古典概型概率论题目

一、基础题目

1. 一个袋子中装有 5 个红球和 3 个白球，从中随机取出 2 个球，求取出的 2 个球都是红球的概率。
2. 从 1 - 10 这 10 个自然数中任取一个数，求这个数能被 3 整除的概率。
3. 同时抛掷两枚质地均匀的骰子，求两枚骰子点数之和为 7 的概率。

二、中等难度题目

1. 从 0、1、2、3、4 这 5 个数字中任取 3 个数字组成一个没有重复数字的三位数，求这个三位数是偶数的概率。
2. 某班级有 20 名男生和 30 名女生，现从中随机抽取 5 名学生参加活动，求抽取的学生中至少有 2 名男生的概率。
3. 从甲、乙、丙、丁 4 名同学中随机选取 2 名同学参加知识竞赛，求甲被选中的概率。

三、较难题目

1. 将 4 个不同的小球放入 3 个不同的盒子中，每个盒子至少放 1 个小球，求恰有一个盒子放 2 个小球的概率。
2. 有 5 对夫妻参加一场聚会，从这 10 人中随机选 4 人，求至少有一对夫妻被选中的概率。
3. 从 1 - 20 这 20 个数字中任取 3 个数字，求这 3 个数字中至少有 2 个数字相邻的概率。

参考答案

一、基础题目

1. **答案**：\frac{5}{14}
   -

- **解析**：从8个球中取2个球的组合数为C_{8}^{2}=\frac{8!}{2!(8 - 2)!}=\frac{8\times7}{2\times1}=28-种；从5个红球中取2个球的组合数为C_{5}^{2}=\frac{5!}{2!(5 - 2)!}=\frac{5\times4}{2\times1}=10-种。所以取出的2个球都是红球的概率P = \frac{C_{5}^{2}}{C_{8}^{2}}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}。

2. **答案**：\frac{3}{10}
   - **解析**：1 - 10 中能被 3 整除的数有 3、6、9，共 3 个。从 10 个数中任取一个数，总共有 10 种取法，所以这个数能被 3 整除的概率P=\frac{3}{10}。
3. **答案**：\frac{1}{6}
   - **解析**：同时抛掷两枚骰子，每枚骰子有 6 种结果，所以总的基本事件数为6Ã—6 = 36种。点数之和为 7 的情况有(1,6)、(2,5)、(3,4)、(4,3)、(5,2)、(6,1)，共 6 种。所以两枚骰子点数之和为 7 的概率P=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}。

二、中等难度题目

1. **答案**：\frac{5}{8}
   - **解析**：从 5 个数字中任取 3 个数字组成无重复数字的三位数，百位不能为 0，所以总的组合数为A_{4}^{1}A_{4}^{2}=4Ã—4Ã—3 = 48种。当个位为 0 时，有A_{4}^{2}=4Ã—3 = 12种；当个位不为 0 时，个位有 2 种选法，百位有 3 种选法，十位有 3 种选法，共2Ã—3Ã—3 = 18种。所以三位数是偶数的情况共有12 + 18 = 30种，其概率P=\frac{30}{48}=\frac{5}{8}。
2. **答案**：\frac{1513}{1938}
   - **解析**：从50名学生中抽取5名学生的组合数为C_{50}^{5}=\frac{50!}{5!(50 - 5)!}。“至少有 2 名男生” 的对立事件是“有 0 名男生或 1 名男生”。有 0 名男生（即 5 名都是女生）的组合数为C_{30}^{5}；有 1 名男生的组合数为C_{20}^{1}C_{30}^{4}。所以至少有 2 名男生的概率P = 1-\frac{C_{30}^{5}+C_{20}^{1}C_{30}^{4}}{C_{50}^{5}}=1 - \frac{142506 + 20Ã—27405}{2118760}=1-\frac{690612}{2118760}=\frac{1513}{1938}。
3. **答案**：\frac{1}{2}
   - **解析**：从 4 名同学中选 2 名同学的组合数为C_{4}^{2}=\frac{4!}{2!(4 - 2)!}=\frac{4Ã—3}{2Ã—1}=6种。甲被选中的情况有(ç”²,ä¹™)、(ç”²,ä¸™)、(ç”²,ä¸)，共 3 种。所以甲被选中的概率P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}。

三、较难题目

1. **答案**：\frac{3}{4}
   - **解析**：将 4 个不同小球放入 3 个不同盒子，每个盒子至少放 1 个小球的总放法数：先从 4 个球中选 2 个作为一组，有C_{4}^{2}=\frac{4!}{2!(4 - 2)!}=6种选法；再将这 3 组全排列放入 3 个盒子，有A_{3}^{3}=3!=6种放法，所以总放法有C_{4}^{2}A_{3}^{3}=6Ã—6 = 36种。恰有一个盒子放 2 个小球

的放法就是上述的总放法，所以其概率$P=\frac{36}{48}=\frac{3}{4}$（4 个球放入 3 个盒子的总放法为$3^4 = 81$种，这里用先分组再排列的方法计算恰有一个盒子放 2 个小球的放法，避免与总放法的复杂重复情况讨论）。

2. **答案**：$\frac{13}{21}$

   - **解析**：从 10 人中选 4 人的组合数为$C_{10}^{4}=\frac{10!}{4!(10 - 4)!}=210$种。“至少有一对夫妻被选中” 的对立事件是 “没有一对夫妻被选中”，即从 5 对夫妻中选 4 对，再从每对中选 1 人，有$C_{5}^{4}\times2^4=\frac{5!}{4!(5 - 4)!}\times16 = 80$种选法。所以至少有一对夫妻被选中的概率$P = 1-\frac{80}{210}=\frac{13}{21}$。

3. **答案**：$\frac{22}{57}$

   - **解析**：从 20 个数字中任取 3 个数字的组合数为$C_{20}^{3}=\frac{20!}{3!(20 - 3)!}=1140$种。“3 个数字中至少有 2 个数字相邻” 的对立事件是 “3 个数字都不相邻”。设取出的 3 个数字为$x_1\lt x_2\lt x_3$，令$y_1 = x_1$，$y_2 = x_2 - x_1 - 1$，$y_3 = x_3 - x_2 - 1$，$y_4 = 20 - x_3$，则$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 18$（$y_1\geq1$，$y_2\geq1$，$y_3\geq1$，$y_4\geq0$），令$z_1 = y_1 - 1$，$z_2 = y_2 - 1$，$z_3 = y_3 - 1$，则$z_1 + z_2 + z_3 + y_4 = 15$（$z_1,z_2,z_3\geq0$，$y_4\geq0$），其组合数为$C_{15 + 4 - 1}^{4 - 1}=C_{18}^{3}=816$种。所以至少有 2 个数字相邻的概率$P = 1-\frac{C_{18}^{3}}{C_{20}^{3}}=1-\frac{816}{1140}=\frac{22}{57}$。

> （注：文档部分内容可能由 AI 生成）