

《高等数学》试卷 1 (下)

一. 选择题 (3 分 \times 10)1. 点 $M_1(2,3,1)$ 到点 $M_2(2,7,4)$ 的距离 $|M_1M_2| = (\quad)$.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

2. 向量 $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$, 则有 ().A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$ D. $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$ 3. 函数 $y = \sqrt{2 - x^2 - y^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$ 的定义域是 ().A. $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$ B. $\{(x, y) | 1 < x^2 + y^2 < 2\}$
C. $\{(x, y) | 1 < x^2 + y^2 \leq 2\}$ D. $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 < 2\}$ 4. 两个向量 \vec{a} 与 \vec{b} 垂直的充要条件是 ().A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ B. $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ C. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$ D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ 5. 函数 $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 的极小值是 ().

A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

6. 设 $z = x \sin y$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\left(1, \frac{\pi}{4}\right)} = (\quad)$.A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$ 7. 若 p 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 收敛, 则 ().A. $p < 1$ B. $p \leq 1$ C. $p > 1$ D. $p \geq 1$ 8. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域为 ().A. $[-1, 1]$ B. $(-1, 1)$ C. $[-1, 1)$ D. $(-1, 1]$ 9. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ 在收敛域内的和函数是 ().

A. $\frac{1}{1-x}$ B. $\frac{2}{2-x}$ C. $\frac{2}{1-x}$ D. $\frac{1}{2-x}$

10. 微分方程 $xy' - y \ln y = 0$ 的通解为 ().

A. $y = ce^x$ B. $y = e^x$ C. $y = cxe^x$ D. $y = e^{cx}$

二. 填空题 (4分×5)

1. 一平面过点 $A(0,0,3)$ 且垂直于直线 AB , 其中点 $B(2,-1,1)$, 则此平面方程为 _____.

2. 函数 $z = \sin(xy)$ 的全微分是 _____.

3. 设 $z = x^3y^2 - 3xy^3 - xy + 1$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

4. $\frac{1}{2+x}$ 的麦克劳林级数是 _____.

三. 计算题 (5分×6)

1. 设 $z = e^u \sin v$, 而 $u = xy, v = x + y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 已知隐函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

3. 计算 $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, 其中 $D: \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$.

4. 求两个半径相等的直交圆柱面所围成的立体的体积 (R 为半径).

四. 应用题 (10分×2)

1. 要用铁板做一个体积为 $2m^3$ 的有盖长方体水箱, 问长、宽、高各取怎样的尺寸时, 才能使用料最省?

.

试卷 1 参考答案

一. 选择题 CBCAD ACCBD

二. 填空题

1. $2x - y - 2z + 6 = 0$.

2. $\cos(xy)(ydx + xdy)$.

3. $6x^2y - 9y^2 - 1$.

4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} x^n$.

$$5. y = (C_1 + C_2 x)e^{-2x}.$$

三. 计算题

$$1. \frac{\partial z}{\partial x} = e^{xy} [y \sin(x+y) + \cos(x+y)], \quad \frac{\partial z}{\partial y} = e^{xy} [x \sin(x+y) + \cos(x+y)].$$

$$2. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2-x}{z+1}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{z+1}.$$

$$3. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\pi}^{2\pi} \sin \rho \cdot \rho d\rho = -6\pi^2.$$

$$4. \frac{16}{3} R^3.$$

$$5. y = e^{3x} - e^{2x}.$$

四. 应用题

1. 长、宽、高均为 $\sqrt[3]{2}m$ 时, 用料最省.

$$2. y = \frac{1}{3}x^2.$$

《高数》试卷 2 (下)

一. 选择题 (3 分 \times 10)

1. 点 $M_1(4,3,1)$, $M_2(7,1,2)$ 的距离 $|M_1 M_2| = (\quad)$.

A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{15}$

2. 设两平面方程分别为 $x - 2y + 2z + 1 = 0$ 和 $-x + y + 5 = 0$, 则两平面的夹角为 (\quad) .

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

3. 函数 $z = \arcsin(x^2 + y^2)$ 的定义域为 (\quad) .

A. $\{(x, y) | 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$ B. $\{(x, y) | 0 < x^2 + y^2 < 1\}$

C. $\{(x, y) | 0 \leq x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{2}\}$ D. $\{(x, y) | 0 < x^2 + y^2 < \frac{\pi}{2}\}$

4. 点 $P(-1, -2, 1)$ 到平面 $x + 2y - 2z - 5 = 0$ 的距离为 (\quad) .

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. 函数 $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2$ 的极大值为 (\quad) .

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{2}$

6. 设 $z = x^2 + 3xy + y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,2)} = (\quad)$.

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. 若几何级数 $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$ 是收敛的, 则 (\quad) .

- A. $r \leq 1$ B. $r \geq 1$ C. $|r| < 1$ D. $|r| \leq 1$

8. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$ 的收敛域为 (\quad) .

- A. $[-1,1]$ B. $[-1,1)$ C. $(-1,1]$ D. $(-1,1)$

9. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin na}{n^4}$ 是 (\quad) .

- A. 条件收敛 B. 绝对收敛 C. 发散 D. 不能确定

二. 填空题 (4分×5)

1. 直线 l 过点 $A(2,2,-1)$ 且与直线 $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ 平行, 则直线 l 的方程为_____.

2. 函数 $z = e^{xy}$ 的全微分为_____.

3. 曲面 $z = 2x^2 - 4y^2$ 在点 $(2,1,4)$ 处的切平面方程为_____.

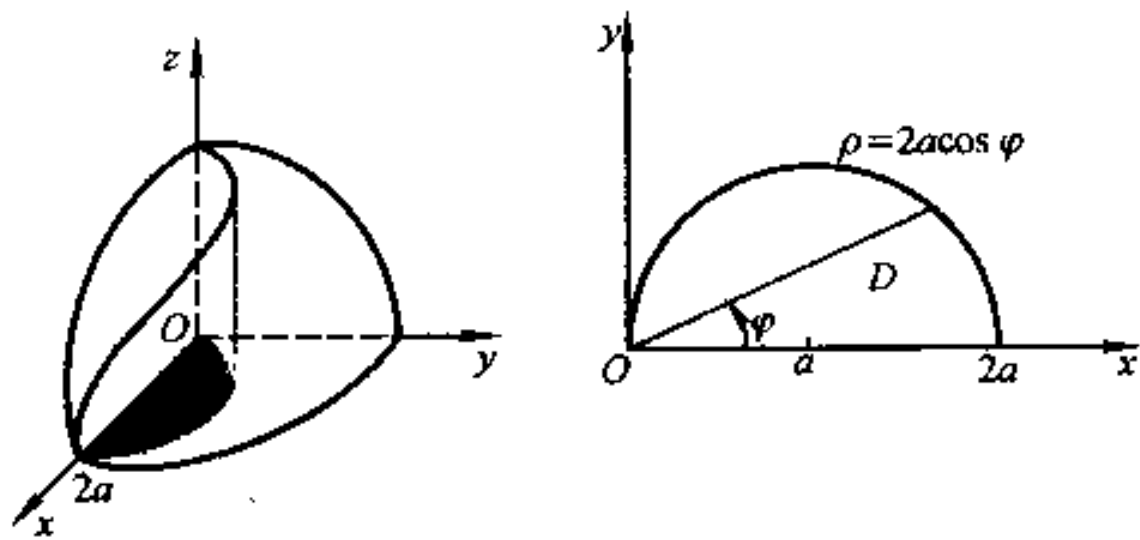
三. 计算题 (5分×6)

1. 设 $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$, 求 $\vec{a} \times \vec{b}$.

2. 设 $z = u^2v - uv^2$, 而 $u = x \cos y, v = x \sin y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

3. 已知隐函数 $z = z(x, y)$ 由 $x^3 + 3xyz = 2$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

4. 如图, 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ 与圆柱面 $x^2 + y^2 = 2ax$ ($a > 0$) 所围的几何体的体积.

四. 应用题 (10 分 \times 2)

1. 试用二重积分计算由 $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ 和 $x = 4$ 所围图形的面积.

试卷 2 参考答案

一. 选择题 CBABA CCDBA.

二. 填空题

1. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}.$

2. $e^{xy}(ydx + xdy).$

3. $8x - 8y - z = 4.$

4. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}.$

5. $y = x^3.$

三. 计算题

1. $8\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}.$

2. $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 \sin y \cos y (\cos y - \sin y), \frac{\partial z}{\partial y} = -2x^3 \sin y \cos y (\sin y + \cos y) + x^3 (\sin^3 y + \cos^3 y)$

.

3. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-yz}{xy + z^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-xz}{xy + z^2}.$

4. $\frac{32}{3}a^3 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \right).$

5. $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}.$

四. 应用题

1. $\frac{16}{3}$.

2. $x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + x_0$.

《高等数学》试卷 3 (下)

一、选择题 (本题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

2、设 $\mathbf{a}=\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的向量积为 ()

A、 $\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ B、 $8\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ C、 $8\mathbf{i}-3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ D、 $8\mathbf{i}-3\mathbf{i}+\mathbf{k}$

3、点 P (-1、-2、1) 到平面 $x+2y-2z-5=0$ 的距离为 ()

A、2 B、3 C、4 D、5

4、函数 $z=xsiny$ 在点 $(1, \frac{\pi}{4})$ 处的两个偏导数分别为 ()

A、 $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$, B、 $\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$ C、 $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$ D、 $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$,

5、设 $x^2+y^2+z^2=2Rx$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 分别为 ()

A、 $\frac{x-R}{z}, -\frac{y}{z}$ B、 $-\frac{x-R}{z}, -\frac{y}{z}$ C、 $-\frac{x-R}{z}, \frac{y}{z}$ D、 $\frac{x-R}{z}, \frac{y}{z}$

6、设圆心在原点, 半径为 R, 面密度为 $\mu = x^2 + y^2$ 的薄板的质量为 () (面积 $A=\pi R^2$)

A、 R^2A B、 $2R^2A$ C、 $3R^2A$ D、 $\frac{1}{2}R^2A$

7、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ 的收敛半径为 ()

A、2 B、 $\frac{1}{2}$ C、1 D、3

8、 $\cos x$ 的麦克劳林级数为 ()

A、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ B、 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ C、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ D、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

二、填空题 (本题共 5 小题, 每题 4 分, 共 20 分)

1、直线 $L_1: x=y=z$ 与直线 $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = z$ 的夹角为_____。

直线 $L_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ 与平面 $3x+2y-6z=0$ 之间的夹角为_____。

2、 $(0.98)^{2.03}$ 的近似值为_____, $\sin 10^\circ$ 的近似值为_____。

3、二重积分 $\iint_D d\sigma, D: x^2 + y^2 \leq 1$ 的值为_____。

4、幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$ 的收敛半径为_____, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ 的收敛半径为_____。

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

2、求曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切线及法平面方程。

3、计算 $\iint_D xy d\sigma$, 其中 D 由直线 $y=1, x=2$ 及 $y=x$ 围成。

4、问级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$ 收敛吗？若收敛，则是条件收敛还是绝对收敛？

5、将函数 $f(x)=e^{3x}$ 展成麦克劳林级数

四、应用题（本题共 2 小题，每题 10 分，共 20 分）

1、求表面积为 a^2 而体积最大的长方体体积。

参考答案

一、选择题

1、D 2、C 3、C 4、A 5、B 6、D 7、C 8、A 9、B

10、A

二、填空题

1、 $\arccos \frac{2}{\sqrt{18}}, \arcsin \frac{8}{21}$ 2、0.96, 0.17365

3、 π 4、0, $+\infty$

5、 $y = ce^{\frac{x^2}{2}}, cx = 1 - \frac{1}{y}$

三、计算题

2、解：因为 $x=t, y=t^2, z=t^3$,

所以 $x_t=1, y_t=2t, z_t=3t^2$,

所以 $x|_{t=1}=1, y|_{t=1}=2, z|_{t=1}=3$

故切线方程为: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

法平面方程为: $(x-1) + 2(y-1) + 3(z-1) = 0$

即 $x+2y+3z=6$

3、解: 因为 D 由直线 $y=1, x=2, y=x$ 围成,

所以

$$D: \begin{cases} 1 \leq y \leq 2 \\ y \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{故: } \iint_D xy d\sigma = \int_1^2 [\int_y^2 xy dx] dy = \int_1^2 (2y - \frac{y^3}{2}) dy = 1\frac{1}{8}$$

4、解: 这是交错级数, 因为

$V_n = \sin \frac{1}{n} > 0$, 所以, $V_{n+1} < V_n$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{n} = 0$, 所以该级数为莱布尼兹型级数, 故收敛。

又 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$ 当 x 趋于 0 时, $\sin x \sim x$, 所以, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$, 又级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发散, 从而 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$ 发散。 5

所以, 原级数条件收敛。

、解: 因为
$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n + \cdots$$

 $x \in (-\infty, +\infty)$

用 $2x$ 代 x , 得:

$$\begin{aligned} e^{2x} &= 1 + (2x) + \frac{1}{2!}(2x)^2 + \frac{1}{3!}(2x)^3 + \cdots + \frac{1}{n!}(2x)^n + \cdots \\ &= 1 + 2x + \frac{2^2}{2!}x^2 + \frac{2^3}{3!}x^3 + \cdots + \frac{2^n}{n!}x^n + \cdots \\ x &\in (-\infty, +\infty) \end{aligned}$$

四、应用题

1、解: 设长方体的三棱长分别为 x, y, z

则 $2(xy+yz+zx) = a^2$

构造辅助函数

$$F(x, y, z) = xyz + \lambda(2xy + 2yz + 2zx - a^2)$$

求其对 x, y, z 的偏导，并使之等于 0，得：

$$\begin{cases} yz + 2\lambda(y+z) = 0 \\ xz + 2\lambda(x+z) = 0 \\ xy + 2\lambda(x+y) = 0 \end{cases}$$

与 $2(xy+yz+zx) - a^2 = 0$ 联立，由于 x, y, z 均不等于零

可得 $x=y=z$

代入 $2(xy+yz+zx) - a^2 = 0$ 得 $x=y=z = \frac{\sqrt{6}a}{6}$

所以，表面积为 a^2 而体积最大的长方体的体积为 $V = xyz = \frac{\sqrt{6}a^3}{36}$

2、解：据题意

$$\frac{dM}{dt} = -\lambda M$$

其中 $\lambda > 0$ 为常数

初始条件 $M|_{t=0} = M_0$

对于 $\frac{dM}{dt} = -\lambda M$ 式

$$\frac{dM}{M} = -\lambda dt$$

两端积分得 $\ln M = -\lambda t + \ln C$

所以， $M = ce^{-\lambda t}$

又因为 $M|_{t=0} = M_0$

所以， $M_0 = C$

所以， $M = M_0 e^{-\lambda t}$

由此可知，铀的衰变规律为：铀的含量随时间的增加而按指数规律衰减。

《高数》试卷 4（下）

一. 选择题: $3' \times 10 = 30'$

1. 下列平面中过点 $(1, 1, 1)$ 的平面是_____.

(A) $x + y + z = 0$ (B) $x + y + z = 1$ (C) $x = 1$ (D) $x = 3$

2. 在空间直角坐标系中, 方程 $x^2 + y^2 = 2$ 表示_____.

(A) 圆 (B) 圆域 (C) 球面 (D) 圆柱面

3. 二元函数 $z = (1-x)^2 + (1-y)^2$ 的驻点是_____.

(A) $(0, 0)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(1, 0)$ (D) $(1, 1)$

4. 二重积分的积分区域 D 是 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, 则 $\iint_D dx dy =$ _____.

(A) π (B) 4π (C) 3π (D) 15π

5. 交换积分次序后 $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy =$ _____.

(A) $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$ (B) $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ (C) $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$ (D) $\int_0^x dy \int_0^1 f(x, y) dx$

6. n 阶行列式中所有元素都是 1, 其值是_____.

(A) n (B) 0 (C) $n!$ (D) 1

8. 下列级数收敛的是_____.

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n+1}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{2^n}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

9. 正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 满足关系式 $u_n \leq v_n$, 则_____.

(A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛 (B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散 (D) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散

10. 已知: $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$, 则 $\frac{1}{1+x^2}$ 的幂级数展开式为_____.

(A) $1 + x^2 + x^4 + \dots$ (B) $-1 + x^2 - x^4 + \dots$ (C) $-1 - x^2 - x^4 - \dots$ (D) $1 - x^2 + x^4 - \dots$

二. 填空题: $4' \times 5 = 20'$

1. 数 $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \ln(2 - x^2 - y^2)$ 的定义域为_____.

2. 若 $f(x, y) = xy$, 则 $f(\frac{y}{x}, 1) =$ _____.

3. 已知 (x_0, y_0) 是 $f(x, y)$ 的驻点, 若 $f''_{xx}(x_0, y_0) = 3, f''_{yy}(x_0, y_0) = 12, f''_{xy}(x_0, y_0) = a$ 则当_____时, (x_0, y_0) 一定是极小点.

5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的必要条件是_____.

三. 计算题(一): $6' \times 5 = 30'$

1. 已知: $z = xy$, 求: $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{4-x^2} d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq \sqrt{4-x^2}, 0 \leq x \leq 2\}$.

3. 已知: $\mathbf{X}\mathbf{B}=\mathbf{A}$, 其中 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求未知矩阵 \mathbf{X} .

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ 的收敛区间.

5. 求 $f(x) = e^{-x}$ 的麦克劳林展开式 (需指出收敛区间).

四. 计算题(二): $10' \times 2 = 20'$

1. 求平面 $x - 2y + z = 2$ 和 $2x + y - z = 4$ 的交线的标准方程.

参考答案

一. 1. C; 2. D; 3. D; 4. D; 5. A; 6. B; 7. B; 8. C; 9. B; 10. D.

二. 1. $\{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 < 2\}$ 2. $\frac{y}{x}$ 3. $-6 < a < 6$ 4. 27 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

四. 1. 解: $\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \frac{\partial z}{\partial y} = xy \ln y$

2. 解: $\iint_D \sqrt{4-x^2} d\sigma = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{4-x^2} dy = \int_0^2 (4-x^2) dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{16}{3}$

3. 解: $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, AB^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 15 \end{pmatrix}.$

4. 解: $R=1$, 当 $|x| < 1$ 时, 级数收敛, 当 $x=1$ 时, 得 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ 收敛,

当 $x=-1$ 时, 得 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n-1}}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n}$ 发散, 所以收敛区间为 $(-1, 1]$.

5. 解: . 因为 $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ $x \in (-\infty, +\infty)$, 所以 $e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^n$ $x \in (-\infty, +\infty)$.

四.1.解:求直线的方向向量: $\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$, 求点:令 $z=0$, 得 $y=0$, $x=2$, 即交点为 $(2, 0, 0)$,

所以交线的标准方程为: $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$

《高数》试卷5(下)

一、选择题(3分/题)

1、已知 $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{k}$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ ()

- A 0 B $\vec{i} - \vec{j}$ C $\vec{i} + \vec{j}$ D $-\vec{i} + \vec{j}$

2、空间直角坐标系中 $x^2 + y^2 = 1$ 表示 ()

- A 圆 B 圆面 C 圆柱面 D 球面

3、二元函数 $z = \frac{\sin xy}{x}$ 在 $(0, 0)$ 点处的极限是 ()

- A 1 B 0 C ∞ D 不存在

4、交换积分次序后 $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy =$ ()

- A $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ B $\int_x^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$
C $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$ D $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$

5、二重积分的积分区域 D 是 $|x| + |y| \leq 1$, 则 $\iint_D dx dy =$ ()

- A 2 B 1 C 0 D 4

10、正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 满足关系式 $u_n \leq v_n$, 则 ()

- A 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛 B 若 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛
C 若 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散 D 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散

二、填空题(4分/题)

- 1、空间点 $p(-1, 2, -3)$ 到 xoy 平面的距离为_____
- 2、函数 $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 6x + 8y + 2$ 在点_____处取得极小值，极小值为_____
- 3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的必要条件是_____

三、计算题（6分/题）

- 1、已知二元函数 $z = y^{2x}$ ，求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y}$
- 2、求两平面： $x - 2y + z = 2$ 与 $2x + y - z = 4$ 交线的标准式方程。
- 3、计算二重积分 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ，其中 D 由直线 $x = 2$ ， $y = x$ 和双曲线 $xy = 1$ 所围成的区域。
- 4、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{5^n}$ 的收敛半径和收敛区间。

四、应用题（10分/题）

- 1、判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p}$ 的收敛性，如果收敛，请指出绝对收敛还是条件收敛。

参考答案

一、选择题（3分/题）

DCBDA ACBCB

二、填空题（4分/题）

1、3 2、 $(3, -1)$ -11 3、-3 4、0 5、 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

三、计算题（6分/题）

$$1、\frac{\partial z}{\partial x} = 2y^{2x} \ln y, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2x \cdot y^{2x-1}$$

$$2、\frac{x-2}{1} = \frac{y-0}{3} = \frac{z-0}{5}$$

$$3、\frac{9}{4}$$

4、

5、收敛半径 $R=3$ ，收敛区间为 $(-4, 6)$

四、应用题 (10 分/题)

1、当 $p < 0$ 时，发散；

$0 < p \leq 1$ 时条件收敛；

$p > 1$ 时绝对收敛

