

笔记前言：

本笔记的内容是去掉步骤的概述后，视频的所有内容。

本猴觉得，自己的步骤概述写的太啰嗦，大家自己做笔记时，应该每个人都有自己的最舒服最简练的写法，所以没给大家写。再是本猴觉得，不给大家写这个概述的话，大家会记忆的更深，掌握的更好！

所以老铁！一定要过呀！不要辜负本猴的心意！~~~

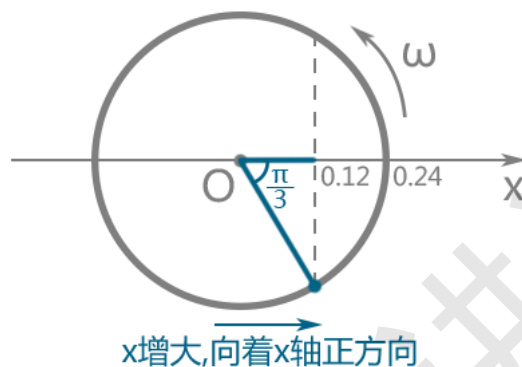
【祝逢考必过，心想事成~~~~】

【一定能过！！！！！！】

大物—振动与波动第一课

一、文字描述简谐振动，求初相

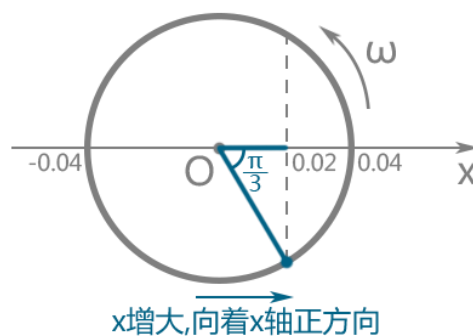
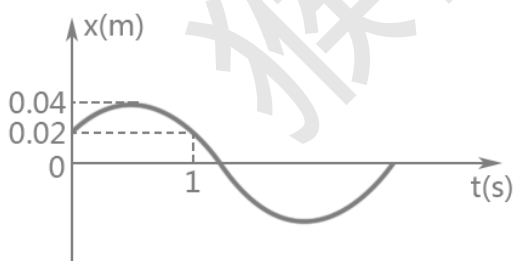
例 1：一物体沿 x 轴作简谐振动，振幅为 0.24m ，当 $t=0$ 时，在 $x=0.12\text{m}$ 处，且向 x 轴正方向运动，请写出振动的初相。



初相 $\varphi = -\frac{\pi}{3}$

二、图像描述简谐振动，求初相

例 1：已知质点简谐振动曲线 $x \sim t$ ，求振动方程的初相。



初相 $\varphi = -\frac{\pi}{3}$

三、求简谐振动方程

例 1：已知质点简谐振动曲线 $x \sim t$ ，求质点的振动方程。

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A: A = 0.04 \text{ m}$$

$$\omega: \omega = \frac{2\pi}{3}$$

$$\varphi: \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

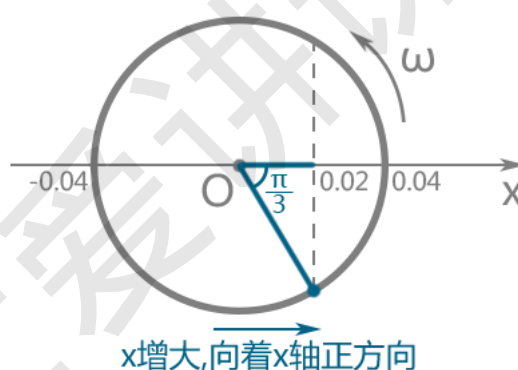
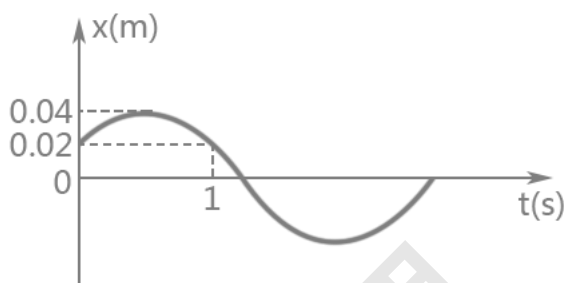
$$t=1 \text{ 时}, x=0.02$$

$$x = 0.04 \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$$

$$0.02 = 0.04 \cos(\omega \cdot 1 - \frac{\pi}{3})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{3}$$

$$x = 0.04 \cos(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{3})$$



例 2：一物体沿 x 轴作简谐振动，振幅为 0.24 m ，周期为 2 s ，当 $t=0$ 时，在 $x=0.12 \text{ m}$ 处，且向 x 轴正方向运动，请写出振动方程。

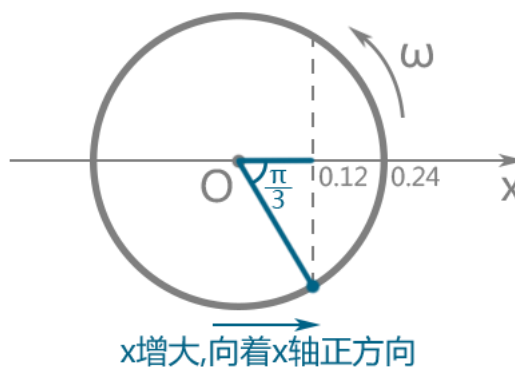
$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$A: A = 0.24 \text{ m}$$

$$T=2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$$

$$\omega: \omega = \pi$$

$$\varphi: \varphi = -\frac{\pi}{3}$$



$$x=0.24\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})$$

四、已知振动方程，求从某位置到另一位置的时间

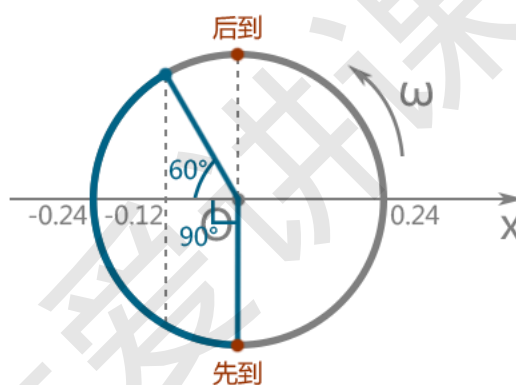
例 1：已知一物体作简谐振动，振动方程为 $x=0.24\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})$ 。试求从 $x=-0.12\text{m}$ ，且向 x 轴负方向运动的状态回到平衡位置所需的最短时间。

$$60^\circ+90^\circ=150^\circ=\frac{5}{6}\pi$$

$$\therefore x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\therefore \omega=\pi \text{ rad/s}$$

$$t=\frac{\frac{5}{6}\pi}{\omega}=\frac{\frac{5}{6}\pi}{\pi}=\frac{5}{6} \text{ s}$$

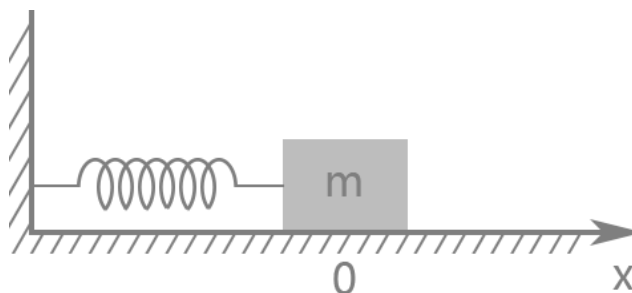


五、将一弹簧拉开，并给其一初速度，写振动方程

例 1：一弹簧振子放在光滑水平面上，劲度系数 $k=1.6\text{N/m}$ ，物体质量 $m=0.4\text{kg}$ ，将物体由平衡处向右移至 $x=0.1\text{m}$ 处，并给其向左的速度 0.2m/s ，写出其振动方程。

$$\text{解： } \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{1.6}{0.4}}=2 \text{ rad/s}$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{0.1^2+\frac{(-0.2)^2}{2^2}}=0.1\times\sqrt{2} \text{ m}$$



$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = 0.1 \times \sqrt{2} \cos(2t + \varphi)$$

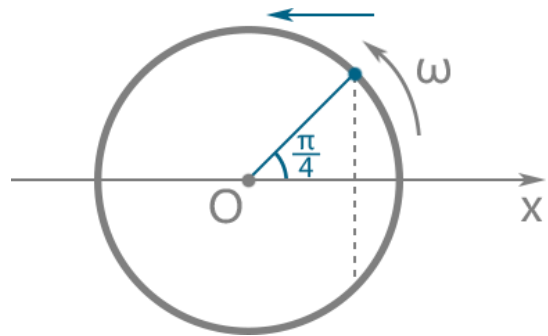
当 $t=0$ 时, $x=0.1\text{m}$

$$0.1 = 0.1 \times \sqrt{2} \cos(2 \times 0 + \varphi)$$

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore x = 0.1 \times \sqrt{2} \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$$



六、求振子在某时刻的速度与加速度

例 1: 一弹簧振子放在光滑水平面上, 劲度系数 $k=1.6\text{N/m}$, 物体质量 $m=0.4\text{kg}$, 将物体由平衡处向右移至 $x=0.1\text{m}$ 处, 并给其向左的速度 0.2m/s , 写出其振动方程。并求 $t=\frac{\pi}{8}$ 时的速度与加速度。

$$x = 0.1 \times \sqrt{2} \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -2 \times 0.1 \times \sqrt{2} \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$$

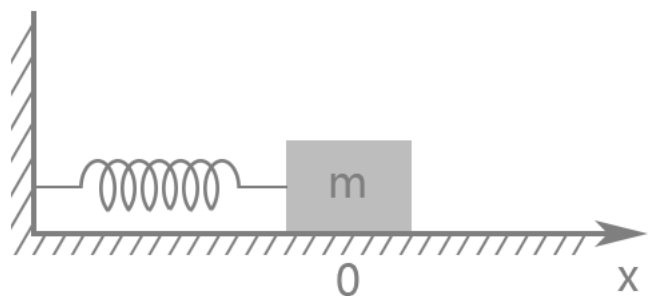
$$= -0.2 \times \sqrt{2} \sin\left(2 \times \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -0.28$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 2 \times (-2) \times 0.1 \times \sqrt{2} \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -0.4 \times \sqrt{2} \cos\left(2 \times \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 0$$



大物—振动与波动第二课

一、求简谐运动的能量

例 1: 一弹簧振子做简谐运动, 运动方程为 $x=0.1\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$, 振子质量 $m=0.4\text{kg}$, 弹簧劲度系数 $k=1.6\text{N/m}$ 。求简谐运动能量及平均动能。

$$\text{能量 } E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 1.6 \times 0.1^2 = 0.008 \text{ J}$$

$$\text{平均动能 } \overline{E_k} = \frac{1}{4}kA^2 = \frac{1}{4} \times 1.6 \times 0.1^2 = 0.004 \text{ J}$$

二、判断两个振动的关系

例 1: 请判断 $x_1=3\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ 、 $x_2=4\cos\left(2t+\frac{\pi}{2}\right)$ 的关系。

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{3} \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} > 0$$

$$\therefore x_2 \text{ 超前于 } x_1$$

三、 ω 相同的两个振动的合成

例 1: 求 $x_1=3\cos(3t+30^\circ)$ 与 $x_2=4\cos(3t+60^\circ)$ 合成后结果。

$$A = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4 \times \cos(60^\circ - 30^\circ)} = 6.77$$

$$\varphi = \arctan \frac{3\sin 30^\circ + 4\sin 60^\circ}{3\cos 30^\circ + 4\cos 60^\circ} = 47.2^\circ$$

$$\therefore x = 6.77 \cos(3t + 47.2^\circ)$$

四、 ω 不同的两个振动合成，求拍频

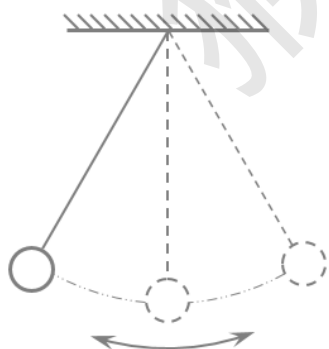
例 1：已知 $x_1 = 2\cos(10001\pi t + 30^\circ)$ 与 $x_2 = 3\cos(10000\pi t + 60^\circ)$ ，

求两振动合成后的拍频。

$$\frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{10001\pi}{2\pi} - \frac{10000\pi}{2\pi} = 0.5 \text{ Hz}$$

五、单摆小角度摆动的计算

例 1：如图所示，一根长 $l=2\text{m}$ 的轻质细绳下端悬挂一重物小球。现将小球偏离一定角度释放，绳与球在做往复摆动，求此往复摆动的频率。



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5} \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{5}}{2\pi} \text{ Hz}$$

六、受迫振动

例 1：已知某系统固有频率为 5rad/s ，现给其施加一角频率为 ω 的驱动力，使其发生受迫振动，问 ω 是多少时会发生共振。

频率：频率=驱动力角频率 ω

振幅：受系统固有频率 ω_0 与 ω 共同影响

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \text{ 时振幅最大（共振）} \\ \omega < \omega_0 \text{ 时，} \omega \text{ 越小振幅越小} \\ \omega > \omega_0 \text{ 时，} \omega \text{ 越大振幅越小} \end{cases}$$

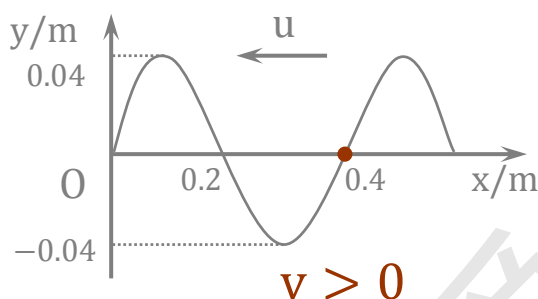
大物—振动与波动第三课

一、图像描述波动，确定初相 φ

例 1：一根长绳用水平力张紧，其上产生一列简谐横波向左传播，波动方程为

$y=0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\varphi\right]$ ，初相 φ 可能为 $\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}$ ，在 $t=0.01\text{s}$ 时

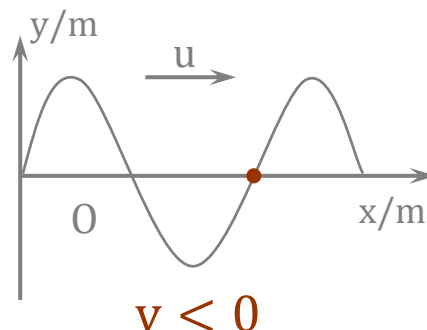
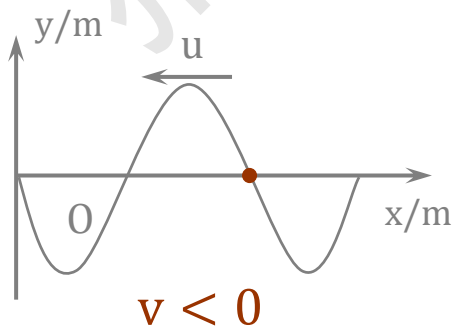
的波形如图所示，请确定初相。



$$v=y'_t=\left\{0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\varphi\right]\right\}'_t=-4\pi\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\varphi\right]$$

$$\begin{cases} \text{若 } \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } v = -4\pi\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\frac{\pi}{2}\right] \\ \text{若 } \varphi = \frac{3\pi}{2}, \text{ 则 } v = -4\pi\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\frac{3\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{若 } \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } v = 4\pi \\ \text{若 } \varphi = \frac{3\pi}{2}, \text{ 则 } v = -4\pi \end{cases}$$



$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

二、文字描述波动，确定初相 φ

例 1：一平面简谐波的波动方程为 $y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) + \varphi\right]$ ，初相 φ 可能为

$\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}$ ，在 $t=2\text{s}$ 时， $x=1\text{m}$ 处的质点沿 y 轴正方向运动，请确定初相。

$$v = y'_t = \left\{ \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) + \varphi\right] \right\}'_t = -\pi \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) + \varphi\right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{若 } \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } v = -\pi \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \\ \text{若 } \varphi = \frac{3\pi}{2}, \text{ 则 } v = -\pi \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) + \frac{3\pi}{2}\right] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{若 } \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } v = -\pi \\ \text{若 } \varphi = \frac{3\pi}{2}, \text{ 则 } v = \pi \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{若 } \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } v = -\pi \\ \text{若 } \varphi = \frac{3\pi}{2}, \text{ 则 } v = \pi \end{array} \right.$$

$$v > 0$$

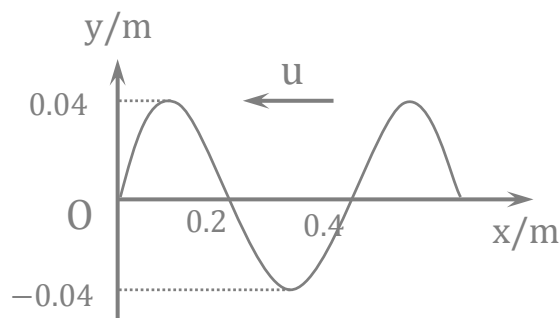
$$\varphi = \frac{3\pi}{2}$$

三、图像描述波动，求波动方程

例 1：一根长绳用水平力张紧，其上产生一列简谐横波向左传播，波速

$u=20\text{m/s}$ ，在 $t=0.01\text{s}$ 时的波形如图所示，求该波函数。

$$\begin{aligned} y &= A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right] \\ &= 0.04 \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right] \end{aligned}$$



$$\lambda=0.4 \text{ m}$$

$$\lambda=uT \Rightarrow T=\frac{\lambda}{u}=\frac{0.4}{20}=0.02 \text{ s}$$

$$\therefore y=0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\varphi\right]$$

当 $t=0.01\text{s}$ 、 $x=0$ 时, $y=0$

$$\therefore 0=0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{0.01}{0.02}+\frac{0}{0.4}\right)+\varphi\right]$$

$$\Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2} \text{ 或 } \frac{3\pi}{2}$$

$$\varphi=\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore y=0.04\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{0.02}+\frac{x}{0.4}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$$

四、文字描述波动，求波动方程

例 1：一平面简谐波沿 x 轴正方向传播。已知振幅 $A=1\text{m}$ 、频率 $f=0.5\text{Hz}$ 、

波长 $\lambda=2\text{m}$ ，在 $t=2\text{s}$ 时， $x=1\text{m}$ 处的质点位于平衡位置且沿 y 轴正方向

运动。求该波函数。

$$y=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right]$$

$$=\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{2}\right)+\varphi\right]$$

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0.5}=2\text{s}$$

$$\therefore y=\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{2}\right)+\varphi\right]$$

当 $t=2\text{s}$ 、 $x=1\text{m}$ 时, $y=0$

$$\therefore 0=\cos\left[2\pi\left(\frac{2}{2}-\frac{1}{2}\right)+\varphi\right]$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ 或 } \frac{3\pi}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$$

五、已知波动方程，求某个时间的位移分布

例 1：一平面简谐波的波动方程为 $y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) - \frac{3\pi}{2}\right]$ ，求 $t=1\text{s}$ 时各质点的位移分布。

$$\text{将 } t=1\text{s} \text{ 代入 } y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) - \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{可得 } y = \cos\left[2\pi\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right) - \frac{3\pi}{2}\right] = -\sin\pi x$$

六、已知波动方程，求某个位置的振动规律

例 1：一平面简谐波的波动方程为 $y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) - \frac{3\pi}{2}\right]$ ，求 $x=0.5$ 处质点的振动规律。

$$\text{将 } x=0.5 \text{ 代入 } y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2}\right) - \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\text{可得 } y = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{0.5}{2}\right) - \frac{3\pi}{2}\right] = \cos\pi t$$

七、已知波动方程，求某个位置的速度方程

例 1：一平面简谐波的波动方程为 $y=\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{2}\right)-\frac{3\pi}{2}\right]$ ，求 $x=0.5$ 处质点的速度。

$$\because y=\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{2}\right)-\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\therefore v=y'_t=\left\{\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{2}\right)-\frac{3\pi}{2}\right]\right\}'_t$$

$$=-\pi\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{2}\right)-\frac{3\pi}{2}\right]$$

将 $x=0.5$ 代入 $v=-\pi\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{x}{2}\right)-\frac{3\pi}{2}\right]$

可得 $v=-\pi\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{2}-\frac{0.5}{2}\right)-\frac{3\pi}{2}\right]=-\pi\sin\pi t$