页

一、填空题

1. 设行列式$D=\begin{vmatrix}\pi & 3 & sin1\\ 1 & 3 & -1\\ 2 & -5 & 1\end{vmatrix}$，$D$的$(i,j)$元的代数余子式记作$A_{ij}$，则

$2A_{11}-5A_{12}+A_{13}$=

2. 已知3阶方阵A满足$|A|=\frac{1}{2}$，则$|A^{-1}-4A^{*}|=$

3. 把矩阵A的第一行的-2倍加到第二行，再互换第一、二列，得$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$，则矩阵$A=$__________ $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 8 & 5\end{pmatrix}$

4. 向量$\beta=\begin{bmatrix}7\\8\\9\end{bmatrix}$用$\alpha_1=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$线性表示的表达式为 =_

5. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+2x_3^2+2x_1x_3+4x_2x_3$，则二次型矩阵$A$

一、 填空题

1. 二次型$f(x)=x^T\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}x$的秩=

2. 已知n阶矩阵A满足$A^2=2A$，则$5(A+5E)^{-1}=$

3. 设A、B为3阶矩阵，$|A|=2,|B|=-3$，则$|3A^{*}B^{-2}|=$

4. 已知四阶行列式$D=\begin{vmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 2 & 2\\ 3 & 0 & 5 & 0\\ 5 & 3 & -2 & 3\end{vmatrix}$，则$M_{11}+M_{12}+M_{13}+M_{14}=$

5. 若λ是n阶非奇异矩阵A的特征值，则矩阵$(2A)^{-2}+E$有一特征值为

二、 选择题（ ）

1. 已知$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}a_{11}+ka_{13} & a_{12} & a_{13}\\ a_{31}+ka_{33} & a_{32} & a_{33}\\ a_{21}+ka_{23} & a_{22} & a_{23}\end{pmatrix}$

及$P_1=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ k & 0 & 1\end{pmatrix}$，$P_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$，则$A=$（ ）

(A) $P_1^{-1}BP_2^{-1}$； (B) $P_2^{-1}BP_1^{-1}$； (C) $P_1^{-1}P_2^{-1}B$； (D) $BP_1^{-1}P_2^{-1}$。

2. 已知 n 阶奇异矩阵 A 满足 $A^* \neq 0$，设 α_1, α_2 是 $Ax=0$ 的两个不同的解向量，k 为任意常数，则 $Ax=0$ 的通解为（　　　　　）　　2页

(A) $k\alpha_1$　　(B) $k\alpha_2$　　(C) $k(\alpha_1-\alpha_2)$　　(D) A、B、C 均可

3. 设 A 是 5×3 矩阵，且矩阵 A 的秩为 2，$B=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&0\\1&0&3\end{pmatrix}$，$C$ 是 5 阶正定矩阵，则 CAB 的秩为（　　　　　）。　　P68推论

✓(A) 2；　　(B) 3；　　(C) 5；　　(D) 不确定.

4. 设 A,B 均是 n 阶方阵，则下述正确的是（　　　　　）

(A) A 或 B 可逆，则必有 AB 可逆；　×

(B) A 或 B 不可逆，则必有 AB 不可逆；

(C) A 或 B 可逆，则必有 $A+B$ 可逆；　×

(D) A 或 B 不可逆，则必有 $A+B$ 不可逆。　×

5. 下列矩阵是正交矩阵的是（　　　　　）

（A）A 满足 $A^T A=E$；　（B）A 满足 A 的行向量组是两两正交的单位向量组；

（C）A 满足 $|A|=1$；　（D）A 满足 A 的列向量组构成 R^n 的规范正交基

二、

1. 以下说法正确的是【　　】

（A）方阵A经过若干次初等行变换后得到B，则$|B|=|A|$　　秩不变

（B）可逆阵A经过若干次初等行变换后得到B，则$|B|=k|A|$，其中 $k\in\mathbb{R}$　　A可逆，k≠0

（C）方阵A经过若干次初等变换后得到B，则$|B|=l|A|$，其中 $l\neq 0$　　可以任意的 ∵ A不一定是可逆

✓（D）方阵A经过若干次初等变换后得到B，若$|A|\neq 0$，则$|B|\neq 0$

2. 设A、B为n阶方阵，且$AB=O$，则下列结论正确的是【　　】

✓（A）$|A|=0$或$|B|=0$　　（B）$R(A)=R(B)$

（C）$B=O$　　A可逆时　　（D）$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$　　BA不一定为0

3. 设A,B,C为n阶方阵，E为n阶单位矩阵，若$ABC=E$，则下列各式正确的是【　　】

（A）$ACB=E$　　✓（B）$CAB=E$　　$C=(AB)^{-1}$

（C）$CBA=E$　　（D）$BAC=E$

4. 设η_1,η_2,η_3是 4 元非齐次线性方程组$Ax=b$的三个互不相同的解，$R(A)=3$，若$\eta_1+\eta_3=(1,1,1,1)^T$，$\eta_2+\eta_3=(2,3,4,5)^T$，则方程组的通解是　　$\eta=c\xi+\eta^*$　$\eta^*=\frac{1}{2}(\eta_1+\eta_3)$　$\xi=(\eta_1+\eta_3)-(\eta_2+\eta_3)=(1\ 2\ 3\ 4)^T$

✓（A）$x=k(1,2,3,4)^T+\left(1,\frac{3}{2},2,\frac{5}{2}\right)^T, k\in\mathbb{R}$　　（B）$x=k(1,2,3,4)^T+(1,1,1,1)^T, k\in\mathbb{R}$

（C）$x=k(0,1,2,3)^T+\left(1,\frac{3}{2},2,\frac{5}{2}\right)^T, k\in\mathbb{R}$　　（D）$x=k(0,1,2,3)^T+(1,1,1,1)^T, k\in\mathbb{R}$

5. 下列矩阵中，哪个是正交矩阵【　　】

✓（A）$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$　　（B）$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

（C）$\begin{pmatrix}1&2&0\\2&4&0\\0&0&1\end{pmatrix}$　　（D）$\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\-2&0&2\end{pmatrix}$

三、计算行列式 3页

（1） $D=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0 & 5\\ 0 & 3 & 2 & 0\\ 5 & 1 & -2 & 1\\ -3 & 4 & 0 & -4\end{vmatrix}$.　　(2) 求 $\begin{vmatrix}x_1 & a_2 & a_3 & a_4\\ a_1 & x_2 & a_3 & a_4\\ a_1 & a_2 & x_3 & a_4\\ a_1 & a_2 & a_3 & x_4\end{vmatrix}$ $(x_i \neq a_i, i=1,2,3,4)$.

三、　设 $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$，且 $AX=A+2X$，求矩阵 X。

四、　计算行列式 $\begin{vmatrix}0 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & a & a\\ 1 & a & 0 & a\\ 1 & a & a & 0\end{vmatrix}$

四、　已知 $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 5\\ 3 & 2 & 3\end{pmatrix}$，且 $A^2-AX=E$，其中 E 为3阶单位矩阵，求矩阵 X.

五、　讨论 k 取何值时，线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2-x_3=1\\ 2x_1+3x_2+kx_3=3\\ x_1+kx_2+3x_3=2\end{cases}$

（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多解，并写出通解（用基础解系表示）.

五、　设向量组 $a_1=\begin{pmatrix}1\\1\\2\\-1\end{pmatrix}, a_2=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\1\end{pmatrix}, a_3=\begin{pmatrix}2\\6\\8\\6\end{pmatrix}, a_4=\begin{pmatrix}3\\4\\7\\-1\end{pmatrix}$,

（1）求向量组 a_1, a_2, a_3, a_4 的秩及一个最大无关组；

（2）把不属于最大无关组的向量由最大无关组表示出来。

六、　λ 取何值时，线性方程组

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=\lambda-3\\ x_1+\lambda x_2+x_3=-2\\ x_1+x_2+\lambda x_3=-2\end{cases}$$

有唯一解、无解、或无穷多解？在有无穷多解时，求其通解。

六、　已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & -3 & 3 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & 2 & 3\\ 3 & -4 & 4 & 3 & 4\\ -1 & 2 & -2 & 1 & 2\end{bmatrix}$

求（1）求矩阵列向量组的秩和它的一个最大无关组；

（2）将其它列向量用这个最大无关组线性表示出来.

七、　　用正交变换 $x=Py$ 将二次型

4页

$$f(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2+x_2^2+4x_1x_3+4x_2x_3$$

化为标准形，并写出正交矩阵 P。

七、　　设矩阵A与B相似，其中$A=\begin{pmatrix}2 & 2 & -2\\ 2 & 5 & -4\\ -2 & -4 & x\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}10 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & y\end{pmatrix}$，

（1）求x，y；　（2）求正交阵 P，使得$P^TAP=B$.

八、证明题

（1）设向量组 A：$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m$线性无关，向量$\beta_1$可由向量组 A 线性表示，而向量$\beta_2$不能由向量组 A 线性表示. 证明：$m+1$个向量$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m,\beta_1+\beta_2$必线性无关.

（2）设A、B是正交阵且 $|A|+|B|=0$，证明：$|A+B|=0$.

八、　　若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性无关，构造向量组

$$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\ \beta_1=\alpha_2+\alpha_3,\cdots,\beta_n=\alpha_n+\alpha_1 \qquad (n>1)$$

证明：当 n 是偶数时，向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots\beta_n$ 线性相关，当 n 是奇数时，向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots\beta_n$ 线性无关。