

# Estudio cualitativo y cuantitativo de la Ley de Conservación de la Energía Mecánica en un sistema mecánico sencillo.

Ramírez, D. \*, Brown, H. \*\*

\*Área académica de Ingeniería Mecatrónica, Instituto Tecnológico de Costa Rica.

\*\*Escuela Ingeniería Seguridad Laboral e Higiene Ambiental, Instituto Tecnológico de Costa Rica.

\*d.ramirez@estudiantec.cr

\*\*hillarybrownp@estudiantec.cr

## RESUMEN

La siguiente práctica de la Ley de Conservación de la Energía Mecánica tuvo como objetivo estudiar cualitativa y cuantitativamente la Ley de Conservación de la Energía Mecánica en un sistema mecánico sencillo. Para el estudio de la energía mecánica se contó con dos fotoceldas, un SMART TIMER, el cual permitió medir el tiempo que le tomó al carrito desplazarse entre fotoceldas, una pista de baja fricción, un carrito, una prensa de mesa y una varilla, que permitieron darle un ángulo de inclinación a la pista de baja fricción, un indicador de ángulo, una cinta métrica para medir las distintas alturas y una balanza para determinar la masa del carrito. Una vez calculadas las energías, cinéticas, potencial gravitacional y mecánica, se pudo graficar el comportamiento de estas en función del tiempo. Además, se realizó el cálculo de la incertidumbre estándar combinada para cada medida indirecta. Este experimento se realizó despreciando las fuerzas disipativas presentes: la fuerza de fricción y el efecto de la resistencia del aire. Al analizar la gráfica de la energía mecánica en función del tiempo, se corroboró que la energía mecánica de un sistema en el que se pueden despreciar las fuerzas disipativas no se mantiene constante en su totalidad. Asimismo, se comprobó que la energía cinética tiende a aumentar con respecto al paso del tiempo en este experimento, mientras que la energía potencial gravitacional disminuye.

## PALABRAS CLAVE

Energía mecánica, energía cinética, energía potencial, Ley de Conservación de la Energía Mecánica, energía.

## INTRODUCCIÓN

La Ley de la conservación de la energía constituye el primer principio de la termodinámica, en el cual se afirma que la cantidad total de energía en cualquier sistema aislado (sin interacción con ningún otro sistema) permanece invariable con el tiempo, sin embargo, dicha energía puede transformarse en otra forma de energía (Riquelme, J., s. f.).

De igual forma, la Ley de la conservación de la energía constituye una de las principales de la física, donde la teoría comenta que la energía no se crea ni se destruye, únicamente se transforma (Amalla & Rodríguez, 2007).

Cuando el trabajo neto efectuado sobre un sistema es igual a cero, es decir, no hay presencia de fuerzas disipativas, la energía mecánica de dicho sistema se conserva. La energía mecánica, en un instante determinado, de un cuerpo corresponde a la suma de la energía cinética y la energía potencial, tal como se muestra en la ecuación 1.

$$E = K + U \quad 1$$

Donde E representa la energía mecánica, K la energía cinética y U la energía potencial.

A su vez, la energía cinética se puede representar mediante la ecuación 2, siendo esta el producto entre la mitad de la masa del cuerpo y la rapidez al cuadrado en un instante determinado.

$$K = \frac{m}{2} \cdot v^2 \quad 2$$

Donde m representa la masa del cuerpo, v la rapidez en un instante determinado y K es conocida como la energía cinética.

Por su parte, la energía potencial gravitacional se puede definir mediante el producto de la masa del cuerpo, la magnitud de la aceleración gravitacional y la altura con respecto a un nivel de referencia, obteniendo así la ecuación 3.

$$U_{mg} = m \cdot g \cdot h \quad 3$$

Donde  $m$  representa la masa del cuerpo,  $g$  la magnitud de la aceleración gravitacional,  $h$  la altura con respecto a un nivel de referencia, y  $U_{mg}$  es conocida como la energía potencial gravitacional.

Para efectos de este experimento, la aceleración gravitacional “ $g$ ” tendrá una magnitud equivalente a  $9,74 \frac{m}{s^2}$ .

La principal fuerza disipativa que encontramos a nuestro alrededor es la fuerza de fricción. Esta es la resistencia que muestran los objetos a deslizarse unos sobre otros.

Si entre los objetos dentro de un sistema actúan fuerzas no conservativas (como la fricción), la energía mecánica no se conserva. En estas situaciones, la diferencia entre la energía mecánica final total y la energía mecánica inicial total del sistema es igual a la energía transformada a energía interna por las fuerzas no conservativas (Serway & Jewett, 2008, p. 223).

Sin embargo, en situaciones donde alguna de las superficies de los objetos es muy lisa, la fricción suele ser despreciable. Un caso particular donde la fuerza de fricción actúa, pero no produce pérdidas de energía mecánica, es en el rodamiento sin deslizamiento (Young & Freedman, 2009).

Es por esto por lo que para este experimento se desprecia la fuerza de fricción, trabajando así con el sistema carro + campo gravitacional, en el cual la energía se conserva.

Dado que en el experimento un carrito se desplaza sobre una superficie, se puede hacer uso de la cinemática para explicar y calcular diversos aspectos de este movimiento.

Para describir la posición en función del tiempo del carrito, se emplea la ecuación 4, la cual corresponde a una ecuación cinemática.

$$x(t) = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad 4$$

Donde  $t$  representa el tiempo,  $x_i$  la posición inicial del carro,  $v_i$  la rapidez inicial del carro,  $a$  la magnitud de la aceleración, y  $x(t)$  se le conoce como la función para describir la posición en función del tiempo del carrito.

Por su parte, la ecuación 5 se emplea para representar la velocidad en función del tiempo.

$$v(t) = v_i + a \cdot t \quad 5$$

Donde  $t$  representa el tiempo,  $v_i$  la rapidez inicial del carro,  $a$  la magnitud de la aceleración, y  $v(t)$  se le conoce como la función para describir la velocidad en función del tiempo.

Partiendo de las premisas de que el carro inicia del reposo,  $v_i = 0 \text{ m/s}$ , y colocamos su punto de partida como punto de referencia,  $x_i = 0 \text{ m}$ , además de que acelera debido a la gravedad, se obtiene que la posición y velocidad en función del tiempo quedarían descritas por las ecuaciones 6 y 7, respectivamente.

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad 6$$

$$v(t) = a \cdot t \quad 7$$

Donde  $t$  representa el tiempo,  $a$  la magnitud de la aceleración gravitacional,  $x(t)$  se le conoce como la función para describir la posición en función del tiempo del carrito y  $v(t)$  se le conoce como la función para describir la velocidad en función del tiempo.

Mediante una combinación de las ecuaciones 6 y 7, es posible establecer una relación entre la rapidez, la posición y el tiempo, tal como se expresa en la ecuación 8.

$$v = \frac{2x}{t} \quad 8$$

Donde  $v$  es la magnitud de la velocidad,  $x$  la posición y  $t$  el tiempo que se tarda en alcanzar distintas posiciones.

De acuerdo con las ecuaciones expuestas, es posible, a partir de mediciones directas de alturas y tiempo que tarda el carrito en alcanzar distintas posiciones, se puede determinar la magnitud de las energías del carrito, siendo capaces a la vez de calcular su energía mecánica.

El objetivo general de este experimento es estudiar cualitativa y cuantitativamente la Ley de Conservación de la Energía Mecánica en un sistema mecánico sencillo. Asimismo, presenta como objetivos específicos realizar mediciones indirectas de velocidad, altura, energía cinética, energía potencial y energía mecánica, además de corroborar si la energía mecánica de un sistema en el que se pueden despreciar las fuerzas disipativas se mantiene constante, también, encontrar la relación entre la energía cinética y la energía potencial que se da en un sistema que mantiene la energía mecánica constante, igualmente, calcular la incertidumbre estándar combinada de cada medición indirecta de la energía mecánica del carrito.

## MÉTODOS Y MATERIALES

El equipo que se empleó para la realización del experimento se recopiló en la tabla 1.

**Tabla 1.** Equipo requerido para la realización del experimento.

Cantidad	Descripción
2	Fotoceldas
1	SMART TIMER
1	Pista de baja fricción
1	Carrito
1	Prensa de mesa
1	Varilla
1	Indicador de ángulo
1	Cinta métrica
1	Balanza

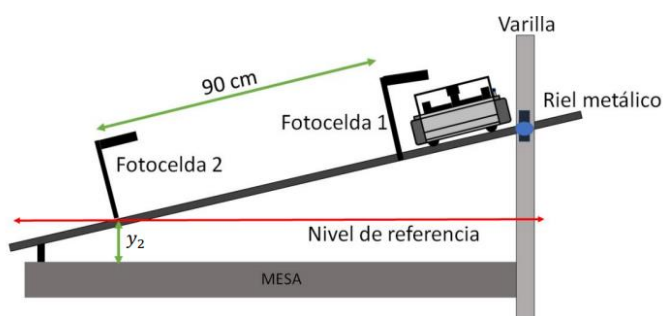
Se midió la masa del carrito<sup>1</sup> con la balanza.

Posteriormente, se armó el equipo a utilizar, tal como se muestra en la figura 1.



**Figura 1.** Montaje experimental utilizado para el estudio cualitativo y cuantitativo de la Ley de Conservación de la Energía Mecánica. Fuente: los autores.

Para el ensamblaje del equipo, se utilizó la prensa de mesa y la varilla para darle a la pista una inclinación de aproximadamente  $5^\circ$ . Dado a que el carrito iniciará su movimiento en la parte más alta de la pista, se colocó una fotocelda (F1) que marque su movimiento sobre el riel. La posición de F1 determinó la posición inicial  $x_i = 0$  m del movimiento. Además, se colocó una segunda fotocelda (F2) a 90 cm con respecto a la posición de F1, esto con la finalidad de que el SMART TIMER registrara el tiempo que le tomó al carrito recorrer la distancia entre F1 y F2. Por último, se conectaron las fotoceldas al SMART TIMER y se ajustó para medir el tiempo en la función *two gate*.



**Figura 2.** Diagrama experimental utilizado para el estudio cualitativo y cuantitativo de la Ley de Conservación de la Energía Mecánica. La altura  $y_2$  varía con cada distancia entre fotoceldas. Fuente: Práctica 2: Conservación de la Energía Mecánica (Apéndice 3)

Posteriormente, se anotó en una tabla la altura de F2<sup>2</sup> con respecto a la mesa cuando esta se ubica a 90 cm de F1. Este valor representó a  $y_2$ , la cual se tomó como la altura del nivel de referencia utilizado en el experimento.

Se colocó el carrito en la parte superior de la pista. Una vez activado el SMART TIMER, se liberó el mismo desde el reposo. Se registró en una tabla 10 veces el tiempo que le tomó al carrito recorrer desde F1 hasta pasar F2<sup>3</sup>.

Este mismo procedimiento se realizó colocando la fotocelda F2 a 80, 70, 60, 50, 40, 30 y 20 cm de F1.

Se registró la altura de la fotocelda F1 con respecto a la mesa<sup>4</sup>. Este valor se utilizó como la altura de posición inicial  $x_i = 0$  m.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### I. Cálculo de la energía cinética

Se calculó el tiempo promedio (apéndice 4, ecuación 10) que le tomó al carrito recorrer cada una de las distancias entre F1 y F2.

Utilizando el tiempo promedio y posición final para las diferentes posiciones de la fotocelda F2, se calculó

la velocidad (m/s) con la que el carrito alcanza cada posición de F2 utilizando la ecuación 8.

Se procedió a calcular la energía cinética del cuerpo en la posición final para cada lanzamiento, por medio de la ecuación 2, utilizando los valores calculados de la velocidad y el valor de la masa del carrito en kilogramos.

Los valores calculados para los tiempos promedios, velocidades y energía cinética se recopilaron en la tabla 2.

### II. Cálculo de la energía potencial

Se calculó la altura  $h$  (m) que tenía el carrito al alcanzar la fotocelda F2 en cada lanzamiento, por medio de la ecuación 9.

$$h = y_2 - y_1 \quad 9$$

Donde  $y_1$  es la altura del nivel de referencia y  $y_2$  la altura de la fotocelda F2 con respecto a la mesa en cada lanzamiento.

Se procedió a calcular la energía potencial gravitacional por medio de la ecuación 3, utilizando los valores de altura  $h$  en metros y el valor de la masa del carrito en kilogramos.

Los valores calculados para la altura  $h$  y la energía potencial gravitacional se recopilaron en la tabla 2.

### III. Cálculo de la energía mecánica y su incertidumbre

Se calculó la energía mecánica del carrito en la posición de fotocelda F2 para cada lanzamiento por medio de la ecuación 1. Se utilizaron los valores de la energía potencial y la energía mecánica previamente calculados. Se reportaron los resultados en la tabla 2.

**Tabla 2.** Cálculo del tiempo promedio, velocidad, altura  $h$ , energía cinética, energía potencial y energía mecánica del carrito para distintas posiciones  $x$  de la fotocelda F2.

2- Apéndice 1, tabla 7.

3- Apéndice 1, tabla 5.

4- Apéndice 1, tabla 6.

Masa m (kg)	Posición x (cm)	Altura de fotocelda F2 y2 (cm)	t promedio (s)	Velocidad indirecta v (m/s)	Altura respecto a nivel de referencia h (m)	Energía cinética K (J)	Energía potencial Umg (J)	Energía mecánica Em (J)
0,5305	90,0	15,1	1,4023	1,2836	0,000	0,4370	0,0000	0,4370
	80,0	16,2	1,3206	1,2116	0,011	0,3893	0,0571	0,4464
	70,0	16,9	1,2347	1,1339	0,018	0,3410	0,0934	0,4344
	60,0	17,2	1,1707	1,0250	0,021	0,2787	0,1089	0,3876
	50,0	18,3	1,0575	0,9457	0,032	0,2372	0,1660	0,4032
	40,0	19,8	0,9452	0,8464	0,047	0,1900	0,2438	0,4338
	30,0	20,3	0,8128	0,7382	0,052	0,1445	0,2698	0,4143
	20,0	21,2	0,6476	0,6176	0,061	0,1012	0,3165	0,4176
	0,0	22,9	0,0000	0,0000	0,078	0,0000	0,4046	0,4046

De acuerdo con la tabla 2, se puede observar que tanto la velocidad como la energía cinética aumentan conforme el carrito se desplaza y a su vez disminuye la altura con respecto al nivel de referencia. Por su parte, la energía potencial disminuye conforme lo hace la altura con respecto al nivel de referencia. Estos dos comportamientos coinciden con la teoría, ya que, debido a la conservación de la energía, cuando la energía potencial aumenta, la energía cinética disminuye, y viceversa.

En otras palabras, la energía cinética depende de dos factores: la velocidad y la masa; al poseer el carrito una masa constante y una velocidad que incrementa conforme este avanza debido a la aceleración gravitacional, la energía cinética debe comportarse de la misma forma, es decir, también aumenta conforme el carrito avanzaba. Además, se sabe que la energía gravitacional depende de tres factores: la masa, la gravedad y la altura, de los cuales se conoce que la masa es un valor que se mantiene constante, debido a que el carrito no sufre ningún tipo de deformación, la gravedad se mantiene prácticamente constante durante el movimiento, mas la altura varía para cada posición del carrito, lo cual implica que, para cada posición, la energía potencial gravitacional será diferente.

La energía mecánica, por su parte, debería ser constante en todo el trayecto, o al menos en un modelo idealizado. Se puede observar en la tabla 2 que, para este experimento, la energía mecánica no se conserva idealmente, sin embargo, se mantiene dentro de un rango pequeño de variaciones. Existen varias posibles fuentes de error que indujesen a esta fluctuación en

los valores de la energía mecánica, como lo puede ser la fricción entre el riel y las ruedas del carrito, pese a que se despreciase durante el experimento, una mala calibración del ángulo de inclinación al que se colocó la pista, lo cual pudo ya sea aumentar o disminuir la velocidad que alcanzase el carrito, o también haber realizado el experimento sobre una superficie desnivelada o que cambiase su posición durante el movimiento del carrito.

Para calcular la incertidumbre de una medición indirecta como la energía mecánica es necesario calcular la incertidumbre de las mediciones directas involucradas.

Primero se calculó incertidumbre estándar (apéndice 5, ecuación 14) de la masa del carrito<sup>5</sup>, se utilizó la resolución del instrumento en kilogramos. Seguidamente se calculó la incertidumbre estándar (apéndice 5, ecuación 14) de la posición final en cada lanzamiento<sup>6</sup>, se utilizó la resolución del instrumento en metros.

Se calculó la incertidumbre estándar combinada (apéndice 6, ecuación 17) de cada valor de energía cinética<sup>7</sup>.

Posteriormente, se calculó la incertidumbre estándar combinada (apéndice 7, ecuación 22) del valor de energía potencial gravitacional<sup>8</sup>.

Una vez obtenidas las incertidumbres estándar combinadas asociadas a la energía potencial gravitacional y a la energía cinética, se calculó la incertidumbre estándar combinada del valor de energía mecánica (apéndice 8, ecuación 26) de cada lanzamiento.

Los resultados de las incertidumbres estándar combinadas asociadas a la energía mecánica, la energía potencial gravitacional y la energía cinética se reportaron en la tabla 3.

**Tabla 3.** Resultados cálculos de las incertidumbres estándar combinadas asociadas a la energía mecánica, la energía potencial gravitacional y la energía cinética del carrito para distintas posiciones x de la fotocelda F2

5- Apéndice 2, tabla 9.

6- Apéndice 2, tabla 9.

7- Apéndice 2, tabla 9.

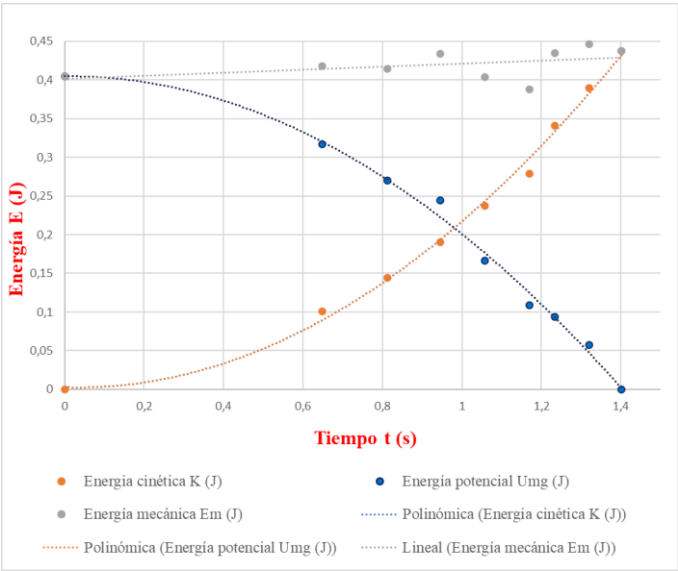
8- Apéndice 2, tabla 10.

Posición x (m)	Energía cinética K (J)	Incertidumbre combinada de la energía cinética K (J)	Energía potencial Umg (J)	Incertidumbre combinada de la energía potencial Umg (J)	Energía mecánica Em (J)	Incertidumbre combinada de la energía mecánica Em (J)
0,900	0,4370	0,00105	0,00000	0,0021	0,4370	0,00236
0,800	0,3893	0,00141	0,05707	0,0021	0,4464	0,00254
0,700	0,3410	0,00071	0,09338	0,0021	0,4344	0,00223
0,600	0,2787	0,00072	0,10894	0,0021	0,3876	0,00224
0,500	0,2372	0,00058	0,16601	0,0021	0,4032	0,00219
0,400	0,1900	0,00064	0,24383	0,0021	0,4338	0,00221
0,300	0,1445	0,00057	0,26977	0,0021	0,4143	0,00219
0,200	0,1012	0,00064	0,31646	0,0021	0,4176	0,00221
0,000	0,0000	0	0,40465	0,0021	0,4046	0,00212

Se debe recordar trabajar con las unidades del SI de cada magnitud para obtener los resultados en J. Cabe mencionar que la incertidumbre combinada asociada a la energía potencial gravitacional es la misma para las distintas posiciones ya que las derivadas parciales tanto para la masa (apéndice 7, ecuación 24) como para las distintas alturas (apéndice 7, ecuación 25) son las mismas, por lo que el resultado es el mismo.

IV. Gráfica de la energía cinética, potencial gravitacional y mecánica

Se utilizaron los datos recopilados en la tabla 2 para la confección del gráfico 1.



**Gráfico 1.** Energía mecánica, cinética y potencial del carrito de masa m en función del tiempo. Fuente: los autores.

En el gráfico 1 se presentan tres series de datos para cada distancia recorrida: energía cinética en función del tiempo ( $t, K$ ), energía potencial en función del tiempo ( $t, U$ ) y energía mecánica en función del tiempo ( $t, E$ ). Esta gráfica permite estudiar de forma cuantitativa la relación entre la energía cinética, potencial y mecánica en los diferentes instantes de tiempo.

Justo como se discutía con respecto a los datos de la tabla 2; la energía cinética tiende a aumentar con respecto al tiempo, mientras que la energía potencial gravitacional disminuye inversamente proporcional a este aumento, o al menos es lo esperado por la teoría. Con respecto a la energía mecánica, este valor se mantiene en un rango entre 0,35 J y 0,45 J. De acuerdo con lo esperado, según la teoría, la energía mecánica debería haber permanecido constante durante todo el experimento, no obstante, como se proponía previamente, pueden existir diversas fuentes de error que alteren los resultados obtenidos de manera experimental.

Se debe enfatizar el hecho de que, el ángulo de inclinación es esencial para determinar la energía tanto cinética como potencial, ya que van de la mano con qué tan rápido se traslada el carrito a lo largo del riel, donde dicha rapidez es determinada por la aceleración gravitacional. En otras palabras, mientras mayor sea el ángulo respecto a la horizontal bajo las condiciones de este experimento, el cuerpo experimentará una aceleración aún mayor, lo cual implica que la velocidad será mayor a lo largo del trayecto; se ganará mayor energía cinética y la energía potencial se transformaría en cinética más rápido. Un cambio del ángulo de inclinación a la hora de tomar las distintas medidas puede ser una fuente de error que desencadene las fluctuaciones en los datos calculados para la energía mecánica.



## CONCLUSIONES

Una vez realizado el experimento, se pudo estudiar cualitativa y cuantitativamente la Ley de Conservación de la Energía Mecánica en un sistema mecánico sencillo, por medio del cálculo experimental de la energía cinética, potencial gravitacional y mecánica, se estableció una relación directa entre la teoría y lo obtenido experimentalmente.

De acuerdo con los datos obtenidos en la tabla 2, se pudo realizar mediciones indirectas de velocidad, altura, energía cinética, energía potencial y energía mecánica a partir de los datos tomados experimentalmente de la masa del carrito, el tiempo entre fotoceldas y las distintas alturas.

Se corroboró que la energía mecánica de un sistema en el que se pueden despreciar las fuerzas disipativas no se mantiene constante, tal como se demostró en el gráfico 1, la energía mecánica cambiaba con respecto al tiempo. No obstante, se puede afirmar que, pese a ser un modelo donde se desprecian las fuerzas disipativas, los resultados obtenidos son congruentes con los esperados teóricamente.

Se logró establecer la relación entre la energía cinética y la energía potencial que se da en un sistema que mantiene la energía mecánica constante, la cual se logra apreciar en el gráfico 1: la energía cinética tiende a aumentar con el paso del tiempo, mientras que la energía potencial gravitacional disminuye.

Por último, se calculó la incertidumbre estándar combinada de cada medición indirecta de la energía mecánica del carrito, las cuales se recopilaron en la tabla 3.

## REFERENCIAS

- Franco, J. E., Amalla Diaz, J. A., & Salcedo Rodríguez, K. L. (2007). PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA EN CAÍDA LIBRE. . *Redalyc*.
- Riquelme, J. (s. f.). *Conservación de la Energía - Física Liceo Polivalente Los Avellanos*. Google Sites. Recuperado 18 de mayo de 2022, de <https://sites.google.com/site/fisicalosavellanos/assignments/tercero-medio/conservacion-de-la-energia>
- Serway, R. A., & Jewett, J. J. (2008). *Física para ciencias e ingeniería* (Vol. Volumen 1). México, D.F.: Cengage Learning Editores.
- Young, H. y Freedman, R. (2009). *Física Universitaria* (12eva Ed., vol. 1). Pearson Education. <http://www.fi.unsj.edu.ar/departamentos/DptoFisica/fid/archivos/FisicaUniversitaria-Sears-Zemansky.pdf>

## APÉNDICES

Apéndice 1. Datos obtenidos del experimento.

Tabla 4. Medición de la masa del carrito	
Medición	Masa del carrito (g)
1	530,45

Tabla 5. Tiempo de recorrido del móvil desde la fotocelda F1 hasta la fotocelda F2											
Posición x (cm)	Altura de fotocelda F <sub>2</sub> y <sub>2</sub> (cm)	Tiempo (s)									
		t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>	t <sub>8</sub>	t <sub>9</sub>	t <sub>10</sub>
90,0	15,1	1,3982	1,4022	1,4090	1,3992	1,3994	1,4040	1,4033	1,4000	1,4122	1,3953
80,0	16,2	1,3184	1,3194	1,3168	1,3167	1,3253	1,3322	1,3251	1,3299	1,3091	1,3127
70,0	16,9	1,2358	1,2387	1,2325	1,2343	1,2364	1,2391	1,2389	1,2295	1,2326	1,2290
60,0	17,2	1,1629	1,1711	1,1699	1,1738	1,1781	1,1741	1,1679	1,1710	1,1730	1,1654
50,0	18,3	1,0618	1,0603	1,0564	1,0541	1,0533	1,0614	1,0596	1,0515	1,0589	1,0573
40,0	19,8	0,9480	0,9524	0,9400	0,9513	0,9465	0,9399	0,9468	0,9432	0,9428	0,9409
30,0	20,3	0,8033	0,8136	0,8123	0,8089	0,8143	0,8109	0,8186	0,8154	0,8175	0,8133
20,0	21,2	0,6458	0,6434	0,6448	0,6551	0,6579	0,6531	0,6406	0,6460	0,6429	0,6468

Tabla 6. Medición de la altura de referencia y1	
Posición x (cm)	Altura de fotocelda F <sub>1</sub> y1 (cm)
0,0	22,9

Tabla 7. Medición de la altura de referencia h ref	
Medición	Altura de referencia href (cm)
1	15,1

Tabla 8. Resolución de los instrumentos utilizados			
Resolución cinta métrica (cm)	0,1	Resolución cinta métrica (m)	0,001
Resolución Smart Timer tiempo (s)	0,0001	Resolución Smart Timer tiempo (s)	0,0001
Resolución balanza (g)	0,01	Resolución balanza (kg)	0,00001



Apéndice 2. Cálculos asociados a la incertidumbre estándar combinada para la energía potencial gravitacional y la energía cinética.

Tabla 9. Cálculo de la incertidumbre combinada de la energía cinética K (J) del carrito para distintas posiciones x de la fotocelda F2.									
Masa m (kg)	Posición x (m)	t promedio (s)	Derivada energía cinética respecto a la masa m	Incertidumbre masa m (kg)	Derivada energía cinética respecto a la posición x	Incertidumbre posición x (m)	Derivada energía cinética respecto al tiempo t	Incertidumbre tiempo t (s)	Incertidumbre combinada de la energía cinética K (J)
0,5305	0,900	1,4023	0,8238	0,0000029	0,9711	0,000288675	-0,6233	0,0016	0,00105
	0,800	1,3206	0,7340		0,9734		-0,5897	0,0023	0,00141
	0,700	1,2347	0,6429		0,9743		-0,5524	0,0012	0,00071
	0,600	1,1707	0,5253		0,9289		-0,4760	0,0014	0,00072
	0,500	1,0575	0,4471		0,9487		-0,4486	0,0011	0,00058
	0,400	0,9452	0,3582		0,9500		-0,4021	0,0014	0,00064
	0,300	0,8128	0,2725		0,9635		-0,3556	0,0014	0,00057
	0,200	0,6476	0,1907		1,0117		-0,3124	0,0018	0,00064
	0,000	0,0000	NA		NA		NA	NA	NA

Tabla 10. Cálculo de la incertidumbre combinada de la energía potencial gravitacional U (J) del carrito para distintas posiciones x de la fotocelda F2.									
Masa m (kg)	Altura de fotocelda y (m)	Altura de referencia x =0,90 m href (m)	Derivada energía potencial respecto a la masa m	Incertidumbre masa m (kg)	Derivada energía potencial respecto a la altura celda	Incertidumbre altura celda y (m)	Derivada energía potencial respecto altura referencia	Incertidumbre altura referencia (m)	Incertidumbre combinada de la energía potencial Umg (J)
0,5305	0,1510	0,1510	0,0000	0,0000029	5,1878010	0,0002887	-5,1878010	0,0002887	0,00212
	0,1620		0,1076						0,00212
	0,1690		0,1760						0,00212
	0,1720		0,2054						0,00212
	0,1830		0,3130						0,00212
	0,1980		0,4597						0,00212
	0,2030		0,5086						0,00212
	0,2120		0,5966						0,00212
	0,2290		0,7628						0,00212

Apéndice 3. Práctica 2: Conservación de la Energía Mecánica.

[https://estudianteccr-my.sharepoint.com/:b/g/personal/d\\_ramirez\\_estudiantec\\_cr/EaMqQV7o1aNDp9lsvcQVacUBI4vtD2KHq4oobZuEh1C9bw?e=If6LIy](https://estudianteccr-my.sharepoint.com/:b/g/personal/d_ramirez_estudiantec_cr/EaMqQV7o1aNDp9lsvcQVacUBI4vtD2KHq4oobZuEh1C9bw?e=If6LIy)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots x_N}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i \quad 10$$

Donde n es el número de datos,  $x_i$  cada dato tomado, y  $\bar{x}$  es conocido como promedio.

Desviación estándar:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad 11$$

Apéndice 4. Ecuaciones cálculo de promedio y desviación estándar

Promedio:

Donde  $n$  es el número de datos,  $x_i$  cada dato tomado,  $\bar{x}$  el promedio de los datos tomados, y  $s$  es conocida como desviación estándar.

Apéndice 5. Ecuaciones cálculo de incertidumbres  
Incertidumbre Tipo A:

$$u_A = \frac{S(x)}{\sqrt{n}} \quad 12$$

Donde  $n$  es el número de datos medidos,  $S(x)$  es la desviación estándar de un conjunto de datos, y  $u_A$  es conocida como incertidumbre estándar Tipo A.

Incertidumbre Tipo B:

$$u_B = \frac{\Delta a}{2\sqrt{3}} \quad 13$$

Donde  $\Delta a$  es la resolución del instrumento utilizado para tomar los datos, y  $u_B$  es conocida como incertidumbre estándar Tipo B.

Incertidumbre estándar:

$$u(x) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad 14$$

Donde  $u_A$  es conocida como incertidumbre estándar Tipo A,  $u_B$  es conocida como incertidumbre estándar Tipo B, y  $u(x)$  es conocida como incertidumbre estándar.

Ley de propagación de la incertidumbre:

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} u(x_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} u(x_2)\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_N} u(x_N)\right)^2} \quad 15$$

Donde  $\frac{\partial y}{\partial x_N}$  representa la derivada parcial de la función con respecto a cada una de las variables,  $u(x_N)$  la incertidumbre estándar asociada a cada

una de las variables de la función, y a  $u_c$  se le conoce como incertidumbre estándar combinada.

Apéndice 6. Ecuaciones asociadas al cálculo de la incertidumbre estándar combinada para la energía cinética.

$$K = \frac{2mx^2}{t^2} \quad 16$$

Donde  $m$  es la masa del carrito,  $x$  la posición con respecto a la fotocelda F1,  $t$  el tiempo que tarda en recorrer la distancia entre F1 y F2, y  $K$  es conocida como la energía cinética.

$$u_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial m} u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial x} u_x\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial t} u_t\right)^2} \quad 17$$

Donde  $K$  es la energía cinética,  $m$  la masa del carrito,  $x$  la posición con respecto a la fotocelda F1,  $t$  el tiempo que tarda en recorrer la distancia entre F1 y F2, y  $u_K$  es la incertidumbre estándar combinada asociada a la energía cinética.

Derivadas parciales de la energía cinética con respecto a la masa  $m$ , la posición  $x$  y el tiempo  $t$  respectivamente:

$$\frac{\partial K}{\partial m} = \frac{2x^2}{t^2} \quad 18$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{4mx}{t^2} \quad 19$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\frac{4mx^2}{t^3} \quad 20$$

Donde  $K$  es la energía cinética,  $m$  la masa del carrito,  $x$  la posición con respecto a la fotocelda F1 y  $t$  el tiempo que tarda en recorrer la distancia entre F1 y F2.

Apéndice 7. Ecuaciones asociadas al cálculo de la incertidumbre estándar combinada para la energía potencial gravitacional.

$$U = mg(y_2 - y_1) \quad 21$$

Donde m es la masa del carrito, g la magnitud de la aceleración gravitacional,  $y_1$  es la altura del nivel de referencia,  $y_2$  la altura de la fotocelda F2 con respecto a la mesa en cada lanzamiento y U es conocida como la energía potencial gravitacional.

$$u_U = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial m} u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y_2} u_{y_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y_1} u_{y_1}\right)^2} \quad 22$$

Donde U es la energía potencial gravitacional, m es la masa del carrito,  $y_1$  es la altura del nivel de referencia,  $y_2$  la altura de la fotocelda F2 con respecto a la mesa en cada lanzamiento y  $u_U$  es conocida como la incertidumbre estándar combinada asociada a la energía potencial gravitacional.

Dado que  $u_{y_2} = u_{y_1} = u_y$ , haciendo referencia a la resolución del instrumento utilizado para la medición de la altura, y  $\left(\frac{\partial U}{\partial y_2} u_{y_2}\right)^2 = \left(\frac{\partial U}{\partial y_1} u_{y_1}\right)^2$ , nos queda la ecuación 23.

$$u_U = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial m} u_m\right)^2 + 2\left(\frac{\partial U}{\partial y} u_y\right)^2} \quad 23$$

Derivadas parciales de la energía cinética con respecto a la masa m y la altura y respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial m} = g(y_2 - y_1) = gh \quad 24$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 = mg \quad 25$$

Donde U es la energía potencial gravitacional, g la magnitud de la aceleración gravitacional, m la masa del carrito,  $y_1$  es la altura del nivel de referencia,  $y_2$  la altura de la fotocelda F2 con respecto a la mesa en cada lanzamiento y h la altura con respecto al nivel de referencia establecido en la figura 2.

Apéndice 8. Ecuaciones asociadas al cálculo de la incertidumbre estándar combinada para la energía mecánica.

$$u_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial K} u_K\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial U} u_U\right)^2} \quad 26$$

$$u_E = \sqrt{u_K^2 + u_U^2} \quad 27$$

Donde U es la energía potencial gravitacional, K la energía cinética, y E es conocida como energía mecánica.