模拟试卷四

一、填空题

1. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left[\dfrac{\sin(xy)}{y}+\dfrac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}\right]=$________

2. 设函数$f(u,v)$具有一阶连续偏导数，$z=f(x,xy)$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________

3. 曲线$\begin{cases}x=t^2\\ y=t\\ z=t^3\end{cases}$ 在点$(1,-1,-1)$处的切线方程为________

4. 曲面$z=y+\ln x-\ln z$在点$(1,1,1)$处的切平面方程为________

5. 曲面$z=x^2+y^2$与平面$x-z+1=0$的交线平行于z轴的投影柱面方程为

____

二、选择题

6. 设函数$f(x,y)$的全微分为$dz=xdx+ydy$，则点$(0,0)$(　　)

$A.$ 不是$f(x,y)$的连续点　　$B.$ 不是$f(x,y)$的极值点

$C.$ 是$f(x,y)$的极大值点　　$D.$ 是$f(x,y)$的极小值点

7. 设 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=xy+\iint\limits_{D}f(x,y)dxdy$，其中 D 是由

$y=0$, $y=x^2$, $x=1$所围成的区域，则$f(x,y)=$(　　)

$A.$ xy　　$B.$ $2xy$　　$C.$ $xy+\dfrac{1}{8}$　　$D.$ $xy+1$

8. 设函数$f(x,y)$连续，则$\int_1^2dx\int_x^2 f(x,y)dy+\int_1^2dy\int_y^{4-y}f(x,y)dx=$(　　)

$A.$ $\int_1^2dx\int_1^{4-x}f(x,y)dy$　　$B.$ $\int_1^2dx\int_x^{4-x}f(x,y)dy$

$C.$ $\int_1^2dy\int_1^{4-y}f(x,y)dx$　　$D.$ $\int_1^2dy\int_y^2 f(x,y)dx$

9. 设平面区域$D=\{(x,y)|-a\leqslant x\leqslant a,x\leqslant y\leqslant a\}$,

$D_1=\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant a,x\leqslant y\leqslant a\}$，则 $\iint\limits_D(xy+\cos x\sin y)dxdy=($ $)$

$A.\ \ 4\iint\limits_{D_1}\cos x\sin ydxdy$ $B.\ \ 4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)dxdy$

$C.\ \ 2\iint\limits_{D_1}\cos x\sin ydxdy$ $D.\ \ 0$

三、解答题

10. $\vec{a}=(1,1,2)$, $\vec{b}=(2,2,1)$，求$\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{a}\times\vec{b}$以及$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角余弦

11. 设 $f(x,y,z)=x^2-xy+z^2$ ，求：(1) $gradf(1,0,1)$；(2) $f(x,y,z)$ 在点$(1,0,1)$处沿该点到点$(2,4,2)$的方向的方向导数

12. 设$x^2y^3=e^z+z^2$，求点$x=1$, $y=1$, $z=0$处的二阶偏导数$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$的值

13. 在直线$\begin{cases}y+2=0\\x+2z-7=0\end{cases}$上找一点，使它到点$(0,-1,1)$的距离最短，并求最短距离.

14. 计算$\iint\limits_D x\sqrt{y}\,d\sigma$，其中$D$是由两条抛物线$y=\sqrt{x}$, $y=x^2$所围成的闭区域

15. 计算$\iint\limits_D(x-y)dxdy$，其中$D=\{(x,y)|(x-1)^2+y^2\leqslant 1\}$

16. 使用柱坐标计算$\iiint\limits_\Omega xydv$，其中$\Omega$是柱面$x^2+y^2=1$及平面$z=1$, $z=0$, $x=0$，$y=0$所围成的在第一卦限的区域

17. (1) 函数$z=f(x,y)$在点$P(x,y)$处可微 $\Leftrightarrow$

$$\triangle z=f(x+\triangle x,y+\triangle y)-f(x,y)$$

$$=\underline{\qquad\qquad}\triangle x+\underline{\qquad\qquad}\triangle y+o\left(\sqrt{(\triangle x)^2+(\triangle y)^2}\right)$$

(2) 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ ，使用偏导数定义求 $f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$

(3)判断 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在$(0,0)$点的可微性