

SEM PLS
Oleh : Gangga Anuraga (g.anuraga@unipasby.ac.id)

1. Pemodelan SEM dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS)

Partial least square (PLS) pertama kali dikembangkan oleh Herman Wold (1975). Model ini dikembangkan sebagai alternatif apabila teori yang mendasari perancangan model lemah. PLS merupakan analisis yang *powerfull* karena dapat digunakan pada setiap jenis skala data serta syarat asumsi yang lebih fleksibel. PLS juga dapat digunakan ketika landasan teori model adalah *tentative* atau pengukuran setiap variabel laten masih baru, sehingga didesain untuk tujuan prediksi (Chin, dkk., 1999 dalam Yamin dan Kurniawan, 2011). Spesifikasi model dalam PLS meliputi tiga tahap, yaitu model pengukuran (*outer model*), model struktural (*inner model*) dan hubungan bobot (*weight relation*) dimana nilai dari variabel laten dapat diestimasi.

Metode pendugaan parameter (estimasi) di dalam PLS adalah metode kuadrat terkecil (*least square methods*). Proses perhitungan dilakukan dengan cara iterasi, dimana iterasi akan berhenti jika telah tercapai kondisi konvergen. Pendugaan parameter di dalam PLS meliputi 3 hal, yaitu :

- 1) Estimasi bobot (*Weight estimate*) digunakan untuk menciptakan skor variabel laten.
- 2) Estimasi jalur (*path estimate*) yang menghubungkan antar variabel laten dan estimasi loading antara variabel laten dengan indikatornya.
- 3) Means dan lokasi parameter (nilai konstanta regresi, intersep) untuk indikator dan variabel laten.

1.1 Model Struktural (*Inner Model*)

Model struktural atau *Inner model* dalam PLS menggambarkan hubungan antar variabel laten. Model persamaannya dapat ditulis dalam persamaan linier sebagai berikut (Trujillo, 2009) :

$$\xi_j = \beta_{0j} + \sum_i \beta_{ji} \xi_i + \zeta_j \quad (1.1)$$

dengan spesifikasi indikator seperti yang dijelaskan Wold,

$$E(\xi_j | \xi_i) = \beta_{0j} + \sum_i \beta_{ji} \xi_i$$

dimana β_{ji} merupakan koefisien dari hubungan antara variabel laten ke-i dengan variabel laten ke-j (*path coefficient*) dan $E(\zeta_j) = E(\xi_i \zeta_j) = 0$.

1.2 Model Pengukuran (*Outer Model*)

Model pengukuran atau *outer model* dalam PLS dapat didefinisikan dengan setiap blok indikator berhubungan dengan variabel latennya. Blok indikator reflektif dapat ditulis persamaannya dengan regresi sederhana sebagai berikut (Trujillo, 2009) :

$$x_{jk} = \lambda_{0jk} + \lambda_{jk}\xi_j + \varepsilon_{jk} \quad (1.2)$$

dimana λ_{jk} merupakan *coefficient loading* dari hubungan variabel laten ke-j (ξ_j) dengan indikatornya ke-k (x_{jk}), ε_{jk} merupakan residual atau *error* dari setiap variabel pengukuran dan $E(\varepsilon_{jk}) = E(\xi_j \varepsilon_{jk}) = 0$. Dan untuk model blok indikator formatif dapat ditulis dalam fungsi linier sebagai berikut (Trujillo, 2009) :

$$\xi_j = \pi_{0j} + \sum_k \pi_{jk} x_{jk} + \delta_j \quad (1.3)$$

dengan $E(\delta_j) = E(\xi_j \delta_j) = 0$.

1.3 Hubungan Bobot (*Weight Relation*)

Spesifikasi model pada *outer model* dan *inner model* dilakukan dalam tingkat konseptual. Dan tidak secara nyata mengetahui nilai suatu variabel laten. Maka dari itu, hubungan bobot atau *weight relation* harus didefinisikan. Dan salah satu karakteristik utama dalam pendekatan PLS adalah kemungkinan untuk memperkirakan nilai skor variabel laten. Estimasi skor variabel laten dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{\xi}_j = l_j = \sum_k \tilde{w}_{jk} x_{jk} \quad (1.4)$$

dimana \tilde{w}_{jk} merupakan bobot yang digunakan untuk mengestimasi variabel laten, yang mana merupakan kombinasi linier dengan variabel indikator/manifest.

1.4 Algoritma PLS

Setelah model konseptual pada SEM PLS ditentukan, tahap berikutnya dalam pemodelan jalur PLS adalah fase estimasi yang dilakukan dengan algoritma PLS. Melalui algoritma PLS, estimasi dari variabel laten dan parameter dapat diperoleh. Estimasi dengan algoritma PLS berlangsung dalam tiga tahap. Langkah pertama dalam estimasi PLS terdiri dari

prosedur iterasi regresi sederhana atau regresi berganda dengan memperhitungkan hubungan model struktural / inner model, model pengukuran / outer model dan estimasi bobot / *weight relation*. Kemudian hasil dari estimasi satu set bobot digunakan untuk menghitung nilai skor variabel laten, yang mana merupakan kombinasi linier dari variabel indikator / manifest. Setelah estimasi skor variabel laten diperoleh, maka langkah kedua dan ketiga melibatkan estimasi koefisien model struktural (*inner model*) dan koefisien dari masing-masing model pengukuran (*outer model*). Pada dasarnya algoritma PLS merupakan serangkaian regresi sederhana dan berganda dengan estimasi *ordinary least square* (Tenenhaus, 1998).

1.4.1 Algoritma PLS Tahap 1

Tujuan dari tahap ini adalah perhitungan bobot yang diperlukan untuk mengestimasi nilai skor variabel laten $\hat{\xi}_j = l_j = \sum_k \tilde{w}_{jk} x_{jk}$, dimana \tilde{w}_{jk} merupakan bobot pada model pengukuran (*outer weight*). Proses menghitung bobot dilakukan dengan proses iterasi yang memperhitungkan pada konseptual yang dibangun dalam model struktural dan model pengukuran. Untuk masing-masing model (*inner* dan *outer*) terdapat pendekatan yang terkait dari nilai skor variabel laten : (1) estimasi model pengukuran / *outer model* (*outside approximation*) dan (2) estimasi model struktural / *inner model* (*inside approximation*). Sehingga pada tahap pertama dalam algoritma PLS ini sangat tergantung pada bagaimana hubungan antara nilai skor variabel laten dalam model struktural yang ditetapkan, dan juga pada bagaimana indikator tersebut diasosiasikan dengan nilai skor variabel latennya.

Tahap 1.1 Estimasi model pengukuran (*Outside Approximation*)

Langkah 1 dari tahap pertama adalah (*outside approximation*), atau juga disebut estimasi eksternal. Pada langkah ini proses iterasi dimulai dengan sebuah inisialisasi awal di masing-masing variabel laten sebagai kombinasi linear (atau agregat tertimbang) dari variabel indikator / manifest.

$$l_j = \sum_k \tilde{w}_{jk} x_{jk} \quad (1.5)$$

dimana \tilde{w}_{jk} adalah bobot pada model pengukuran (*outer weight*). Ide dalam estimasi eksternal ini adalah untuk mendapatkan satu set bobot yang digunakan mengestimasi nilai skor variabel laten dengan varians sebanyak mungkin untuk indikator dan konstruk.

Tahap 1.2 Estimasi model struktural (*Inside Approximation*)

Setelah langkah estimasi eksternal (*outside approximation*), langkah berikutnya adalah estimasi internal (*inside approximation*). Dalam langkah ini hubungan antara variabel laten

dalam model struktural (*inner model*) yang diperhitungkan untuk mendapatkan inisialisasi pada masing-masing variabel laten dimana dihitung sebagai agregat tertimbang terhadap variabel laten yang berdekatan.

$$Z_j = \left(\sum_{i: \beta_{ij} \neq 0, \beta_{ji} \neq 0} e_{ji} l_i \right) \quad (1.6)$$

dimana e_{ji} adalah bobot model struktural. Dan bobot model struktural dapat dipilih dari tiga skema yaitu jalur (*path*), *centroid* dan faktor.

(i). Skema Centroid (*Centroid Scheme*)

Skema *centroid* (*centroid scheme*) dimana *inner weight* e_{ji} sama dengan korelasi tanda antara l_i dengan l_j . Trujillo (2009) mendefinisikan skema centroid (*centroid scheme*) sebagai berikut :

$$e_{ji} = \begin{cases} \text{sign}\{\text{cor}(l_j, l_i)\} & \xi_j, \xi_i \text{ yang berhubungan} \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \quad (1.7)$$

(ii). Skema Faktor (*Factor Weighting Scheme*)

Skema faktor (*factor weighting scheme*) merupakan korelasi antara l_i dengan l_j . Skema ini tidak saja mempertimbangkan arah tanda tetapi juga kekuatan dari jalur dalam model struktural. Trujillo (2009) mendefinisikan skema faktor sebagai berikut :

$$e_{ji} = \begin{cases} \text{cor}(l_j, l_i) & \xi_j, \xi_i \text{ yang berhubungan} \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \quad (1.8)$$

(iii). Skema Jalur (*Path Weighting Scheme*)

Skema jalur (*path weighting scheme*) adalah variabel laten dihubungkan pada ξ_j yang dibagi ke dalam dua group : variabel-variabel laten yang menjelaskan ξ_j dan diikuti dengan variabel-variabel laten yang diterangkan oleh ξ_j . Trujillo (2009) mendefinisikan skema jalur sebagai berikut :

$$e_{ji} = \text{cor}(l_j, l_i) \text{ jika } \xi_j \text{ diterangkan oleh } \xi_i \quad (1.9)$$

$$l_j = \sum_i e_{ji} l_i \text{ koefisien } e_{ji}, \text{ dalam persamaan regresi } l_i \text{ pada } l_j \quad (1.10)$$

Skema pembobotan jalur memiliki keuntungan dengan mempertimbangkan baik kekuatan dan arah jalur dalam model struktural.

Tahap 1.3 Memperbarui bobot model pengukuran (*updating outer weight*)

Setelah pendekatan estimasi internal (*inside approximation*) dilakukan, selanjutnya estimasi internal Z_j dipertimbangkan dengan menganggap indikator. Hal ini dilakukan dengan memperbarui bobot pada model pengukuran (*outer weight*). Terdapat beberapa cara yang dilakukan dalam memperbarui bobot pada model pengukuran w_{jk} (*outer weight*).

(i). Model pengukuran reflektif (Mode A)

Pada mode A bobot w_{jk} dinyatakan pada persamaan sebagai berikut :

$$w_{jk} = (Z_j' Z_j)^{-1} Z_j' x_{jk} = \text{cor}(x_{jk}, Z_j) \quad (1.11)$$

(ii). Model pengukuran formatif (Mode B)

Pada mode B bobot w_{jk} dinyatakan pada persamaan sebagai berikut :

$$w_j = (X_j' X_j)^{-1} X_j' Z_j \quad (1.12)$$

dimana X_j merupakan matrik yang vektor kolomnya berisi indikator x_{jk} dari variabel manifest.

Tahap 1.4 Pemeriksaan Konvergensi

Dalam setiap prosedur iterasi, misalkan $S = 1, 2, 3, \dots$, konvergensi diperiksa dengan membandingkan outer weight pada langkah S terhadap outer weight pada langkah $S-1$. Wold (1982) mengusulkan $|\tilde{w}_{jk}^{S-1} - \tilde{w}_{jk}^S| < 10^{-5}$ sebagai kriteria konvergensi.

2.8.2 Algoritma PLS Tahap 2

Tahap kedua dari algoritma PLS yaitu perhitungan estimasi koefisien jalur dan loading, $\hat{\beta}_{ji}$ dan $\hat{\lambda}_{jk}$, sesuai dengan *inner model* dan *outer model*. Dalam model struktural, koefisien jalur diestimasi dengan OLS (*Ordinary Least Square*) seperti analisis regresi linier berganda dari hubungan antara Y_j dan Y_i ,

$$Y_j = \sum_i \hat{\beta}_{ji} Y_i \quad (1.13)$$

$$\hat{\beta}_{ji} = (Y_i' Y_i)^{-1} Y_i' Y_j \quad (1.14)$$

Untuk model pengukuran reflektif, koefisien loading diestimasi seperti pada regresi linier sederhana dari hubungan x_{jk} dengan Y_j ,

$$x_{jk} = \hat{\lambda}_{jk} Y_j \quad (1.15)$$

$$\hat{\lambda}_{jk} = (Y_j' Y_j)^{-1} Y_j' x_{jk} \quad (1.16)$$

Dan untuk model pengukuran model formatif, koefisien loading diestimasi seperti pada regresi linier berganda dari hubungan antara Y_j dengan x_{jk} , dimana berkaitan dengan bobot model pengukuran (*outer weight*).

$$Y_j = \sum_k \hat{\pi}_{jk} x_{jk} \quad (1.17)$$

$$\hat{\pi}_{jk} = (X_j' X_j)^{-1} X_j' Y_j = w_{jk} \quad (1.18)$$

Jika ditulis dalam persamaan dengan spesifikasi prediktor seperti pada persamaan dibawah ini, maka terdapat tiga parameter yang harus diestimasi, β_{0j} (konstanta pada model struktural), λ_{ojk} (konstanta model pengukuran reflektif) dan λ_{oj} (konstanta model pengukuran formatif).

$$E(\xi_j | \xi_i) = \beta_{0j} + \sum_i \beta_{ji} \xi_i \quad (\text{model struktural}) \quad (1.19)$$

$$E(x_{jk} | \xi_j) = \lambda_{ojk} + \lambda_{jk} \xi_j \quad (\text{model pengukuran reflektif}) \quad (1.20)$$

$$E(\xi_j | x_{jk}) = \lambda_{oj} + \sum_k \pi_{jk} x_{jk} \quad (\text{model pengukuran formatif}) \quad (1.21)$$

Parameter ini sesuai dengan parameter lokasi, yaitu, yang memperhitungkan *mean* dari variabel indikator / manifes dan variabel laten. Sebelum menghitung parameter lokasi, *mean* untuk estimasi variabel laten didefinisikan sebagai berikut (Trujillo, 2009) :

$$\hat{m}_j = \sum_k \tilde{w}_{jk} \bar{x}_{jk} \quad (1.22)$$

$$\hat{\xi}_j = l_j + \hat{m}_j \quad (1.23)$$

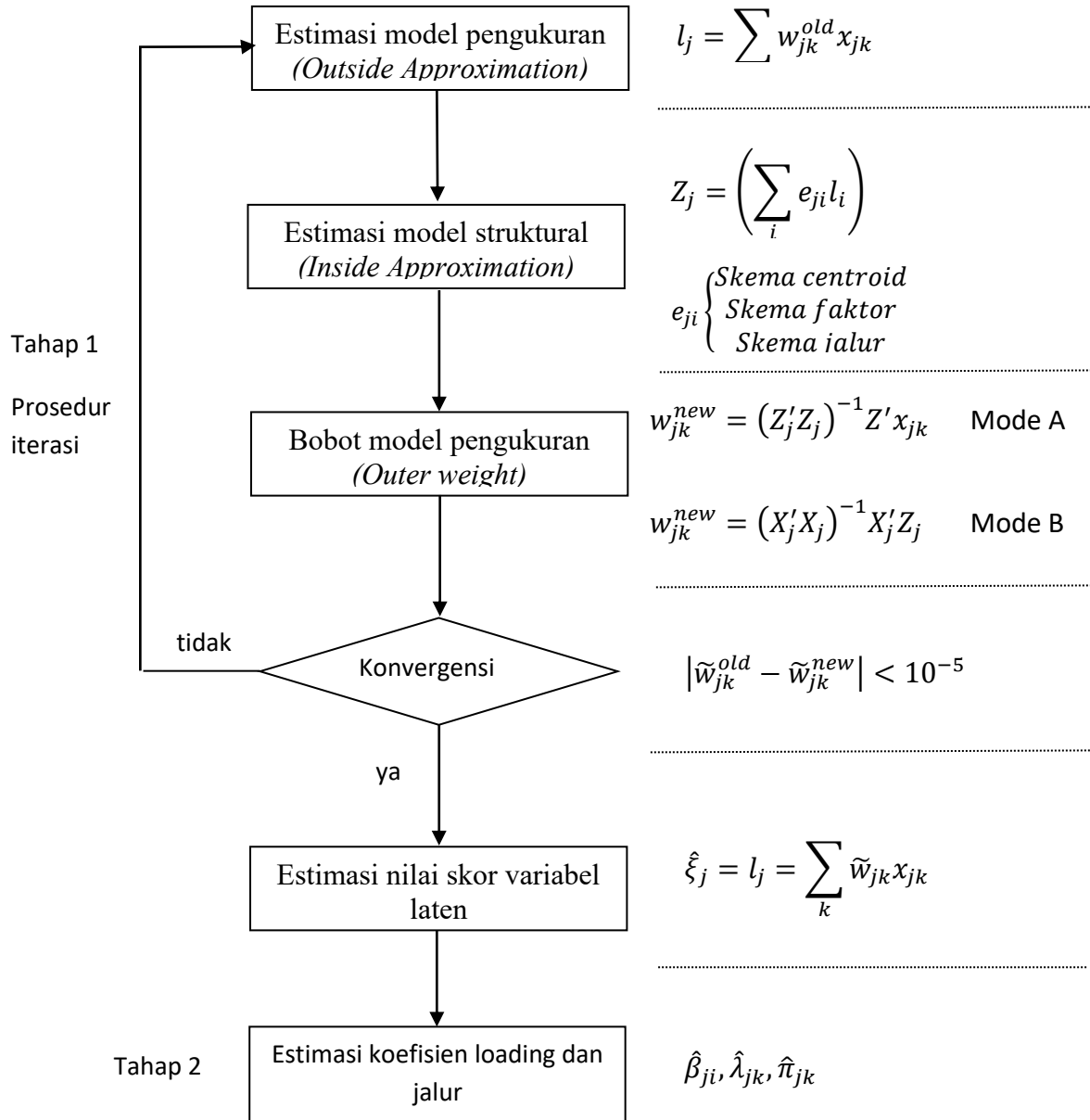
Sehingga estimasi dari parameter lokasi β_{0j} (konstanta pada model struktural), λ_{ojk} (konstanta model pengukuran reflektif) dan λ_{oj} (konstanta model pengukuran formatif).dapat diinterpretasikan sebagai berikut (Trujillo, 2009) :

$$\hat{\beta}_{0j} = b_{0j} = \hat{m}_j - \sum_i b_{ji} \hat{m}_i \quad (1.24)$$

$$\hat{\lambda}_{ojk} = \bar{x}_{jk} - \hat{\lambda}_{jk} \hat{m}_j \quad (1.25)$$

$$\hat{\pi}_{0j} = \hat{m}_j - \sum_k \hat{\pi}_{jk} \bar{x}_{jk} \quad (1.26)$$

Berikut adalah diagram dalam algoritma PLS :



Gambar 1.1 Diagram alur algoritma PLS