

Metodologia Mahalanobis

A distância Mahalanobis (MH) é uma medida que se assemelha a distância euclidiana, porém leva em conta a covariância dos do conjunto de dados. Em outros termos, a distância MH é uma correlação multivariável que permite comparar dois tipos de população representada por um conjunto de variáveis. MH é útil para se obter uma medida objetiva de quanto um conjunto de variáveis, i.e. população, se distancia de outro conjunto, dando uma visão holística dos resultados. MH não tem por objetivo indicar a causa do problema, mas sim o de quantificar o quanto este problema está afetando os resultados, a partir de valores numéricos.

Quanto menor for MH, a população em teste (i.e. a previsão) estará se aproximando da população de controle (i.e. a análise).

Calculo do MH em um modelo numérico de previsão de tempo

A distância MH de uma população é definida matematicamente, por um conjunto de variáveis (x) e que possam ser categorizadas em p categorias.

Dada uma coordenada de ponto de grade (i,j) com múltiplas variáveis (temperatura, geopotencial, vento zonal, etc.), pode-se definir um vetor $X_1(l,p)$, onde l representa a variável prevista e p sua categoria, que pode ser o perfil vertical, a variação no tempo ou qualquer outro tipo de categoria. No presente estudo, levar-se-á apenas a distribuição vertical das variáveis. Define-se, com os mesmos critérios, uma população que servirá de comparação, ou seja, a análise do modelo, definido por $X_2(l,p)$. Os vetores X_1 e X_2 tem que ter as mesmas categorias, porém, não necessariamente todas as categorias de um mesmo vetor precisam estar definidas.

Faz-se a média de cada categoria, ou seja, $\hat{\mu}_1(l)$ e $\hat{\mu}_2(l)$. Em seguida, calcula-se a anomalia de cada par de vetores.

$$A_1(l,p) = X_1(l,p) - \hat{\mu}_1(l), \text{ e}$$

$$A_2(l,p) = X_2(l,p) - \hat{\mu}_2(l)$$

Faz-se então o calculo da covariância das anomalias de cada um dos vetores. As matrizes de covariância geradas ($Cov_1(l,l)$ e $Cov_2(l,l)$) e as respectivas somatórias ($Som_1(l,l)$ e $Som_2(l,l)$) terão o tamanho do número de variáveis usadas. Se duas variáveis, ter-se-á uma matriz 2x2 e se forem três, 3x3 e assim sucessivamente.

Em seguida faz-se a média ponderada dos dois vetores, onde o fator ponderador é a somatória definida acima. Gerando uma covariância conjunta definida como segue:

$$Cov(l,l) = \frac{Cov_1(l,l) * Som_1(l,l) + Cov_2(l,l) * Som_2(l,l)}{Som_1(l,l) + Som_2(l,l)}$$

Calcula-se a matriz inversa da covariância conjunta, ou seja, $Cov(l,l)^{-1}$.

MH será definido pela raiz quadrada do somatório do produto matricial entre a matriz da diferença das médias [$\hat{\mu}_1(l)$ e $\hat{\mu}_2(l)$] e transposta [$\hat{\mu}_1(l)$ e $\hat{\mu}_2(l)$]^T, e da matriz inversa das covariâncias. Ou seja:

$$MH = \sqrt{\sum \hat{\mu}_1(l) \hat{\mu}_2(l) Cov(l,l)^{-1}}$$

A distância MH é calculada para cada ponto de grade do modelo e é sempre positivo.

Avaliação de MH para o MPAS e o FV3

Para o relatório usou-se previsões feitas a cada cinco dias julianos, totalizando 74 rodadas. As previsões foram feitas pelo MPAS e pelo FV3 entre Jun/2021 e Jun/2022, com saídas a cada 24h, 48h, 72h, 96h, 120h, 144h, 168h, 192h, 216h, e 240h. As variáveis utilizadas foram temperatura, vento meridional e vento zonal em três níveis verticais (850, 500 e 250), fez a média de cada horário tanto para o ano como para as estações de DJF e JJA. A análise global foi feita

apenas na base anual e a regional sobre a América do Sul focou as estações de verão (DJF) e inverno (JJA).

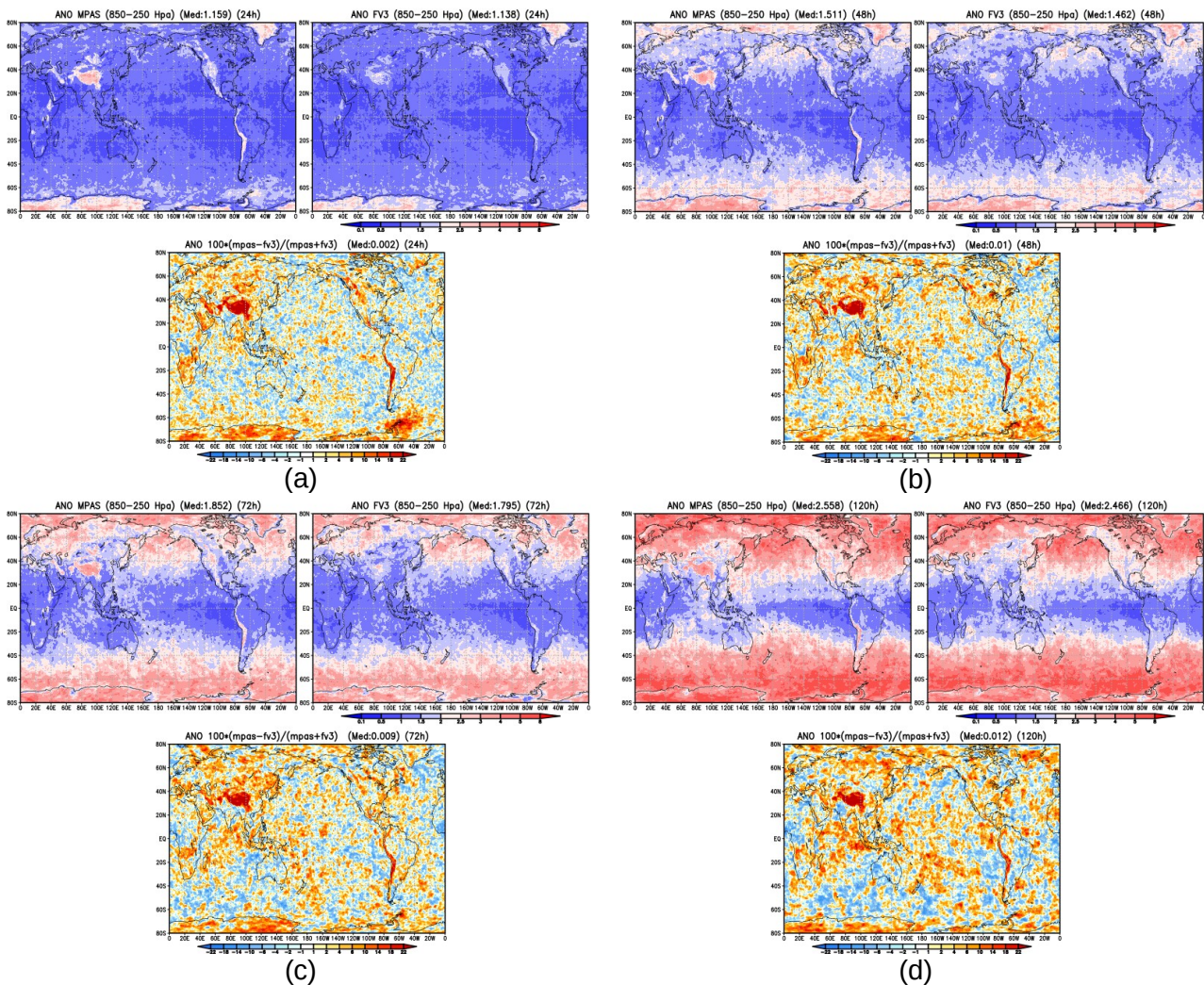
Também se definiu uma diferença ponderada para comparação entre os modelos MPAS e FV3, definida como:

$$DifMH = \frac{(MH(mpas) - MH(fv3))}{(MH(mpas) + MH(fv3))} * 100$$

Onde, $DifMH < 0$ implica que o MPAS se aproximou da análise em relação ao FV3.

Análise Multivariada de MH

Nas figuras 4.10a,e são mostrados a médias dos resultados obtidos da análise multivariada de Mahalanobis (MH) para todo ano de Jun/2021 a Mai/2022. São apresentados o MH de 24 h, 48 h, 72 h, 120 h e 240 h para todo o globo, tanto para o MPAS como para o FV3, assim como a sua diferença normalizada (DifMH). MH foi calculado usando-se as variáveis: Temperatura, vento zonal e vento meridional entre os níveis de 850 e 250 hPa.



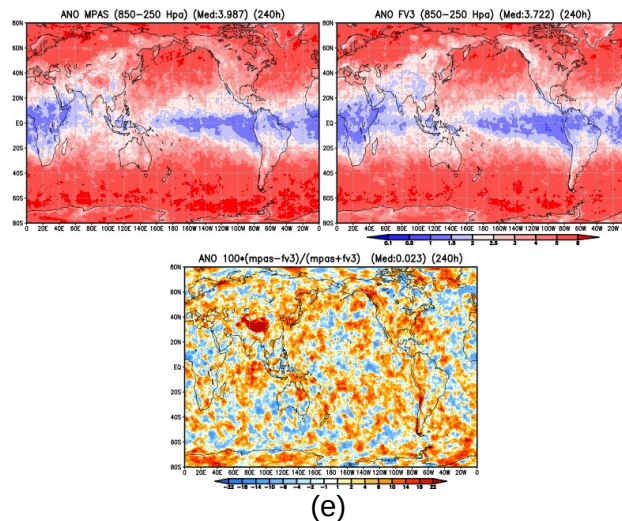


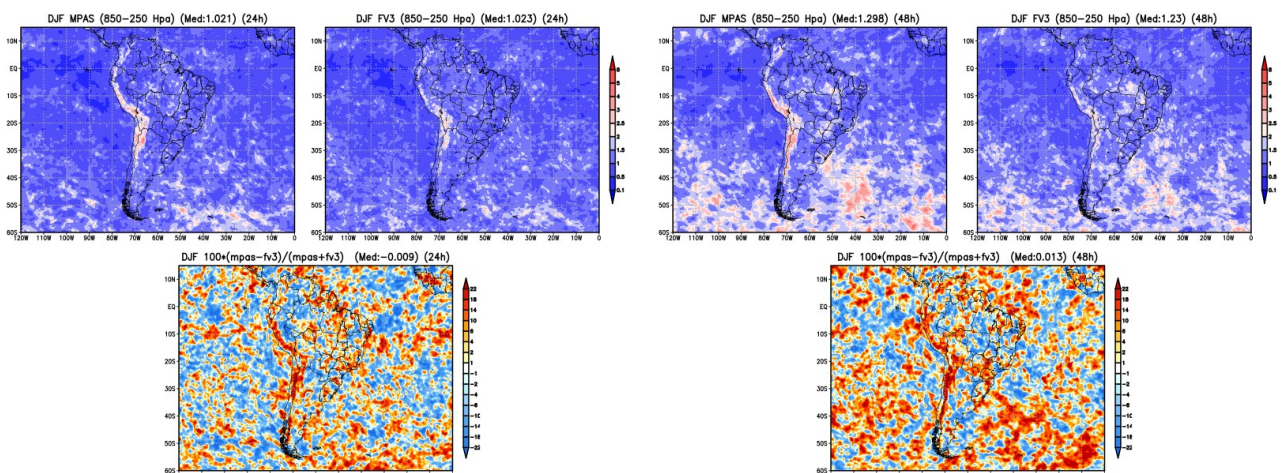
Fig 4.10 – Distância MH em 24 h, 48 h, 72 h, 120 h e 240 h de previsão para o MPAS, o FV3 e DifMH (base) na base anual para o globo.

Em 24h (Fig.4.10a) vê-se que de valores baixos (<1.5) de MH em quase todo o globo tanto para o MPAS como para o FV3. Este padrão só rompido sobre regiões de latitude elevada e sobre regiões continentais elevadas. Nesta última, fica evidente a diferença entre o MPAS e o FV3, com o último mostrando um melhor desempenho. A diferença entre ambos mostra claramente o que o MH do MPAS é maior sobre os Andes, as montanhas Rochosas, sobre o platô tibetano, no sul da África, Antártida e no Mar de Weddell. Esta diferença pode ser relacionada a processos físicos não satisfatoriamente resolvidos nestas regiões.

Em 48h (Fig. 4.10b) a distância MH tende a aumentar nas regiões polares, principalmente sobre o continente Antártico e no oceano Ártico. O valor MH também aumenta rapidamente nos extratropicais sobre os oceanos. Este aumento ocorre em ambos os modelos, sendo a diferença entre eles se mantém constante, apesar do valor médio do MH (0,01) ter subido.

O valor de MH tende a aumentar, nas horas seguintes de integração (Figs. 4.10c,e), a partir das altas latitudes em ambos os modelos, mas em especial sobre os oceanos. O MH global médio cresce rapidamente, com valor médio de 3,987 para o MPAS e 3,722 para o FV3 (Fig. 4.10e). O campo DifMH também mostrou um aumento, com o MPAS se distanciando mais do campo de observação em relação ao FV3.

Nas Figuras 4.11 vê-se o comportamento dos modelos na estação de verão do hemisfério austral. Em 24h (Fig. 4.11a) observa-se uma grande similaridade em ambos os modelos. Porém, com um valor médio de MH ligeiramente favorável ao MPAS. No campo de diferença, observa um melhor desempenho do MPAS em relação ao FV3 sobre a Bacia Amazônica Ocidental e na região de formação de CCM no norte da Argentina e Paraguai. O DifMH apresentou um valor negativo (-0.009), ou seja, o MPAS foi ligeiramente melhor que o FV3.



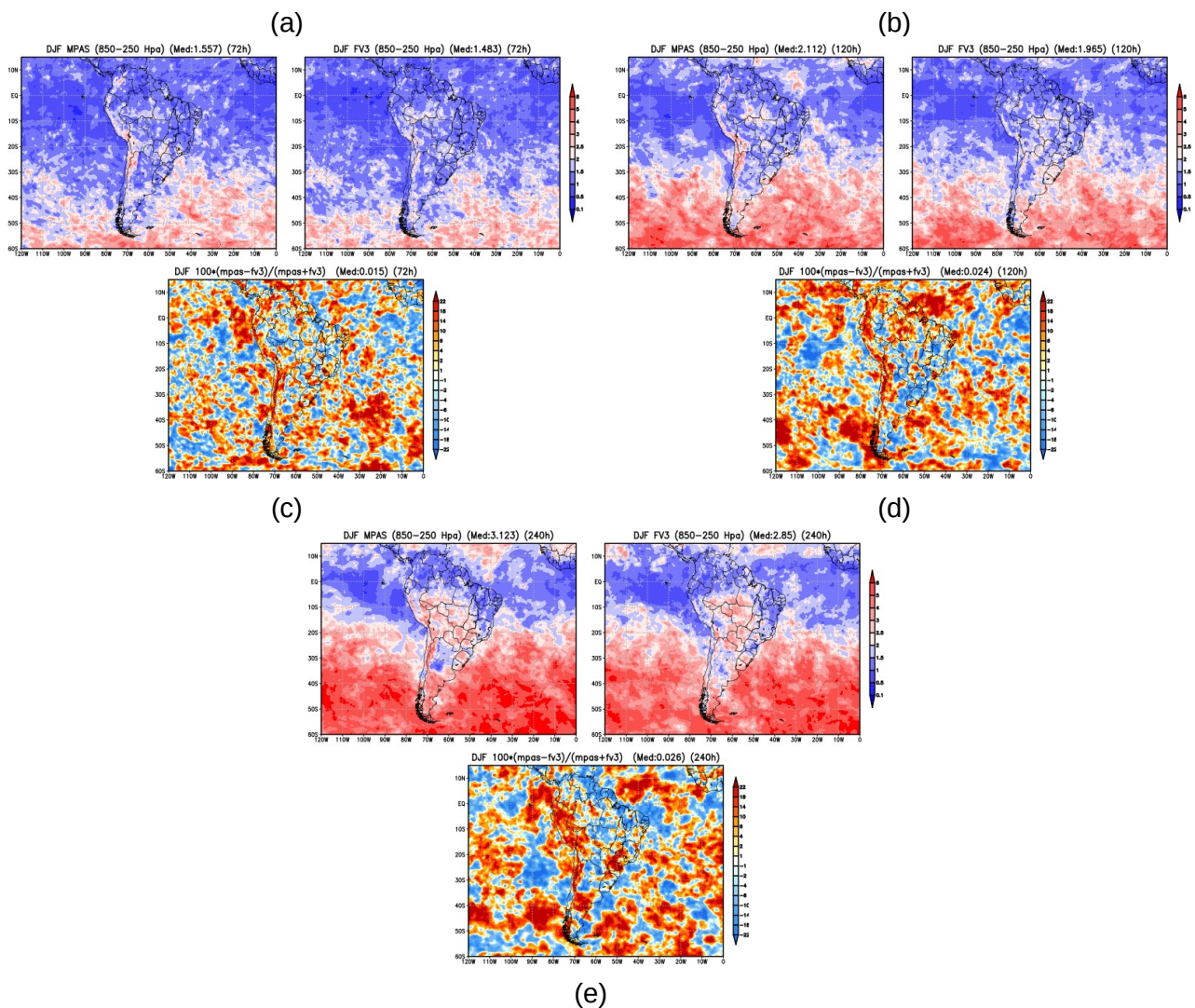


Fig 4.11 – Idem que 4.10 mas para os meses de verão astral sobre a América do Sul.

Em 48h (Fig. 4.11b) há um aumento do valor de MH em ambos os modelos, mas em especial no MPAS sobre o Atlântico Sul. Nas regiões tropicais não se observa uma diferença expressiva visualmente entre os modelos. Porém, no campo DifMH se observa que o MPAS se distanciou menos no campo original sobre a Bacia Amazônica e parte do Sudeste e Centro-Oeste e sobre a Argentina.

Em 72h e 120h (Figs. 4.11c,d) há um aumento do MH em ambos os modelos, em especial no extratropicos. Porém, com o MPAS se distanciando mais lentamente do campo original sobre grande parte do território brasileiro, onde a DifMH tende a ser negativa. No oceano, o distanciamento tende a ser mais aleatório, com o MPAS se distanciando mais sobre o Atlântico Sul.

Em 240h (Figs. 4.11e,f) observa-se o já observado no padrão global, ou seja, o aumento expressivo do MH nos extratropicos. A diferença está no aumento expressivo do MH sobre o Brasil central em ambos os modelos. Porém, com o MPAS mostrando um distanciamento menor em relação ao FV3 sobre grande parte do território brasileiro e maior sobre os oceanos subtropicais e extratropicais.

Nos meses de inverno astral para 24h (Fig. 4.12a) vê-se um comportamento similar em ambos os modelos, com o MH de ambos ser de 1,058, apesar do maior distanciamento do MPAS sobre os Andes. Em termos de DifMH, o MPAS mostrou um menor distanciamento, o que é visível no predomínio de valores negativos sobre o todo o campo de diferença. Em 48 h (Fig. 4.12b) há um pequeno aumento do MH, forçado pelo aumento nos extratropicos. Porém o DifMH se manteve negativamente favorável ao MPAS, em especial sobre o território brasileiro. Mas foi mais desfavorável no Sul do Brasil.

Em 72 h (Fig 4.12c) o MH aumenta nos extratropicos, com um DifMH positivo, portanto favorável ao FV3, no Sul e Sudeste do Brasil, e negativo, favorável ao MPAS, no centro-norte do Brasil. Em 120h (Fig. 4.12d) o MH continua crescendo em todo o campo, porém o DifMH tende a ser negativo (favorável ao MPAS) sobre grande parte da América do Sul. Saltando para 240 h (Fig.12e), há um aumento do valor de MH, principalmente nos subtropicos e extratropicos, porém com o FV3 apresentando um desempenho melhor que o MPAS no geral (DifMH médio em 0,042).

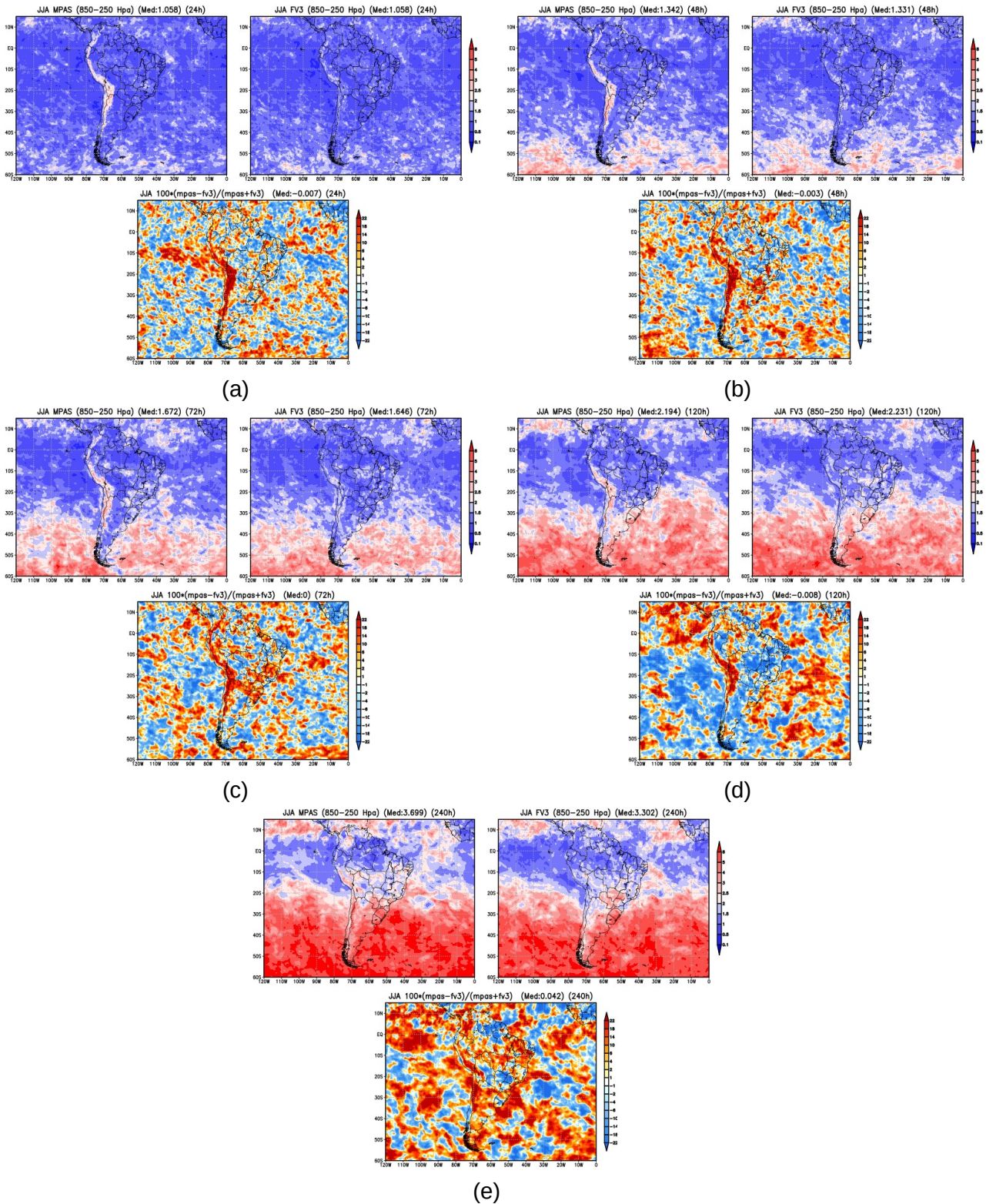


Fig 4.12 – Idem que 4.11 mas para os meses de inverno astral sobre a América do Sul.

Conclusão

Em resumo, o MPAS mostrou ter um MH ligeiramente maior que o FV3, tanto no campo Global quando no regional sobre a América do Sul. O MPAS também mostrou um maior distanciamento sobre as regiões de topografia elevada (Andes e Platô do Tibete) e sobre a Antártida, Groelândia e Oceano Ártico. Porém, o MPAS mostrou ter um MH menor que o FV3 sobre a América do Sul, em especial sobre a Bacia Amazônica, tanto no verão astral quanto no inverno, com alguns momentos em que este menor distanciamento foi dominante sobre todo o continente sul americano.