

可选计分作业

2024 年 11 月 1 日

任务一

编写程序求解包含 n 个未知数的 n 个非线性方程组。

输入格式：

文本文件，其中第一行为自然数 n 。随后的 n 行每行包含一个方程，

变量名为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 。

运算符包括加、减、乘、除、幂运算、平方根 (sqrt)、正弦、余弦、正切、余切、对数。

输出格式：

在屏幕上输出 n 个数字序列——方程组的解。

算法方案：

单个未知数的方程可以用牛顿法求解。具体来说，对于方程

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (2)$$

n 个未知数的方程组可以用类似的方法求解。将方程组写成向量形式：

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_n)\mathbf{f}(\mathbf{x}_n) \quad (4)$$

其中 \mathbf{J} 是雅可比矩阵。

雅可比矩阵是由偏导数构成的矩阵：

$$J(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (5)$$

任务二

根据给定的点集构建两条样条曲线（例如三次样条）。找出它们的交点，如果没有交点，则计算两条样条曲线之间的最小距离。

实现以下交点查找方法：

1. 牛顿法
2. 基于伴随矩阵概念的方法。给定代数方程，构造具有相同特征方程的矩阵。特征方程的解就是伴随矩阵的特征值，可以使用 QR 算法计算。
3. 梯度下降法

实现以下最小距离查找方法：

1. 梯度下降法
2. 牛顿优化法

对不同规模的输入数据比较算法的效率。

3 评分标准

截止日期：莫斯科时间 12 月 1 日 23:59。

截止日期后不再接受作业。

可以组队完成，每队 1–3 人。但是，每个队员都必须理解所有代码的工作原理。

评分公式： $0.5 \times \text{团队成绩} + 0.5 \times \text{个人成绩}$

团队成绩根据整个团队的工作成果确定。

个人成绩根据每个学生的个人答辩结果确定。

要获得 10 分的团队成绩，需要完成两个任务。

要获得 8 分，需要完成两个任务中的一个。