Parte 1 – Strumenti

1.1 G-moduli.

Definizione 1. Modulo Indotto

$$\mathrm{Ind}_H^G(A) = \mathrm{Hom}_H(G, A) = \{f : G \to A \mid f(hg) = hf(g) \forall h \in H\}$$

su cui agiamo a sinistra: $g \cdot f(x) = f(xg)$. In realtà questa era la definizione di modulo coindotto, secondo Maffei! Il grande trucco è che useremo solo gruppi finiti, per i quali le definizioni coincidono

$$\mathrm{Ind}_H^G(A) = \mathbb{Z}[G] \otimes_{\mathbb{Z}[H]} A$$

1.2 La Coomologia

Lemma 2. *Mod_G ha abbastanza iniettivi.*

Questo ci serve per poter definire la coomologia passando per le risoluzioni iniettive: prendiamo il funtore $F\colon A \mapsto A^G$ e definiamo $H^i(G, A) = R^i F(A)$.

Teorema 2.1 (Proprietà fondamentali della coomologia)**.** *Abbiamo*

1. *$H^0(G,\, A) = A^G$.*
2. *Gli iniettivi sono aciclici.*
3. *Per ogni successione esatta corta, ne abbiamo una esatta lunga in coomologia.*

Lemma 3.

$$\mathrm{Hom}_H(B,\, A) = \mathrm{Hom}_G(B,\, \mathrm{Ind}_H^G(A))$$