中国石油大学（北京）

2022— 2023学年　　春季学期

《概率论与数理统计》结课考试试卷

（A 卷）

**考核方式：　笔试(闭卷)　**

班级：________

姓名：________

学号：________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

注：1. 试卷共 8 页（含封面），请勿漏答。

2. 试卷（及所附草稿纸）不得拆开，所有答案均写在题后空白处。

一、填空题（请在下列表格中填上正确答案，共 5 题，每题 3 分，共 15 分）

1	2	3	4	5

1.已知 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.4$，$P(\overline{AB})=0.8$，则 $P(A|A\cup\bar{B})=$ ________.

2.设随机变量 X 和 Y 相互独立，且都服从 $[0,1]$ 上的均匀分布，则 $Z=|X-Y|$ 的分布函数 $F_Z(z)=$ ________.

3.设 $E(X)=1$，$E(Y)=2$，$D(X)=1$，$D(Y)=4$，$\rho_{XY}=0.6$，$Z=(2X-Y+1)^2$，则数学期望 $E(Z)=$ ________.

4.设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，由切比雪夫不等式可知，概率 $P(|X-\mu|\geq 2\sigma)$ 的取值区间为 ________ 与 ________ 之间.

5.设 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自总体 $X\sim\chi^2(n)$ 分布的样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则 $E(\bar{X})=$ ________，$D(\bar{X})=$ ________.

二、单项选择题（请在下列表格中填上正确答案，共 5 题，每小题 3 分，共 15 分）

1	2	3	4	5

1.设连续型随机变量 X 的密度函数满足 $f(x)=f(-x)$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则 $P(|X|>2005)=$【　　】.

(A) $2-F(2005)$;　　(B) $2F(2005)-1$;

(C) $1-2F(2005)$;　　(D) $2[1-F(2005)]$.

2.设二维随机变量(X, Y)服从G上的均匀分布，G的区域由曲线$y=x^2$和$y=x$所围，则(X, Y)的联合概率密度函数为【　　】.

(A) $f(x, y)=\begin{cases} 6, & (x, y)\in G \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$；　　(B) $f(x, y)=\begin{cases} \frac{1}{6}, & (x, y)\in G \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$；

(C) $f(x, y)=\begin{cases} 2, & (x, y)\in G \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$；　　(D) $f(x, y)=\begin{cases} \frac{1}{2}, & (x, y)\in G \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$.

3.设二维随机变量$(X, Y)\sim N(0, 0, 0.5, 0.5, 0)$，$Z=X-Y$，则方差$D(|Z|)=$【　　】.

(A) 0;　　(B) 1;

(C) $1+\frac{2}{\pi}$;　　(D) $1-\frac{2}{\pi}$.

4.设总体$X\sim b(1, p)$，$X_1, X_2, \dots, X_n$是来自总体X的样本，$\bar{X}$为样本均值，则$P\left(\bar{X}=\frac{k}{n}\right)=$【　　】.

(A) p;　　(B) $p^k(1-p)^{n-k}$;

(C) $C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$;　　(D) $C_n^k(1-p)^k p^{n-k}$.

5. 随机变量X, Y和$X+Y$的方差满足$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$是X与Y【　　】.

(A) 不相关的充分条件，但不是必要条件;

(B) 不相关的必要条件，但不是充分条件;

(C) 独立的必要条件，但不是充分条件;

(D) 独立的充分必要条件.

三、(10 分) 设一盒乒乓球有6个新球，4个旧球，不放回抽取，每次任取1个，共取两次.

(1) 求第二次才取到新球的概率；

(2) 发现其中之一是新球，求另一个也是新球的概率.

四、(12分)设二维连续型随机变量(X, Y)的概率密度函数 $f(x, y)=\begin{cases} Axy, & (x, y)\in G \\ 0, & (x, y)\notin G \end{cases}$，其中

$G=\{(x, y) \mid 0\le x\le 2,\ 0<y\le x^2\}$. 求

(1) 系数A；

(2) X和Y的边缘概率密度函数；

(3) 条件概率密度函数$f_{X|Y}(x|y)$和$f_{Y|X}(y|x)$.

五、（10 分）设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}24(1-x)y, 0<y<x<1\\0,其它\end{cases}$，

求:(1)关于随机变量X,Y的边缘概率密度，并判断X,Y是否独立;

(2)条件概率密度$f_{Y|X}(y|x)$;(3)$P\{X\le\frac{1}{4}|X=\frac{1}{2}\}$.

六、（12分）设二维连续型随机变量(X, Y)的概率密度函数$f(x, y)=\begin{cases}3y, & 0<x<y,\ 0<y<1\\0, & 其它\end{cases}$，

随机变量$Z=X-2Y$，求Z的概率密度函数.

七、（9分）农贸市场某种商品每日的价格为 $Y_n = Y_{n-1} + X_n \ (n \geq 1)$，其中 Y_n 表示第 n 天该商品的价格，X_n 表示第 n 天较前一天商品价格的变化.

(1) 写出 Y_n 与 $Y_0, X_1, X_2, \ldots, X_n$ 之间的关系；

(2) 已知 $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ 相互独立，且 $E(X_n)=0$，$D(X_n)=2 \ (n=1, 2, \ldots)$. 如果今天该商品的价格为100元，用中心极限定理估计18天后该商品的价格在96元与104元之间的概率.

$2\Phi\left(\frac{2}{3}\right)-1 \approx 0.4972$

八、（12分） 设总体 $X \sim f(x)=\dfrac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}}, \theta>0, -\infty<x<+\infty$（$\theta$ 未知），且 $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ 为来自 X 的一个样本. 求:

(1) θ 的矩估计量;

(2) θ 的最大似然估计量.

九、（5分）设随机变量 X 和 Y 相互独立，且方差 $D(X), D(Y), D(XY)$ 存在，证明:

$D(XY) \geq D(X)D(Y)$.