

模拟试卷三

一、选择题

1. 过点 $(1, 1, 2)$ 且平行于平面 $x - y + 2z - 6 = 0$ 的平面方程为()

A. $x - y + 2z = 0$ B. $x - y + 2z - 4 = 0$

C. $x + y + 2z = 0$ D. $x + y + 2z - 4 = 0$

2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{1+xy}-1} = (\quad)$

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 0

3. $I_1 = \iint_D (x+y)^2 d\sigma$, $I_2 = \iint_D (x+y)^3 d\sigma$, D 由 x 、 y 轴与直线 $x+y=1$ 围成,

则()

A. $I_1 > I_2$ B. $I_1 < I_2$ C. $I_1 = I_2$ D. 不能确定

4. 下列级数中绝对收敛的是()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n-1} \right)^2$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin na}{n^2} (a \neq 0)$

二、填空题

5. 已知 $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

6. 函数 $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$ 的定义域为 _____



7. D 是长方形区域 $\{(x,y) | 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$, 则 $\iint_D \frac{x}{y^3} dx dy =$ _____

8. 等比级数 $\sum_{n=0}^{\infty} aq^n$ 当 _____ 时收敛, 和为 _____

三、解答题

9. 求直线 $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = z$ 与平面 $x+2y+2z+6=0$ 的交点.

10. 函数 $z = y^x$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

11. 函数 $z = f(xy, y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

12. 计算二重积分 $\iint_D \frac{xy+1}{1+x^2+y^2} d\sigma$, 其中 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$

13. 利用格林公式计算曲线积分 $I = \int_L (e^x \sin y - 2y) dx + (e^x \cos y - 2) dy$, L 为逆时针方向上半圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ ($y \geq 0$).

14. 计算 $\iiint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy$, 其中 Σ 为柱体 $x^2 + y^2 \leq 9$ 介于 $z=0$ 与 $z=3$

之间部分的全表面, 取外侧.

15. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛域以及和函数 $S(x)$.

16. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$ 展开成 $x+1$ 的幂级数, 并指出其收敛域.

17. 求函数 $f(x,y) = 4(x-y) - x^2 - y^2$ 的极值.

18. 某工厂生产两种商品的日产量分别为 x 和 y (件), 总成本函数

$$C(x,y) = 8x^2 - xy + 12y^2 \text{ (元)}$$

商品的限额为 $x+y=42$, 求最小成本.