《高等数学》

一.选择题

1. 当$x\to 0$时，$y=\ln(1+x)$与下列那个函数不是等价的 （ C ）

A)、$y=x$　B)、$y=\sin x$　C)、$y=1-\cos x$　D)、$y=e^x-1$

2. 函数f(x)在点x_0极限存在是函数在该点连续的（ A ）

A)、必要条件　B)、充分条件　C)、充要条件　D)、无关条件

3. 下列各组函数中，$f(x)$和$g(x)$不是同一函数的原函数的有（D）.

A)、$f(x)=\frac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)^2, g(x)=\frac{1}{2}\left(e^x-e^{-x}\right)^2$

B)、$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right), g(x)=-\ln\left(\sqrt{a^2+x^2}-x\right)$

C)、$f(x)=\arcsin(2x-1), g(x)=3-2\arcsin\sqrt{1-x}$

D)、$f(x)=\csc x+\sec x, g(x)=\tan\frac{x}{2}$

4. 下列各式正确的是（B）

A)、$\int x^x dx=2^x\ln 2+C$　B)、$\int \sin t dt=-\cos t+C$

C)、$\int \frac{dx}{1+x^2}dx=\arctan x$　D)、$\int (-\frac{1}{x^2})dx=-\frac{1}{x}+C$

5. 下列等式不正确的是（A）.

A)、$\frac{d}{dx}\left[\int_a^b f(x)dx\right]=f(x)$　B)、$\frac{d}{dx}\left[\int_a^{b(x)} f(x)dt\right]=f[b(x)]b'(x)$

C)、$\frac{d}{dx}\left[\int_a^x f(x)dx\right]=f(x)$　D)、$\frac{d}{dx}\left[\int_a^x F'(t)dt\right]=F'(x)$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \ln(1+t)dt}{x}=$（A）

A)、0　B)、1　C)、2　D)、4

7. 设$f(x)=\sin bx$，则$\int xf''(x)dx=$（C）

A)、$\frac{x}{b}\cos bx-\sin bx+C$ B)、$\frac{x}{b}\cos bx-\cos bx+C$

C)、$bx\cos bx-\sin bx+C$ D)、$bx\sin bx-b\cos bx+C$

8. $\int_0^1 e^x f(e^x)dx=\int_a^b f(t)dt$，则（D）

A)、$a=0,b=1$ B)、$a=0,b=e$ C)、$a=1,b=10$ D)、$a=1,b=e$

9. $\int_{-\pi}^{\pi}(x^2\sin^3 x)dx=$（ A ）

A)、0 B)、2π C)、1 D)、$2\pi^2$

10. $\int_{-1}^{1}x^2\ln(x+\sqrt{x^2+1})dx=$（ A ）

A)、0 B)、2π C)、1 D)、$2\pi^2$

11. 若 $f(\frac{1}{x})=\frac{x}{x+1}$，则 $\int_0^1 f(x)dx$ 为（D）

A)、0 B)、1 C)、$1-\ln 2$ D)、$\ln 2$

12. 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，$F(x)=\int_a^x f(t)dt(a\le x\le b)$，则 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的（B）.

A)、不定积分 B)、一个原函数 C)、全体原函数 D)、在 $[a,b]$ 上的定积分

13. 设 $y=x-\frac{1}{2}\sin x$，则 $\frac{dx}{dy}=$（ D ）

A)、$1-\frac{1}{2}\cos y$ B)、$1-\frac{1}{2}\cos x$ C)、$\frac{2}{2-\cos y}$ D)、$\frac{2}{2-\cos x}$

14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1+x-e^x}{\ln(1+x^2)}$ =(A)

A $-\frac{1}{2}$ B 2 C 1 D -1

15. 函数 $y=x+\sqrt{x}$ 在区间 $[0,4]$ 上的最小值为（ B）

A 4; B 0 ;
C 1; D 3

二.填空题

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}} =$______.

2. $\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx =$

3. 若$\int f(x)e^{\frac{1}{x}}dx = e^{\frac{1}{x}} + C$，则$\int f(x)dx =$

4. $\frac{d}{dx}\int_{6}^{x^2}\sqrt{1+t^2}\,dt =$

5. 曲线 $y = x^3$ 在处有拐点

三. 判断题

1. $y = \ln\frac{1-x}{1+x}$ 是奇函数. ( )

2. 设 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 上连续，则 $f(x)$ 在 (a,b) 上存在最大值、最小值. ( )

3. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在，则 $f(x)$ 在 x_0 处连续. ( )

4. $\int_0^{\pi}\sin x\,dx = 2$. ( )

5. 罗尔中值定理中的条件是充分的，但非必要条件. ( )

四. 解答题

1. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan^2 2x}{1-\cos x}$.

2. 求 $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin mx}{\sin nx}$，其中 m,n 为自然数.

3. 证明方程 $x^3 - 4x^2 + 1 = 0$ 在 $(0,1)$ 至少有一个实根.

4. 求 $\int\cos(2-3x)dx$.

5. 求 $\int\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}dx$.

6. 设 $f(x) = \begin{cases}\frac{1}{x}\sin x^2, x<0 \\ x+1, x\ge 0\end{cases}$，求 $f'(x)$

7. 求定积分 $\int_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{x}}dx$

8. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上具有二阶连续导数，若 $f(\pi)=2$，$\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x dx=5$，求 $f(0)$.

.

9. 求由直线 $x=0, x=1, y=0$ 和曲线 $y=e^x$ 所围成的平面图形绕 x 轴一周旋转而成的旋转体体积

《高等数学》答案

一. 选择题

1. C
2. A
3. D
4. B
5. A
6. A
7. C
8. D
9. A
10. A
11. D
12. B
13. D

14. A

15. B

二. 填空题

1. $e^{\frac{1}{2}}$

2. 2π

3. $\frac{1}{x}+C$

4. $2x\sqrt{1+x^4}$

5. $(0,0)$

三. 判断题

1. T

2. F

3. F

4. T

5. T

四. 解答题

1. 8

2. 令 $t = x-\pi$, $\lim_{x\to\pi}\frac{\sin mx}{\sin nx} = \lim_{t\to 0}\frac{\sin(mt+m\pi)}{\sin(nt+n\pi)} = (-1)^{m-n}\frac{m}{n}$

3. 根据零点存在定理.

4. $\int\cos(2-3x)dx = -\frac{1}{3}\int\cos(2-3x)d(2-3x)$

$= -\frac{1}{3}\sin(2-3x)+C$

5. 令 $\sqrt[6]{x}=t$，则 $x=t^{6}, dx=6t^{5}dt$

$$原式=\int\frac{6t^{5}}{t^{3}+t^{4}}dt=6\int\frac{t^{2}}{1+t}dt=6\int(t-1+\frac{1}{1+t})dt$$

$$=6\left(\frac{t^{2}}{2}-t+\ln|1+t|\right)+C$$

$$=3\cdot\sqrt[3]{x}-6\cdot\sqrt[6]{x}+6\ln\left|1+\sqrt[6]{x}\right|+C$$

6. $$f'(x)=\begin{cases}-\dfrac{\sin x^{2}}{x^{2}}+2\cos x^{2}, x<0\\ 1, x>0\\ 不存在，x=0\end{cases}$$

7. $4-2\ln 3$

8. 解：$\int_0^{\pi} f(x)\sin x dx=\int_0^{\pi} f(x)d(-\cos x)=f(\pi)-f(0)-\int_0^{\pi} f''(x)\sin x dx$

所以 $f(0)=3$

9. $V=\pi\int_0^1\left(e^{x}\right)^2dx=\pi\int_0^1 e^{2x}dx=\frac{1}{2}\pi\int_0^1 e^{2x}d(2x)=\frac{1}{2}\pi e^{2x}\Big|_0^1=\frac{1}{2}\pi(e^{2}-1)$

《高等数学》试题2

一. 选择题

1. 当 $x\to 0$ 时，下列函数不是无穷小量的是（　　）

A)、$y=x$　　B)、$y=0$　　C)、$y=\ln(x+1)$　　D)、$y=e^{x}$

2. 设 $f(x)=2^{x}-1$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 x 的（　　）。

A)、高阶无穷小　　B)、低阶无穷小

C)、等价无穷小　　D)、同阶但不等价无穷

3. 下列各组函数中，$f(x)$ 和 $g(x)$ 不是同一函数的原函数的有（）.

A）、 $f(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x}-e^{-x}\right)^{2}, g(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x}-e^{-x}\right)^{2}$

B）、 $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{a^{2}+x^{2}}\right), g(x)=-\ln\left(\sqrt{a^{2}+x^{2}}-x\right)$

C）、 $f(x)=\arcsin(2x-1), g(x)=3-2\arcsin\sqrt{1-x}$

D）、 $f(x)=\csc x+\sec x, g(x)=\tan\frac{x}{2}$

4. 下列等式不正确的是（）.

A）、 $\frac{d}{dx}\left[\int_a^b f(x)dx\right]=f(x)$　　B）、 $\frac{d}{dx}\left[\int_a^{b(x)} f(x)dt\right]=f[b(x)]b'(x)$

C）、 $\frac{d}{dx}\left[\int_a^x f(x)dx\right]=f(x)$　　D）、 $\frac{d}{dx}\left[\int_a^x F'(t)dt\right]=F'(x)$

5. $\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx=($　　$)$

A）、1　　B）、2　　C）、0　　D）、4

6. 设 $\int_0^x f(t)dt=e^{2x}$ ，则 $f(x)=$ （）

A）、 e^{2x} B）、 $2xe^{2x}$ C）、 $2e^{2x}$ D）、 $2xe^{2x-1}$

7. $\int_0^1 e^{x}f(e^{x})dx=\int_a^b f(t)dt$ ，则（）

A）、 $a=0,b=1$ B）、 $a=0,b=e$ C）、 $a=1,b=10$ D）、 $a=1,b=e$

8. $\int_{-1}^1 x^2\ln(x+\sqrt{x^2+1})dx=($　　$)$

A）、0　　B）、 2π C）、1　　D）、 $2\pi^2$

9. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}dx=($　　$)$

A）、0　　B）、 $\frac{\pi^3}{324}$ C）、1　　D）、 $2\pi^2$

10. 若 $f(\frac{1}{x})=\frac{x}{x+1}$ ，则 $\int_0^1 f(x)dx$ 为（）

A）、0　　B）、1　　C）、 $1-\ln 2$ D）、 $\ln 2$

11. 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续， $F(x)=\int_a^x f(t)dt(a\le x\le b)$ ，则 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的（）.

A）、不定积分 B）、一个原函数 C）、全体原函数 D）、在 $[a,b]$ 上的定积分

12. 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导，则 $|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 处（　　）

A)、可导　　B)、不可导　　C)、连续但未必可导　　D)、不连续

13. $\arcsin x + \arccos x =$ （ ）.

A π　　B 2π　　C $\frac{\pi}{4}$　　D $\frac{\pi}{2}$

14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1+x-e^x}{\sin x^2}$=( )

A $-\frac{1}{2}$　　B 2　　C 1　　D -1

15. 函数 $y = x + \sqrt{x}$ 在区间 $[0,4]$ 上的最小值为（ ）

A 4;　　B 0 ;
C 1;　　D 3

二.填空题

1. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，则 $f'(0)=$

2. 如果 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3-3x^2+1}{(x-1)(4x^n+7)}=\frac{1}{2}$，则 $n=$______.

3. 设 $\int f(x)dx = \cos 2x + C$，则 $f(x)=$

4. 若 $\int xf(x)dx = \ln(1+x^2)+C$，则 $\int\frac{1}{f(x)}dx=$

5. $\int\frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}dx=$

三.判断题

1. 函数f(x)=$\frac{a^x+1}{a^x-1}(a>0,a\neq 1)$ 是非奇非偶函数. （ ）

2. 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不存在，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f^2(x)$ 也一定不存在. （ ）

3. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在，则 $f(x)$ 在 x_0 处连续. （ ）

4. 方程 $x=\cos x$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 至少有一实根.　（ ）

5. $f''(x)=0$ 对应的点不一定是曲线的拐点（　）

四. 解答题

1. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{ax}-e^{bx}}{\sin ax-\sin bx}$　（$a\neq b$）

2. . 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & x<0\\ 2x+b & x\geq 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求 b 的值.

3. 设 $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{-\frac{2}{x}} & x\neq 0\\ k & x=0\end{cases}$，试确定 k 的值使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续

4. 计算 $\int\tan(3x+2)dx$.

5. 比较大小 $\int_1^2 xdx,\int_1^2 x^2dx$. .

6. 在抛物线 $y=x^2$ 上取横坐标为 $x_1=1,x_2=3$ 的两点，作过这两点的割线，问该抛物线上哪一点的切线平行于这条割线？

7. 设函数 $f(x)=\begin{cases}xe^{-x^2},x\geq 0\\ \dfrac{1}{1+\cos x},-1<x<0\end{cases}$，计算 $\int_1^4 f(x-2)dx$.

8. 若 $f(x)$=的一个原函数为 $x\ln x$，求 $\int xf(x)dx$.

9. 求由直线 $y=0$ 和曲线 $y=x^2-1$ 所围成的平面图形绕 y 轴一周旋转而成的旋转体体积

《高等数学》答案 2

一. 选择题

1. D

2. D

3. D

4. A

5. B

6. C

7. D

8. A

9. B

10. D

11. B

12. C

13. D

14. A

15. B

二. 填空题

1. 0
2. 2
3. $-2\sin 2x$

4. $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+C$

5. $\frac{1}{2}\tan x+\frac{1}{2}x+C$

三. 判断题

1. F

2. F

3. F

4. F

5. T

四. 解答题

1. 1

2. $b=1$

3. $k=e^{-2}$

4. $\int\tan(3x+2)dx=-\frac{1}{3}\ln\left|\cos(3x+2\right|+C$

5. $\int_1^2 xdx<\int_1^2 x^2dx$

6. $(2,4)$

7. 解：设 $x-2=t$, 则 $\int_1^4 f(x-2)dx=\int_{-1}^2 f(t)dt=\int_{-1}^0 f(t)dt+\int_0^2 f(t)dt=$
$\int_{-1}^0\frac{1}{1+\cos t}dt+\int_0^2 te^{-t^2}dt=\tan\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{-4}+\frac{1}{2}$

8. 解：由已知知 $f(x)=(x\ln x)'=\ln x+1$

则 $\int xf(x)dx=\int x(\ln x+1)dx=\frac{1}{2}x^2\ln x+\frac{1}{4}x^2+C$

9. $V=\int_{-1}^0\pi x^2dy=\int_{-1}^0\pi\left(y+1\right)dy=\pi\left[\frac{y^2}{2}+y\right]_{-1}^0=\frac{\pi}{2}$

《高等数学》试题3

一.选择题

1. 设函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$，$(a>0,a\neq 1)$，则该函数是（）.

A)、奇函数　　B)、偶函数

C)、非奇非偶函数　　D)、既是奇函数又是偶函数

2. 下列极限等于1的是（　）.

A)、$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}$　B)、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$　C)、$\lim\limits_{x\to 2\pi}\frac{\sin x}{x}$　D)、$\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{\pi-x}$

3. 若 $\int f(x)dx=e^{-6x}+C$，则 $f(x)=$（）

A)、$(x+2)e^x$　　B)、$(x-1)e^x$

C)、$-6e^{-6x}$　　D)、$(x+1)e^x$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^2\cos xdx=$（　）

A)、1　B)、$\frac{\pi^2}{4}-2$ C)、0　D)、4

5. 设 $f(x)=\sin bx$，则 $\int xf''(x)dx=$（）

A)、$\frac{x}{b}\cos bx-\sin bx+C$ B)、$\frac{x}{b}\cos bx-\cos bx+C$

C)、$bx\cos bx-\sin bx+C$ D)、$bx\sin bx-b\cos bx+C$

6. 设 $\int_0^x f(t)dt=e^{2x}$，则 $f(x)=$（）

A)、e^{2x} B)、$2xe^{2x}$ C)、$2e^{2x}$ D)、$2xe^{2x-1}$

7. $\int_{-1}^{1}x^2\ln(x+\sqrt{x^2+1})dx=$（　）

A)、0　B)、2π C)、1　D)、$2\pi^2$

8. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}dx=$（　）

A)、0　B)、$\frac{\pi^3}{324}$ C)、1　D)、$2\pi^2$

9. 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，$F(x)=\int_a^x f(t)dt(a\le x\le b)$，则 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的（）.

A)、不定积分 B)、一个原函数 C)、全体原函数 D)、在 $[a,b]$ 上的定积分

10. 设 $f(x)=\int_0^x\left[\int_0^t \ln(1+u^2)du\right]dt$，则 $f''(1)=$（）

A)、0　　B)、 1　　C)、$1-\ln 2$ D)、$\ln 2$

11. 设 $y=x\ln x$，则 $y^{(10)}=$（　　）

A)、$-\frac{1}{x^9}$　　B)、$\frac{1}{x^9}$　　C)、$\frac{8!}{x^9}$　　D)、$-\frac{8!}{x^9}$

12. 曲线 $y=\ln x$ 在点（　　）处的切线平行于直线 $y=2x-3$

A)、$\left(\frac{1}{2},-\ln 2\right)$　　B)、$\left(\frac{1}{2},-\ln\frac{1}{2}\right)$　　C)、$(2,\ln 2)$　　D)、$(2,-\ln 2)$

13. $y=\sqrt{x}-1$ 在区间[1, 4]上应用拉格朗日定理, 结论中的点 ξ=( ).

A　0　　B　2　　C　$\frac{9}{4}$　　D　3

14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-b^x}{\tan x\cdot\sqrt{1-x^2}}=$（　　）

A　0　　B　$\ln a-\ln b$

C　$\ln a$　　D　$\ln b$

15. 函数 $y=\ln(1+x^2)$ 在区间 $[-1,2]$ 上的最大值为（）

A　4;　　B 0　;

C　1;　　D　$\ln 5$

二. 填空题

1. 设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{kx}, & x>2 \\ x^2+1, & x\le 2\end{cases}$，若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处连续，则 $k=$

2. 设 $f'(\ln x)=1+x$，则 $f(x)=$

3. 若 $\int xf(x)dx=\ln(1+x^2)+C$，则 $\int\frac{1}{f(x)}dx=$

4. $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x} dx =$

5. 曲线 $y = e^{\frac{1}{x}} + 5$ 的水平渐近线为____________.

三. 判断题

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$.（）

2. 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 均不存在，则 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x) \pm g(x)]$ 的极限也不存在.（）

3. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 的左、右极限都存在但不相等，则 x_0 为 $f(x)$ 的第一类间断点.（）

4. $y = |x|$ 在 $x = 0$ 处不可导（ ）

5. 对于函数 $f(x)$，若 $f'(x_0) = 0$，则 x_0 是极值点.（）

四. 解答题

1. 设 $\varphi(x) = \tan x - \sin x, \phi(x) = x^2$，判断当 $x \to 0$ 时 $\varphi(x)$ 与 $\phi(x)$ 的阶数的高低.

2. 证明方程 $e^x = 3x$ 至少有一个小于 1 的正根.

3. 计算 $\int \frac{dx}{x + x^2}$.

4. 比较大小 $\int_1^2 x dx, \int_1^2 x^2 dx$. .

5. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $\ln(x^2 + y) = x^3 y + \sin x$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$

6. 求函数 $y = \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}$ 的导数

7. 计算 $\int [\frac{1}{x(1+2\ln x)} + \frac{1}{\sqrt{x}} e^{3\sqrt{x}}] dx$

8. 设连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = x - 2\int_0^1 f(x) dx$，求 $f(x)$

9. 求由曲线 $y = x^2$ 和 $y = \sqrt{x}$ 所围成的平面图形绕 y 轴一周旋转而成的旋转体体积。

《高等数学》答案3

一.选择题

1. A

2. D

3. C

4. B

5. C

6. C

7. A

8. B

9. B

10. D

11. C

12. A

13. C

14. B

15. D

二.填空题

$\frac{1}{2}\ln 5$ 1.

2. $x + e^{x} + C$

3. $\frac{1}{2}x^{2} + \frac{1}{6}x^{3} + C$

4. $\frac{1}{2}\tan x+\frac{1}{2}x+C$

5. $y=0$

三. 判断题

1. F

2. F

3. T

4. T

5. F

四. 解答题

1. $\varphi(x)$ 比 $\phi(x)$ 阶数高

2. 根据零点存在定理.

3. $\int\frac{dx}{x+x^2}=\int\frac{(x+1)-x}{x(1+x)}dx=\int(\frac{1}{x}-\frac{1}{1+x})dx=\ln\left|\frac{x}{1+x}\right|+C$

4. $\int_1^2 xdx<\int_1^2 x^2dx$

5. $\frac{dy}{dx}|_{x=0}=1$

6. $y'=\frac{2}{3}\frac{\ln x}{x}(1+\ln^2 x)^{-\frac{2}{3}}$

7. $\int[\frac{1}{x(1+2\ln x)}+\frac{1}{\sqrt{x}}e^{3\sqrt{x}}]dx=\frac{1}{2}\int\frac{1}{1+2\ln x}d(1+2\ln x)+\frac{2}{3}\int e^{3\sqrt{x}}d(3\sqrt{x})$

$=\frac{1}{2}\ln|1+2\ln x|+\frac{2}{3}e^{3\sqrt{x}}+C$

8. 解：设 $\int_0^1 f(x)dx=A$ ，则 $f(x)=x-2A$ ，

两边积分得：$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 xdx-2A$

$\therefore A=\frac{1}{2}-2A$ ，解得 $A=\frac{1}{6}$

故 $f(x)=x-\frac{1}{3}$

9. $V=\int_0^1\pi\left(y-y^4\right)dy=\pi\left[\frac{y^2}{2}-\frac{y^5}{5}\right]_0^1=\frac{3}{10}\pi$

《高等数学》试题33

考试日期：2004年7月14日 星期三　　　考试时间：120 分钟

一. 选择题

1. 如果 $\int df(x)=\int dg(x)$，则下述结论中不正确的是（ ）.

A）、$f(x)=g(x)$　　B）、$f'(x)=g'(x)$

C）、$df(x)=dg(x)$　　D）、$d\int f'(x)=d\int g'(x)$

2. $\int xe^{2x}dx=$（　）

A）、$\frac{1}{2}xe^{2x}-\frac{1}{4}e^{2x}+c$ B）、$2xe^{2x}-4e^{2x}+c$

C）、$(1+2x-x^2)e^x$ D）、$\frac{1}{2}xe^{2x}-\frac{1}{4}e^{2x}$

3. $\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx=$（　　）

A）、1　　B）、4　　C）、$-\frac{\pi}{4}$ D）、$\frac{\pi}{4}$

4. 设 $f(x)=\sin bx$，则 $\int xf''(x)dx=$（　　）

A）、$\frac{x}{b}\cos bx-\sin bx+C$ B）、$\frac{x}{b}\cos bx-\cos bx+C$

C）、$bx\cos bx-\sin bx+C$ D）、$bx\sin bx-b\cos bx+C$

5. 设 $\int_0^x f(t)dt=e^{2x}$，则 $f(x)=$（　　）

A）、e^{2x} B）、$2xe^{2x}$ C）、$2e^{2x}$ D）、$2xe^{2x-1}$

6. $\int_{-\pi}^{\pi}(x^2\sin^3 x)dx=$（　）

A)、0　　B)、2π C)、1　　D)、$2\pi^2$

7. $\int_{-1}^{1} x^2 \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx =$（　　）

A)、0　　B)、2π C)、1　　D)、$2\pi^2$

8. 若 $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{x+1}$ ，则 $\int_0^1 f(x)dx$ 为（　　）

A)、0　　B)、1　　C)、$1-\ln 2$ D)、$\ln 2$

9. 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，$F(x)=\int_a^x f(t)dt(a \le x \le b)$ ，则 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的（　）.

A)、不定积分　　B)、一个原函数　　C)、全体原函数　　D)、在 $[a,b]$ 上的定积分

10. 下列各式正确的是（　　）

A)、$\int \tan xdx = -\ln\sin x + C$　　B)、$\int \cot xdx = \ln\cos x$

C)、$\int \frac{dx}{1+x^2}dx = \arctan x + c$　　D)、$\int (1-3x)dx = \frac{1}{2}(1-3x)^2$

11. 若 $y = f(\sin x)$，则 dy =（　　）.

A)、$f'(\sin x)\sin xdx$　B)、$f'(\sin x)\cos xdx$

C)、$f'(\sin x)dx$　　D)、$f'(\sin x)d\cos x$

12. 设函数 $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{x^2+1}, x \le 1 \\ ax+b, x>1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，则有（　　）

A)、$a=-1,b=2$　　B)、$a=1,b=0$　　C)、$a=-1,b=0$　　D)、$a=-1,b=-2$

13. $y = \frac{1}{a^2+x^2}$ 在区间 $[-a,a]$ 上应用罗尔定理，结论中的点 ξ =（ ）.

A　0　　B　2　　C　$\frac{3}{2}$　　D　3

14. 曲线 $y = e^x - e^{-x}$ 的凹区间是（　）

A　$(-\infty,0)$;　　B　$(0,+\infty)$　;

C $(-\infty,1)$;　　D $(-\infty,+\infty)$

15. 函数 $y=3x^2-x^3$ 在区间 $[1,3]$ 上的最大值为（ ）

A 4;　　B 0 ;

C 1;　　D 3

二. 填空题

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-2x^2+1}{(x-1)(2x+1)^2}=$ ________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}=$ ______.

3. 若 $\int f(x)e^{\frac{1}{x}}dx=e^{\frac{1}{x}}+C$ ，则 $\int f(x)dx=$

4. $\int_1^3\frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x^3}}=$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x\sin x}=$

三. 判断题

1. $y=\ln\frac{1-x}{1+x}$ 是奇函数. （ ）

2. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续，则 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在.（ ）

3. 函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 连续，且 $f(a)$ 和 $f(b)$ 异号，则 $f(x)=0$ 在 (a,b) 至少有一个实数根.（ ）

4. $\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=\pi a^2$ （$a>0$）.　　（　）

5. $y=e^{-x^2}$ 在区间 $(-\infty,0)$ 和（ $,+\infty$）分别是单调增加，单调增加 .（ ）

四. 解答题

1. 求 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{2-x}{2})^{\frac{1}{x}+1}$.

2. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x\sin x^2}$

3. 求$\int \cos(2-3x)dx$.

4. 比较大小$\int_0^1 xdx, \int_0^1 x^2dx$.

5. 求曲线$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$在点$(\frac{\sqrt{2}}{4}a, \frac{\sqrt{2}}{4}a)$处的切线方程和法线方程

6. 设$y=\arctan\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$,求$y'$

7. 计算$\int_0^{\pi} x\sin xdx.$

8. 计算$\int \frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}dx$

9. 证明$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx.$

《高等数学》答案33

考试日期：2004年7月14日 星期三　　　考试时间：120 分钟

一.选择题

1. A

2. A

3. D

4. C

5. C

6. A

7. A

8. D

9. B

10. C

11. B

12. A

13. B

14. B

15. A

二.填空题

1. $\frac{1}{4}$

2. 0

3. $\frac{1}{x}+C$

4. $\frac{\pi}{6}$

5. 2

三.判断题

1. T

2. T

3. T

4. F

5. F

四.解答题

1. $e^{-\frac{1}{2}}$

2. $\frac{1}{2}$

3. $\int\cos(2-3x)dx=-\frac{1}{3}\int\cos(2-3x)d(2-3x)$

$=-\frac{1}{3}\sin(2-3x)+C$

4. $\int_0^1 xdx \succ \int_0^1 x^2dx$

5. $x+y-\frac{\sqrt{2}}{2}a=0, y=x$

6. $\frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

7. 解：$\int_0^{\pi} x\sin xdx. = \pi$

8. $\int\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}dx=-\int\frac{1}{\sin x+\cos x}d(\sin x+\cos x)=-\ln|\sin x+\cos x|+C$

9. 提示：令 $x-\frac{\pi}{2}=t$，则 $dx=dt$

《高等数学》试题34

考试日期：2004年7月14日 星期三　　考试时间：120 分钟

一. 选择题

1. $\int 3^x dx=\frac{3^{x+1}}{x+1}+C$.　　（　）

2. $\int\sin 2xdx\neq$（　　）.

A)、$-\frac{1}{2}\cos 2x+C$ B)、$\sin^2 x+c$

C)、$-\cos 2x+c$ D)、$-\cos^2 x+c$

3. $\frac{d(\int_0^x t\cos tdt)}{dx}=$（　　）

A)、$x\cos x$ B)、1　　C)、0　　D)、$x\cos xdx$

4. 下列各式中正确的是（　）

A)、$\int 2^x dx=2^x\ln 2+C$ B)、$\int\frac{dx}{1+x^2}=\arctan x$

C)、$\int \sin(-t)dt = -\cos(-t) + C$ D)、$\int f'(\frac{1}{x})\frac{1}{x^2}dx = -f(\frac{1}{x}) + C$

5. 若 $\int f(x)dx = x\ln x + C$ ，则 $\int xf(x)dx =$ （　　）

A)、$x^2(\frac{1}{4}\ln x + \frac{1}{2}) + C$　　B)、$x^2(\frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{4}) + C$

C)、$x^2(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\ln x) + C$　　D)、$x^2(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\ln x) + C$

6. $\frac{d}{dx}\int_x^0 \sin t^2 dt =$ (　　)

A)、0　　B)、1　　C)、$-\sin x^2$ D)、$2x\sin x^2$

7. 下列定积分中，其值为零的是（　　）

A)、$\int_{-2}^{2}(x\sin x)dx$ B)、$\int_0^2 (x\cos x)dx$

C)、$\int_{-2}^{2}(x + e^x)dx$ D)、$\int_{-2}^{2}(x + \sin x)dx$

8. $\int_0^{2\pi}|\sin x|dx =$ （　　）

A)、0　　B)、4　　C)、$1-\ln 2$ D)、$\ln 2$

9. $\int_{-\pi}^{\pi} x\cos x dx =$ (　　)

A)、 1　　B)、 2　　C)、 0　　D)、 4

10. 若 $f(u)$ 可导，且 $y = f(2^x)$ ，则 $dy =$ （　　）

A)、$f'(2^x)dx$　　B)、$f'(2^x)d2^x$　　C)、$[f(2^x)]'d2^x$　　D)、$f'(2^x)2^x dx$

11. 设函数 $f(x) = x^2$ ，则 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} =$ （　　）

A)、$2x$　　B)、2　　C)、4　　D)、不存在

12. 曲线 $y = 2 + \ln x$ 在点 $x = 1$ 处的切线方程是（　　）

A)、$y = x - 1$　　B)、$y = x + 1$　　C)、$y = x$　　D)、$y = -x$

13. 半径为 R 的金属圆片，加热后伸长了 ΔR ，则面积 S 的微分 dS 是（　　）

A)、πRdR　　B)、$2\pi RdR$　　C)、πdR　　D)、$2\pi dR$

14. 曲线 $y = \frac{x}{2+x}$ 的渐进线为(　　)

A　$x = -2$ ；　　B　$y = 1$

C　$x = 0$ ；　　D　$x = -2, y = 1$

15. 计算 $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+\sin 3x)}{\sin x} =$ ( )

A 4;　　　　　　B 0 ;

C 1;　　　　　　D 3

16. 函数 $y=(x^2-1)^3+3$ 的驻点个数为（）

A 4;　　　　　　B 3 ;

C 1;　　　　　　D 2

二. 填空题

1. 曲线 $y=1+xe^y$ 在点 $(0,1)$ 处切线的斜率为________

2. 设 $\int_0^a x^2dx=9$ ，则 $a=$

3. 若 $\int f(x)dx=x^2+C$ ，则 $\int xf(1-x^2)dx=$

4. $\int(\arccos x)^2dx=$

5. 曲线 $y=\dfrac{e^x}{3+x}$ 的凸区间为______________

三. 判断题

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$.（ ）

2. 有限个无穷小的和仍然是无穷小. （ ）

3. 函数在一点的导数就是在一点的微分.（ ）

4. 若 $y=\arctan\sqrt{1+e^x}$，则 $y'=(\arctan\sqrt{1+e^x})'\cdot(\sqrt{1+e^x})'\cdot(1+e^x)'(e^x)'$.（ ）

四. 解答题

1. 设 $f(x)=\begin{cases}e^x+1 & x>0\\ x+a & x\le 0\end{cases}$，当 a 取何值时，$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 存在？

2. 求 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$.

3. 证明方程 $x^3-4x^2+1=0$ 在(0,1)至少有一个实根.

4. 证明方程 $x=a\sin x+b(a>0,b>0)$ 至少有一个不大于 $b+a$ 的正根.

5. 设 $f(x)=\begin{cases}1+e^{-\frac{1}{(x-1)^2}} & x\ne 1\\ k & x=1\end{cases}$，试确定 k 的值使 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续.

6. 求 $\int\dfrac{(x-1)^3}{x^2}dx$ 。

7. 求 $\int x(1+x^2)^2 dx$.

8. 设 $y=y(x)$ 由 $y^3+y^2=2x$ 确定，求 $y=y(x)$ 在点 $(0,-1)$ 处的切线方程和法线方程.

9. 证明：若函数 $f(x)$ 在区间 $[-a,a]$ 上连续且为奇函数，则 $\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$.

《高等数学》答案 34

考试日期：2004 年 7 月 14 日 星期三　　　　考试时间：120 分钟

一. 选择题

1. F
2. C
3. A
4. D
5. B
6. C
7. D
8. B
9. C
10. B
11. C
12. B
13. B
14. D
15. D
16. B

二. 填空题

1. e

2. 3

3. $x^2-\frac{1}{2}x^4+C$

4. $x(\arccos x)^2-2\sqrt{1-x^2}\arccos x-2x+C$

5. $(-\infty,-3)$

三. 判断题

1. F

2. T

3. F

4. F

四. 解答题

1. $a=2$

2. 5

3. 根据零点存在定理.

4. 根据零点存在定理.

5. $k=1$

6.
$$\int\frac{(x-1)^3}{x^2}dx=\int\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^2}dx$$
$$=\int(x-3+\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2})dx$$
$$=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}-\frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}}+C$$
$$=\frac{x^2}{2}-3x+3\ln|x|+\frac{1}{x}+C$$

7. $\int x(1+x^2)^2dx=\frac{1}{2}\int(1+x^2)^2d(1+x^2)=\frac{1}{6}(1+x^2)^3+c$

8. 切线方程为：$y=2x-1$；法线方程为：$y=-\frac{1}{2}x-1$

9. 证明：因为 $\int_{-a} f(x)dx=\int_{-a} f(x)dx+\int_{0} f(x)dx$ ，令 $x=-t$ 带入即可证明.

《高等数学》试题35

考试日期：2004年7月14日 星期三　　　　考试时间：120 分钟

一. 选择题

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x^2}=$（　　　）

A)、 －1　　B)、0　　C)、1　　D)、不存在

2. 下列极限等于 1 的是（ ）.

A）、$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}$ B）、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$ C）、$\lim\limits_{x\to 2\pi}\frac{\sin x}{x}$ D）、$\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{\pi - x}$

3. $\int \arcsin x dx =$（ ）

A）、$x\arcsin x+\sqrt{1-x^2}+c$ B）、$x\arcsin x+\sqrt{1-x^2}$

C）、$(1+2x-x^2)e^x$ D）、$(1+2x-x^2)dx$

4. $\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx=$（ ）

A）、1 B）、4 C）、$-\frac{\pi}{4}$ D）、$\frac{\pi}{4}$

5. 设 $f(x)=\sin bx$，则 $\int xf''(x)dx=$（ ）

A）、$\frac{x}{b}\cos bx-\sin bx+C$ B）、$\frac{x}{b}\cos bx-\cos bx+C$

C）、$bx\cos bx-\sin bx+C$ D）、$bx\sin bx-b\cos bx+C$

6. 设 $\int_0^x f(t)dt=e^{2x}$，则 $f(x)=$（ ）

A）、e^{2x} B）、$2xe^{2x}$ C）、$2e^{2x}$ D）、$2xe^{2x-1}$

7. $\int_{-\pi}^{\pi}(x^2\sin^3 x)dx=$（ ）

A）、0 B）、2π C）、1 D）、$2\pi^2$

8. $\int_{-1}^{1}x^2\ln(x+\sqrt{x^2+1})dx=$（ ）

A）、0 B）、2π C）、1 D）、$2\pi^2$

9. 若 $f(\frac{1}{x})=\frac{x}{x+1}$，则 $\int_0^1 f(x)dx$ 为（ ）

A）、0 B）、1 C）、$1-\ln 2$ D）、$\ln 2$

10. 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，$F(x)=\int_a^x f(t)dt(a\le x\le b)$，则 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的（ ）.

A)、不定积分 B)、一个原函数 C)、全体原函数 D)、在 $[a,b]$ 上的定积分

11. $y=\sin x^2$ ，则 $y'=$ （ ）.

A)、$\cos x^2$　　B)、$-\cos x^2$　　C)、$2x\cos x^2$　　D)、$-2x\cos x^2$

12. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x^2+1}, x\le 1\\ ax+b, x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，则有（ ）

A)、$a=-1,b=2$　　B)、$a=1,b=0$　　C)、$a=-1,b=0$　　D)、$a=-1,b=-2$

13. $y=\dfrac{1}{a^2+x^2}$ 在区间$[-a,a]$上应用罗尔定理，结论中的点 ξ =( ).

A 0　　B 2　　C $\dfrac{3}{2}$　　D 3

14. 曲线 $y=e^x+(x+1)^4$ 的凹区间是( )

A $(-\infty,0)$;　　B $(0,+\infty)$;

C $(-\infty,1)$;　　D $(-\infty,+\infty)$

15. 函数 $y=x^4-2x^2+5$ 在区间$[-2,2]$上的最大值为（）

A 4;　　B 0 ;

C 13;　　D 3

二. 填空题

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x^2+1}{(x-1)(2x+1)^2}=$__________.

2. 当 $x\to 0$ 时，$1-\cos^2 x$ 与 $a\sin^2\dfrac{x}{2}$ 为等价无穷小，则 $a=$_______.

3. 若 $\int f(x)e^{\frac{1}{x}}dx=e^{\frac{1}{x}}+C$ ，则 $\int f(x)dx=$

4. $\int_1^3\dfrac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x^3}}=$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin x}=$

三. 判断题

1. $y=\ln\frac{1-x}{1+x}$ 是奇函数. ( )

2. 设 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 上连续，则 $f(x)$ 在 (a,b) 上存在最大值、最小值. ( )

3. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续，则 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在. ( )

4. 函数 $f(x)$ 在 (a,b) 连续，则 $f(x)$ 在 (a,b) 必有界. ( )

5. $\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=\pi a^2$ （$a>0$）. ( )

四. 解答题

1. 求 $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{1}{x})^{2x+5}$

2. 求 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2-1}{x^2+1})^{x^2}$.

3. 求 $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin mx}{\sin nx}$，其中 m,n 为自然数.

4. 求 $\int\cos(2-3x)dx$.

5. 比较大小 $\int_0^1 xdx,\int_0^1 x^2dx$.

6. 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}\sin x^2, x<0\\ x+1, x\geq 0\end{cases}$，求 $f'(x)$

7. 计算 $\int_0^{\pi}x\sin xdx.$

8. 计算 $\int\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}dx$

9. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上具有二阶连续导数，若 $f(\pi)=2$，$\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin xdx=5$，求 $f(0)$.

.

《高等数学》答案35

考试日期：2004年7月14日 星期三　　　考试时间：120 分钟

一. 选择题

1. B
2. D
3. A
4. D
5. C
6. C
7. A
8. A
9. D
10. B
11. C
12. A
13. B
14. D
15. C

二. 填空题

1. $\frac{1}{4}$
2. 4

3. $\frac{1}{x}+C$

4. $\frac{\pi}{6}$

5. 2

三. 判断题

1. T

2. F

3. T

4. F

5. F

四. 解答题

1. e^{-2}

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2-1}{x^2+1})^{x^2}=e^{-2}$

3. 令 $t=x-\pi$, $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin mx}{\sin nx}=\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin(mt+m\pi)}{\sin(nt+n\pi)}=(-1)^{m-n}\frac{m}{n}$

4. $\int\cos(2-3x)dx=-\frac{1}{3}\int\cos(2-3x)d(2-3x)$

$=-\frac{1}{3}\sin(2-3x)+C$

5. $\int_0^1 xdx \succ \int_0^1 x^2dx$

6. $f'(x)=\begin{cases}-\frac{\sin x^2}{x^2}+2\cos x^2, x<0\\ 1, x>0\\ \text{不存在，} x=0\end{cases}$

7. 解：$\int_0^{\pi} x\sin xdx. = \pi$

8. $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = -\int \frac{1}{\sin x + \cos x} d(\sin x + \cos x) = -\ln|\sin x + \cos x| + C$

9. 解：$\int_0^{\pi} f(x)\sin xdx = \int_0^{\pi} f(x)d(-\cos x) = f(\pi) - f(0) - \int_0^{\pi} f''(x)\sin xdx$

所以 $f(0) = 3$