

模拟试卷一

一、选择题

1. 设函数 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处偏导数存在, 则 $f_x(x_0, y_0) =$ ()

A. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$

B. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y) - f(x_0, y)}{\Delta x}$

C. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$

D. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

2. 设函数 $f(x, y) = (4x - x^2)(6y - y^2)$ 则 $f(x, y)$ 的一个驻点是 ()

A. (2, 6) B. (4, 3) C. (0, 6) D. (0, 3)

3. 设 $f(u)$ 是连续函数, 区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$, 则二重积分 $\iint_D f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy =$

()

A. $2\pi \int_0^1 f(r^2) dr$

B. $2\pi \int_0^1 rf(r) dr$

C. $2\pi \int_0^1 f(r) dr$

D. $4\pi \int_0^1 rf(r) dr$

4. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$, k 是常数, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} ku_n$ ()

A. 收敛

B. 条件收敛

C. 发散

D. 敛散性与 k 值有关

二、填空题

5. 在空间直角坐标系中, Oxz 平面上的曲线 $\begin{cases} z = 2x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转的旋转曲面方程为_____.

6. 设函数 $z = e^{-x} \sin 2y$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(0, \frac{\pi}{4})} =$ _____.

7. 设 Σ 为上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1 (z \geq 0)$, 则对面积的曲面积分

$$\iint_{\Sigma} dS = \text{_____}.$$

8. 当 $|x| < 1$ 时, 无穷级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} x^n$ 的和函数为_____.

三、计算题

9. 求与点 $P_1(3, -1, 2)$ 和点 $P_2(5, 0, -1)$ 的距离都相等的动点轨迹方程.

10. 设函数 $z = e^{-\frac{x}{y^2}}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

11. 设函数 $z = f(x, xy)$, 其中 f 是可微函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

12. 求函数 $f(x, y) = xy$ 在点 $(2, 3)$ 处沿从点 $(2, 3)$ 到点 $(3, 3 + \sqrt{3})$ 的方向的方向导数.

13. 求曲面 $x^2 + 2y^2 - 3z = 0$ 在点 $(2, 1, 2)$ 处的法线方程.

14. 计算二重积分 $I = \iint_D y dx dy$, 其中 D 是顶点分别为 $(0, 0)$ $(1, 1)$ $(2, 0)$ 的三角形闭区域.

15. 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} (x + y + z) dx dy dz$, 其中 Ω 是由平面 $x = 2, y = 2, z = 2$ 及坐标面所围成的闭区域.

16. 计算对弧长的曲线积分 $\int_L (2x - y + 1) ds$ 其中 L 是直线 $y = x - 1$ 上点 $(0, -1)$

到点(1, 0)的直线段.

17. 计算对坐标的曲线积分 $\oint_L ydx - xdy$, 其中 L 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$, 沿

逆时针方向.

18. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)^n}$ 是否收敛. 如果收敛, 是条件收敛还是绝对收敛?

四、综合题

19. 求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ 的极值.

20. 求曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 及曲面 $z = 6 - 2x^2 - y^2$ 所围成的立体体积.

21. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 展开成 $(x+2)$ 的幂级数.