

Naive Bayes Classifier

A probabilistic classifier

Dr. Mauricio Toledo-Acosta

Diplomado Ciencia de Datos con Python

Table of Contents

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- 1 Introducción
- 2 Revisión de Probabilidad
- 3 Un Ejemplo
- 4 Clasificación Naive-Bayes

Introducción

Naive-Bayes

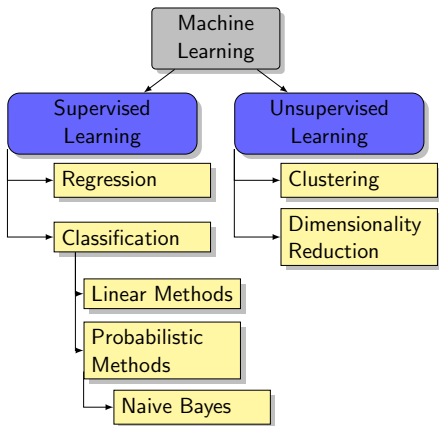
Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



Introducción

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Clasificador Naive Bayes

Naive Bayes es un algoritmo de clasificación binaria y multiclase. Se llama *Naive Bayes* o Bayes ingenuo porque los cálculos de probabilidades por cada clase son simplificados por simplicidad.

Enfoque probabilístico

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

A diferencia de los clasificadores lineales que buscan una frontera de decisión que separe los datos en el espacio, un clasificador probabilístico busca estimar

$$P(\text{clase}_j | x_i)$$

Enfoque probabilístico

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

A diferencia de los clasificadores lineales que buscan una frontera de decisión que separe los datos en el espacio, un clasificador probabilístico busca estimar

$$P(\text{clase}_j | x_i)$$

En un problema de clasificación binaria, predecimos que un dato x pertenece a la clase 0 si

$$P(\text{clase}_0 | x) > P(\text{clase}_1 | x).$$

Enfoque probabilístico

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

A diferencia de los clasificadores lineales que buscan una frontera de decisión que separe los datos en el espacio, un clasificador probabilístico busca estimar

$$P(\text{clase}_j | x_i)$$

En un problema de clasificación binaria, predecimos que un dato x pertenece a la clase 1 si

$$P(\text{clase}_1 | x) > P(\text{clase}_0 | x).$$

Table of Contents

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- 1 Introducción
- 2 Revisión de Probabilidad**
- 3 Un Ejemplo
- 4 Clasificación Naive-Bayes

Conceptos básicos

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- **Probabilidad Marginal.** La probabilidad de un evento independiente del resultado de otras variables aleatorias, $P(A)$.

Si la variable es independiente, es la probabilidad del evento directamente. Si es dependiente de otras variables,

$$P(A) = \sum_Y P(A, Y).$$

Conceptos básicos

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- **Probabilidad Marginal.** La probabilidad de un evento independiente del resultado de otras variables aleatorias, $P(A)$.

Si la variable es independiente, es la probabilidad del evento directamente. Si es dependiente de otras variables,

$$P(A) = \sum_Y P(A, Y).$$

- **Probabilidad Conjunta.** Probabilidad de varios eventos simultaneos:

$$P(A, B).$$

Conceptos básicos

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- **Probabilidad Marginal.** La probabilidad de un evento independiente del resultado de otras variables aleatorias, $P(A)$.

Si la variable es independiente, es la probabilidad del evento directamente. Si es dependiente de otras variables,

$$P(A) = \sum_Y P(A, Y).$$

- **Probabilidad Conjunta.** Probabilidad de varios eventos simultaneos:

$$P(A, B).$$

- **Probabilidad Condicional.** Probabilidad de un evento dado que otro evento ha ocurrido, para dos variables dependientes

$$P(A|B).$$

Conceptos básicos

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- **Regla del producto.** La probabilidad conjunta puede ser calculada usando la probabilidad condicional:

$$P(A, B) = P(A|B) \cdot P(B).$$

Por lo tanto, la probabilidad condicional puede ser calculada usando la probabilidad conjunta:

$$P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)}.$$

Conceptos básicos

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- **Regla del producto.** La probabilidad conjunta puede ser calculada usando la probabilidad condicional:

$$P(A, B) = P(A|B) \cdot P(B).$$

Por lo tanto, la probabilidad condicional puede ser calculada usando la probabilidad conjunta:

$$P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)}.$$

- Si las variables son independientes

$$P(A, B) = P(A) \cdot P(B).$$

Teorema de Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- **Teorema de Bayes.** Podemos calcular la probabilidad condicional sin usar la probabilidad conjunta:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

- Teorema de Bayes para la clasificación:

$$P(Y_j|X_i) = \frac{P(X_i|Y_j) \cdot P(Y_j)}{P(X_i)},$$

$P(X_i|Y_j)$ es la función de similitud, la cual nos dice qué tanto la clase j explica, o hace creíbles, el dato X_i .

Table of Contents

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- 1 Introducción
- 2 Revisión de Probabilidad
- 3 Un Ejemplo**
- 4 Clasificación Naive-Bayes

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

100 e-mails



Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

25 Spam



75 No spam



Introducción

Revisión de Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación Naive-Bayes

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Buscamos propiedades que se correlacionen con que el correo sea SPAM o no. Por ejemplo, la aparición de ciertas palabras.



“Buy”

25 Spam



75 No spam



Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación



“Buy”

25 Spam



75 No spam



Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



¿Si un correo contiene la palabra **buy**, cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



¿Si un correo contiene la palabra **buy**, cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

$$p = \frac{20}{20 + 5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

buy → 80%

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



¿Si un correo contiene la palabra **buy**, cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

$$\begin{aligned}P(\text{Spam}|\text{buy}) &= \frac{P(\text{buy}|\text{Spam}) \cdot P(\text{Spam})}{P(\text{buy})} \\&= \frac{\frac{20}{25} \frac{25}{100}}{\frac{25}{100}} = 0.8\end{aligned}$$

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación



“Cheap”

Spam



No spam



Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

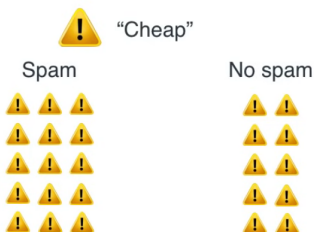
Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



¿Si un correo contiene la palabra **cheap**, cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

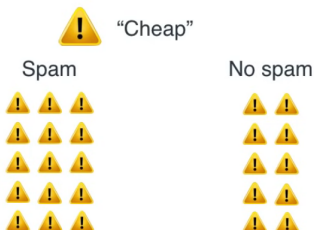
Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



¿Si un correo contiene la palabra **cheap**, cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

$$p = \frac{15}{15 + 10} = \frac{15}{25} = 0.6$$

cheap → 60%

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

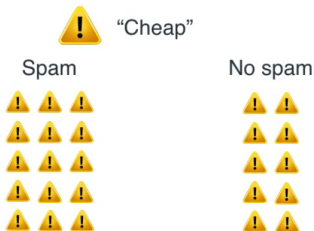
Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes



¿Si un correo contiene la palabra **cheap**, cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

$$\begin{aligned} P(\text{Spam} | \text{cheap}) &= \frac{P(\text{cheap} | P(\text{Spam})) \cdot P(\text{Spam})}{P(\text{cheap})} \\ &= \frac{\frac{15}{25} \frac{25}{100}}{\frac{25}{100}} = 0.6 \end{aligned}$$

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

¿Qué pasa si queremos basar la clasificación en dos palabras **buy** y **cheap**?



“Buy” and “Cheap”

Spam



12 e-mails

No spam



0 e-mails?

Si un correo contiene las palabras **buy** y **cheap**, ¿la probabilidad de que sea SPAM es 100%?

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

¿Qué pasa si queremos basar la clasificación en dos palabras **buy** y **cheap**?



Queremos calcular $P(\text{buy}, \text{cheap})$.

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

¿Qué pasa si queremos basar la clasificación en dos palabras **buy** y **cheap**?



Queremos calcular $P(\text{buy}, \text{cheap})$. Suponemos independencia de las variables:

$$\begin{aligned} P(\text{buy}, \text{cheap}) &= P(\text{buy}) \cdot P(\text{cheap}) \\ &= \frac{5}{75} \cdot \frac{10}{75} = \frac{2}{225} = 0.008 \end{aligned}$$

Un ejemplo: Detección de SPAM

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Usamos esta hipótesis de independencia en ambas clases.



Si un correo contiene las palabras **buy** y **cheap**, ¿cuál es la probabilidad de que sea SPAM?

$$p = \frac{12}{12 + \frac{2}{3}} = \frac{36}{38} = 0.947$$

buy y **cheap** → 94.7%

Table of Contents

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- 1 Introducción
- 2 Revisión de Probabilidad
- 3 Un Ejemplo
- 4 Clasificación Naive-Bayes**

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- Encontrar rasgos en los datos que estén correlacionados con las clases.

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- Encontrar rasgos en los datos que estén correlacionados con las clases.
- Clasificar estimando $P(\text{clase}_j | x_i)$.

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- Encontrar rasgos en los datos que estén correlacionados con las clases.
- Clasificar estimando $P(\text{clase}_j | x_i)$.
- Usar el teorema de Bayes

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

- Encontrar rasgos en los datos que estén correlacionados con las clases.
- Clasificar estimando $P(\text{clase}_j | x_i)$.
- Usar el teorema de Bayes
- Usar la hipótesis *naive* de independencia.

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Diferencias con la implementación en un ejemplo *real*:

- Nos basaremos en todas las palabras del vocabulario.

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Diferencias con la implementación en un ejemplo *real*:

- Nos basaremos en todas las palabras del vocabulario.
- Contaremos las ocurrencias en cada documento.

Clasificación Naive-Bayes

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Diferencias con la implementación en un ejemplo *real*:

- Nos basaremos en todas las palabras del vocabulario.
- Contaremos las ocurrencias en cada documento.
- La hipótesis *naive* de independencia permite usar la distribución multinomial de probabilidad.

$$p(\mathbf{x}|\theta) = \prod_{i=1}^k p(x_i|\theta) = n! \cdot \frac{\theta_1^{x_1}}{x_1!} \cdot \dots \cdot \frac{\theta_k^{x_k}}{x_k!}$$

$$\text{con } \theta^j = (\theta_1^j, \dots, \theta_k^j)$$

$$\theta_i^j = \frac{n_i + 1}{|S_j| + k}.$$

Referencias

Naive-Bayes

Clasificación

Introducción

Revisión de
Probabilidad

Un Ejemplo

Clasificación
Naive-Bayes

Ejemplos ilustrativos:

- <https://www.youtube.com/watch?v=HZGCoVF3YvM>
- <https://www.youtube.com/watch?v=Q8l0Vip5YUw>
- <https://www.youtube.com/watch?v=l3dZ6ZNFjo0>