

# Автомат

1 ноября 2024 г.

## 1 Задание 1

Написать программу для решения системы из  $n$  нелинейных уравнений с  $n$  неизвестными.

**Формат входных данных.** Текстовый файл, в котором первая строка — это натуральное число  $n$ . Последующие строки представляют собой записи  $n$  уравнений, по одному уравнению на каждой строке. Переменные называть  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Операции плюс, минус, умножить, разделить, возвести в степень, извлечь квадратный корень (sqrt), синус, косинус, тангенс, котангенс, логарифм.

**Формат выходных данных.** Вывести на экран последовательность из  $n$  чисел — решение системы уравнений.

**Схема алгоритма.**

Одно уравнение с одной неизвестной можно решать методом Ньютона. Именно, пусть дано уравнение

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{2}$$

Система из  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными может решать аналогично. Запишем систему в векторном виде:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{3}$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_n)\mathbf{f}(\mathbf{x}_n), \quad (4)$$

где  $J$  — матрица Якоби.

Матрица Якоби — матрица, состоящая из частных производных:

$$J(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (5)$$

## 2 Задание 2

Построить два сплайна (например, кубических) по заданным массивам точек. Найти точки пересечения, а если таковых нет, то найти наименьшее расстояние между двумя точками сплайнов.

Реализовать следующие методы нахождения точки пересечения

1. Метод Ньютона
2. Метод, основанный на использовании понятия сопровождающей матрицы. Имея алгебраическое уравнение, построить матрицу с тем же характеристическим уравнением, которое нужно решить. Решения характеристического уравнения — это собственные числа сопутствующей матрицы, которые можно вычислить с использованием QR-алгоритма.
3. Метод градиентного спуска.

Реализовать следующие методы нахождения наименьшего расстояния:

1. Метод градиентного спуска
2. Метод оптимизации Ньютона

Провести сравнение эффективности алгоритмов на входных данных различных размеров.

### 3 Критерии оценивания

Дедлайн 1 декабря 23-59 МСК.

После дедлайна работы не принимаются.

Делать можно в команде численностью один, два или три человека. Тем не менее, каждый член команды должен понимать работу всего кода.

Формула оценивания: 0.5 групповая оценка + 0.5 индивидуальная.

Групповая оценка определяется по результатам работы всей группы.

Индивидуальная оценка определяется исходя из результатов защиты для каждого студента в отдельности.

Чтобы получить групповую оценку 10, нужно выполнить оба задания.

Чтобы получить оценку 8, нужно выполнить одно задание из двух.