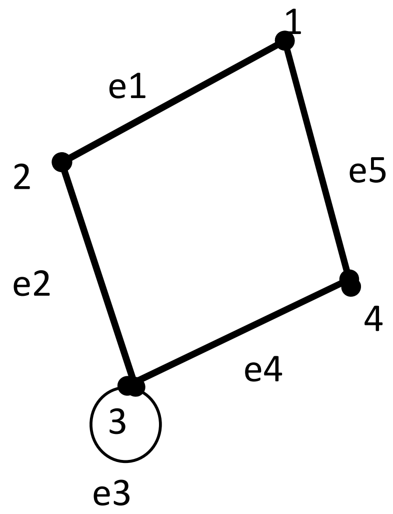


SIRKUIT HAMILTON

- **Sirkuit Hamilton** adalah sebuah sirkuit yang melewati setiap simpul dari sebuah graf tepat satu kali, (kecuali titik yang merupakan titik awalnya).

- Contoh Sirkuit Hamilton pada gambar di samping:

  1-e1-2-e2-3-e4-4-e5-1



Representasi Graph

1. **Matriks Ketetanggaan (*adjacency matrix*)**
2. **Matriks Bersisian (*incidency matrix*)**
3. **Senarai Ketetanggaan (*adjacency list*)**

1. Matriks Ketetanggaan (*adjacency matrix*)

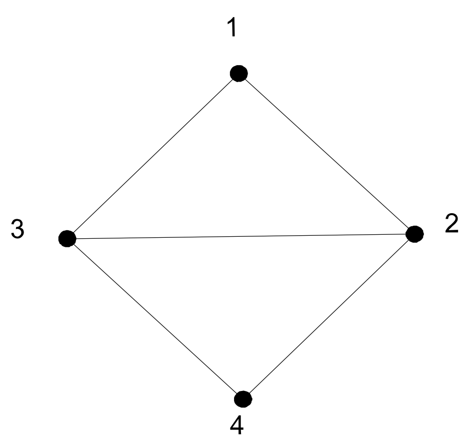
$A = [a_{ij}]$,

1, jika simpul i dan j bertetangga a_{ij} = {

0, jika simpul i dan j tidak bertetangga

Matriks Ketetanggaan (*adjacency matrix*)

Graph

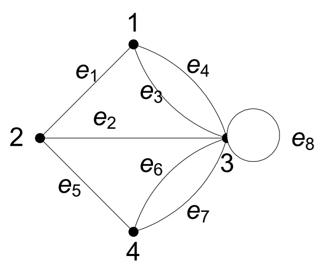


Matriks Ketetanggaan

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriks Ketetanggaan (*adjacency matrix*)

Graph



Matriks Ketetanggaan

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Derajat tiap simpul *i*:

(a) Untuk graph tak-berarah,

$$d(v_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$$

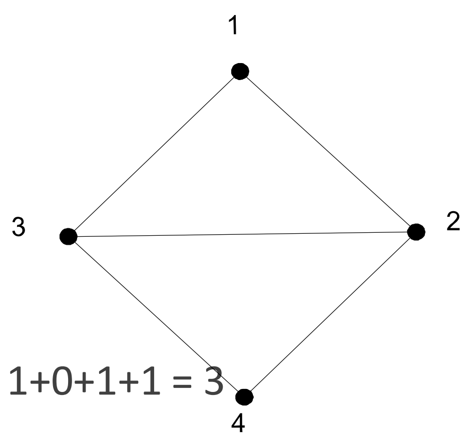
(b) Untuk graph berarah,

$d_{in}(v_j)$ = jumlah nilai pada kolom j = $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$

$d_{out}(v_i)$ = jumlah nilai pada baris i = $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$

Derajat tiap simpul

Graph



Derajat simpul 2 = 1+0+1+1 = 3

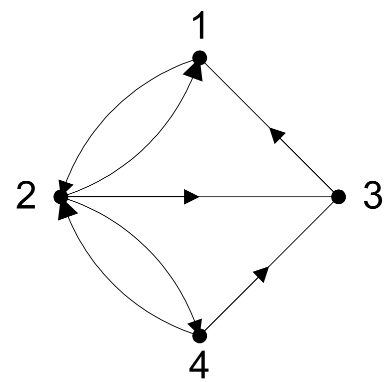
Derajat simpul 4 = 0+1+1+0 = 2

Matriks Ketetanggaan

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Derajat tiap simpul

Graph



Matriks Ketetanggaan

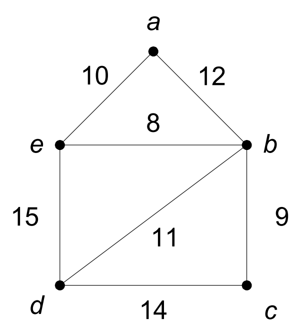
$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Derajat masuk simpul 2 = 1+0+0+1 = 2

Derajat keluar simpul 2 = 1+0+1+1 = 3

Matriks Ketetanggaan
Graph Berbobot

Tanda $\propto$ bila tdk ada sisi dari simpul I ke j



Matriks Ketetanggaan

$$
\begin{array}{c}
\\ a \\ b \\ c \\ d \\ e
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\
\begin{bmatrix}
\infty & 12 & \infty & \infty & 10 \\
12 & \infty & 9 & 11 & 8 \\
\infty & 9 & \infty & 14 & \infty \\
\infty & 11 & 14 & \infty & 15 \\
10 & 8 & \infty & 15 & \infty
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

2. Matriks Bersisian (*incidency matrix*)

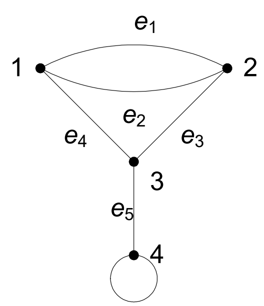
$A = [a_{ij}]$,

1, jika simpul i bersisian dengan sisi j

a_{ij} = { 0, jika simpul i tidak bersisian dengan sisi j}

Matriks Bersisian (*incidency matrix*)

Graph

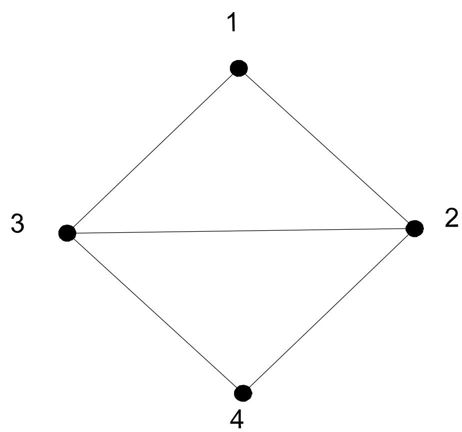


Matriks Bersisian

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} e1 & e2 & e3 & e4 & e5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

3. Senarai Ketetanggaan (*adjacency list*)

Graph

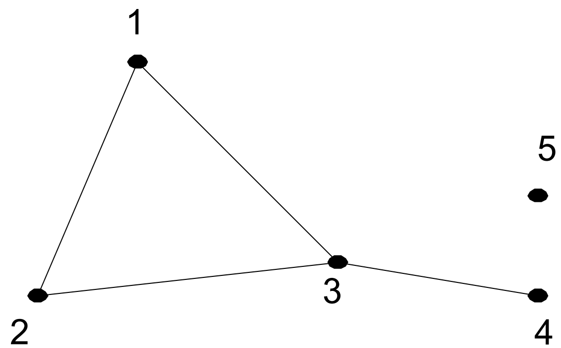


Senarai Ketetanggaan

Simpul	Simpul Tetangga
1	2, 3
2	1, 3, 4
3	1, 2, 4
4	2, 3

Matriks Ketetanggaan (*adjacency matrix*)

Graph



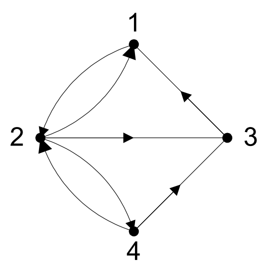
Senarai Ketetanggaan

Simpul	Simpul Tetangga
1	2, 3
2	1, 3
3	1, 2, 4
4	3
5	-

Senarai Ketetanggaan (*adjacency list*)

Graph

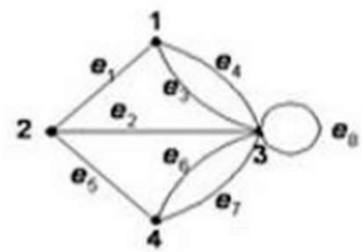
Senarai Ketetanggaan



Simpul	Simpul Terminal
1	2
2	1, 3, 4
3	1
4	2, 3

Tugas 1

1. a. Tuliskan himpunan simpul / vertex (V) dan sisi / edge (E) dari graf di bawah ini!



   b. Pada gambar di tersebut, sebutkan simpul-simpul yang bertetangga dengan simpul 1, 2, dan 3, dan 4!
   c. Sebutkan sisi-sisi yang bersisian dengan simpul 1, 2, 3, dan 4!
   d. Berapakah derajat dari simpul 1, 2, 3, dan 4?
   e. Sebutkan 6 buah lintasan yang ada pada graf tersebut!
   f. Sebutkan pula 6 buah sirkuit yang ada pada graf tersebut!

Tugas 2

2. Berilah contoh graf tidak kosong paling sederhana yang memenuhi kondisi berikut:
    a. Tidak memiliki simpul berderajat ganjil
    b. Tidak memiliki titik berderajat genap
    c. Memiliki tepat 1 titik berderajat ganjil
    d. Memiliki tepat 2 titik berderajat ganjil

Tugas 3

3. Tentukan apakah ada graf sederhana dengan 5 titik yang masing-masing berderajat berikut ini. Jika ada, gambarkan graf tersebut!
   a. 3, 3, 3, 2, 3
   b. 1, 2, 4, 3, 5
   c. 1, 2, 3, 4, 4
   d. 0, 1, 2, 2 ,3

Tugas 4

Carilah 3 contoh penerapan graph dalam kehidupan sehari-hari