中国石油大学（北京）

2023— 2024学年　　春季学期

《概率论与数理统计》结课考试试卷

（A 卷）

考核方式：笔试(闭卷)

班级：________

姓名：________

学号：________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

注：1. 试卷共 6 页（含封面），请勿漏答。

2. 试卷（及所附草稿纸）不得拆开，所有答案均写在题后空白处。

一、填空题（请在下列表格中填上正确答案，共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1	2	3	4	5

1、假设事件 A 和 B 满足 $P(B/A)=1$，则 A 和 B 的关系是______________。

2、设随机变量 $X\sim\pi(\lambda)$，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $P\{X=k\}=$____________。

3、设 X 服从参数为 1 的指数分布，则 $E(X^2)=$__________。

4、设 $X\sim N(0,2),Y\sim N(0,1)$, 且 X 与 Y 相互独立，则 $Z=X-Y\sim$ __________。

5、$X\sim N(1,5),Y\sim N(1,16)$, 且 X 与 Y 相互独立，令 $Z=2X-Y-1$，则 $\rho_{YZ}=$____。

二、单项选择题（请在下列表格中填上正确答案，共 5 题，每小题 3 分，共 15 分）

1	2	3	4	5

1、将 3 粒黄豆随机地放入 4 个杯子，则杯子中盛黄豆最多为一粒的概率为（　　）

A、$\dfrac{3}{32}$　　B、$\dfrac{3}{8}$　　C、$\dfrac{1}{16}$　　D、$\dfrac{1}{8}$

2、随机变量 X 和 Y 的 $\rho_{XY}=0$, 则下列结论不正确的是（　　）

A、$D(X-Y)=D(X)+D(Y)$　　B、$X+a$ 与 $Y-b$ 必相互独立

C、X 与 Y 可能服从二维均匀分布　　D、$E(XY)=E(X)E(Y)$

3、样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 来自总体 X，$E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$，则有（　　）

A、$X_i^{\ 2}\ (1\le i\le n)$ 都是 μ 的无偏估计　　B、$\overline{X}$ 是 μ 的无偏估计

C、$X_i^2 (1\le i\le n)$ 是 σ^2 的无偏估计　　D、$\overline{X}^2$ 是 σ^2 的无偏估计

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 μ 已知，σ^2 未知，则下列不是统计量的是（　　）

A、$\min\limits_{1\le i\le n} X_i$　　B、$\overline{X}-\mu$　　C、$\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{X_i}{\sigma}$　　D、$X_n - X_1$

5、在假设检验中，检验水平 α 的意义是（　　）

A、原假设 H_0 成立，经检验被拒绝的概率

B、原假设 H_0 不成立，经检验被拒绝的概率

C、原假设 H_0 成立，经检验不能拒绝的概率

D、原假设 H_0 不成立，经检验不能拒绝的概率

三、（10分）用3台机床加工同一种零件，零件由各机床加工的概率分别为 $0.5, 0.3, 0.2$, 各机床加工的零件合格品的概率分别为 $0.94, 0.9, 0.95$,

(1)求全部产品的合格率；

(2)任取一个零件，它是合格品，求该零件是由第一台车床加工的概率。

四、（12 分）设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{\sin x+1}{A}, & -\dfrac{\pi}{2}\le x<\dfrac{\pi}{2}\\ 1, & x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

求：（1）系数 A；

（2）$P\left(\frac{\pi}{6}<X<\frac{\pi}{2}\right)$；

（3）概率密度 $f(x)$.

五、(10分)已知连续随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, 0<x\\ 0, 其他\end{cases}$，

求 $Y=3X-1$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

六、(12分)设二维随机变量(X,Y)具有概率密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases} kxy^2, 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, 其他 \end{cases},$$

求:(1)系数k;

(2)求X,Y的边缘密度函数$f_X(x), f_Y(y)$.

(3)判断X,Y是否独立。

七、(9分)已知一批零件的长度X(单位cm) 服从正态分布$N(\mu,1)$,从中随机抽取16个零件，得到长度的平均值为40(cm),求μ 的置信水平为0. 95的置信区间.

注：$\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.64)=0.95$.

八、（12分）设总体X 的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}x^{\frac{1-\theta}{\theta}},0<x<1\\0,其他\end{cases}$，其中$\theta>0,X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$ 的样本，

(1)求θ 的最大似然估计量$\hat{\theta}$;

(2)证明$\hat{\theta}$ 是θ 的无偏估计。

九、（5分）设A,B,C是不能同时发生但两两相互独立的随机事件，
且$P(A)=P(B)=P(C)=\rho.$

证明：ρ可能取的最大值为$\dfrac{1}{2}$