2023-2024 期末试题答案解析

一、填空题

1、$A \subset B$　　2、$\dfrac{2^k e^{-2}}{k!}\quad (k=0,1,\dots\ )$　　3、2　　4、$N(0,3)$　　5、$-\dfrac{2}{3}$

二、选择题

1、B　　2、B　　3、B　　4、C　　5、A

三、(1)用$B_i(i=1,2,3)$分别表示零件是由第i 台车床加工的；$A=$“零件是合格品”

$P(B_1)=0.5, P(B_2)=0.3, P(B_3)=0.2,$

$P(A|B_1)=0.94, P(A|B_2)=0.9, P(A|B_3)=0.95,$

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(B_i)P(A|B_i)=0.93$$

(2)$P(B_1|A)\approx 0.5054$

四、　（1）A=2（2）$\dfrac{1}{4}$

（3）$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{2}, -\dfrac{\pi}{2}\le x<\dfrac{\pi}{2}\\ 0,\text{其它}\end{cases}$

五、$F_Y(y)=p\{Y\le y\}=p\{3X-1\le y\}=p\{X\le \dfrac{y+1}{3}\}=F_X(\dfrac{y+1}{3})$

上式两端对y求导得：

$$f_Y(y)=F_Y{}'(y)=f_X(\frac{y+1}{3})\cdot\frac{1}{3}=\begin{cases}\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}e^{-\frac{\frac{y+1}{3}}{2}}, 0<\dfrac{y+1}{3},\\ 0,\text{其他}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{6}e^{-\frac{y+1}{6}}, -1<y\\ 0,\text{其他}\end{cases}$$

六、(1)$\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=1$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_0^1dx\int_0^1kxy^2dy=\int_0^1\frac{kx}{3}dx=\frac{k}{6}x^2\,|_0^1=\frac{k}{6}=1, k=6,$$

$$\int_0^1kxy^2dy=\frac{kx}{3}y^3\,|_0^1=\frac{kx}{3}$$

(2)当$0<x<1$时，$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\int_0^1 6xy^2dy=\dfrac{6x}{3}y^3|_0^1=2x$

$$f_X(x)=\begin{cases}2x,0<x<1\\0,\text{其他}\end{cases}$$

当$0<y<1$时，$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\int_0^1 6xy^2dx=3x^2y^2|_0^1=3y^2$

$$f_Y(y)=\begin{cases}3y^2,0<y<1\\0,\text{其他}\end{cases}$$

(3)因为$f_X(x)\cdot f_Y(y)=f(x,y)$，所以$X$与$Y$相互独立。

七、(1)置信水平$1-\alpha=0.95,\dfrac{\alpha}{2}=0.025,\overline{X}=40,n=16,$

所求的置信区间为：

$$(\overline{X}-\frac{1}{\sqrt{n}}\mu_{\frac{\alpha}{2}},\overline{X}+\frac{1}{\sqrt{n}}\mu_{\frac{\alpha}{2}})=(40-\frac{1}{\sqrt{16}}\cdot 1.96,40+\frac{1}{\sqrt{16}}\cdot 1.96)=(39.51,40.49).$$

八、(1)$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\dfrac{1}{\theta}x_i^{\frac{1-\theta}{\theta}}=\dfrac{1}{\theta^n}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\frac{1}{\theta}-1}$

$\ln L(\theta)=-n\ln\theta+(\dfrac{1}{\theta}-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$

$\dfrac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=-\dfrac{n}{\theta}-\dfrac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$，令$\dfrac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=0$，得$\dfrac{n}{\theta}=-\dfrac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$

$\hat{\theta}=-\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$，$\theta$ 的最大似然估计量$\hat{\theta}=-\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln X_i$

九、由题意知$ABC=\Phi$，所以$P(ABC)=0$. 再由A,B,C 两两相互独立可得

$P(AB)=P(AC)=P(BC)=\rho^2$，，从而

$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)=3\rho-3\rho^2$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=2\rho-\rho^2$

由$P(A\cup B\cup C)\geq P(A\cup B)\geq P(A)$可得$3\rho-3\rho^2\geq 2\rho-\rho^2\geq\rho$

所以$f(x)=\begin{cases}2\rho-\rho^2\geq 0\\ \rho-\rho^2\geq 0\end{cases}$，即$0\leq\rho\leq\frac{1}{2}$