



中国石油大学(北京)克拉玛依校区
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM - BEIJING AT KARAMAY

厚积薄发



开物成务

量子物理



经典物理的成就

19世纪末，物理已发展到相当完美的程度。其**三大支柱**为：牛顿力学、麦克斯韦电磁理论、热物理学及经典统计力学。

1900年4月27日，英国著名物理学家开尔文勋爵，他在回顾物理学所取得的伟大成就时说，物理大厦已经落成，所剩只是一些修饰工作。

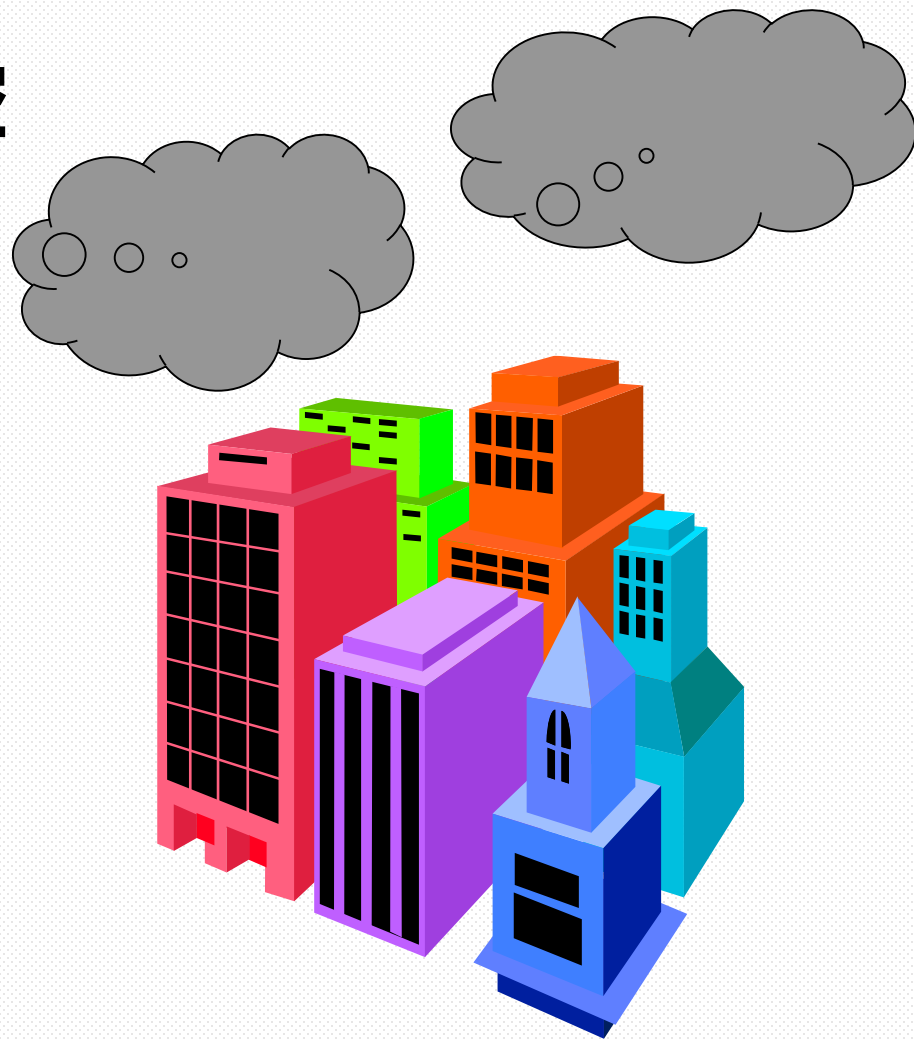
同时，他在展望20世纪物理学前景时，却若有所思地讲道：“动力理论肯定了热和光是运动的两种方式，现在，它的美丽而晴朗的天空却被**两朵乌云**笼罩了。”



19 世纪末，物理学晴朗的天空 飘着两朵乌云——

1、黑体辐射 “紫外灾难”

2、迈克尔逊-莫雷实验





量子力学简史

1900年-1924年是量子理论的萌芽期

1900年，**普朗克**能量量子化假设，解释黑体辐射

1905年，**爱因斯坦**光量子假设，解释光电效应

1913年，**波尔**氢原子量子模型 **索末菲**很快推广了玻尔的理论

到1924年的时候，物理学家们都觉得玻尔-索末菲理论需要**重大修正**

在这二十多年时间里，物理学家取得的进展其实**非常有限**，所有的讨论几乎都是围绕能量的“**量子性**”展开：辐射的能量是一份一份的；电子只能处于一些**分立的能级**。



1924年到1926年，量子力学井喷发展期

短短的三年时间里，一群天资聪颖、勤奋、勇敢、性格各异的年轻物理学家，在没有任何协调组织的情况下，一起建立了量子力学所有的基本概念和理论框架。

1924年、波色人类历史上第一次给出了黑体辐射公式的正确推导

1924年、德布罗意提出物质波

1925年、泡利不相容原理，解释元素周期表

1925年、海森堡不确定关系，并创立矩阵力学

1926年，费米讨论新的量子气体

1926年、薛定谔方程

普朗克、爱因斯坦、
玻尔、德·布罗意、海
森堡、泡利、狄拉克、
费米、玻恩、波色、
薛定谔.....



A. PICCARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERZEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H. FOWLER L. BRILLOUIN
P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR
I. LANGMUIR M. PLANCK Mme CURIE H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON



中国石油大学(北京)克拉玛依校区
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM - BEIJING AT KARAMAY

厚积薄发



开物成务

第26章 波粒二象性



提 纲

§1、黑体辐射

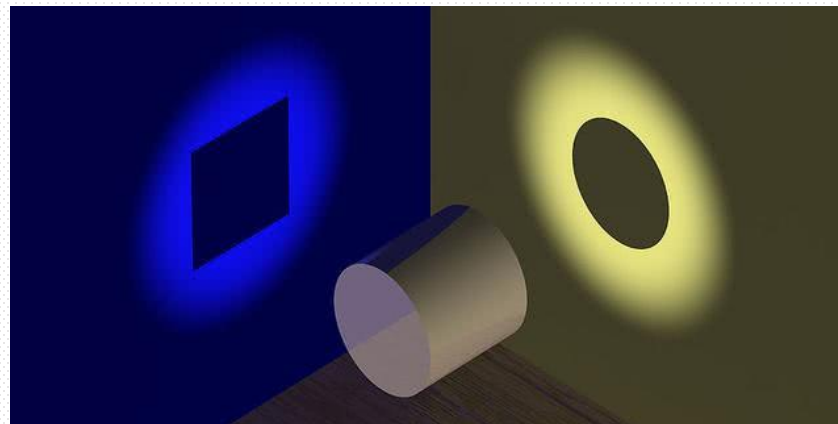
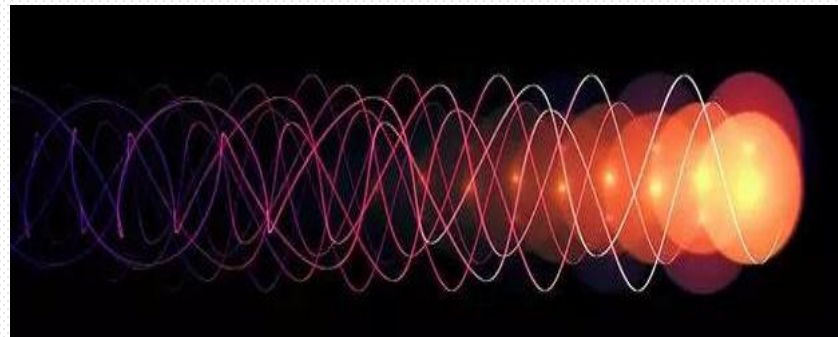
§2、光电效应与光的二像性

§3、康普顿散射

§4、粒子的波动性

§5、概率波与概率幅

§6、不确定关系



本章讨论量子理论的起源，揭示光的波粒二象性。



§1 黑体辐射

一、热辐射

任何物体在任何温度下都有热辐射，波长自远红外区
连续延伸到紫外区（**连续谱**）。

温度 \uparrow \rightarrow 辐射中短波长的电磁波的比例 \uparrow

几种温度下辐射最强的电磁波颜色



800 K



1000 K



1200 K



1400 K

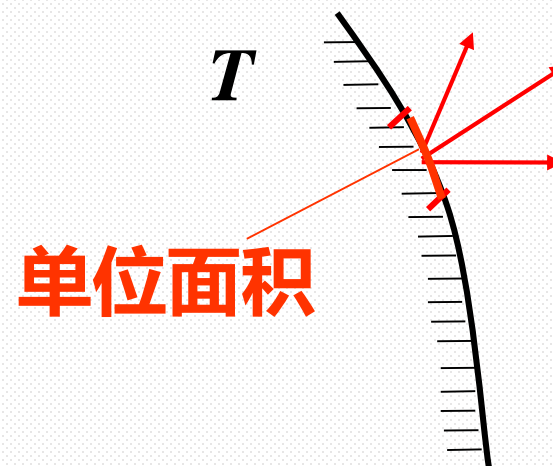
由于分子、原子受到热激发而发射电磁波的现象



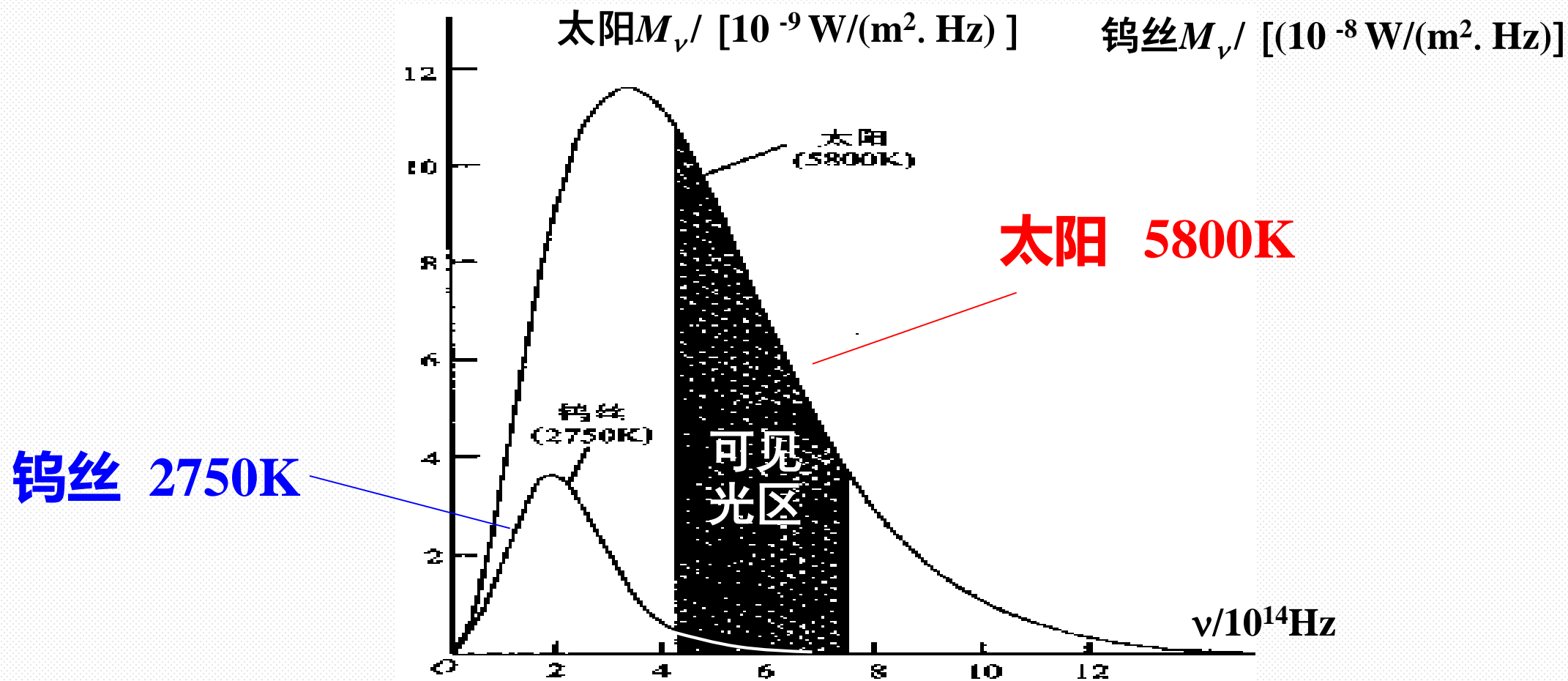
为了定量描述热辐射能量按波长的分布，引入**辐射出射度** M_ν 的概念。

在**单位时间**从物体表面**单位面积**上，辐射出频率在 ν 附近**单位频率** 区间的电磁波能量。

$$M_\nu(T) = \frac{dM}{d\nu} \quad \text{单位 } Wm^{-2}Hz^{-1}$$



M_ν 取决于 T 、 ν 和材料种类和表面情况



钨丝和太阳的热辐射曲线



平衡热辐射

当物体辐射的能量与同一时间所吸收的能量相等时，则物体的温度恒定

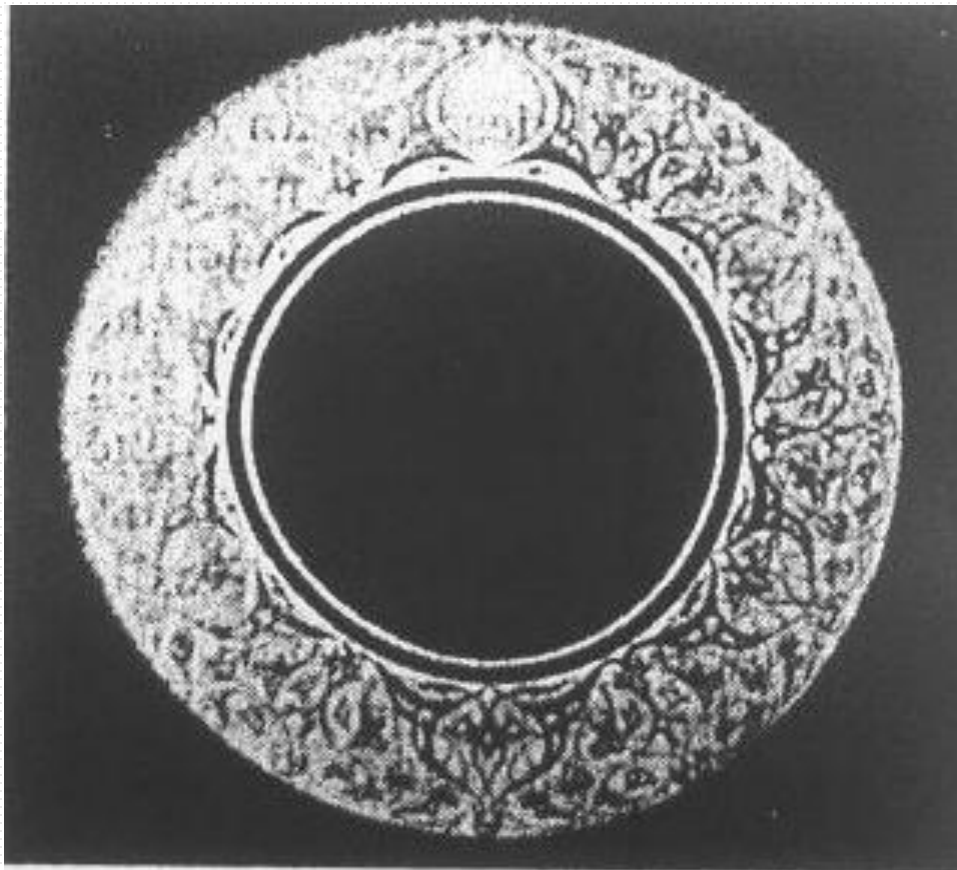
这种**温度不变**的热辐射称为**平衡热辐射**。

光谱吸收比 $\alpha_{\nu}(T)$

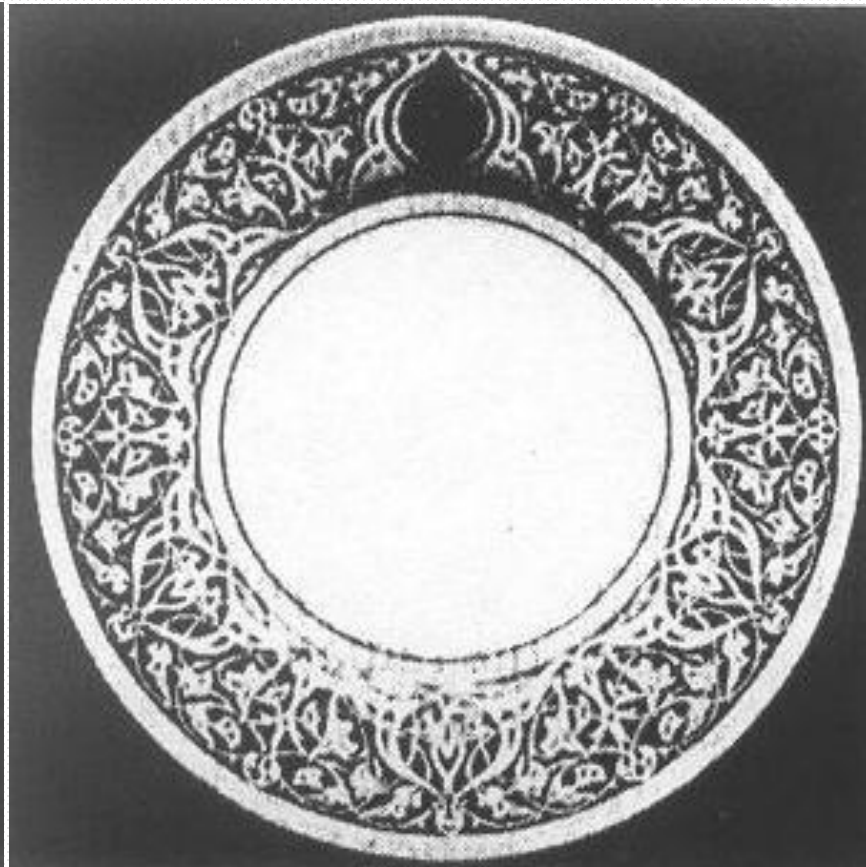
$$\alpha_{\nu}(T) = \frac{d E_{\nu(\text{吸收})}}{d E_{\nu(\text{入射})}}$$

$\alpha_{\nu}(T)$ 温度为 T 时，入射到物体上的频率在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 间隔内电磁波的能量被物体吸收的百分比。

实验表明：辐射能力越强的物体，其吸收能力也越强



1100K, 自身辐射光



室温, 反射光

一个黑白花盘子的两张照片



基尔霍夫定律

1860 年**基尔霍夫**发现：对于不同材料和不同表面结构的物体， $M_v(T)$ 和 $a(v,T)$ 都有很大不同，但它们的比值却是一个与材料和表面性质无关，仅决定于温度和波长的恒量，即

$$\frac{M_v(T)}{a(v,T)} = \varphi(v,T)$$

——**基尔霍夫定律**



二、黑体

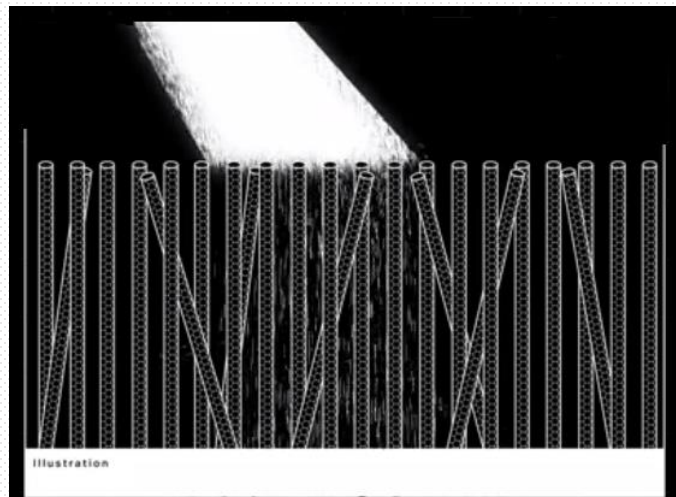
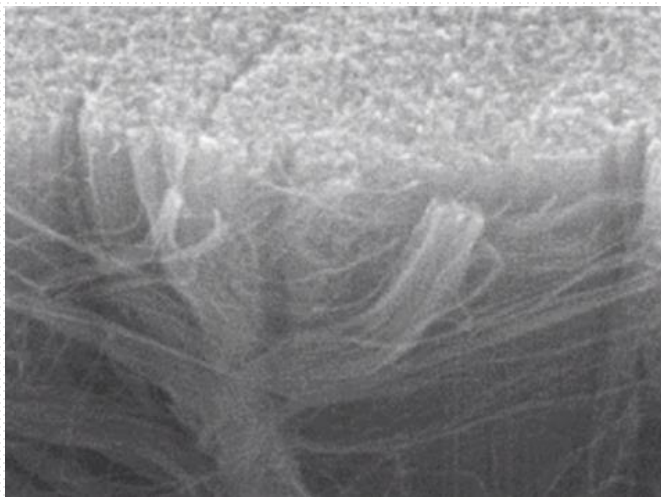
能完全吸收各种波长电磁波而无反射的物体

即

$$\alpha_v = 1$$

黑体是理想化模型

即使是煤黑，对太阳光的吸收率也小于 99%



世界上最黑的黑

垂直排列的碳纳米管

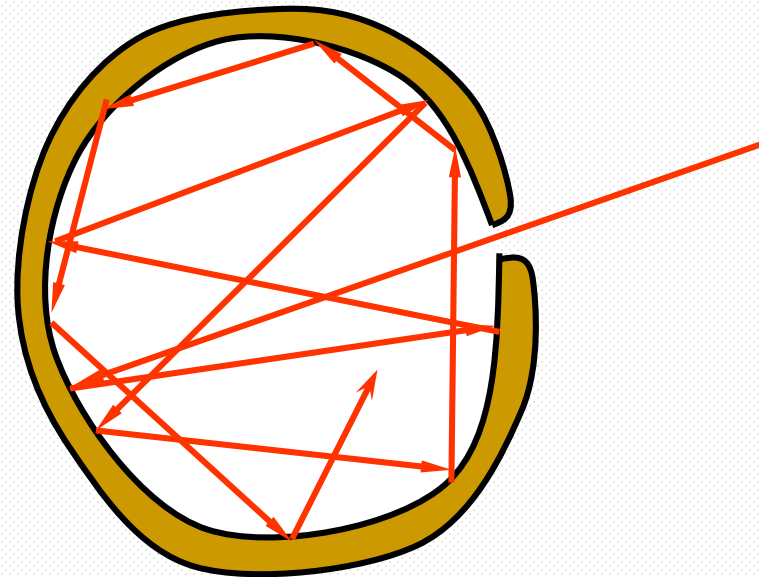
99.965%



维恩设计的黑体：

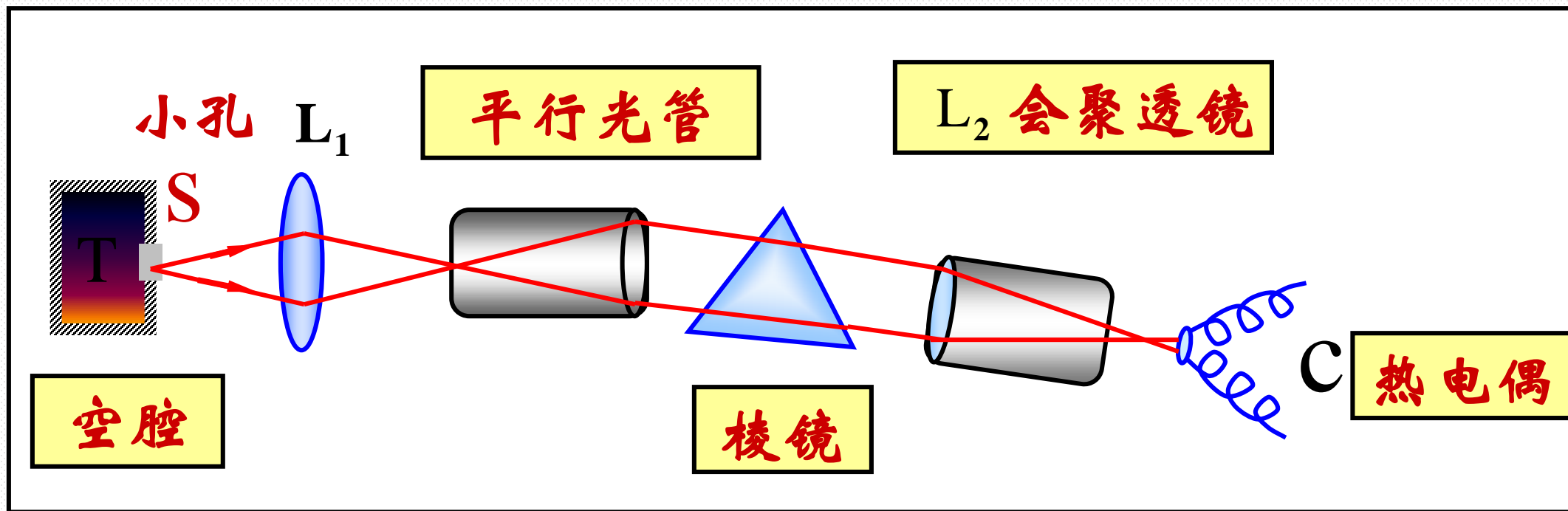
不透明介质空腔开一小孔，电磁波射入小孔后，很难再从小孔中射出。

小孔表面是黑体。



- 好的吸收体也是好的辐射体！！！！
- 黑体的光谱辐射出射度最大，与构成黑体的材料无关。
- 利用黑体可撇开材料的具体性质，普遍研究热辐射本身的规律。

三、黑体辐射谱 ($M_\nu \sim \nu$ 关系)



对黑体加热，放出热辐射。用光栅分光把辐射按频段分开。

用热电偶测各频段辐射强度，得 $M_\nu(T)$ 。



黑体辐射和热辐射实验曲线:

维恩位移定律

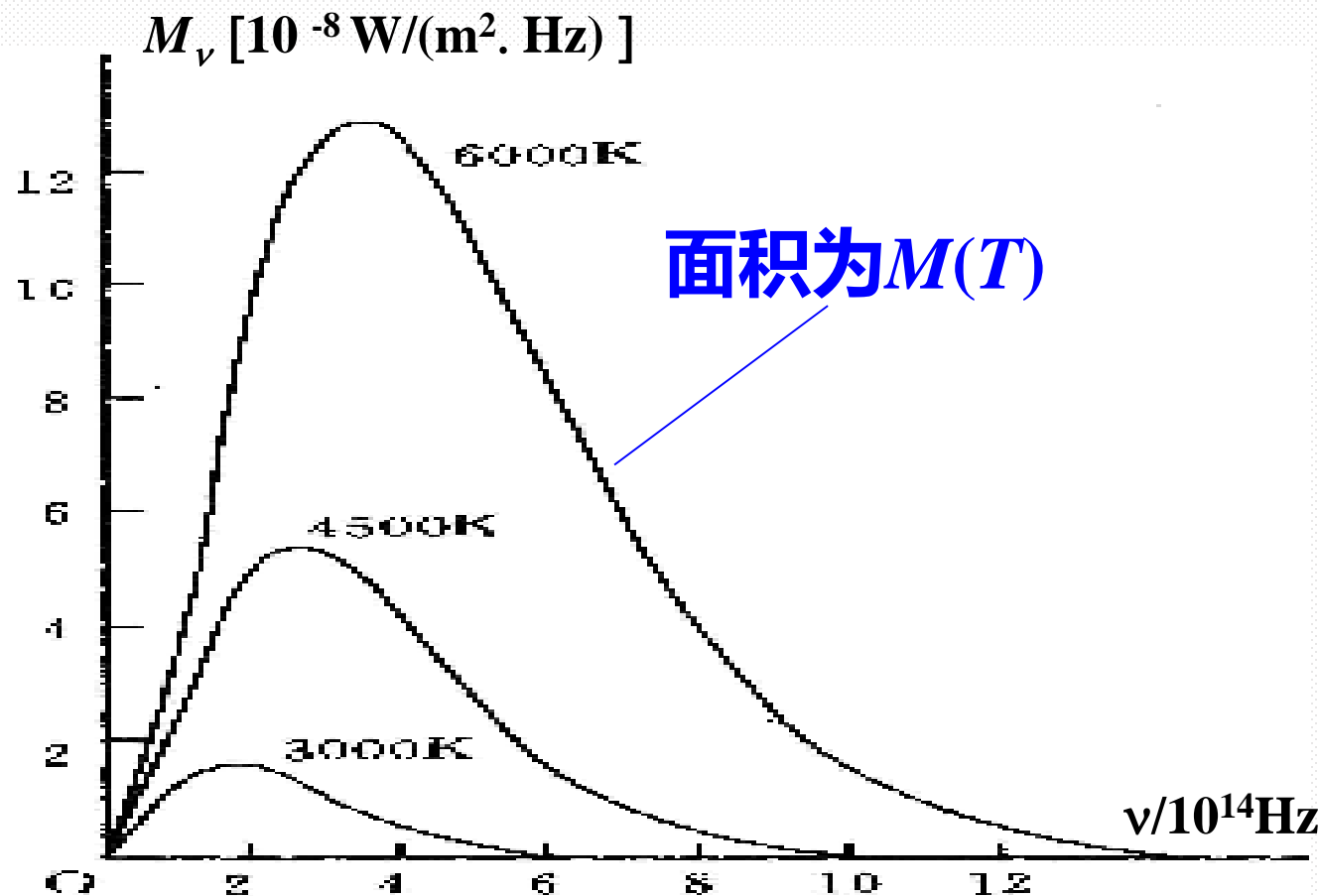
$$\nu_m = C_\nu T$$

$$C_\nu = 5.880 \times 10^{10} \text{ Hz/K}$$

斯特藩-玻耳兹曼定律

$$\text{全部辐出度: } M(T) = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$



不同温度下的黑体辐射曲线



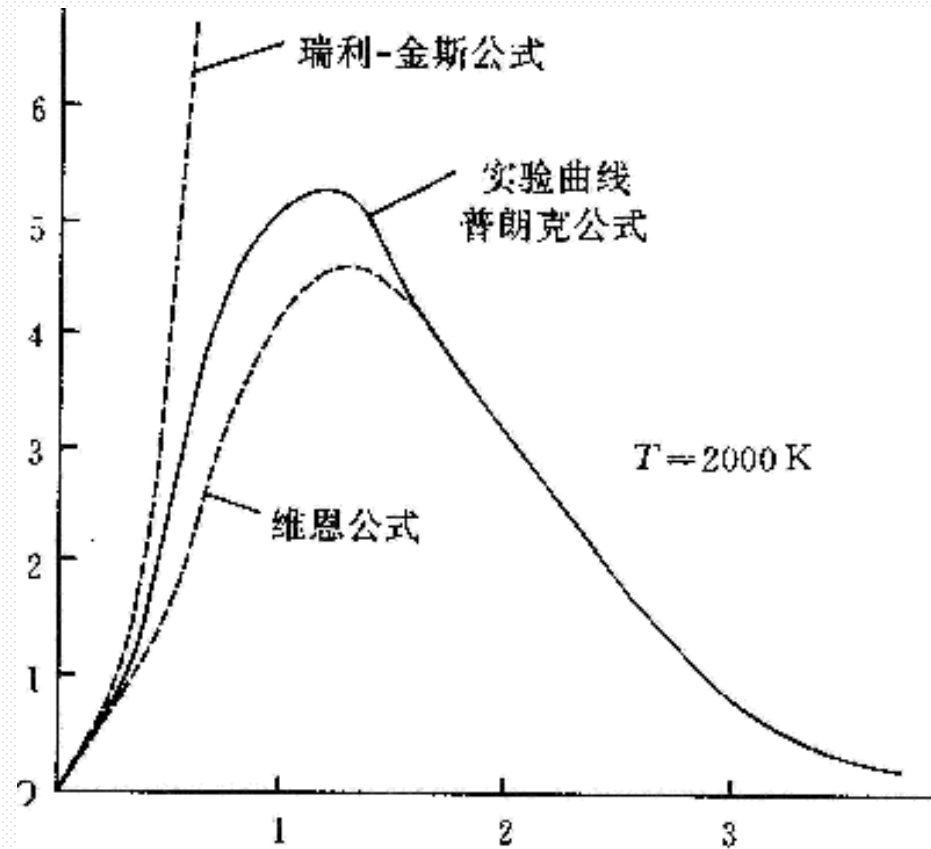
维恩公式

1896年，维恩假设气体分子辐射的频率只与其速率有关，首先从理论上推出一个黑体辐射公式

$$M_{\nu}(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu / T}$$

其中 α , β 为常量。

高频段与实验符合很好，低频段明显偏离实验曲线。





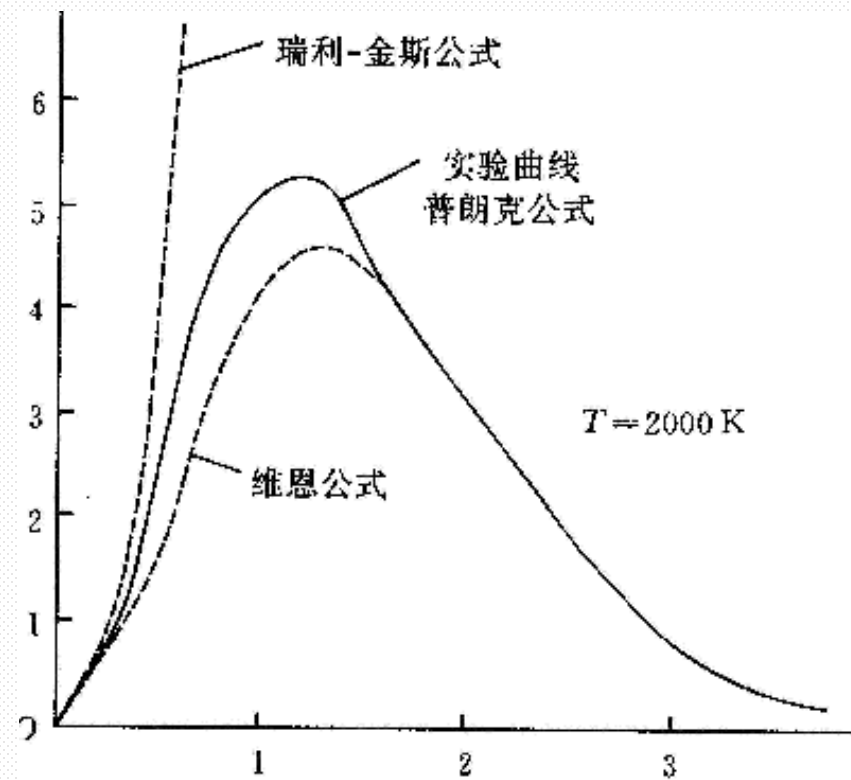
瑞利—金斯公式

1900年6月，瑞利按经典的能量均分定理，把空腔中简谐振子平均能量取与温度成正比的连续值，得到一个黑体辐射公式。

$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

低频段与实验符合很好，高频段明显偏离实验曲线。

$\nu \rightarrow \infty, M_{\nu} \rightarrow \infty$ “紫外灾难”！





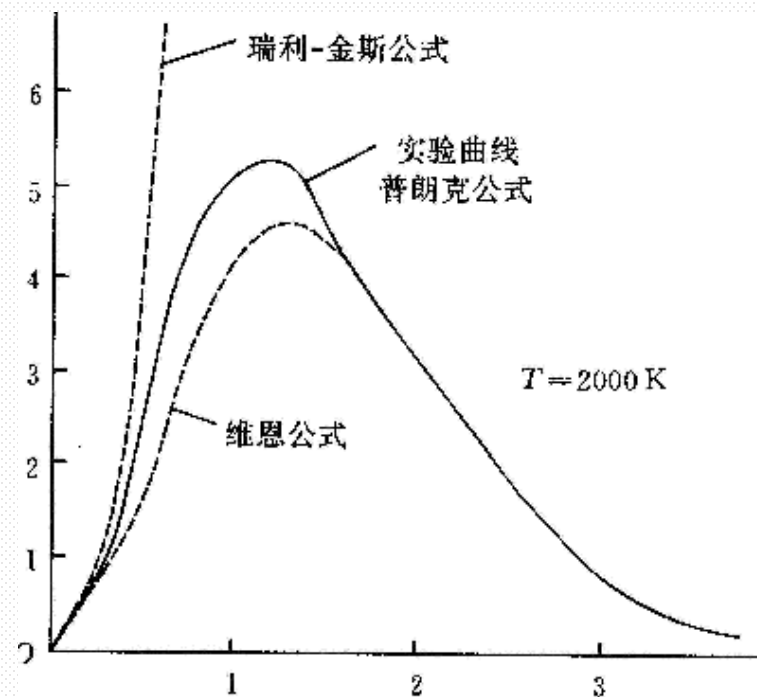
四、普朗克的能量子假说和黑体辐射公式

1900年10月，普朗克利用数学上的**内插法**，把适用于高频的维恩公式和适用于低频的瑞利 - 金斯公式衔接起来，得到一个**半经验公式**，即**普朗克黑体辐射公式**：

$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

普朗克常量： $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

在全波段与实验曲线惊人地符合！





普朗克不满足“侥幸猜到”的半经验公式，要“不惜任何代价”地去揭示真正的物理意义。

普朗克认为：空腔内壁的分子、原子的振动可以看成是许多带电的简谐振子，这些简谐振子可以辐射和吸收能量，并与空腔内的辐射达到平衡。从空腔小孔辐射出的电磁波，就是由这些空腔内壁的简谐振子辐射出的。

普朗克大胆地假设：

频率为 ν 的简谐振子的能量值，只能取 $\varepsilon=h\nu$ 的整数倍。

即，简谐振子的能量是量子化的，只能一系列特定的分立值

$$\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots$$



能量 $\varepsilon=h\nu$ 称为**能量子**，空腔内的辐射就是由各种频率的能量子组成。上述假设称为**普朗克能量子假设**。

在这一假设基础上，再运用经典的统计物理方法就可推出普朗克黑体辐射公式。

能量子的假设对于经典物理来说是**离经叛道**的，就连普朗克本人当时都觉得**难以置信**。

为回到经典的理论体系，在一段时间内他总想用能量的连续性来解决黑体辐射问题，但都没有成功。



普朗克量子假设的科学意义

1. **第一次冲击了经典物理学的传统观念**,宣告了经典理论中**能量总是连续的观点是错误的**,为量子物理的发展奠定了基础。
2. **第一次揭示了微观运动规律的基本特征**,标志着人类对自然的认识从宏观领域进入微观领域。

能量子概念的提出标志了量子力学的诞生, 普朗克为此获得1918年诺贝尔物理学奖。



由普朗克公式可导出其他所有热辐射公式：

$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

高频 $\rightarrow M_{\nu}(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta\nu/T}$

维恩公式

低频 $\rightarrow M_{\nu}(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$

瑞利—金斯公式

求导 $\rightarrow \nu_m = C_{\nu} T$

维恩位移定律

积分 $\rightarrow M = \sigma T^4$

斯特藩-玻耳兹曼定律



叶企孙
(1898 - 1977)

中国科学院学部委员

**清华大学首任物理系主任 (1926)、
首任理学院院长 (1929)**

**用X 射线方法测定普朗克常量，
在国际上沿用了16年。**

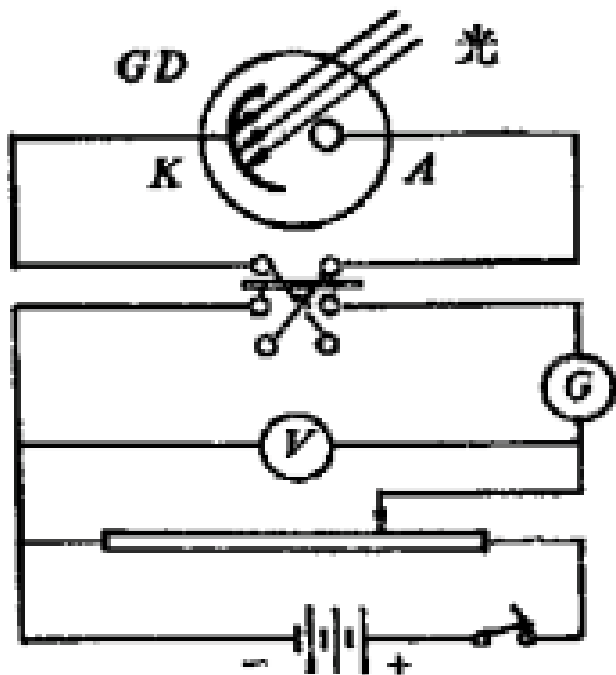
$$h = (6.556 \pm 0.009) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

最新： $h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

§2 光电效应与光的二像性

1887年，赫兹发现此现象。

当光照射到金属上时使金属内的电子逸出。——“光电子”



实验装置

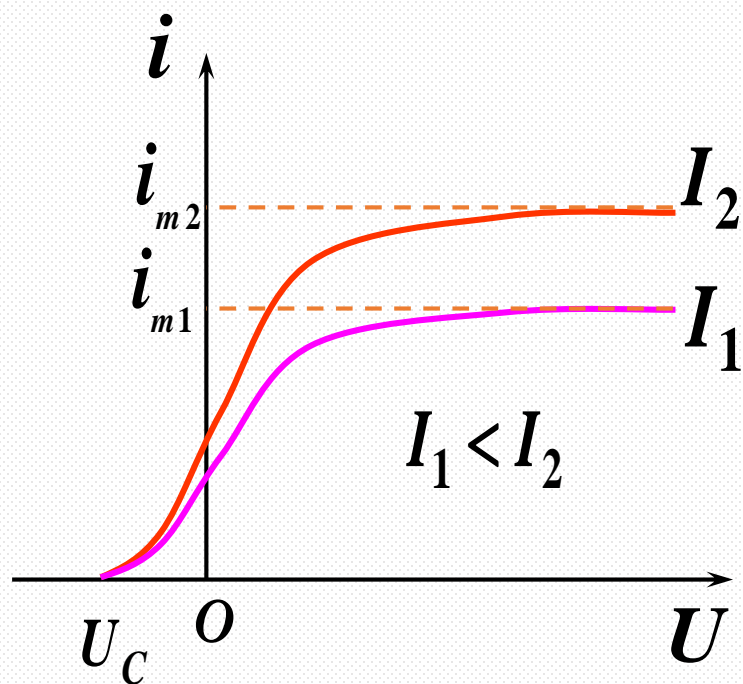
光通过石英窗口照射阴极K，
光电子从阴极表面逸出。

光电子在电场加速下向
阳极A运动，形成光电流。



实验规律

(1) 用光强一定的某种频率的光照射，得到的饱和光电流强度 i_m 是一定的，光强越大，饱和光电流强度也越大。



当电压 $U=0$ 时，光电流并不为零；

只有当两极间加了反向电压 $U = - U_c < 0$ 时，光电流 i 才为零。

U_c ——截止电压。



(2) 相同频率但强度大小不同的光照射，
截止电压 U_c 是相同的。

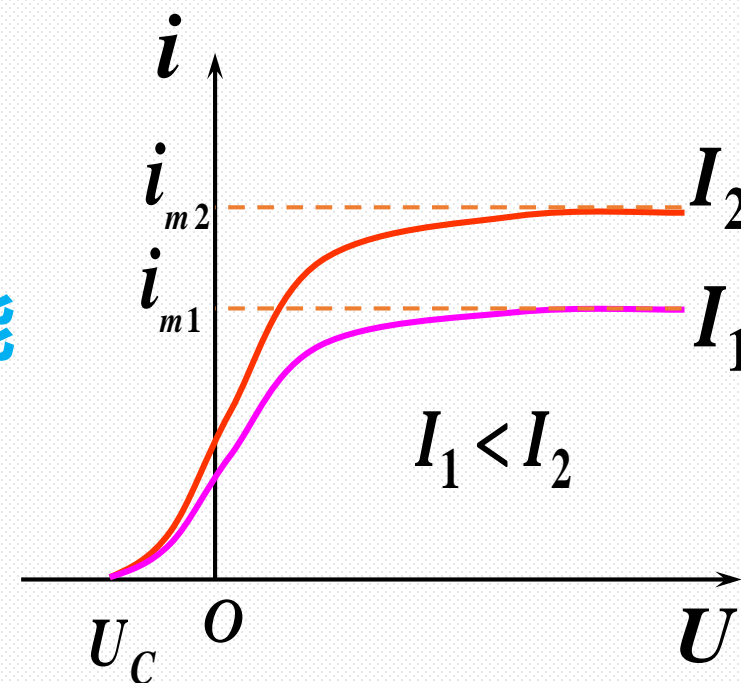
(这与经典电磁波的概念完全不同)

这表明：从阴极逸出的光电子有相同的最大初动能

设 u_m 为光电子的最大初速度，则有

$$\frac{1}{2} m u_m^2 = e U_c$$

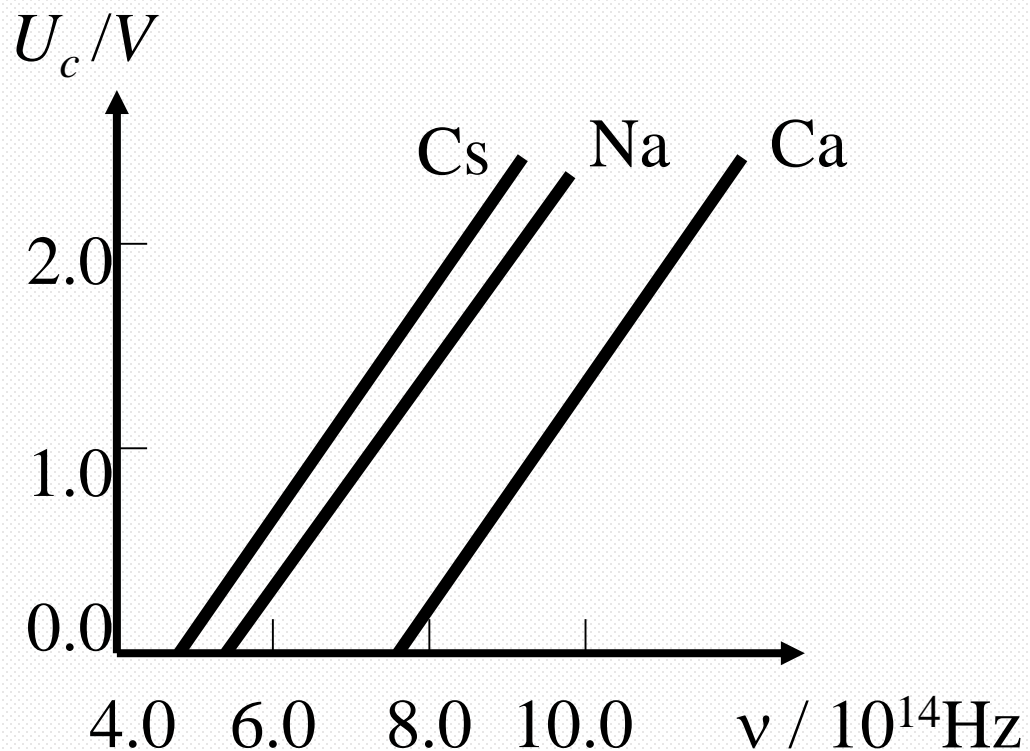
——它与光强无关



不同频率 ν 的入射波与截止电压 U_c 的关系如何？



截止电压 U_c 与入射光频率 ν 呈线性关系



$$U_c = K\nu - U_0$$

其中 K 为普适常数

U_0 与材料有关

$$\nu_0 = \frac{U_0}{K}$$

直线与横坐标的交点就是红限频率 ν_0



(3) 不论光强多大，只有当入射光频率 ν 大于一定的红限频率 ν_0 时，才会产生光电流。

(这与经典电磁波的概念也完全不同)

(4) 光电效应是瞬时发生的。

只要入射光频率 $\nu > \nu_0$ ，无论光多微弱，从光照射阴极到光电子逸出，弛豫时间不超过 10^{-9} s 。

(这与经典电磁波的概念也完全不同)



经典理论存在的困难

用经典物理中电磁波理论来解释光电效应的实验规律遇到如下困难：

(1)按经典理论，光照射到金属表面时，光强越大，光电子的初动能越大，所以，**光电子的初动能应与入射光强成正比，而光电效应实验却是最大初动能与光强无关。**

(2)按经典理论，只要光强足够大，电子就可获得足够的能量而逸出金属表面，即**不存在红限频率，实验结果是存在红限频率。**

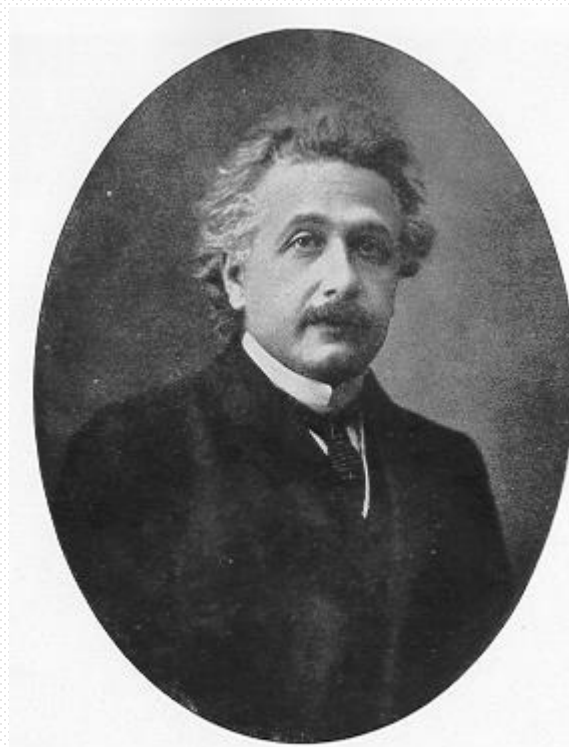
(3)按经典理论，当光强很弱时，电子需要经一定的时间积累能量。因此，光照射后应**隔一定的时间才有光电子逸出，然而光电子的逸出几乎是瞬时的。**



为了解释光电效应，爱因斯坦于1905年在普朗克量子论的基础上提出了光量子理论，成功地解释了光电效应。

光量子假设：

- (1) 电磁辐射由以光速 c 运动的局限于空间某一小范围的光量子（光子）组成，每一个光量子的能量 ε 与辐射频率 ν 的关系为 $\varepsilon = h\nu$ 其中 h 是普朗克常数。
- (2) 光量子具有“整体性”。
一个光子只能整个地被电子吸收或放出。
- (3) 光的强度取决于单位时间内通过与光传播方向垂直的单位面积的光子数所具有的总能量。 $I = N h \nu$



Albert Einstein

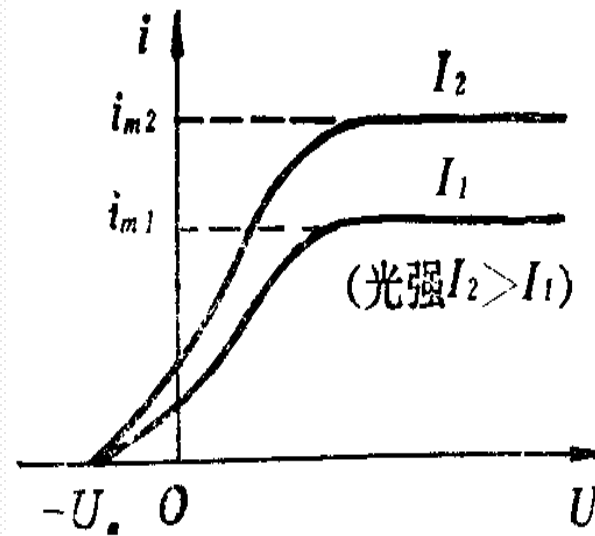


对光电效应的解释:

(1) 入射到金属表面的光→光子流

按光子假说, 入射光强越大, 单位时间照射到金属表面的光子数越多, 因而, 逸出的电子数也就越多。

$$\longrightarrow N \propto I \longrightarrow i_m \propto I$$



(2) 电子吸收一个频率为 ν 的光子 → 获得的能量为 $h\nu$

➤ 根据能量守恒, 得逸出电子的最大初动能

$$\frac{1}{2} m u_m^2 = h\nu - A$$

——光电效应方程

(A---逸出功)

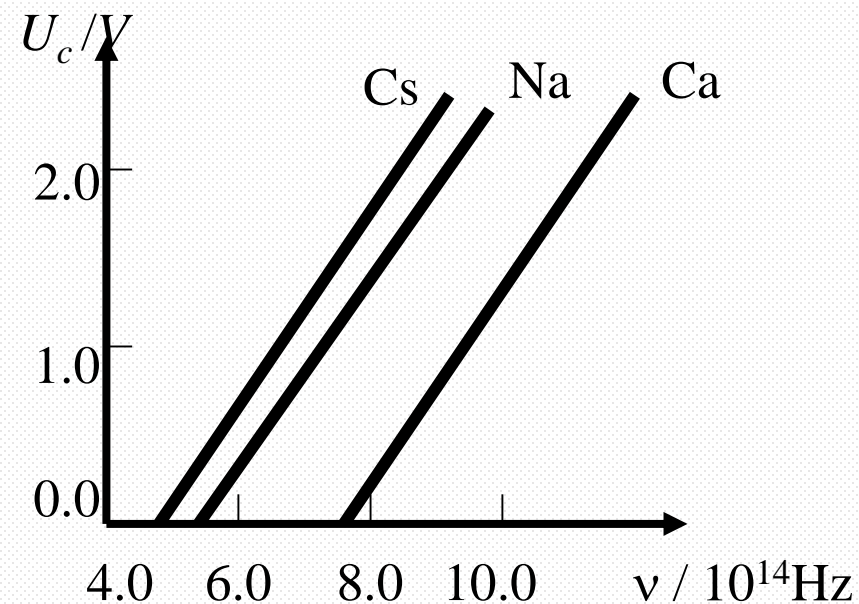


当： $\frac{1}{2}mu_m^2 = h\nu - A = 0$ 电子的能量刚好等于逸出功

➤ 由光电效应方程自然得到红限频率

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

□ 红限频率 ν_0 由金属的逸出功 A 决定





$$\frac{1}{2}mu_m^2 = h\nu - A$$

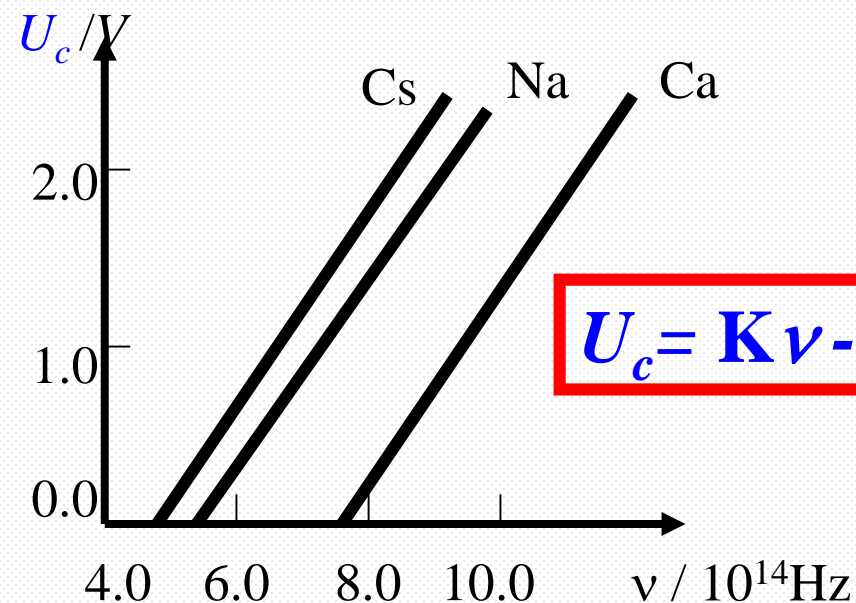
——光电效应方程

◆ 光电子的最大初动能与入射光的频率成线性关系，而与光强无关。

截止电压：U=U_c时 *i*=0，无光电流

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mu_m^2 &= h\nu - A = eU_c \\ &= e(K\nu - U_0) = eK\nu - eU_0\end{aligned}$$

➡ $h = eK \quad A = eU_0$





$$A = eU_0 \quad \text{----} A, U_0 \text{ 都与材料有关}$$

$$eK = h \quad \text{---- 密立根精确地测量得} K \text{ 计算得}$$

$$\text{普朗克常数 } h = 6.56 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

与当时用其他方法测得的符合得相当好。

当时这是对爱因斯坦光子假设的极大支持。



Robert A. Millikan

密立根 1923年诺贝尔物理学奖

弛豫时间 $10^{-9}s$

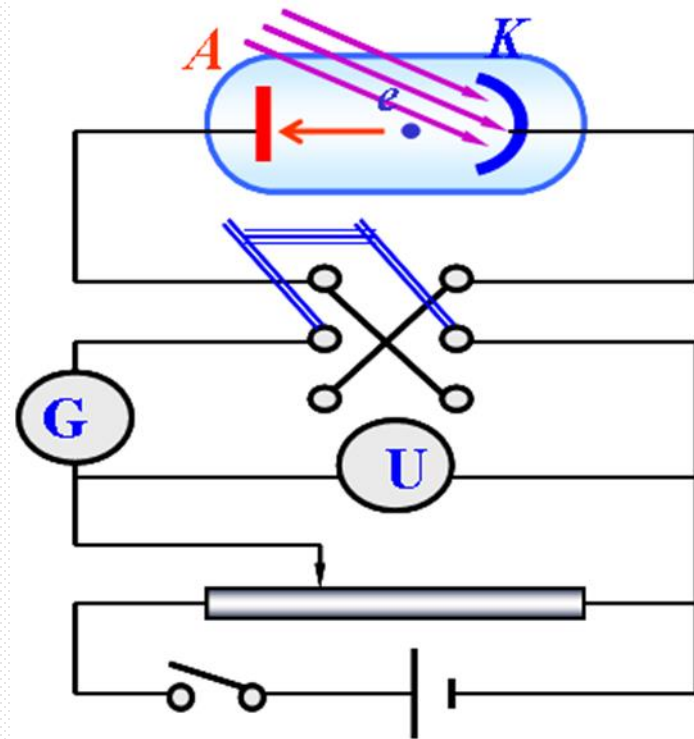
□ 由于光子的能量整个被电子吸收,

所以只要光子的频率 $\nu > \nu_0$,

电子几乎不需要能量积累 (或时间积累)
就可以逸出金属表面

➤ 所以光电子的逸出几乎与光照同时发生的。

➤ 这也这也自然说明了光电效应的瞬时性的时间问题。





★光电效应的应用

利用光电效应原理可制成真空光电管，
可对微弱光线进行放大，这种光电管的灵敏度
极高，可用于记录和测量光的强度，还可
用于自动控制。

可使光电流放大 $10^5 \sim 10^8$ 倍，

用在工程、天文、科研、军事等方面



光电倍增管



例1 当波长为 3000\AA 的光照射在某金属表面时，电子的最大动能为 $4.0 \times 10^{-19}\text{J}$ ，在作上述光电效应实验时截止电压=_____V；
此金属的红限频率 ν_0 =_____Hz.
(普朗克常量 $h=6.63 \times 10^{-34}\text{JS}$ ；基本电荷 $e=1.60 \times 10^{-19}\text{C}$)

解： $\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_c \Rightarrow U_c = \frac{E_m}{e} = 2.5\text{V}$

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A \quad \text{逸出功} \quad A = h\nu - \frac{1}{2}mv_m^2$$

红限频率 $h\nu_0 - A = 0$ $\nu_0 = \frac{h\nu - \frac{1}{2}mv_m^2}{h} = 3.97 \times 10^{14}\text{Hz}$



例2 用 ν_1 的单色光照射某一种金属时，测得光电子的最大动能为 E_{k1} ；用频率为 ν_2 的单色光照射另一种金属时，测得光电子的最大动能为 E_{k2} ，如果 $E_{k1} > E_{k2}$ ，那么 **[D]**

(A) ν_1 一定大于 ν_2

(B) ν_1 一定小于 ν_2

(C) ν_1 一定等于 ν_2

(D) ν_1 可能大于也可能小于 ν_2

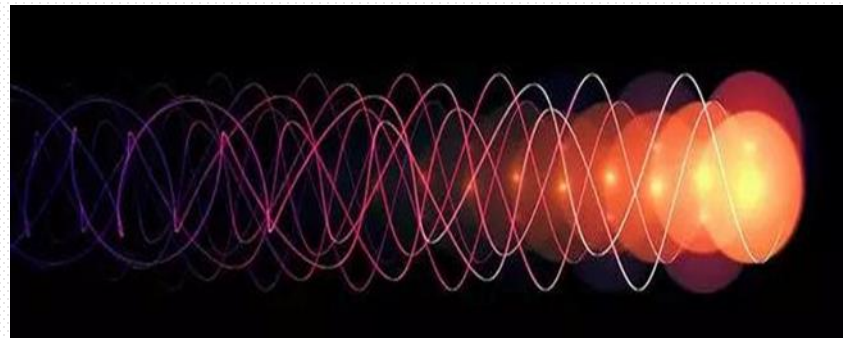
$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A$$



光的波粒二象性

光在媒质中传播时，会产生干涉、衍射、偏振现象，这说明光具有**波动性**；

而热辐射、光电效应又说明光的能量是分立的、一份一份的，具有**粒子性**。



因此关于光的本质的正确认识是：

光具有波粒二象性，即光是波动性和粒子性的统一。



描述波动性的量： 频率 ν ， 波长 λ 。

描述粒子性的量： 能量 ε ， 动量 p 。

由光的量子论： $\varepsilon = h\nu$, $p = h\nu/c = h/\lambda$ $m = \frac{h\nu}{c^2}$

波长 λ 大或障碍物小 \rightarrow 波动性突出

波长 λ 小或障碍物大 \rightarrow 粒子性突出

光作为电磁波是弥散在空间而连续的

光作为粒子在空间中是集中而分立的

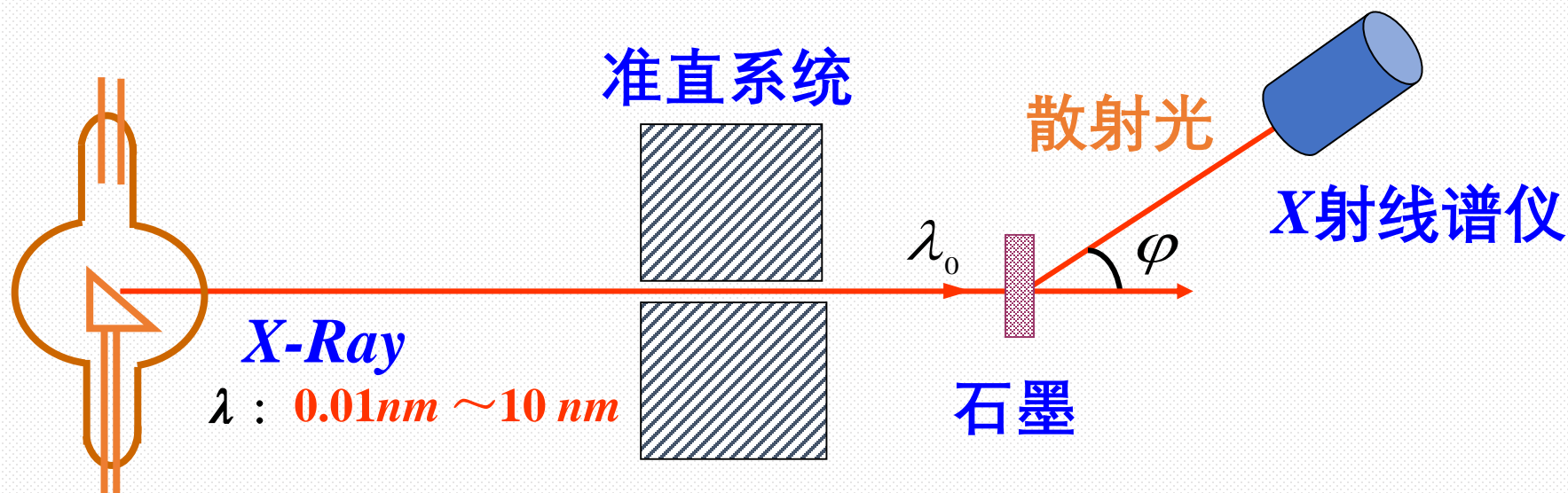
统一于 “概率波”

§3 康普顿-吴有训散射

是光显示出其**粒子性**的著名实验。

1922-1923年，康普顿研究了X 射线在石墨上的散射：

一、康普顿散射实验装置



φ 是散射光线与原入射光线的夹角，称作**散射角**。

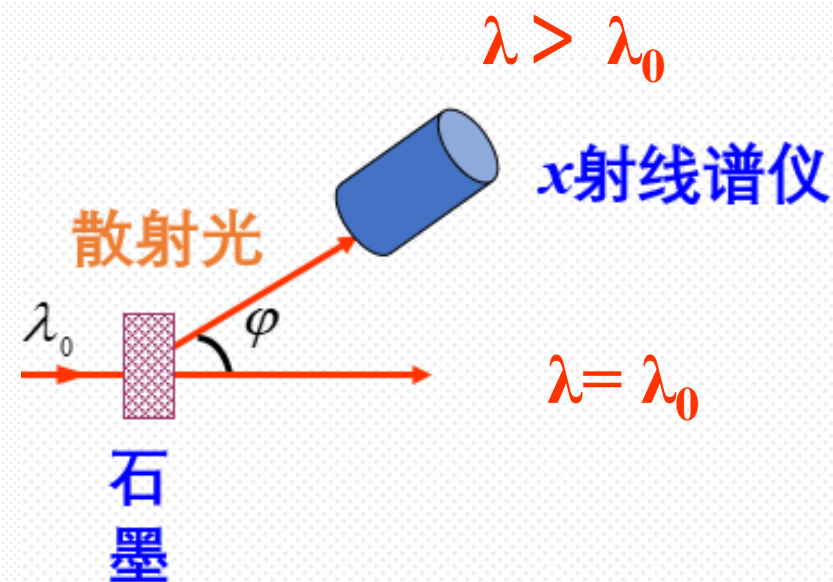
二、康普顿散射实验结果

① 散射线中有与入射线波长相同的射线，

$\lambda = \lambda_0$ 正常散射

② 散射线中有大于入射线波的射线，

$\lambda > \lambda_0$ 反常散射



把这种散射线波长改变的散射称作**康普顿效应**

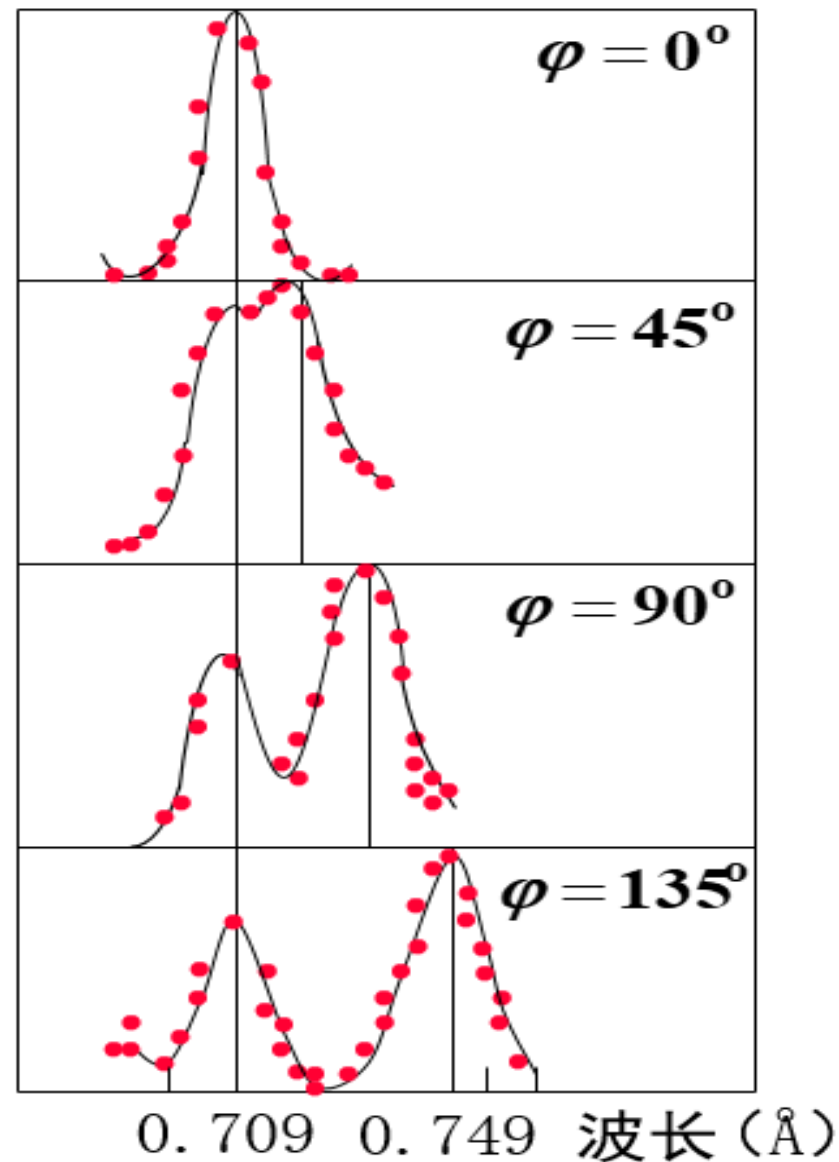
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

按经典电磁理论：如果入射X光是某种波长的电磁波，散射光的波长是不会改变的！



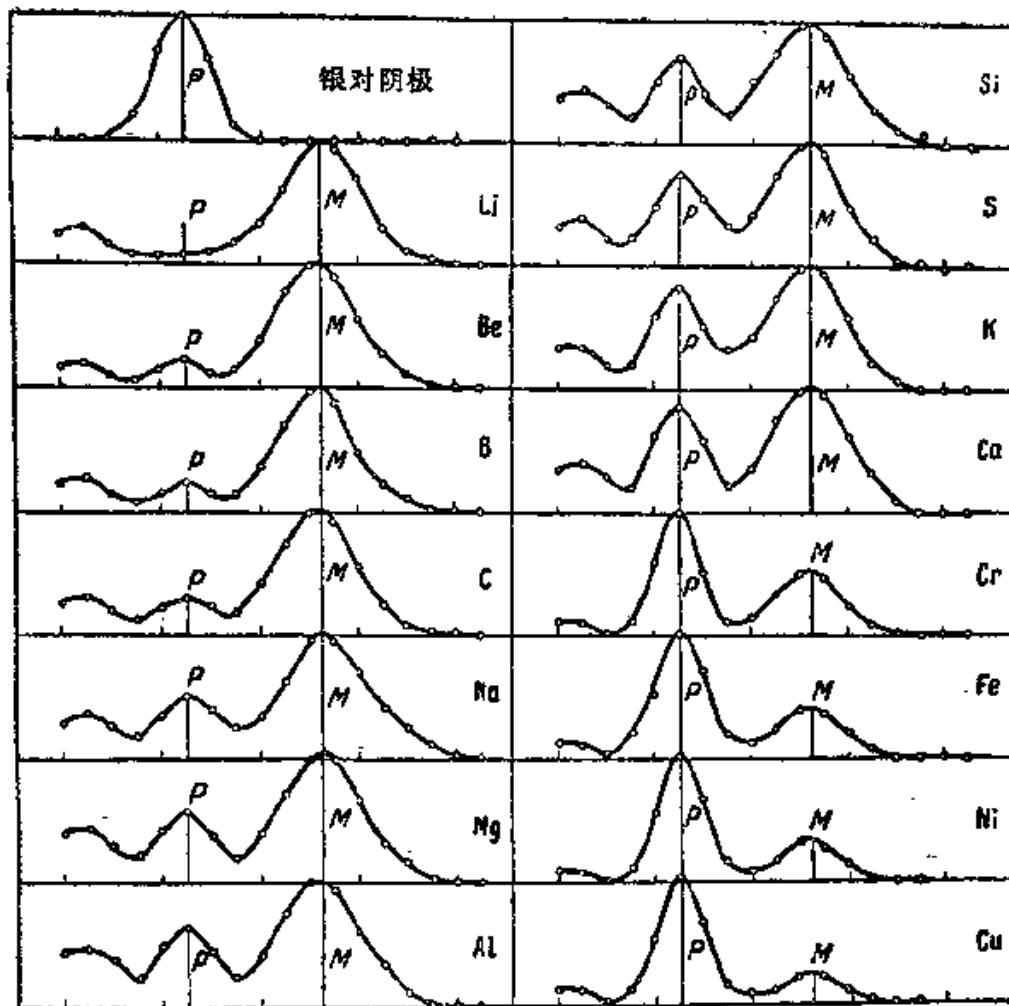
散射线波长改变的实验规律:

1. $\Delta\lambda$ 随散射角 φ 的增大而增加, 且新谱线的相对强度也增大。
2. $\Delta\lambda$ 与散射物质、原波长 λ_0 均无关。
3. 原子量越小的物质, 康普顿效应越显著。





各种元素的康普顿效应





量子理论解释

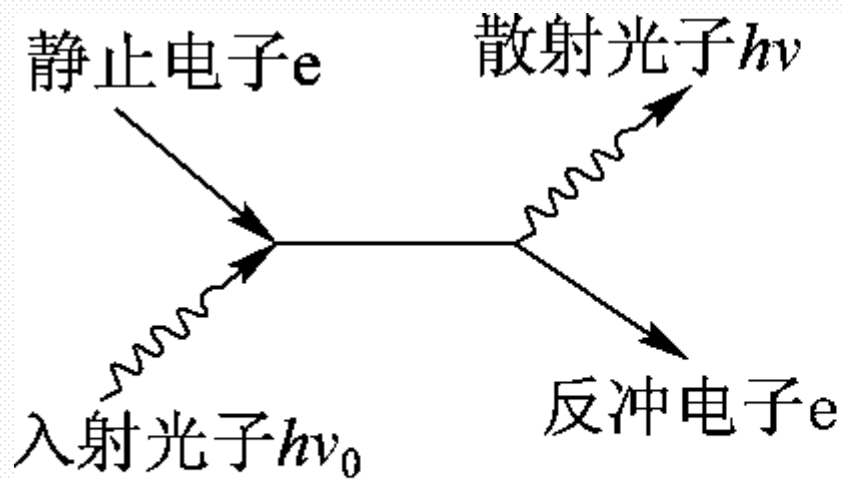
① 定性解释

光子与电子发生相互作用：完全弹性碰撞。

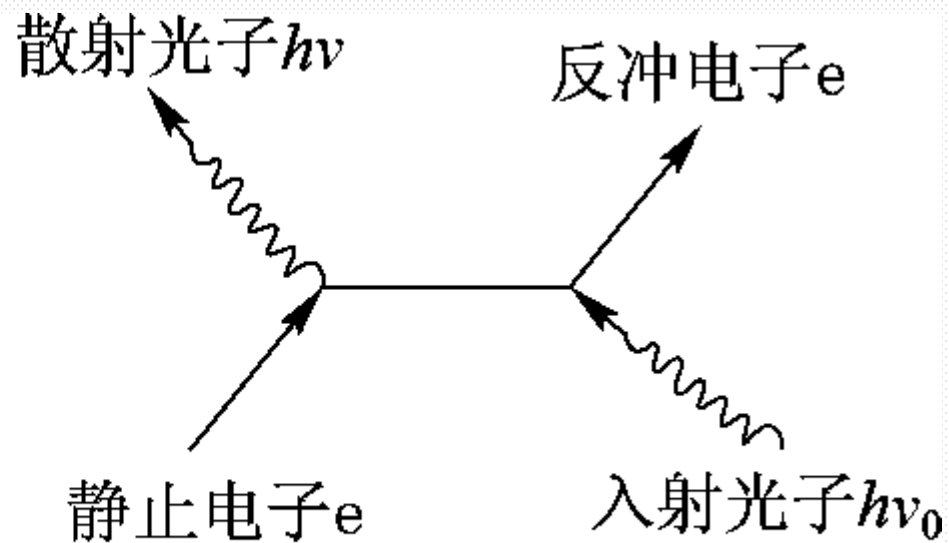
- a. 当光子与**自由电子**相互作用时，**电子获得部分能量，发出光子能量低**，因而散射光的波长增加。
- b. 当光子与**束缚电子**相互作用时，散射光子的能量不变，波长不变。
- c. 光子和电子的相互作用，**所以 $\Delta\lambda$ 与散射物质无关，只与散射角有关。**
- d. 对于原子量小的物质，因其外层**自由电子**的相对比例高，故其康普顿效应显著。



康普顿散射是一个“二步过程”



(a) 先吸后放



(b) 先放后吸

② 定量解释

动量守恒

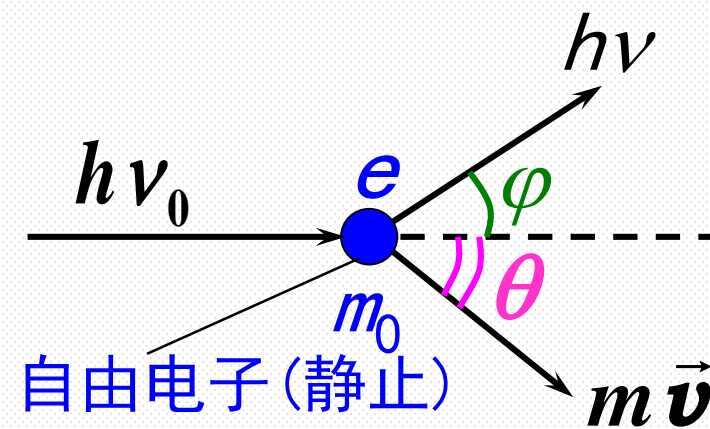
x轴:

$$\frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda} \cos \varphi + \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cos \theta$$

y轴:

$$0 = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi - \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \sin \theta$$

狭义相对
论动量



消去 θ 得:

$$\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda_0 \lambda} \cos \varphi = \frac{(m_0 v)^2}{1 - v^2/c^2}$$

$$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi)$$

能量守恒

$$\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2.43 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

——电子的康普顿波长



康普顿散射的意义

- ① 康普顿效应进一步证实了爱因斯坦**光子理论**的正确性;
- ② 直接证明: 在微观粒子相互作用的过程中同样严格遵守**能量守恒定律**和**动量守恒定律**——**粒子性表现更充分**。

康普顿散射与光电效应的联系和区别:

联系: 光子与电子的相互作用

区别: 相互作用的微观机制

光电效应: 能量守恒

康普顿散射: 能量和动量守恒

光电效应: **可见光、紫外线**

康普顿效应: **X射线、 γ 射线**



讨论几个问题

1、为什么康普顿效应中的电子不能像光电效应那样吸收光子，而是散射光子？

假设自由电子能吸收光子，则有：

$$\left. \begin{aligned} h\nu_0 + m_0c^2 &= mc^2 \\ \frac{h\nu_0}{c} \vec{e}_0 &= m\mathbf{v}\vec{e}_0 \\ m &= m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} \end{aligned} \right\} 1 - \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow v = c$$

违反相对论！

上述过程不能同时满足能量、动量守恒。

因此：自由电子不能吸收光子，只能散射光子。



2、为什么在光电效应中不考虑动量守恒？

在光电效应中，入射的是可见光和紫外线，光子能量低，电子与整个原子的联系不能忽略，**原子也要参与动量交换，光子—电子系统动量不守恒**。但原子质量较大，能量交换可忽略，所以光子—电子系统仍可认为能量是守恒的。

3、为什么可见光观察不到康普顿效应？

可见光波长很长，只有入射光波长与康普顿波长可以相比拟时，康普顿散射才显著，所以可见光产生康普顿效应不明显。



吴有训

(1897年4月26日—1977年11月30日)

字正之，物理学家、教育家，
是中国近代物理学研究的开拓者和奠基
人之一， 被称为中国物理学研究的
“开山祖师”。





§4 粒子的波动性

光(波)具有粒子性, 实物粒子具有波动性吗?

一、德布罗意假设

L.V. de Broglie (法, 1892-1986)

从自然界的**对称性**出发,认为:

既然光(波)具有粒子性,

那么实物粒子也应具有波动性



1929年获诺贝尔物理奖

1924.11.29 德布洛意把题为“**量子理论的研究**”的博士论文提交巴黎大学



德布罗意在论文中指出:

一个能量为 E , 动量为 P 的实物粒子同时具有波动性, 且:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}$$

与粒子相联系的波称为物质波, 或德布罗意波。

λ — 德布罗意波长 (de Broglie wavelength)

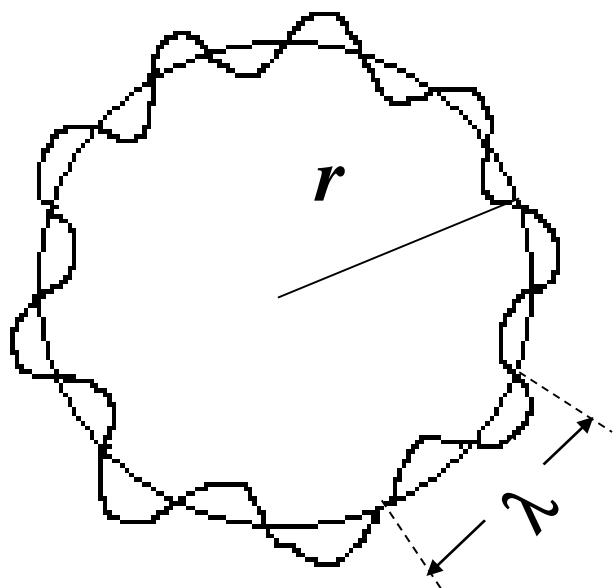
他还用物质波的概念成功地解释了玻尔提出的轨道量子化条件



物质波解释轨道量子化条件

$$mv \cdot r = n \frac{h}{2\pi}$$

$$(n=1,2,\dots)$$



驻波: $\because 2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{mv} \quad \therefore mvr = n \frac{h}{2\pi}$

朗之万把德布洛意的文章寄给爱因斯坦,

爱因斯坦说: “揭开了自然界巨大帷幕的一角”

“瞧瞧吧, 看来疯狂, 可真是站得住脚呢”



经爱因斯坦的推荐，物质波理论受到了关注。

答辩会上有人问：“这种波怎样用实验来证实呢？”

德布洛意答：“用电子在晶体上的衍射实验可以做到。”

估算电子的波长（电子 $v \ll c$ ）：
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

设电子动能由 U
伏电压加速产生

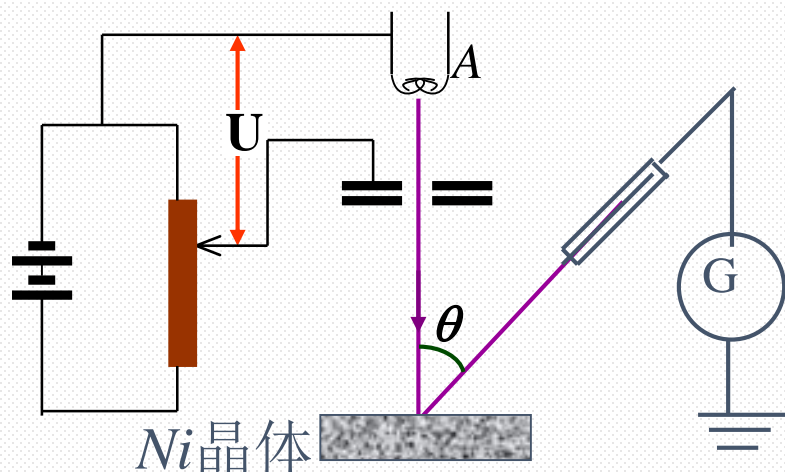
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \longrightarrow \lambda = \frac{12.25}{\sqrt{U}} (\text{\AA})$$

若 $U=100$ 伏

$\lambda=1.225\text{\AA}$ —— X射线波段

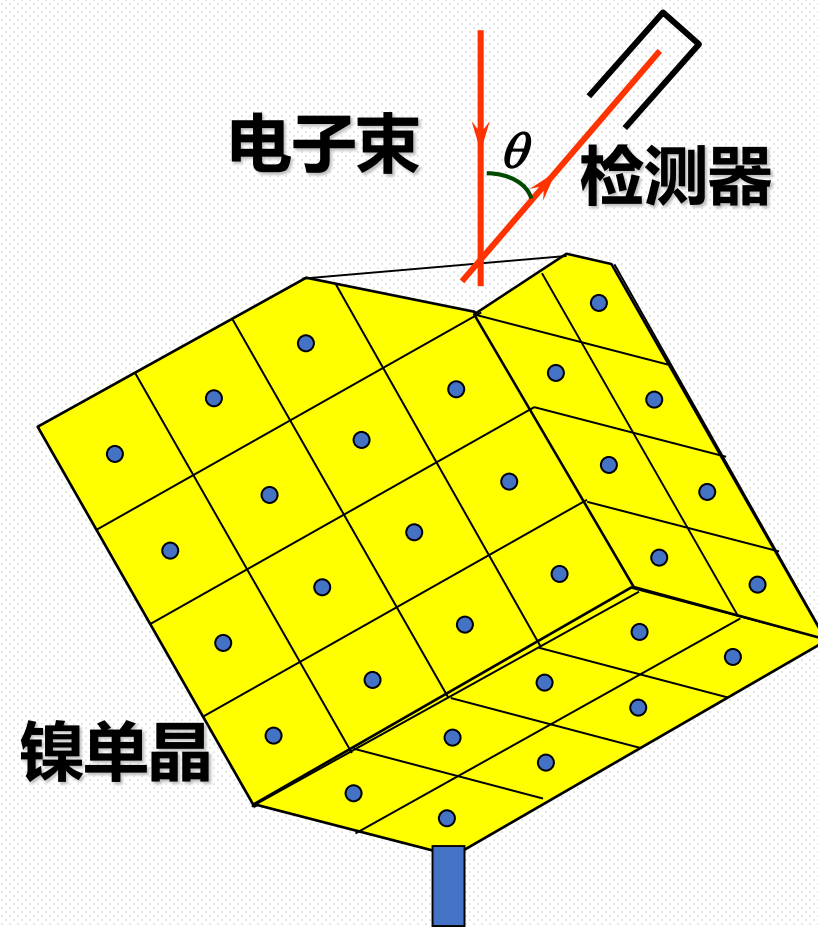
二、物质波的实验证实

1927年，戴维孙、革末观察电子衍射现象。

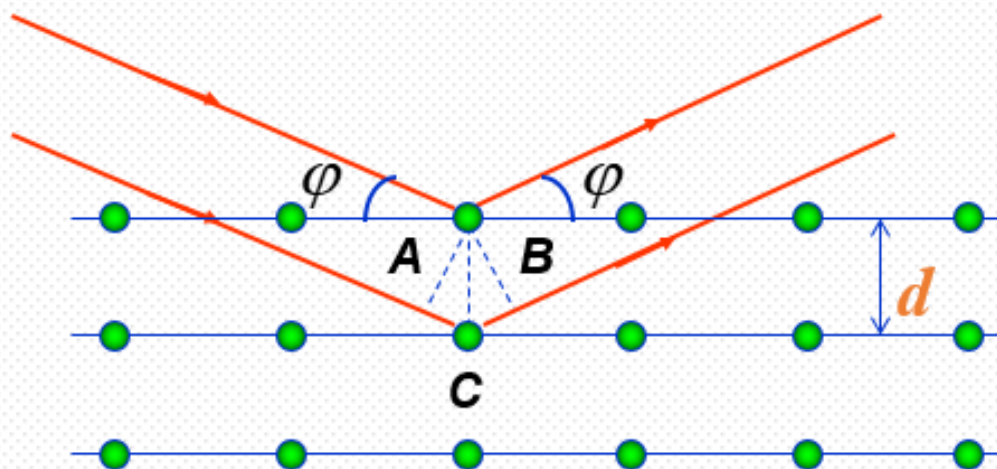


电子晶体衍射实验示意图

1937年戴维逊、汤姆逊共获诺贝尔物理奖。



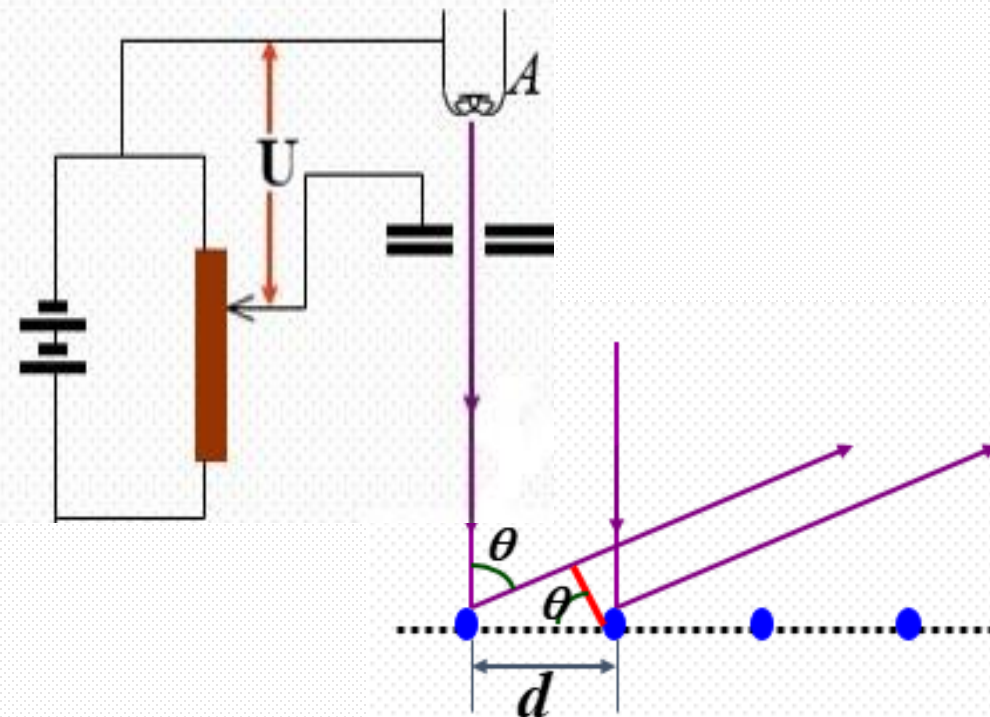
晶体的空间点阵为反射光栅



布拉格公式:

$$2d \sin \varphi = k\lambda$$

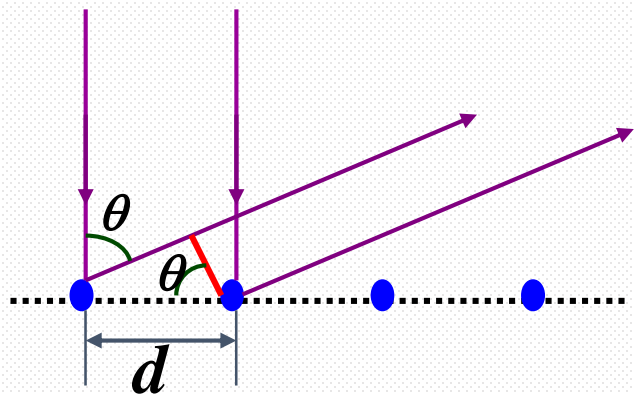
1、与X射线衍射类似的衍射现象



2、当入射电子能量为 $U=54\text{eV}$ 时，沿 $\theta=50^\circ$ 的出射方向检测到很强的电子电流。

当入射电子能量为 $U=54\text{eV}$ 时，沿 $\theta=50^\circ$ 的出射方向检测到很强的电子电流。

由布拉格公式：



$$d \sin \varphi = k \lambda$$

$$d = 0.215 \text{ nm}$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$\longrightarrow \lambda = 0.165 \text{ nm}$$

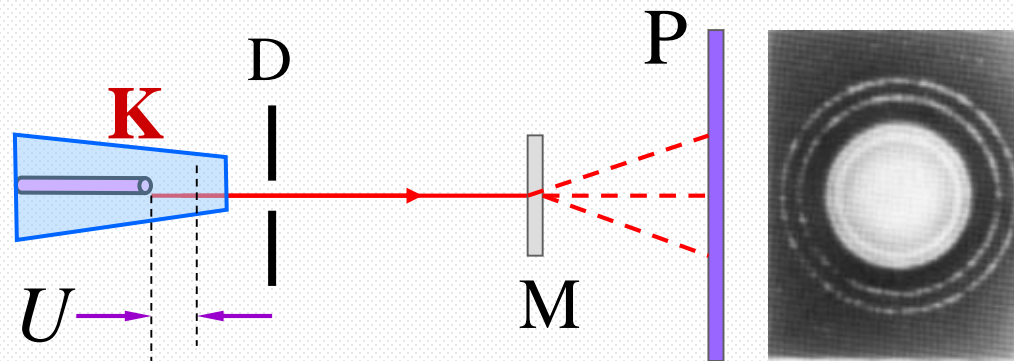
德布罗意关系式：

$$v = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 0.167 \text{ nm}$$

理论计算与实验结果符合的很好，证明了德布罗意关系。

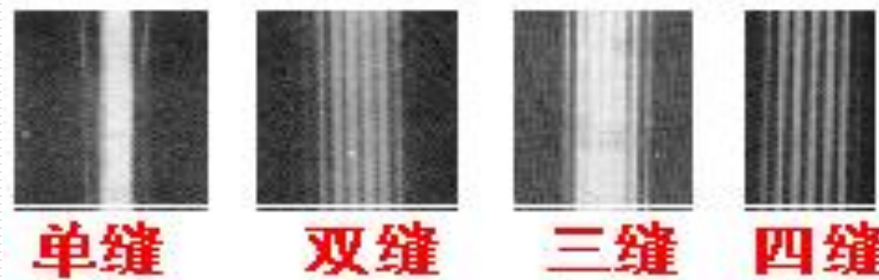
1927年，汤姆孙多晶薄膜衍射。



电子束透过多晶铝箔的衍射

1961年，约恩孙观察电子单缝衍射现象

电子具有波动性，证明了德布罗意关系。



质子、中子、 C_{60} 等实物粒子的波动性都已被实验验证



微观粒子在某些条件下表现出粒子性，在另一些条件下表现出波动性，而两种性质虽寓于同一客体体中，却不能同时表现出来。

少女？

老妇？

两种图象不会同时出现在你的视觉中。



例3 计算以下几种物质的德布罗意波长？

地球公转： $m_0 = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ $v = 29.8 \text{ km/s}$

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{5.98 \times 10^{24} \times 2.98 \times 10^4} = 3.72 \times 10^{-63} \text{ m}$$

子弹： $m_0 = 0.01 \text{ kg}$ $v = 300 \text{ m/s}$

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = 2.21 \times 10^{-34} \text{ m}$$

结论：宏观物质的德布罗意波长均太小，难以观察其波动性。



因普朗克常数极其微小，子弹的波长小到实验难以测量的程度(足球的波长也是如此)，
它们只表现出粒子性，并不是说没有波动性。

两把自然尺度： c 和 h

$c \rightarrow \infty$: 相对论 \longrightarrow 牛顿力学

$h \rightarrow 0$: 量子物理 \longrightarrow 经典物理

($\lambda \rightarrow 0$: 波动光学 \longrightarrow 几何光学)



§5 概率波与概率幅

物质波的物理意义是什么？

1926年，波恩 (Born) 提出：

1) 物质波描述了粒子在各处被发现的概率

——概率波

不代表实在的物理量的波动

2) 只有当粒子数足够多（或对少数粒子反复做足够多次实验）时，这种概率分布才会呈现出来；



Max Born 德国物理学家

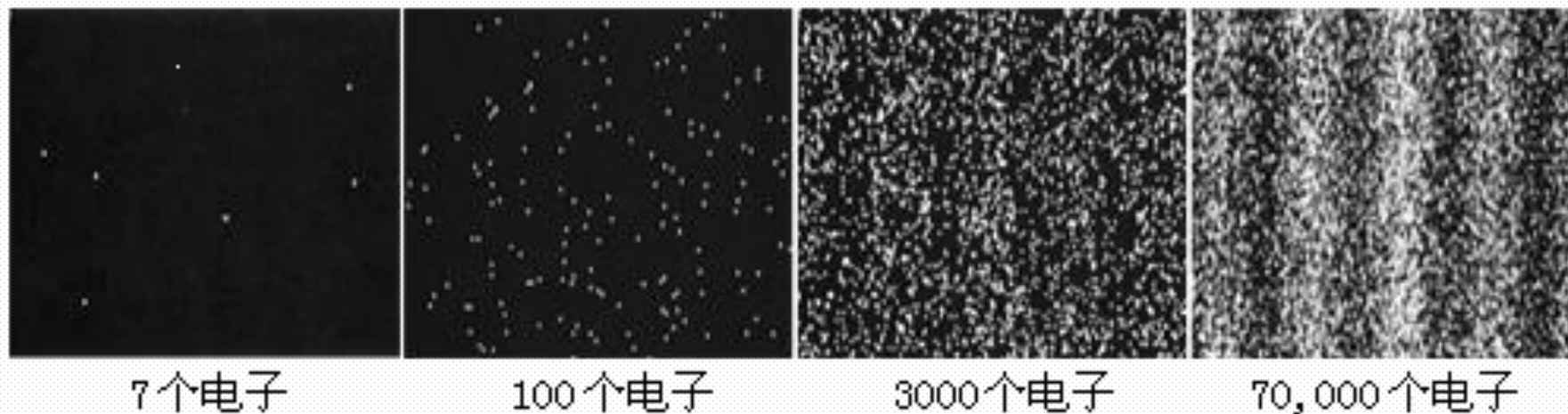
1954年诺贝尔物理奖

波恩的概率波可用电子双缝衍射实验结果来说明

1949年，苏联物理学家费格尔曼做了一个精确的弱电子流衍射实验

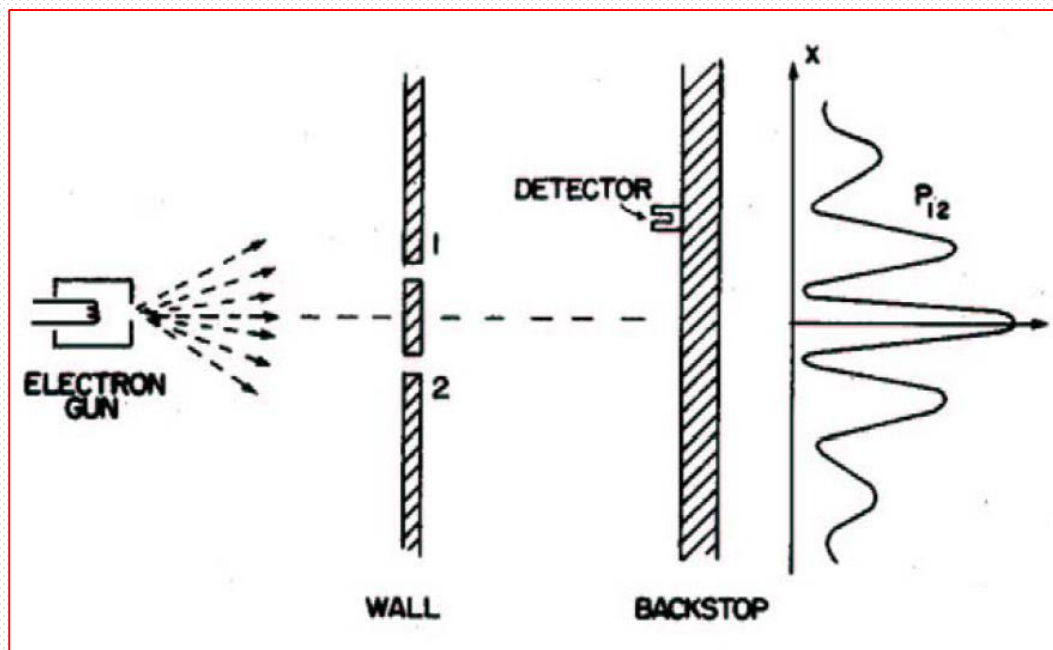
电子几乎是一个一个通过双缝，
底片上出现一个一个亮点

开始时底片上的亮点“无规”分布，随着电子增多，逐渐形成双缝衍射图样。

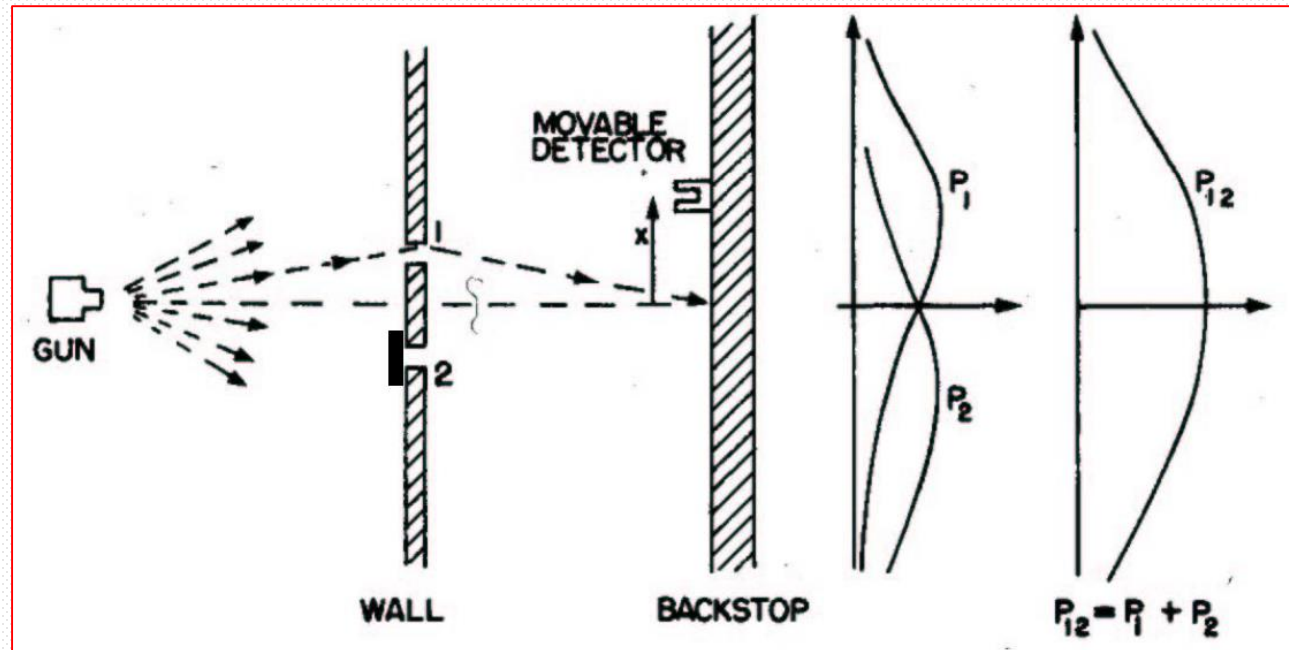


说明： 物质波不是经典意义上的波

电子双缝实验



(a) 双缝同时打开



(b) 依次打开一个缝

说明：微观粒子不是经典意义上的粒子



以上说明，电子的波动性并不是很多电子在空间聚集在一起时相互作用的结果，而是单个电子就具有波动性。换言之，干涉是电子“自己和自己”的干涉。

无论是大量电子同时入射，还是电子一个一个地长时间地入射，都只是让单个电子干涉的效果在底片上积累并显现出来而已。

怎样理解微观粒子的二象性：

①粒子性 指它与物质相互作用的“颗粒性”或“整体性”

②波动性 指它在空间传播有“可叠加性”，有干涉、衍射、偏振等现象。



3)波函数： 定量描述微观粒子的状态

人们常用复函数 $\Psi(r,t)$ 代表微观粒子的波函数。

玻恩对 Ψ 的统计解释(1926)： 波函数 Ψ 是描述粒子在空间概率分布的“**概率振幅**”。

$$\text{其模方} \quad |\Psi(\vec{r},t)|^2 = \Psi(\vec{r},t)^* \Psi(\vec{r},t)$$

代表 t 时刻，在坐标 r 附近单位体积中发现一个粒子的概率，

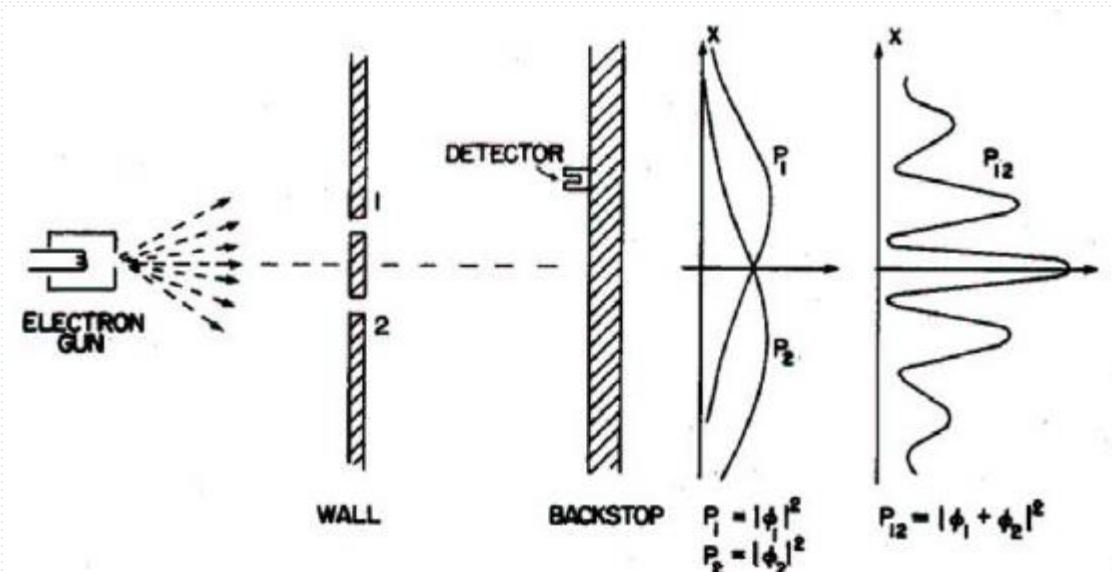
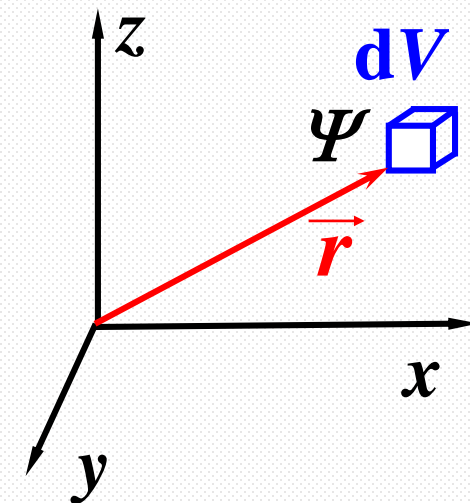
——称为“**概率密度**”

量子力学的第一条基本假定

在 t 时刻, 在 r 附近 dV 内发现粒子的概率为:

$$|\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$$

在空间 Ω 发现粒子的概率为: $\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV$



电子双缝干涉 $\Psi_{12} = \Psi_1 + \Psi_2$

$$P_{12} = |\Psi_{12}|^2 = |\Psi_1 + \Psi_2|^2$$

$$\neq |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 = P_1 + P_2$$



统计解释对波函数提出的要求

根据波函数的统计解释，它应有以下性质：

1) 有限性： 在空间任何有限体积元 ΔV 中找到

粒子的概率 $(\iiint_{\Delta V} |\Psi|^2 dV)$ 必须为有限值。

归一化： 在空间各点的概率总和必须为1。

归一化条件：
$$\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1 \quad (\Omega \text{ 全空间})$$



2) 单值性: 波函数应单值, 从而保证概率密度在任意时刻、任意位置都是确定的。

3) 连续性: ●波函数连续, 保证概率密度连续。

●对于势场连续点, 或势场不是无限大的间断点, 波函数的一阶导数连续。

自然条件 (标准条件): 单值、有限、连续。



经典波

- 是振动状态的传播
- 波强（振幅的平方）代表通过某点的能流密度
- 能流密度分布取决于空间各点的波强的绝对值

因此，将波函数在空间各点的振幅同时增大 C 倍，则各处的能流密度增大 C^2 倍，变为另一种能流密度分布状态。

- 波动方程无归一化问题。

概率波

- 不代表任何真是物理量的传播
- 波强（振幅的平方）代表粒子在某处出现的概率密度
- 概率密度分布取决于空间各点波强的比例，并非取决于波强的绝对值。

因此，将波函数在空间各点的振幅同时增大 C 倍，不影响粒子的概率密度分布，即 Ψ 和 $C\Psi$ 所描述德布罗意波的状态相同。

- 波函数存在归一化问题。



波函数本身“测不到，看不见”，是一个很抽象的概念，但是它的模方给我们展示了粒子在空间分布的图像，即粒子坐标的取值情况。当测量粒子的某一力学量的取值时，只要给定描述粒子状态的波函数，按照量子力学给出的一套方法就可以预言一次测量可能测到哪个值，以及测到这个值的概率是多少。

对波恩的统计诠释是有争论的，爱因斯坦就反对统计诠释。他不相信“上帝玩掷骰子游戏”，认为用波函数对物理实在的描述是不完备的，还有一个我们尚不了解的“隐参数”。虽然至今所有实验都证实统计诠释是正确的，但是这种关于量子力学根本问题的争论不但推动了量子力学的发展，而且还为量子信息论等新兴学科的诞生奠定了基础。





§6 不确定关系

海森伯 (W. K. Heisenberg, 1901-1976)

德国理论物理学家。他于1925年为量子力学的创立作出了最早的贡献，而于25岁时提出的不确定关系则与物质波的概率解释一起奠定了量子力学的基础。为此，他于1932年获得诺贝尔物理学奖金。



经典粒子的状态: \vec{r}, \vec{p}

微观粒子的状态: 能否用 \vec{r}, \vec{p} 来描述?



一、不确定关系

1、不确定关系的物理表述及物理意义

$$\Delta x \bullet \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (\hbar = \frac{h}{2\pi})$$

Δx 表示粒子在 x 方向上的位置的不确定范围
 ΔP_x 表示在 x 方向上动量的不确定范围

其乘积不得小于一个常数。

微观粒子的位置和动量不能同时准确地测定。

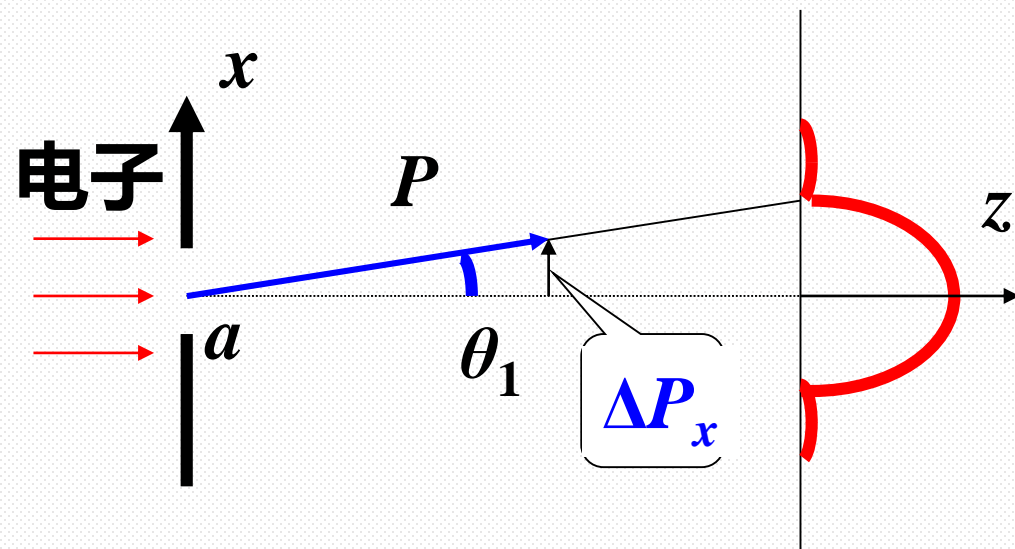
1927年海森堡提出了不确定关系，它是自然界的客观规律不是测量技术和主观能力的问题。是量子理论中的一个重要概念。

2、电子单缝衍射——不确定关系的简单说明

波动性使微观粒子没有确定的轨道，即坐标和动量不能同时取确定值，存在一个**不确定关系**。

以电子的单缝衍射实验来说明**不确定关系**：

电子沿 z 方向通过狭缝后，假设全部散布在中央亮纹的范围内



衍射角 θ_1 、缝宽 a 和入射波波长 λ 间满足 $a \sin \theta_1 = \lambda$ $\sin \theta_1 = \lambda / a$

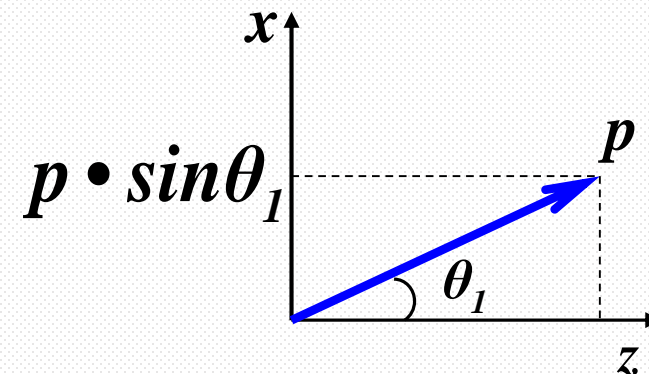


狭缝处的电子

x 坐标不确定范围: $\Delta x \sim a$

◆ x 方向动量的不确定范围:

可由电子能到达屏上的位置来估算



$$\Delta p_x \sim p \sin \theta_1 \quad \Delta p_x = p \sin \theta_1 = p \frac{\lambda}{a} = p \frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{h}{\lambda} \frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{h}{\Delta x}$$

得

$$\Delta x \Delta p_x \sim h$$

$$\sin \theta_1 = \lambda / a$$

对坐标 x 测量得越精确(Δx 越小),

动量不确定性 Δp_x 就越大(衍射越厉害)

严格的理论给出坐标与动量的不确定关系为

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar / 2$$



能量时间不确定关系:

物质的**总能量**是**动能**、**势能**和**静止能量**的总和。

动能是速度的函数，而**势能**是坐标的函数。

由于微观粒子的**坐标**和**动量**都具有不确定性，

因此粒子的**能量**也具有不确定性。

以一维情形为例，粒子的相对论总能量为：
$$E = m_0 c^2 + \frac{P_x^2}{2m}$$

上式对 p_x 求导：
$$\frac{dE}{dp_x} = \frac{p_x}{m} = \frac{mv_x}{m} = v_x$$

$$\Delta E \cdot \Delta t = \Delta p_x \cdot v_x \cdot \Delta t = \Delta p_x \cdot \Delta x \geq h$$

即： $\Delta E = v_x \cdot \Delta p_x$ ，对该式两边乘以 Δt 可得：

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$



$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

严格的理论给出

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

□ 能级自然宽度和寿命

设体系处于某能量状态的**寿命**为 Δt

则该状态能量的不确定程度（**能级自然宽度**） $\Delta E \geq \hbar/2 \Delta t$

此关系反映：**粒子处于某能级的寿命和能级的宽度之间的关系**

寿命越短，则能级越宽。

□ **特例：粒子处于基态** $\Delta t \rightarrow \infty \quad \Delta E \rightarrow 0$

处于基态的微观粒子的能量是可以测定的。



二.用不确定关系作估算举例

氢原子中的电子

$$\Delta v_x = \frac{h}{2\pi} \times \frac{1}{m\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 10^{-10}} = 1.2 \times 10^6 (m / s)$$

氢原子中的电子的轨道运动速度 10^6m/s 与速度的不确定度有相同的数量级 10^6m/s ，波动性十分显著。

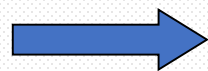
所以原子中电子的运动必须抛弃轨道的概念,此时，速率 v 的概念已无实际意义！应该用说明电子在空间的概率分布的**电子云**图象。



例4 试比较电子和质量为 10g 的子弹的位置不确定量，假设它们在 x 方向都以 200m/s 的速度运动，速度的不确定度在 0.01% 以内。

解：

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$



$$\Delta x \geq h / \Delta p_x$$

对电子： $\Delta x \geq 3.7 \times 10^{-2} \text{m}$ ，远大于电子线度电子位置不确定！

对子弹： $\Delta x \geq 3.3 \times 10^{-30} \text{m}$ ，宏观物体的位置是完全确定的！