力学（1）大作业

1．(本题 3分)(0015)

一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处，其速度大小为

(A) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

(C) $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$　　(D) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$　　D

2．(本题 3分)(0604)

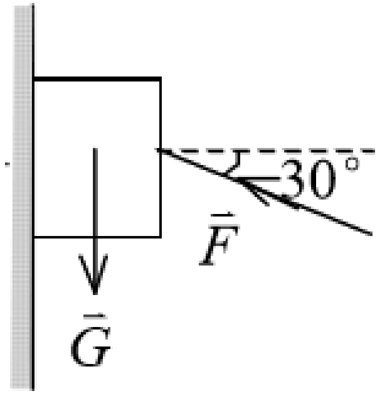
某物体的运动规律为 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-kv^2t$，式中的 k 为大于零的常量．当 $t=0$ 时，初速为 v_0，则速度 v 与时间 t 的函数关系是

(A) $v=\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$，　　(B) $v=-\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$，

(C) $\dfrac{1}{v}=\dfrac{kt^2}{2}+\dfrac{1}{v_0}$，　　(D) $\dfrac{1}{v}=-\dfrac{kt^2}{2}+\dfrac{1}{v_0}$　　[C]

3. (本题 3分)(0343)

如图所示，用一斜向上的力 $\vec{F}$ (与水平成 30° 角)，将一重为 G 的木块压靠在竖直壁面上，如果不论用怎样大的力 F，都不能使木块向上滑动，则说明木块与壁面间的静摩擦系数μ的大小为

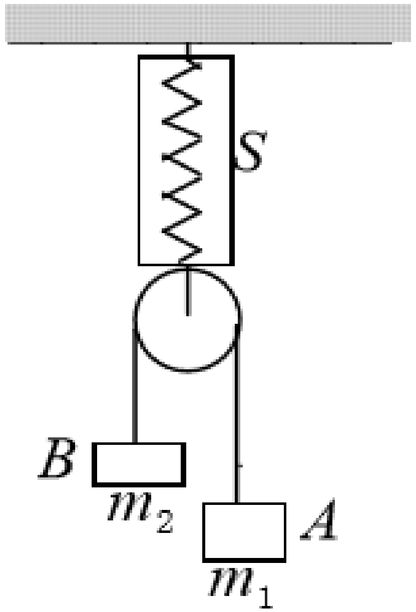


(A) $\mu \geq \frac{1}{2}$. (B) $\mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

(C) $\mu \geq \sqrt{3}$. (D) $\mu \geq 2\sqrt{3}$. [B]

4. (本题 3分)(0617)

如图，滑轮、绳子质量及运动中的摩擦阻力都忽略不计，物体 A 的质量 m_1 大于物体 B 的质量 m_2. 在 A、B 运动过程中弹簧秤 S 的读数是

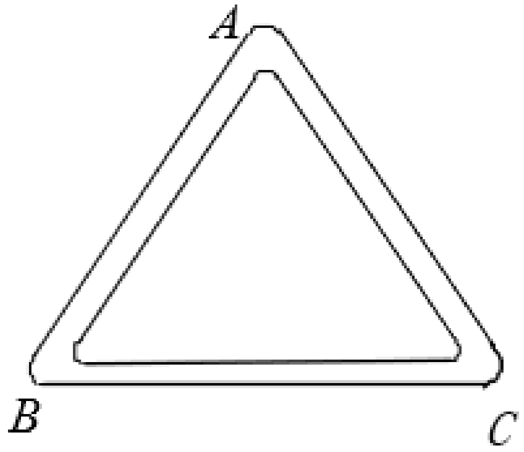


(A) $(m_1+m_2)g$. (B) $(m_1-m_2)g$.

(C) $\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}g$. (D) $\frac{4m_1m_2}{m_1+m_2}g$. [D]

5. (本题 3分)(0063)

质量为 m 的质点，以不变速率 v 沿图中正三角形 ABC 的水平光滑轨道运动．质点越过 A 角时，轨道作用于质点的冲量的大小为



(A) mv.　　　　(B) $\sqrt{2}mv$.

(C) $\sqrt{3}mv$.　　　　(D) $2mv$.

[C]

6. (本题 3分)(0367)

质量为 20 g 的子弹沿 X 轴正向以 500 m/s 的速率射入一木块后，与木块一起仍沿 X 轴正向以 50 m/s 的速率前进，在此过程中木块所受冲量的大小为

(A) 9 N·s .　　　　(B) -9 N·s .

(C) 10 N·s .　　　　(D) -10 N·s .

[A]

7. (本题 3分)(0405)

人造地球卫星，绕地球作椭圆轨道运动，地球在椭圆的一个焦点上，则卫星的

(A)动量不守恒，动能守恒.

(B)动量守恒，动能不守恒.

(C)对地心的角动量守恒，动能不守恒.

(D)对地心的角动量不守恒，动能守恒. [C]

8. (本题 3分)(0350)

一个质点同时在几个力作用下的位移为：

$$\Delta\vec{r} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k} \quad \text{(SI)}$$

其中一个力为恒力 $\vec{F} = -3\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}$ (SI)，则此力在该位移过程中所作的功为

(A) -67 J. (B) 17 J.

(C) 67 J. (D) 91 J. [C]

9. (本题 3分)(0078)

质量为 m 的质点在外力作用下，其运动方程为

$$\vec{r} = A\cos\omega t\,\vec{i} + B\sin\omega t\,\vec{j}$$

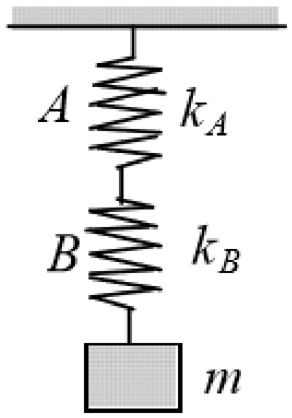
式中 A、B、ω都是正的常量．由此可知外力在 t=0 到 t=π/(2ω) 这段时间内所作的功为

(A) $\frac{1}{2}m\omega^2(A^2+B^2)$　　(B) $m\omega^2(A^2+B^2)$

(C) $\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-B^2)$　　(D) $\frac{1}{2}m\omega^2(B^2-A^2)$　　[C]

10. (本题 3分)(0408)

A、B 二弹簧的劲度系数分别为 k_A 和 k_B，其质量均忽略不计．今将二弹簧连接起来并竖直悬挂，如图所示．当系统静止时，二弹簧的弹性势能 E_{PA} 与 E_{PB} 之比为



(A) $\frac{E_{PA}}{E_{PB}} = \frac{k_A}{k_B}$　　(B) $\frac{E_{PA}}{E_{PB}} = \frac{k_A^2}{k_B^2}$

(C) $\frac{E_{PA}}{E_{PB}} = \frac{k_B}{k_A}$　　(D) $\frac{E_{PA}}{E_{PB}} = \frac{k_B^2}{k_A^2}$

C

11. (本题 3分)(0020)

一质点在力 $F = 5m(5-2t)$ (SI)的作用下，$t=0$ 时从静止开始作直线运动，式中 m 为质点的质量，t 为时间，则当 $t = 5$ s 时，质点的速率为

(A) $50\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. .　　(B) $25\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

(C) 0.　　(D) $-50\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.　　[C]

12. (本题 3分)(0206)

两质量分别为 m_1、m_2 的小球，用一劲度系数为 k 的轻弹簧相连，放在水平光滑桌面上，如图所示．今以等值反向的力分别作用于两小球，则两小球和弹簧这系统的

(A) 动量守恒，机械能守恒．

(B) 动量守恒，机械能不守恒．

(C) 动量不守恒，机械能守恒．

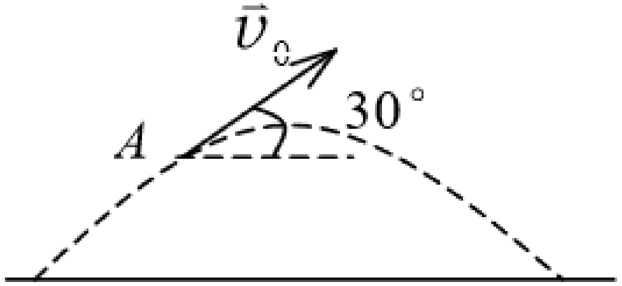
(D) 动量不守恒，机械能不守恒．　　[B]

13. (本题 3分)(0006)

质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为 $\theta = 3 + 2t^2$ (SI)，则 t 时刻质点的法向加速度大小为 a_n= $16Rt^2$；角加速度 β= $4\ \mathrm{rad/s^2}$.

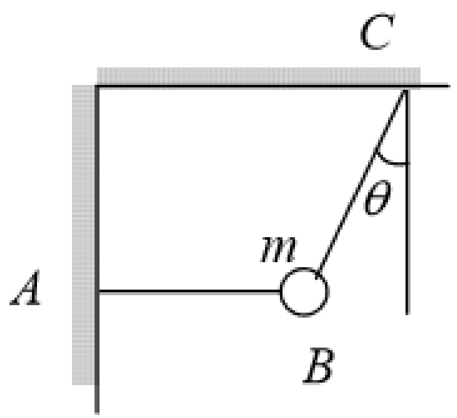
14. (本题 4分)(0017)

一物体作如图所示的斜抛运动，测得在轨道 A 点处速度 $\bar{v}$ 的大小为 v,其方向与水平方向夹角成30°.则物体在 A 点的切向加速度 a_t= $-g/2$，轨道的曲率半径 ρ= $2\sqrt{3}v^2/(3g)$.



15. (本题 3分)(0031)

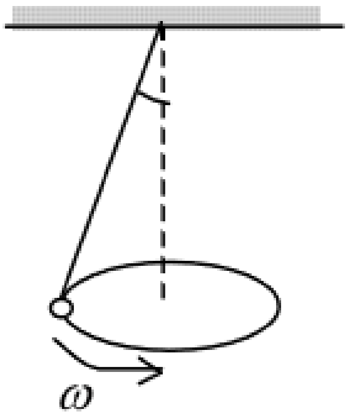
质量为 m 的小球，用轻绳 AB、BC 连接，如图，其中 AB 水平．剪断绳 AB 前后的瞬间，绳 BC 中的张力比



$T:T' =$ $1/\cos^2\theta$ ______.

16. (本题 5分)(0374)

图示一圆锥摆，质量为 m 的小球在水平面内以角速度ω匀速转动．在小球转动一周的过程中，



(1) 小球动量增量的大小等于 0 ______.

(2) 小球所受重力的冲量的大小等于 $2\pi mg/\omega$ ______.

(3) 小球所受绳子拉力的冲量大小等于 $2\pi mg/\omega$ ______.

17. (本题 4分)(0631)

一物体质量为 10 kg，受到方向不变的力 $F=30+40t$ (SI)作用，在开始的两秒内，此力冲量的大小等于___140 N·s___；若物体的初速度大小为 10 m/s，方向与力 $\vec{F}$ 的方向相同，则在 2s 末物体速度的大小等于___24 m/s___.

18. (本题 5分)(0724)

一质量为 m 的质点沿着一条曲线运动，其位置矢量在空间直角座标系中的表达式为 $\vec{r}=a\cos\omega t\vec{i}+b\sin\omega t\vec{j}$，其中 a、b、ω 皆为常量，则此质点对原点的角动量 $L=$___$m\omega ab$___；此质点所受对原点的力矩 $M=$___0___.

19. (本题10分)(0037)

质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为 K，忽略子弹的重力，求：

(1) 子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式；

(2) 子弹进入沙土的最大深度.

解:

$$-Kv = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad -\frac{K}{m}\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}v}{v}, \qquad -\int_0^t \frac{K}{m}\mathrm{d}t = \int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} \qquad v = v_0 \mathrm{e}^{-Kt/m}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad \mathrm{d}x = v_0 \mathrm{e}^{-Kt/m}\,\mathrm{d}t \qquad \int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t v_0 \mathrm{e}^{-Kt/m}\,\mathrm{d}t$$

$$x = (m/K)v_0(1-\mathrm{e}^{-Kt/m}) \qquad x_{\max} = mv_0/K$$

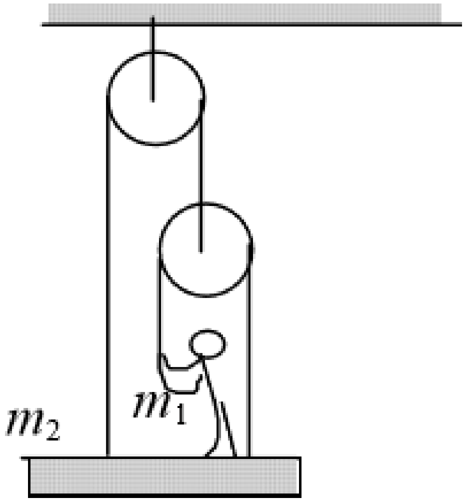
或

$$-Kv = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\right)\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

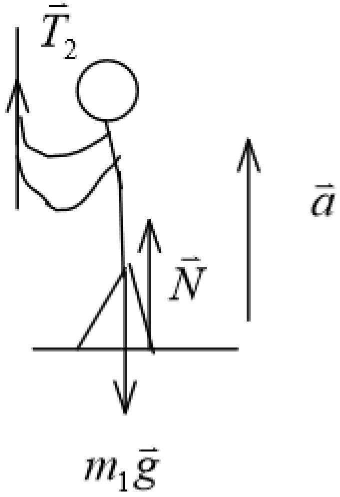
$$dx = -\frac{m}{K}dv \qquad \int_0^{x_{\max}} \mathrm{d}x = -\int_{v_0}^{0}\frac{m}{K}\mathrm{d}v \qquad x_{\max} = mv_0/K$$

20. (本题10分)(0530)

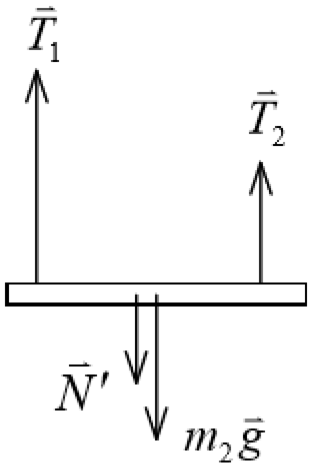
一质量为 60 kg 的人，站在质量为 30 kg 的底板上，用绳和滑轮连接如图．设滑轮、绳的质量及轴处的摩擦可以忽略不计，绳子不可伸长．欲使人和底板能以 1 m/s^2 的加速度上升，人对绳子的拉力 T_2 多大？人对底板的压力多大? (取 g＝10 m/s^2)



解：



图(1)



图(2)

$$T_2 + N - m_1 g = m_1 a$$

$$T_1 + T_2 - N' - m_2 g = m_2 a$$

$$T_1 = 2T_2$$

$$N' = N$$

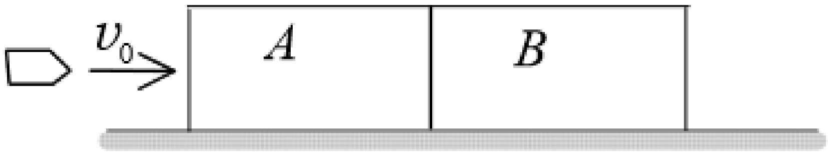
$$4T_2 - m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2)a$$

$$T_2 = (m_1 + m_2)(g + a)/4 = 247.5 \text{ N}$$

$$N' = N = m_1(g + a) - T_2 = 412.5 \text{ N}$$

21. (本题10分)(0769)

如图所示，有两个长方形的物体 A 和 B 紧靠着静止放在光滑的水平桌面上，已知 $m_A=2$ kg，$m_B=3$ kg．现有一质量 $m=100$ g 的子弹以速率 $v_0=800$ m/s 水平射入长方体 A，经 $t=0.01$ s，又射入长方体 B，最后停留在长方体 B 内未射出．设子弹射入 A 时所受的摩擦力为 $F=3\times10^3$ N，求：



(1) 子弹在射入 A 的过程中，B 受到 A 的作用力的大小．

(2) 当子弹留在 B 中时，A 和 B 的速度大小．

解：

子弹射入 A 未进入 B 以前，A、B 共同作加速运动． $F=(m_A+m_B)a$， $a=F/(m_A+m_B)=600\ \text{m/s}^2$

B 受到 A 的作用力 $N=m_B a=1.8\times10^3$ N 方向向右

A 在时间 t 内作匀加速运动，t 秒末的速度 $v_A=at$．当子弹射入 B 时，B 将加速而 A 则以 v_A 的速度继续向右作匀速直线运动． $v_A=at=6$ m/s

取 A、B 和子弹组成的系统为研究对象，系统所受合外力为零，故系统的动量守恒，子弹留在 B 中后有

$$mv_0=m_Av_A+(m+m_B)v_B \qquad v_B=\frac{mv_0-m_Av_A}{m+m_B}=22\ \text{m/s}$$

22. (本题10分)(0422)

一质量为 m 的质点在 Oxy 平面上运动，其位置矢量为

$$\vec{r} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}\ \text{(SI)}$$

式中 a、b、ω是正值常量，且 $a>b$.

(1)求质点在 A 点(a，0)时和 B 点(0，b)时的动能；

(2)求质点所受的合外力 $\vec{F}$ 以及当质点从 A 点运动到 B 点的过程中 $\vec{F}$ 的分力 $\vec{F}_x$ 和 $\vec{F}_y$ 分别作的功.

解： $\vec{r} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}$　　$x = a\cos\omega t$ ，　$y = b\sin\omega t$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -a\omega\sin\omega t\ ,\qquad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = b\omega\cos\omega t$$

在 A 点(a，0) ，$\cos\omega t = 1$，$\sin\omega t = 0$　$E_{KA} = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 = \frac{1}{2}mb^2\omega^2$

在 B 点(0，b) ，$\cos\omega t = 0$，$\sin\omega t = 1$　$E_{KB} = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2$

22. (本题10分)(0422)

一质量为 m 的质点在 Oxy 平面上运动，其位置矢量为

$$\vec{r} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}\ \text{(SI)}$$

式中 a、b、ω是正值常量，且 $a>b$.

(1)求质点在 A 点(a，0)时和 B 点(0，b)时的动能；

(2)求质点所受的合外力 $\vec{F}$ 以及当质点从 A 点运动到 B 点的过程中 $\vec{F}$ 的分力 $\vec{F}_x$ 和 $\vec{F}_y$ 分别作的功.

$$\vec{F} = ma_x\vec{i} + ma_y\vec{j} = -ma\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - mb\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$$

由 $A \to B$

$$W_x = \int_a^0 F_x\mathrm{d}x = -\int_a^0 m\omega^2 a\cos\omega t\,\mathrm{d}x = -\int_a^0 m\omega^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}ma^2\omega^2$$

$$W_y = \int_0^b F_y\mathrm{d}y = -\int_0^b m\omega^2 b\sin\omega t\,\mathrm{d}y = -\int_0^b m\omega^2 y\,\mathrm{d}y = -\frac{1}{2}mb^2\omega^2$$