

中国石油大学（北京）2021-2022学年春季学期

《概率论与数理统计》本科期末考试试卷

考试方式（闭卷考试）

（B卷）

班级：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

学号：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

一、填空题（请在下列表格中填上正确答案，共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1	2	3	4	5

1、设  $A, B$  为随机事件,  $P(A)=0.8$ ,  $P(A-B)=0.4$ , 则  $P(AB)=$  \_\_\_\_\_.

2、已知  $X \sim \pi(2)$ ,  $Y \sim U(0, 6)$ , 则:  $E(X+2Y)=$  \_\_\_\_\_.

3、设随机变量  $X$  的方差为 4, 期望为 3, 则根据契比雪夫不等式估计

$$P(-1 < X < 7) \geq \underline{\hspace{2cm}}.$$

4、设总体  $X \sim N(0, 3)$ , 而  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自总体  $X$  的简单随机样本, 则随机变量  $Y = \frac{X_1^2 + \dots + X_{10}^2}{n}$  服从  $\chi^2(10)$  分布, 常数  $n =$  \_\_\_\_\_.

5、设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律(如右表), 则  $E(X)=$  \_\_\_\_\_.

Y \ X	1	2
0	0.4	$a$
1	0.2	$b$

二、单项选择题（请在下列表格中填上正确答案，共 5 题，每小题 3 分，共 15 分）

1	2	3	4	5

1、假设事件  $A$  和  $B$  满足  $P(B|A)=1$ , 则 ( )

A、事件  $A$  是必然事件

B、 $P(A-B)=0$

C  $A \subset B$

D、 $B \supset A$

2、已知随机变量  $X$  服从二项分布, 且  $E(X)=12$ ,  $D(X)=6$ , 则二项分布的参数  $n$ ,  $p$  的值为( )

- (A)  $n=36, p=1/3$ ; (B)  $n=48, p=1/4$ ;  
 (C)  $n=24, p=1/2$ ; (D)  $n=16, p=1/3$

3、设随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则随着  $\sigma$  的增加, 概率  $P\{|X-\mu| < 2\sigma\}$  ( )

- A、单调增大 B、单调减少 C、保持不变 D、增减不定

4、设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu$  已知,  $\sigma^2$  未知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本, 则下列表达式中不是统计量的是 ( )

- A、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  B、 $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$  C、 $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2$  D、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

5、若方差  $D(X), D(Y)$  为非零数, 且  $E(XY) = E(X)E(Y)$  ( )

- A、 $X$  与  $Y$  一定相对独立; B、 $D(XY) = D(X)D(Y)$ ;  
 C、 $X$  与  $Y$  一定不相关; D、 $D(X-Y) = D(X) - D(Y)$ 。

三、(10 分) 某批产品的合格品率为 0.96。现对其进行检查, 已知一个合格品被检查成次品的概率是 0.02, 同时一个次品被检查成合格品的概率为 0.05, 现随机挑选一个产品:

- (1) 求此产品检测合格的概率。  
 (2) 若该产品检测为合格, 问此产品为合格品的概率是多少。

四、(12 分) 设随机变量  $X$  的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} A + Be^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (\lambda > 0)$$

- (1) 求  $A, B$ ; (2)  $P\{X \leq 2\}$ ; (3) 概率密度函数  $f(x)$

五、(10 分) 设  $X$  和  $Y$  是两个独立的随机变量, 其概率密度函数均为:

$$f(x) = \begin{cases} (10-x)/50, & 0 < x < 10 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求  $Z = X + Y$  的概率密度。

六、(12 分) 设随机变量  $(X, Y)$  具有概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} (x+y)/8, & 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 关于随机变量  $X, Y$  的边缘概率密度, 并判断  $X, Y$  是否相互独立

(2) 条件概率密度  $f_{Y|X}(y|x)$

(3) 求  $\text{cov}(X, Y)$ , 判断  $X, Y$  是否相关

(4) 求  $D(X)$

七、(9 分) 机器包装食盐, 假设每袋盐的净重(单位:克)服从正态分布规定每袋标准差不得超过 10g. 某天开工后随机抽取了 6 袋, 测得净重(克)均值为 498, 方差为 11, 问生产的食盐的标准差是否符合要求? (显著水平  $\alpha=0.05$ ) ( $\chi_{0.05}^2(6) = 12.59$ ,  $\chi_{0.05}^2(5) = 11.07$ ,  $\chi_{0.95}^2(6) = 1.64$ ,  $\chi_{0.95}^2(5) = 1.15$ )

八、(12 分) 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\theta\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{\theta^2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中  $\theta$  是未知参数.  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自  $X$  的样本观察值。

求(1)  $\theta$  的矩估计量;

(2)  $\theta$  的最大似然估计量.

九、(5 分) 你觉得《概率论与数理统计》课程对你所学的专业有帮助吗? 请举例说明。