第二章测试卷

班级________________ 姓名________________ 学号____________

一、 选择题

1. 在下列函数中可以作为随机变量的分布函数的是（　）

$(A) F(x)=1+\frac{1}{x^2},\ x\neq 0$

$(B)\ F(x)=\frac{1}{\pi}\arctan x+\frac{1}{2}, x\in R$

$(C)\ F(x)=\begin{cases} 0, & x\leqslant 0 \\ \frac{1}{2}(1-e^{-x}), & x>0 \end{cases}$

$(D)\ F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$,其中$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt=1$

2. 设置 X 的分布函数为 F(x),则下列函数中，仍为分布函数的是(　).

(A)F(2x-1)　　(B)F(1-x)

(C)$F(x^2)$　　(D)1-F(-x)

3. 设置连续性随机变量 X 的概率密度函数和分布函数分别为 f(x),F(x),则下列选项中一定正确的是（　）.

$(A)\ 0\ll f(x)\leqslant 1$　　$(B) F(x)=p\{X=x\}$

$(C) P\{X<x\}<F(x)$　　$(D) P\{X=x\}\leqslant F(x)$

4. 设随机变量 $X\sim B(2,p), Y\sim B(3,p)$. 若 $P\{X\geqslant 1\}=\frac{5}{9}$，则

$P\{Y\geqslant 1\}=(\quad)$.

$(A)\ \frac{8}{27}$　　$(B)\frac{4}{9}$

$(C)\frac{19}{27}$　　$(D)\frac{5}{9}$

5. 设随机变量$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,则概率 $P\{|X-\mu|<3\sigma\}$的值随σ增大而

(　　).

(A)单调增大　　(B)单调减小

(C)保持不变　　(D)非单调变化

6. 设随机变量 X 的分布函数为 F(x)，则$Y=\dfrac{X}{2}+2$的分布函数$G(y)$为(　　).

(A) $G(y)=F\left(\dfrac{1}{2}y\right)+2$　　(B) $G(y)=F\left(\dfrac{1}{2}y+2\right)$

(C) $G(y)=F(2y)-4$　　(D) $G(y)=F(2y-4)$

二、　填空题

1. 设 $f(x)=ke^{-x^2+2x}$ 为一概率密度，则 k=(　　　　)

2. 设随机变量 $X\sim N(2,\sigma^2)$，且概率 $P\{2<X<4\}=0.3$，则 $P\{X<0\}=$ ________.

3. 设随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 用 Y表示对 X的三次独立重复观察中事件$\left\{X\leqslant\dfrac{1}{2}\right\}$出现的次数，则$P\{Y=2\}=$ ________.

4. 设 X 的分布律为$X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1 & 2\\ \dfrac{1}{4} & \dfrac{1}{4} & \dfrac{1}{3} & \dfrac{1}{6}\end{pmatrix}$，则$X^2$的分布律为$X^2\sim$________.

三、　解答题

1. 设随机变量 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 0.3, & 0\leqslant x<1,\\ 0.6, & 1\leqslant x<2,\\ 1, & x\geqslant 2,\end{cases}$ 求 X的概率分布律.
2. 将三封信随即投入四个信箱，求没有信的信箱数目 X的分布律.
3. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)\begin{cases} 0, & x<0, \\ \dfrac{k}{1+x^2}, & x\geqslant 0, \end{cases}$$

求：（1）常数 k；（2）X 的分布函数 F（x）；（3）$P\left\{\arctan X<\dfrac{\pi}{4}\right\}$.

4. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)},-\infty<x<+\infty,$$

求$Y=1-\sqrt[3]{X}$的密度函数$f_Y(y)$.

5. 设随机变量$X\sim N(0,1)$,$Y=|X|$的密度函数$f_Y(y)$是什么？