**第一章**

一、行列式性质：

**性质1**  行列式与它的转置行列式相等. **性质2** 互换行列式的两行（列）,行列式变号.

**推论**  如果行列式有两行（列）完全相同，则此行列式为零**. 性质3**  行列式的某一行（列）中所有的元素都乘以同一个倍数k ，等于用数k乘以 此行列式. **推论**行列式的某一行（列）中所有元素的公因子可以提到行列式符号的外面．**性质4**  行列式中如果有两行（列）元素成比例，则此行列式为零**．性质5** 若行列式的某一行（列）中所有元素都是两个元素的和，则 此行列式等于两个行列式的和。

**性质6** 把行列式的某一列（行）的各元素乘以同一个倍数然后加到另一列(行)对应的元素上去，行列式不变．

二、行列式展开法则：**定理：**行列式等于它的任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和。**推论** 行列式任一行（列）的元素与另一行（列）的对应元素的代数余子式乘积之和等于零

**第二章：一.**矩阵转置性质

   

二、方阵的行列式性质：

   

三、逆矩阵的性质：**   **

**常用公式：**   

     

**第三章：**

**一、行阶梯形矩阵：**

**可画出一条阶梯线，线的下方全为零；**

**每个台阶只有一行；**

**阶梯线的竖线后面是非零行的第一个非零元素.**

**二、行最简形矩阵：**

**非零行的第一个非零元为1;**

**这些非零元所在的列的其它元素都为零.**

**三、定理：**的充要条件是存在 可逆矩阵P 和Q ，使得P A Q =B；

定理：的充要条件是R(A) = R(B)

推论：方阵 A 可逆的充要条件是  .

四、**矩阵秩的性质**：若 *A* 为 *m*×*n* 矩阵，则 0≤*R*(*A*)≤min(*m, n*) ．

1. *R*(*A*T) = *R*(*A*) ．
2. 若 *A* ~ *B*，则 *R*(*A*) = *R*(*B*) ．
3. 若 *P*、*Q* 可逆，则 *R(PAQ*) = *R*(*A*) ．
4. max{*R*(*A*), *R*(*B*)}≤*R*(*A*, *B*)≤*R*(*A*)＋*R*(*B*) ．

5. 特别地，当 *B* = *b* 为非零列向量时，有

*R*(*A*)≤*R*(*A*, *b*)≤*R*(*A*)＋1 ．

1. *R*(*A*＋*B*)≤*R*(*A*)＋*R*(*B*) ．
2. *R*(*AB*)≤min{*R*(*A*), *R*(*B*)} ．

8. 若 *Am*×*n Bn*×*l* = *O*，则 *R*(*A*)＋*R*(*B*)≤*n* ．

**五、解n元线性方程组 定理：** n 元齐次线性方程组 AX = 0

①只有零解的充分必要条件是R(A) = n ；

②有非零解的充分必要条件是 R(A) < n ．

**定理：**n 元非齐次线性方程组 AX = B 有解的充分必要条件是：

R(A) = R(A, B) ．

**第四章：**

**一、定义向量组 *A*0为向量组 *A* 的最大无关组，若满足**

1. **向量组 *A*0 ：*a*1, *a*2, …, *ar* 线性无关；**
2. **向量组 *A* 中任意 *r* + 1个向量都线性相关.**
3. **向量组 *A* 中任意一个向量都能由向量组 *A*0 线性**

二、（1）向量组线性相关性的判定：向量组 *A*：*a*1, *a*2, …, *am* 线性相关，存在不全为零的实数 *k*1, *k*2, …, *km* ，使得k1a1 + k2a2 + … + kmam =0（零向量） ．

齐次线性方程组 Ax = 0 有非零解．矩阵*A* = (*a*1, *a*2, …, *am* ) 的秩小于向量的个数 *m* ．

向量组 *A* 中至少有一个向量能由其余 *m*－1 个向量线性 表示．

（2）向量组线性无关性的判定：

如果 *k*1*a*1 + *k*2*a*2 + … + *kmam* =0（零向量），则必有k1 = k2 = … = km =0 ．

*m* 元齐次线性方程组 *Ax* = 0 只有零解；

矩阵*A* = (*a*1, *a*2, …, *am* ) 的秩等于向量的个数 *m* ；

向量组 *A* 中任何一个向量都不能由其余 *m*－1 个向量线 性表示．

三、定理：(1)若向量组 A ：a1, a2, …, am 线性相关， 则向量组 B ：a1, a2, …, am, am+1 也线性相关．（**部分相关，整体相关**）

其逆否命题也成立，即若向量组 B 线性无关，则向量组 A 也线性无关（**整体无关，部分无关）**

(2) m 个 n 维向量组成的向量组，当维数 n 小于向量个数 m 时，一定线性相关．

特别地， n + 1个 n 维向量一定线性相关．

(3) 设向量组 A ：a1, a2, …, am 线性无关， 而向量组 B ：a1, a2, …, am, b 线性相关，则向量 b 必能由向量组 A 线性表示，且表示式是唯一的．

四、**性质：若 *x* = *h*1，*x* = *h*2 是非齐次线性方程组 *Ax = b* 的解，**

**则 *x* = *h*1 − *h*2 是对应的齐次线性方程组 *Ax =* 0 (导出组) 解．**

**性质：若 *x* = *h* 是非齐次线性方程组 *Ax = b* 的解， *x* = *x* 是**

**导出组 *Ax =* 0 的解，则 *x* = *x* + *h*还是 *Ax = b* 的解．**

若 *x* = *h*\* 是 *Ax = b* 的解， *x* = *x* 是 *Ax =* 0 的解，那么

*x = x + h*\* 也是 *Ax = b* 的解．

设 *Ax =* 0 的通解为 *x = c*1*x*1+*c*2*x*2+…+*cn-rxn-r* ．

于是 *Ax = b* 的通解为

*h = c*1*x*1+*c*2*x*2+…+*cn-rxn-r* +*h*\*

**第五章**：

一、施密特正交化公式：



**二、定义**：如果 *n* 阶矩阵*A* 满足 *A*T*A* = *E*，即 *A－*1 = *A*T，

则称矩阵*A* 为正交矩阵，**简称正交阵．**

方阵*A* 为正交阵的充分必要条件是 *A* 的列向量都是单位向量，且两两正交．即 *A* 的列向量组构成*Rn* 的规范正交基．

方阵*A* 为正交阵的充分必要条件是 *A* 的行向量都是单位向量，且两两正交．

**三、求特征值：解特征方程 | *A*−*lE* | = 0**