

# 《高等数学(A)II》期末考试测试题

Mathcupk 心中油数 2021-07-08 22:00

《高等数学(A)II》期末考试测试题

一、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设  $\vec{a} = (2, 1, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, -1, 2)$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b} =$  \_\_\_\_\_.
2. 直线  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$  与平面  $x - y + 2z + 4 = 0$  的夹角为 \_\_\_\_\_.
3. 曲面  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$  在点  $(1, -2, 2)$  处的法线方程为 \_\_\_\_\_.
4. 设函数  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - y$ , 则  $f(x, y)$  在点  $(2, 3)$  处增长最快的方向与  $x$  轴正向的夹角  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.
5. 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $\sin x + 3y - z = e^z$  确定, 则  $dz =$  \_\_\_\_\_.
6.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+xy}-1}{xy} =$  \_\_\_\_\_, 等价无穷小
7.  $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy =$  \_\_\_\_\_, 交换积分次序
8. 设  $D_r = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq r^2\}$ , 则  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\pi r^2} \iint_{D_r} e^{x^2-y^2} \cos(x-y) dx dy =$  \_\_\_\_\_, 积分中值定理: 二重积分=被积函数\*积分区域面积
9. 设曲线  $L: y = x^2 (0 \leq x \leq \sqrt{2})$ , 则  $\int_L x ds =$  \_\_\_\_\_,  $ds = \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}$
10. 设  $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0 \\ 1+x^2, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ , 则  $f(x)$  以  $2\pi$  为周期的 Fourier 级数在点  $\pi$  处收敛于 \_\_\_\_\_.

二、(8 分) 求直线  $\begin{cases} 2x - 4y + z = 0 \\ 2x - y - 2z - 9 = 0 \end{cases}$  在平面  $x - y + z = 1$  上投影直线的方程.

三、(8 分) 设  $z = f(xy, e^y)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .

四、(8 分) 求二元函数  $f(x, y) = 3axy - x^3 - y^3$  ( $a > 0$ ) 的极值.

五、(9 分) 计算曲线积分  $\oint_L (e^x \sin y - y^3) dx + (e^x \cos y + x^3) dy$ , 其中  $L$  为沿着半圆周  $x = -\sqrt{a^2 - y^2}$  ( $a > 0$ ) 从点  $A(0, a)$  到点  $B(0, -a)$  的弧段.

六、(9 分) 设  $\Omega$  是由曲面  $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$  与  $z = x^2 + y^2$  所围成的区域, 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$ .

七、(8分) 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} 2xz^2 dydz + yz^2 dzdx + (9-z^3) dxdy$ , 其中  $\Sigma$  为曲面  $z = x^2 + y^2 + 1$  ( $1 \leq z \leq 2$ ) 取下侧.

八、(10分) 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 证明:

- (1).  $f_x(0, 0)$  和  $f_y(0, 0)$  存在;
- (2).  $f_x(x, y)$  和  $f_y(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处不连续;
- (3).  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处可微.

九、(10分) 求幂级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 - 1}$  的收敛域及和函数  $S(x)$ , 并求数项级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2 - 1)3^n}$  的和  $S$