



# 钢结构基本原理 课后研读报告

## 圆形开孔板的有限元分析

姓名：高程展

学号：1751193

指导老师：陈以一，方成

2020.12

## 目录

1 问题综述与解题思路.....	3
2 参数变化.....	5
2.1 $\alpha$ 变化的影响.....	7
2.1.1 x 轴方向应力分布变化.....	7
2.1.2 y 轴方向应力分布变化.....	9
2.2 $\beta$ 变化的影响 .....	11
2.3 $\gamma$ 变化的影响 .....	14
2.4 $\delta$ 变化的影响 .....	16
3 网络划分方式对计算结果的影响.....	19
4 总结.....	22
参考文献.....	23

# 1 问题综述与解题思路

许多工程实际中，不可避免地会遇到需要在钢板上开孔的情况，此时就会出现应力集中，往往此类构件的破坏形式都是在应力集中处应力达到钢材的屈服甚至极限强度，从而导致撕裂，裂纹发展后构件破坏。

板的开孔多种多样，有圆孔，方孔，甚至还有椭圆和三角孔，以及孔的间距和孔相对板的长宽的比值等都对于应力集中程度有显著影响，本文主要研究了圆孔以及圆孔的变种——椭圆，孔的尺寸参数相对于板的尺寸参数的比值，以及多个孔的相对间距对于板的应力集中程度的影响。以下为预设条件：

1. 钢板的边界条件为：四边简支；长边中点处控制横向刚体位移，短边中点处控制竖向刚体位移。

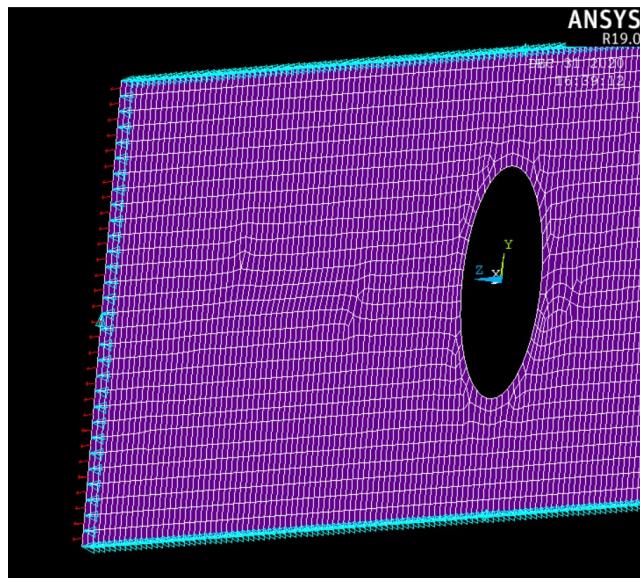


图 1.1 边界条件

2. 设定初始值：

椭圆孔长轴  $d_1 = 60\text{mm}$ ;

椭圆孔短轴  $d_2 = 60\text{mm}$ ;

板宽  $b = 120\text{mm}$ ;

板半长  $L_1 = 300\text{mm}$ ;

板厚  $t = 16\text{mm}$ ;

拉力  $F = -160\text{kN}$ ;

(即均布力  $q = -1250\text{kN/m}$ , ANSYS 中默认为压力, 故有负号)

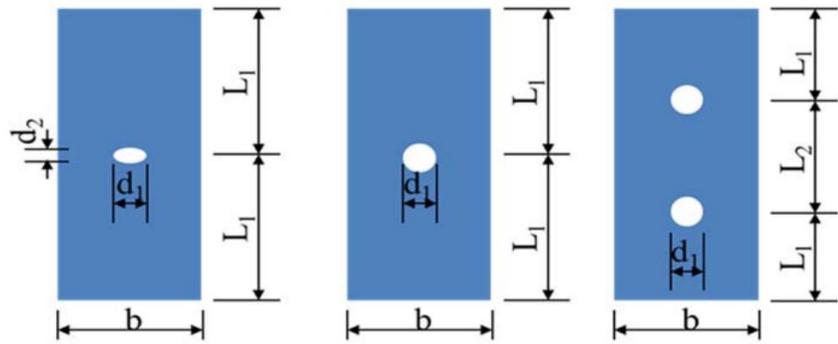


图 1.2 尺寸标注示意图

其中  $N_{crx}$  为开孔钢板在 x 方向受拉时的临界屈曲拉力,  $N_{cr}$  为开孔钢板在 x 方向的荷载;

3. 建立如下图所示坐标系:

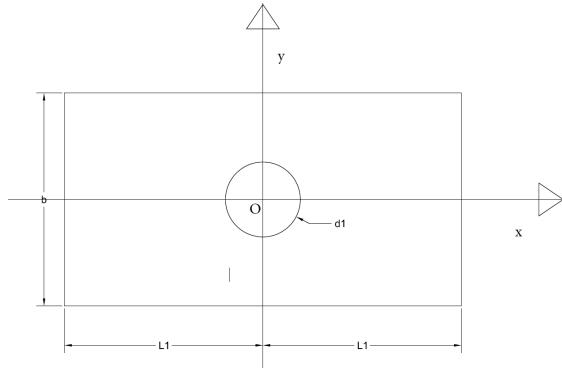


图 1.3 坐标系建立

4. 定义参数应力集中度:

$$\zeta = \frac{\sigma_{max}}{\bar{\sigma}}$$

来衡量板的应力集中程度。

其中  $\sigma_{max}$  为静力作用下的最大应力值;  $\bar{\sigma}$  为板内的平均应力值;

5. 同时定义无量纲参数:  $\alpha = \frac{d_2}{d_1}$ ,  $\beta = \frac{d_1}{b}$ ,  $\gamma = \frac{d_1}{L_1}$ ,  $\delta = \frac{d_1}{L_2}$ 。

6. 采用 4mm 网格划分:

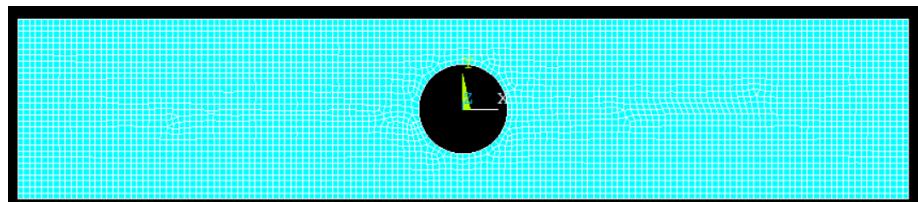


图 1.4 网格划分

## 2 参数变化

初始应力分布如下：

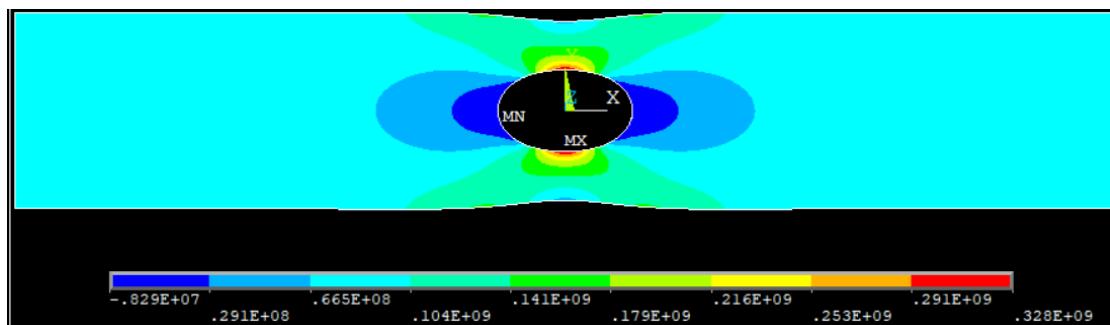


图 2.1 x 轴方向应力分布

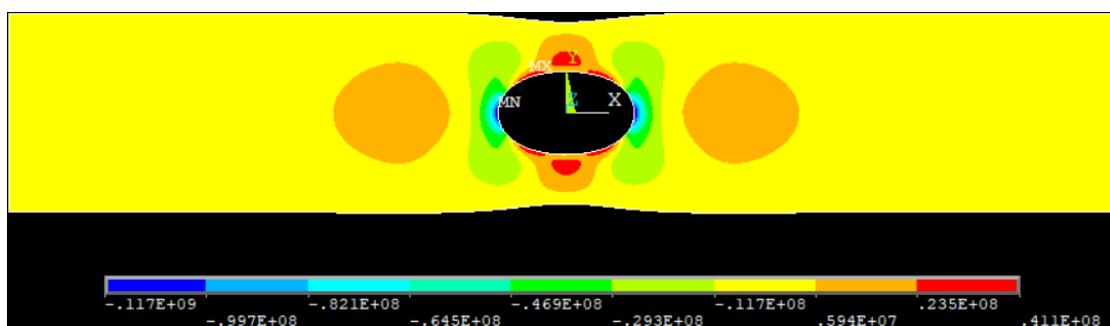


图 2.2 y 轴方向应力分布

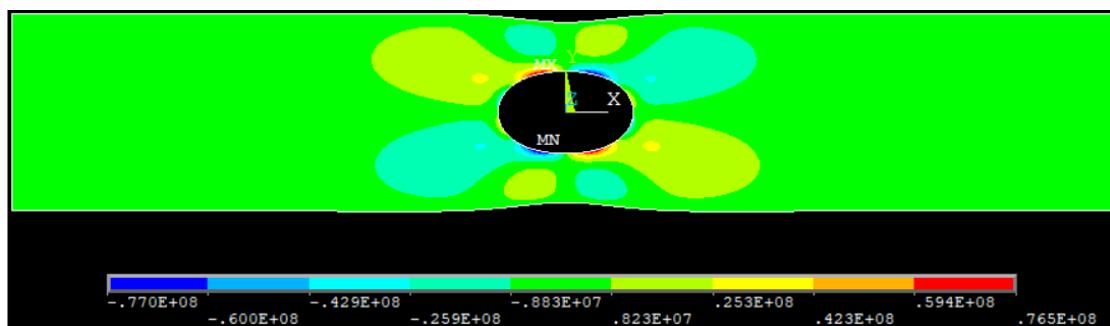


图 2.3 剪力分布

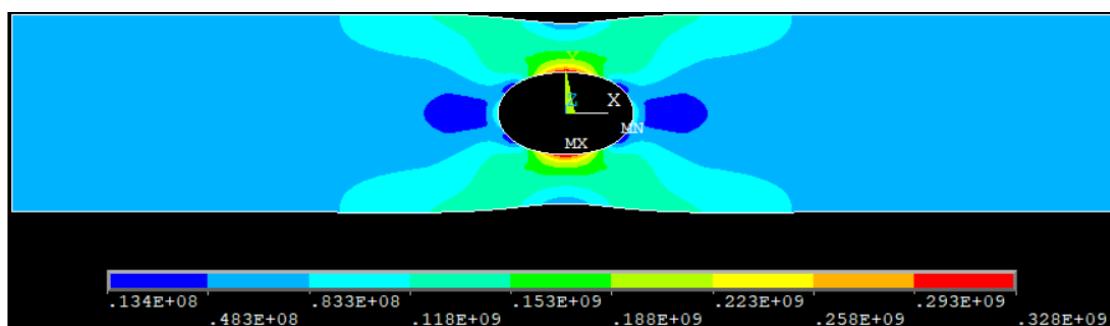


图 2.4 总应力

屈曲模态如下图：

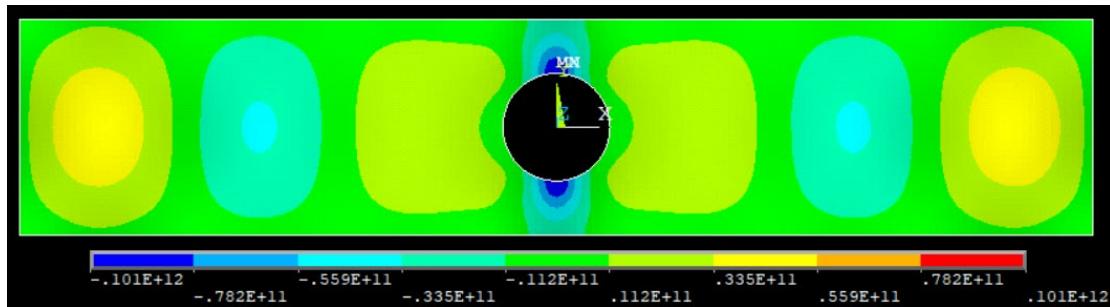


图 2.5 第一阶屈曲模态

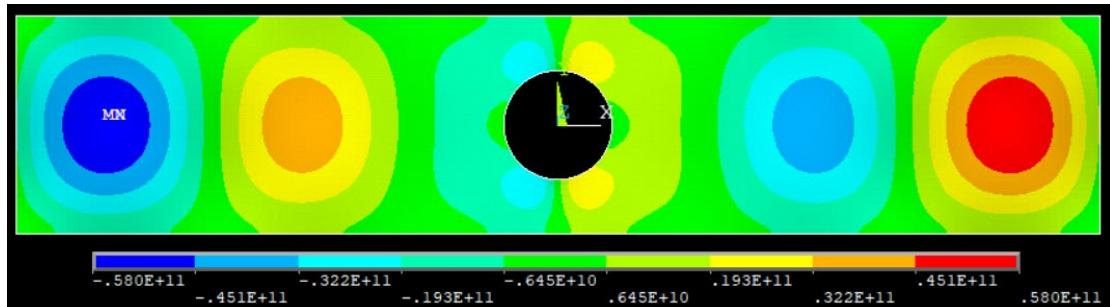


图 2.5 第二阶屈曲模态

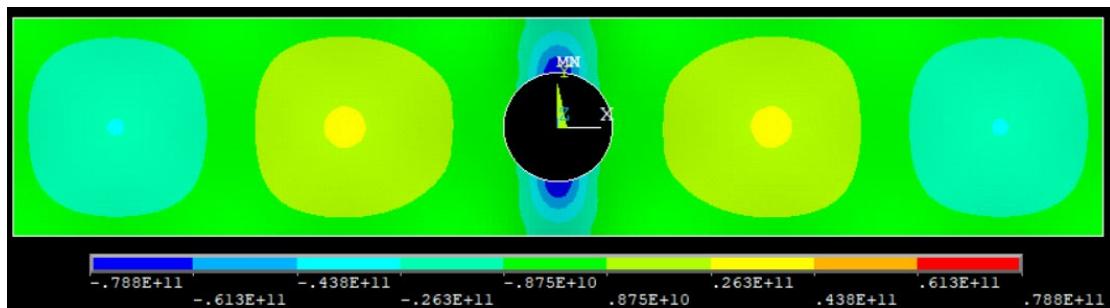


图 2.5 第三阶屈曲模态

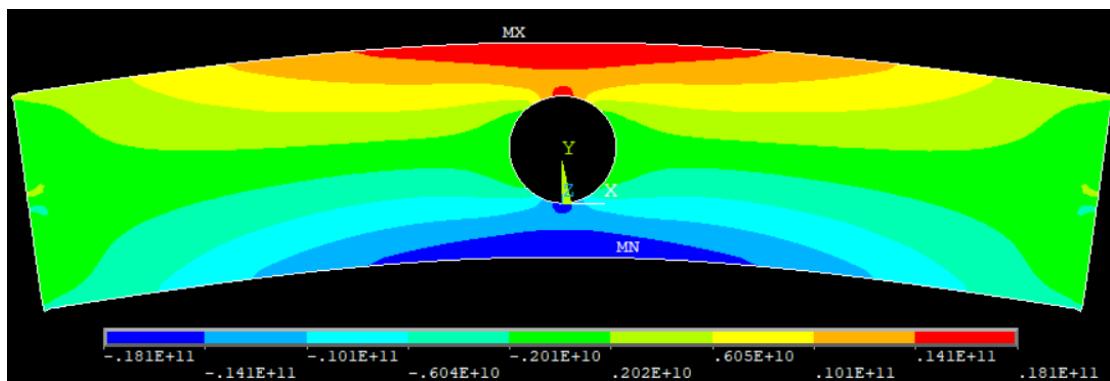


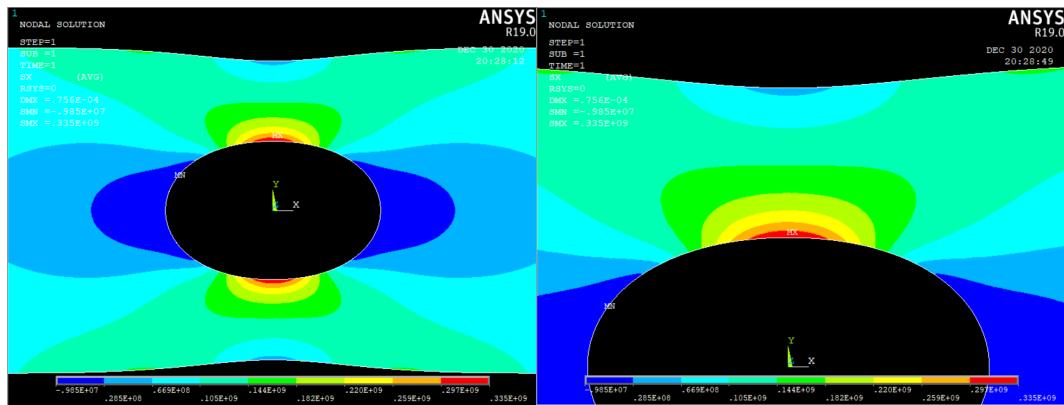
图 2.5 第四阶屈曲模态

由此可以发现板件不太可能发生屈曲失稳，因为板件在静力状态下已有可能再应力集中处发生钢材屈服或者断裂。

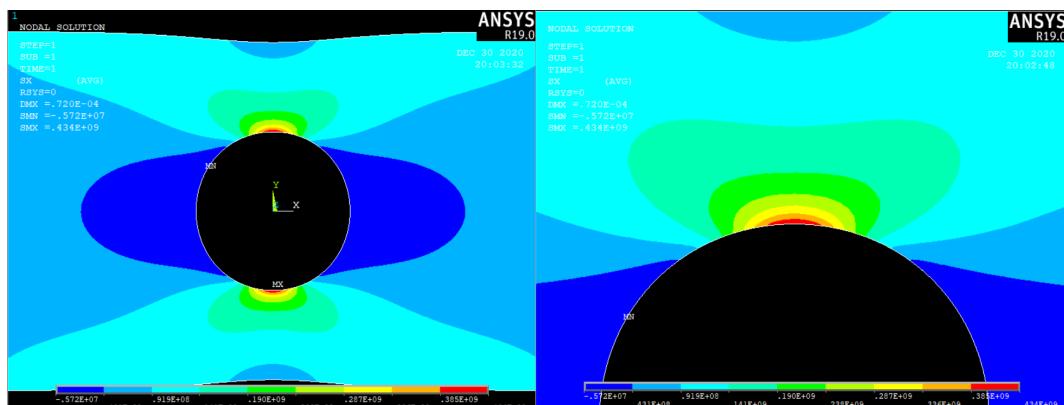
## 2.1 $\alpha$ 变化的影响

### 2.1.1 x 轴方向应力分布变化

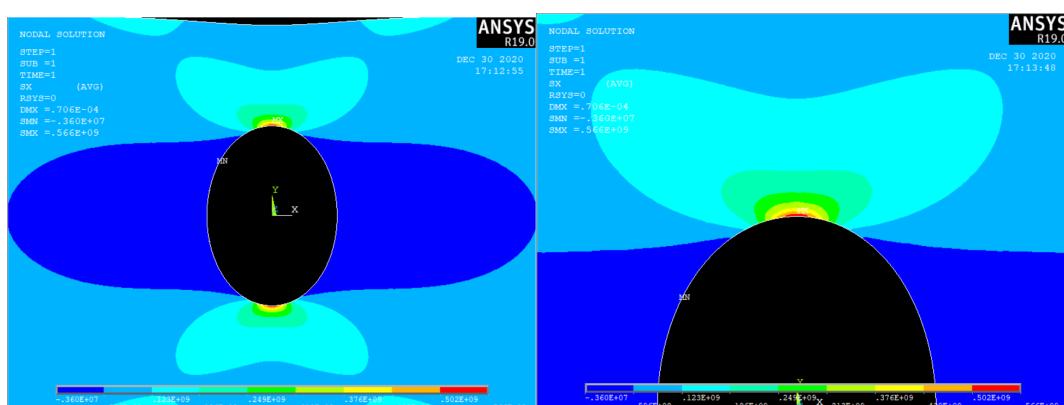
控制参数 $\beta, \gamma$ 不变,  $\delta = 0$ ,  $\alpha$ 在区间[0.1,1]的范围内变化。x 轴方向（横向）的应力分布如下变化。



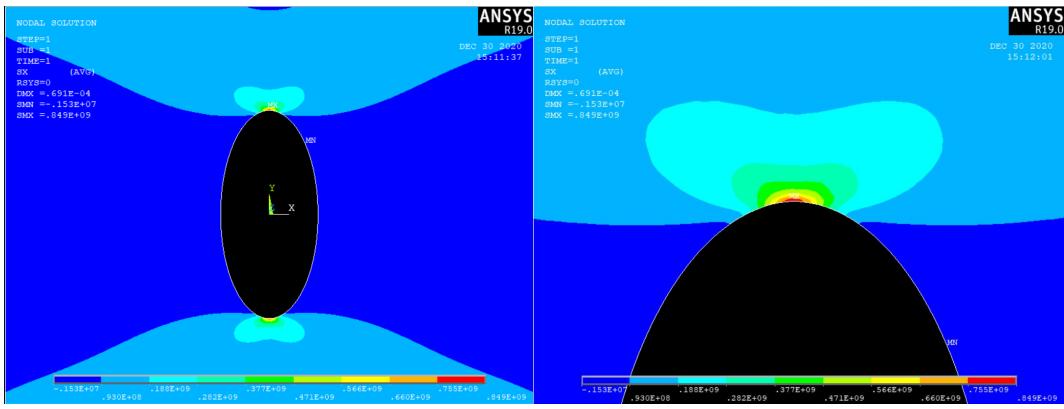
(a)  $\alpha=1$



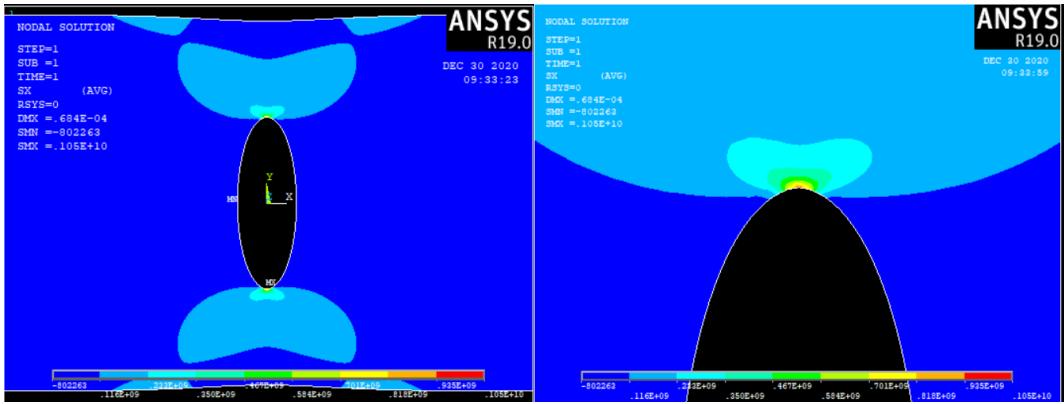
(b)  $\alpha=0.6$



(c)  $\alpha=0.4$



(d)  $\alpha=0.2$



(e)  $\alpha=0.1$

图 2.1.1 不同 $\alpha$ 值下的 x 轴方向（横）应力分布

由图 2.1.1 可知，当 $\alpha$ 越小，即椭圆越扁时，应力集中区域越来越小，而且应力集中在椭圆的“尖端”处。深蓝色的受压区会逐渐扩大（注意：由于 ANSYS 显示问题，深蓝色区域并不全是受压，既有包含负值的受压区又有包含正值的受拉区）。

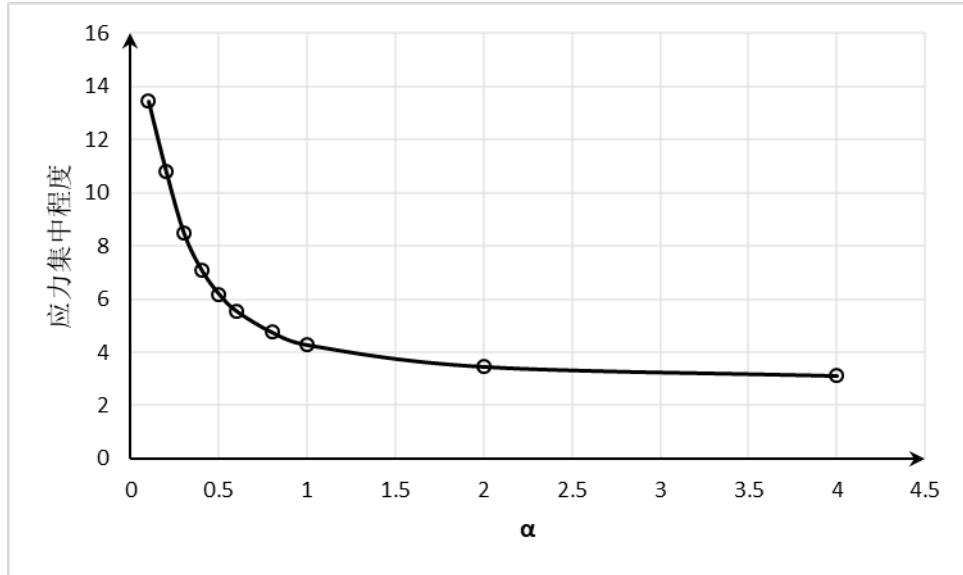
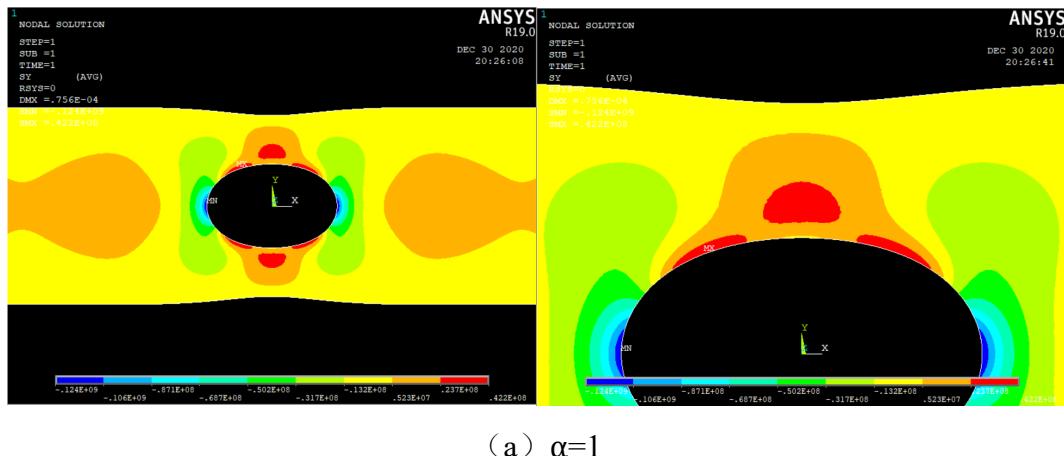


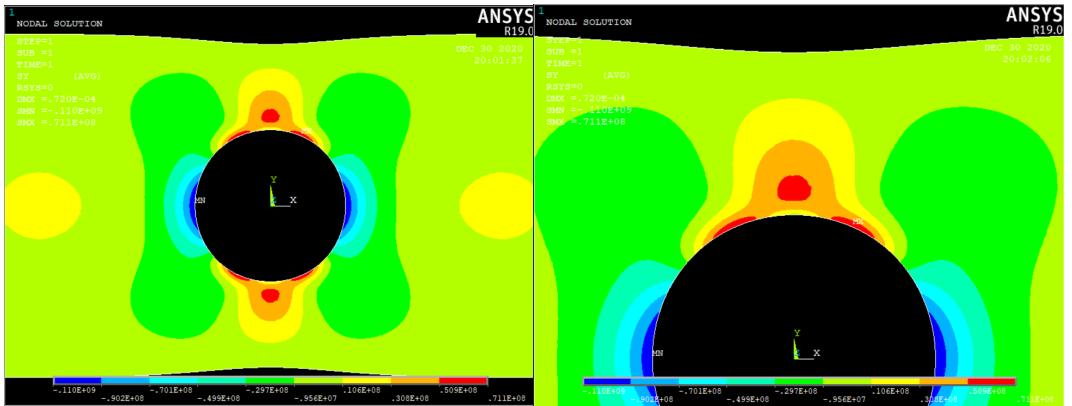
图 2.1.2  $\alpha$ 变化对于应力集中程度的影响

由图 2.1.2 可知，随着椭圆越来越扁，应力集中区域（图 2.1.1 中红色区域）的应力值也越来越大。这一结果与参考文献【1】（张涛等，2002）中的结果互相印证。

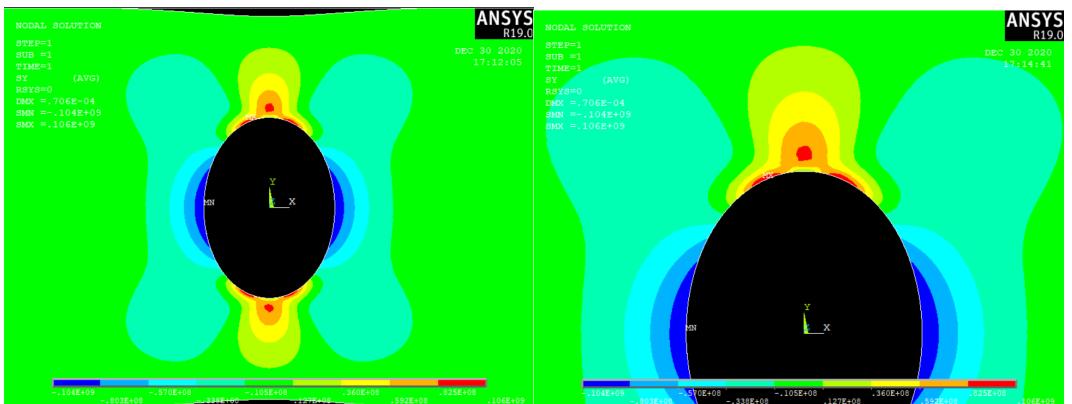
## 2.1.2 y 轴方向应力分布变化

以下再分析一下 y 轴方向（竖向）的应力分布：

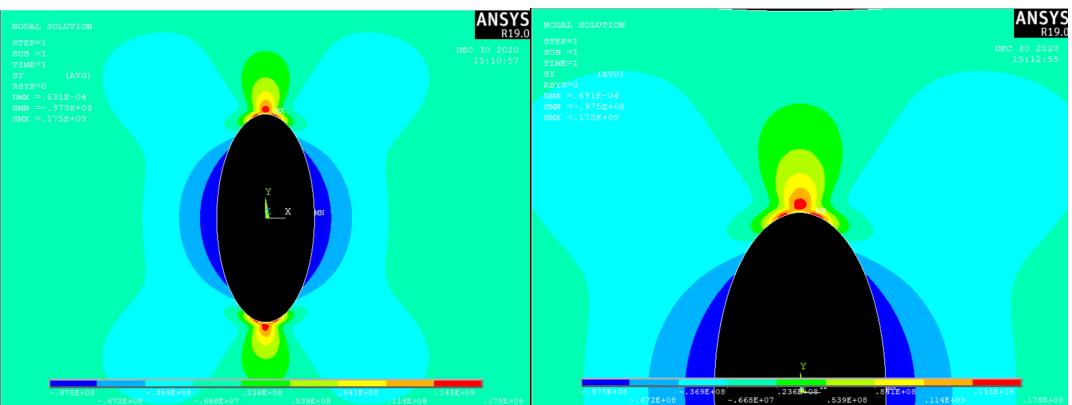




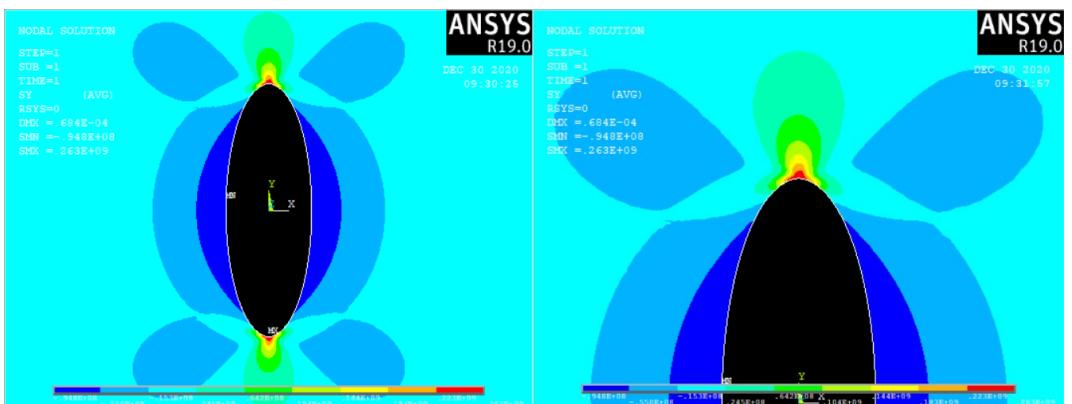
(b)  $\alpha=0.6$



(c)  $\alpha=0.4$



(d)  $\alpha=0.2$



(e)  $a=0.1$

图 2.1.3 不同 $\alpha$ 值下的 y 轴方向（竖）应力分布

y 轴方向的受拉应力最大值和受压应力最大值数值相当（一个数量级）。受拉应力最大区域（图 2.1.3 中红色区域）随着 $\alpha$ 的减小，其面积逐渐变小，区域总是处于椭圆孔的尖端（或者说孔靠近长边的两侧），但受拉应力最大值的数值随着 $\alpha$ 的减小急剧增大（结合图 2.1.4）。与此相反，受压应力最大区域（图 2.1.3 中蓝色区域）处于孔的与受拉区相垂直的两侧，区域面积随着 $\alpha$ 的减小逐渐增大，但是最大值数值逐渐减小，减小速度相对稳定（结合图 2.1.4）。

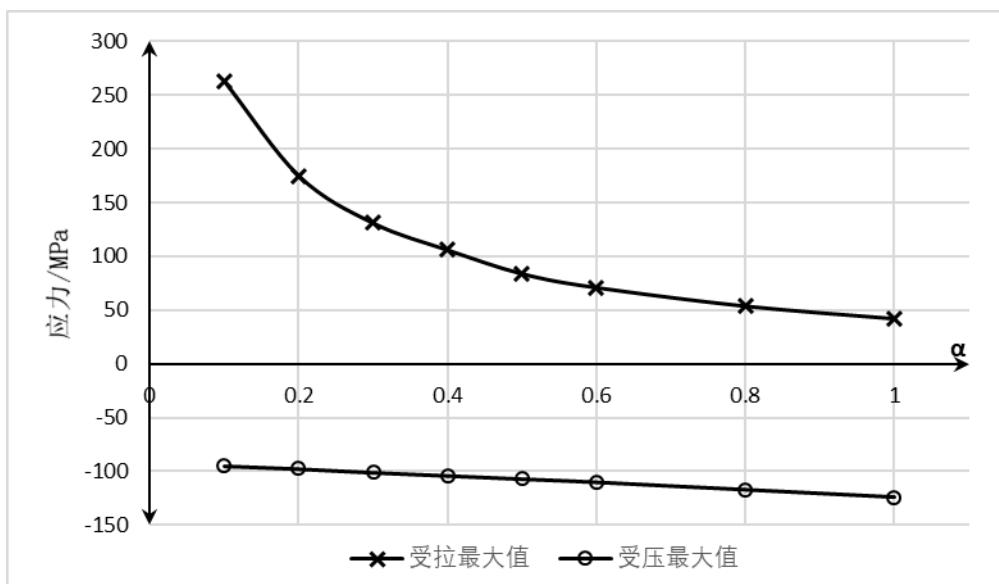


图 2.1.4  $\alpha$ 变化对于 y 轴方向（竖向）应力值的影响

## 2.2 $\beta$ 变化的影响

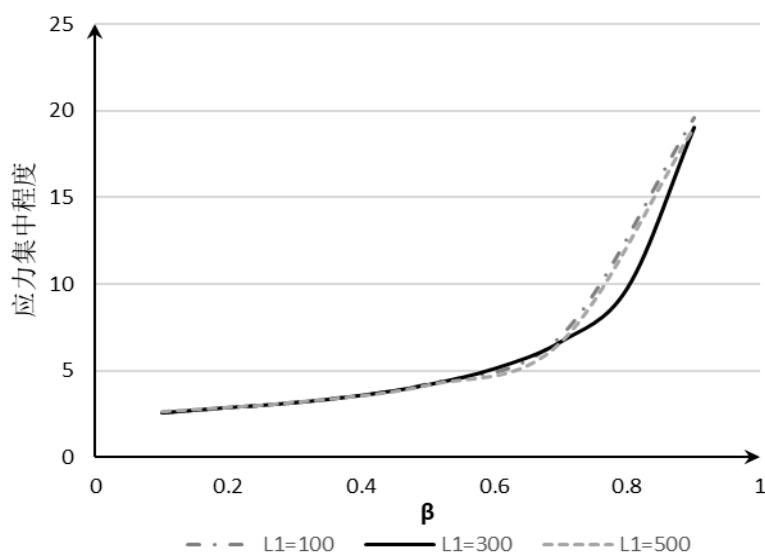
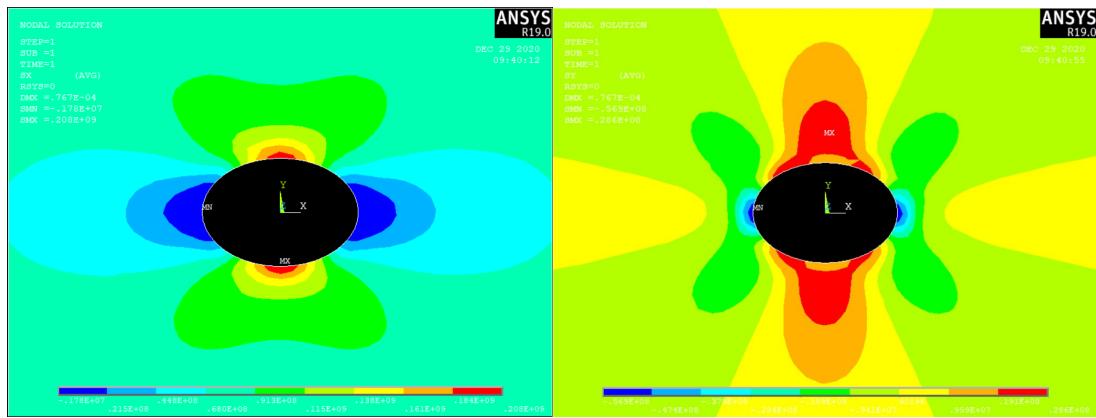


图 2.2.1  $\beta$ 变化对于应力集中程度的影响

\*图中 $\beta = 0.8$ 处虚线比实线明显高出是因为虚线缺省 $\beta = 0.8$ 的应力集中程度数值。

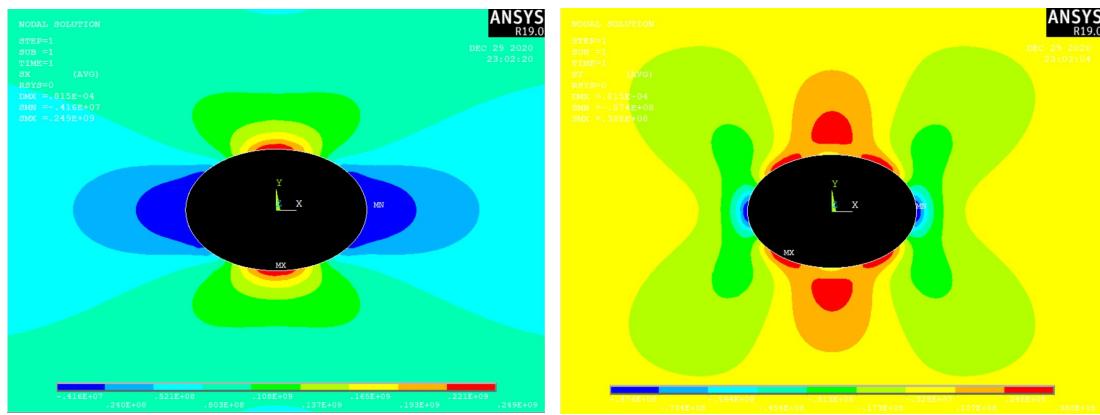
控制 $\alpha = 1$ ,  $\delta = 0$ ,  $\beta$ 区间[0.1,0.9]内变化, 在 $\beta < 0.6$ 时, 应力集中程度尚且缓慢上升, 当 $\beta > 0.6$ 时, 应力集中程度迅速上升, 这与张涛等(2002)的结果一致。同时改变板半长 L1, 发现趋势相同(图 2.2.1 中两条灰色线), 可见板的相对长度对于应力集中的影响并不大, 板相对长度的具体影响将在 2.3 中具体描述。

观察下列不同 $\beta$ 值下板的应力状态的分布变化:

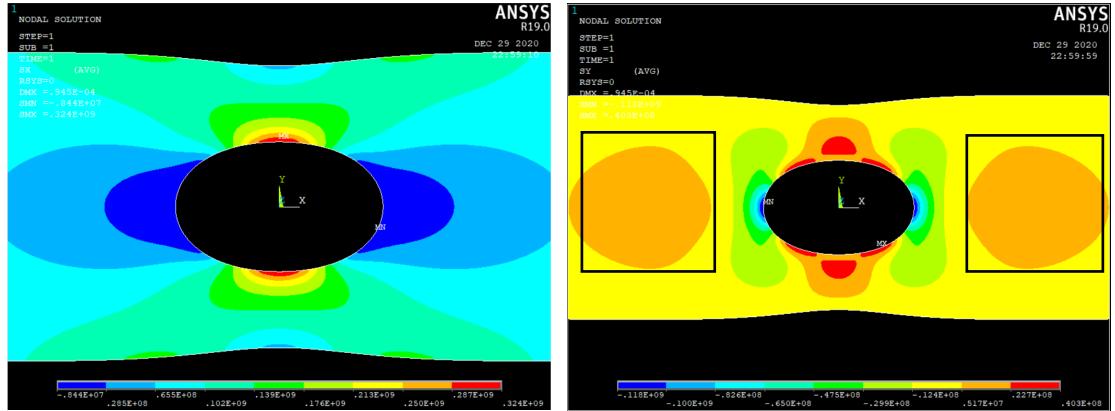


(a)  $\beta = 0.1$

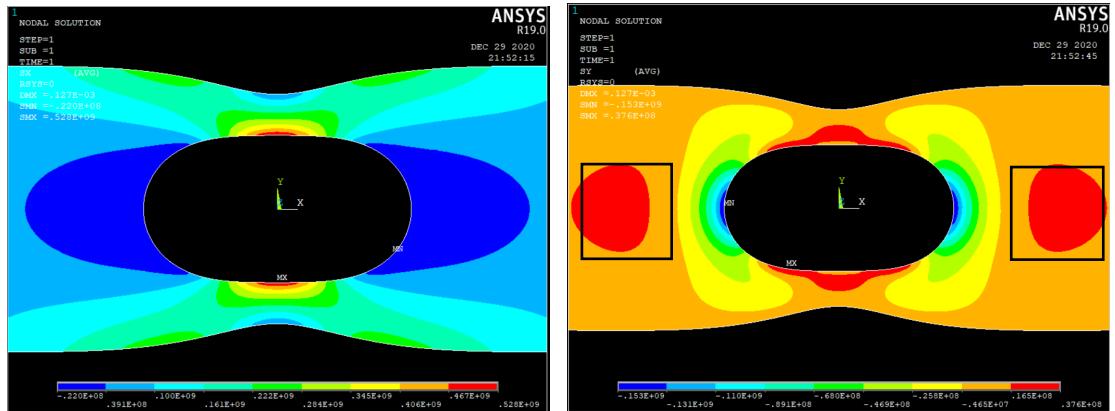
\* (左图为 x 轴(横)方向应力分布, 右图为 y 轴(竖)方向, 下同)



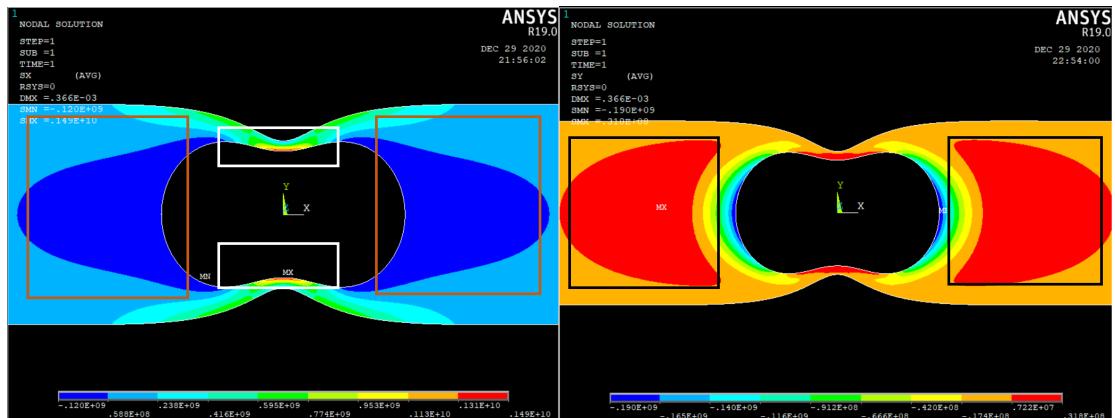
(b)  $\beta = 0.3$



(c)  $\beta = 0.5$



(d)  $\beta = 0.7$



(e)  $\beta = 0.9$

图 2.2.2 ANSYS 分析结果

由图 2.2.2 可见随着孔径相对板宽度的增大， $x$  轴方向的应力分布形状并不大，随着孔径相对大小的增大而被逐渐拉宽，应力最大处始终为孔最接近长边处（如图 2.2.2, (e) 左图的白色方框处），而应力较大处为孔的与之相对的另外两侧（如图 2.2.2, (e) 左图的红色方框处），随着 $\beta$ 的增大，深蓝色的  $x$  轴方向受压（负值）应力最大区域也不断增大、向长度方向延伸；

而  $y$  轴方向的应力分布形状随着  $\beta$  变化而有明显的变化，应力最大处从图 2.2.2 (a) 右图中的孔最接近长边处，到 (b) - (d) 中右图方框处的板中央也出现两个对称的应力集中点，不断变大，最后到 (e) 中右图，主要应力集中点即为板中央的两个应力集中区域。

对于  $x$ 、 $y$  轴方向的最大应力值的定量分析如下：

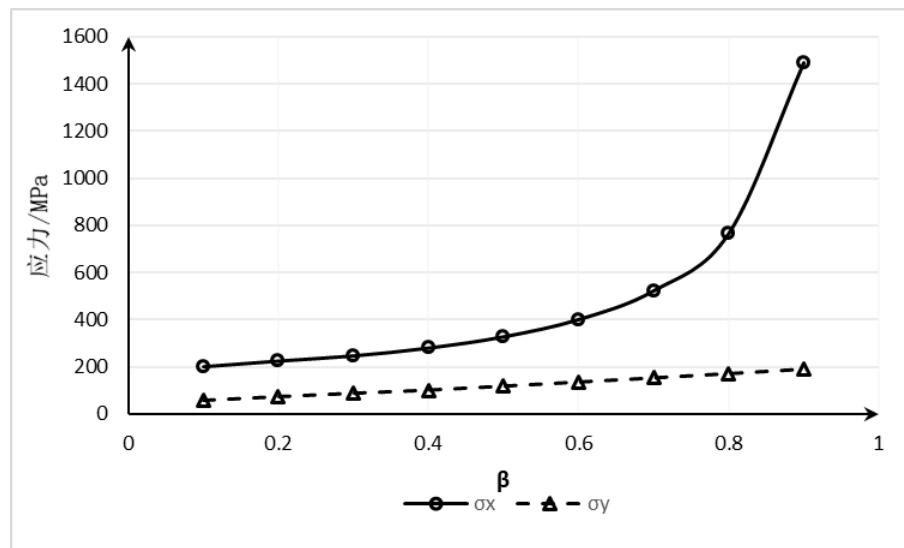


图 2.2.3  $\beta$  的变化对于板  $x$  轴方向（横）和  $y$  轴方向（竖）应力的影响

$y$  轴方向的应力最大值的大小也随  $\beta$  增大而增大，但是其增长速度较为稳定，且相较  $x$  轴方向的应力最大值的增速较为缓慢。

## 2.3 $\gamma$ 变化的影响

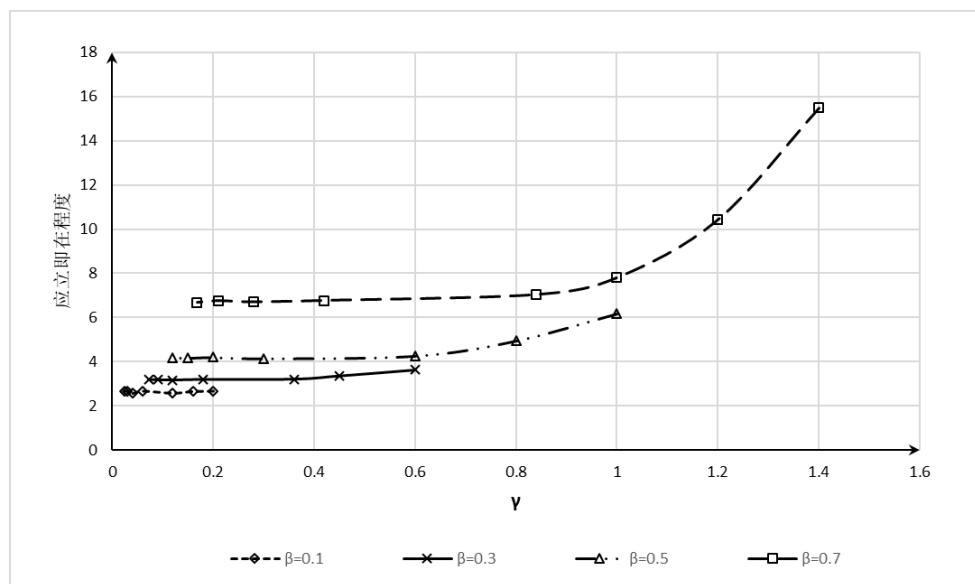


图 2.3.1 不同  $\beta$  值下  $\gamma$  变化对于应力集中程度的影响

$\beta=0.1$		$\beta=0.3$		$\beta=0.5$		$\beta=0.7$	
$\gamma$	$\zeta$	$\gamma$	$\zeta$	$\gamma$	$\zeta$	$\gamma$	$\zeta$
0.20	2.66	0.60	3.64	1.00	6.16	1.40	15.49
0.16	2.65	0.45	3.35	0.80	4.94	1.20	10.43
0.12	2.59	0.36	3.20	0.60	4.26	1.00	7.80
0.06	2.66	0.18	3.19	0.30	4.15	0.84	7.03
0.04	2.57	0.12	3.16	0.20	4.20	0.42	6.76
0.03	2.66	0.09	3.17	0.15	4.17	0.28	6.69
0.02	2.65	0.07	3.19	0.12	4.19	0.21	6.75

表 2.3.1 不同  $\beta$  值下  $\gamma$  变化对于应力集中程度的影响

控制  $\alpha = 1, \beta = 0.1, 0.3, 0.5$  或  $0.7, \delta = 0$ ,  $\gamma$  在一定区间内变化。发现当  $\gamma$  较小时, 即板相对较长时, 在孔径大小主要与孔径  $d_1$  与宽度  $b$  的比值有关, 而对于固定的  $\beta = \frac{d_1}{b}$  比值,  $\gamma$  的变化几乎对于应力集中程度不产生影响。

但是随着  $\gamma = \frac{d_1}{L_1}$  的增大, 当  $\gamma = 2\beta$ , 即矩形板变成或者接近正方形板时, 应力集中突然增大, 这是显然的, 因为对于较长的板, 板有足够的长度使得不均匀的应力流分散均匀, 而较短的板则更难, 如图 2.3.3 (c)。

另外, 孔径相对板宽度越大, 板的长度缩短对于应力集中增大的现象越明显 (对比图 2.3.2 和 2.3.3)。

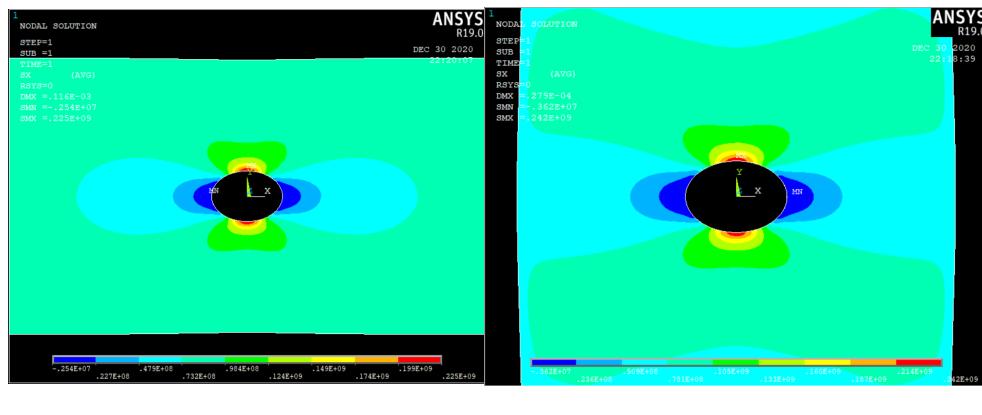


图 2.3.2  $\gamma$  变化对于小开孔板的影响

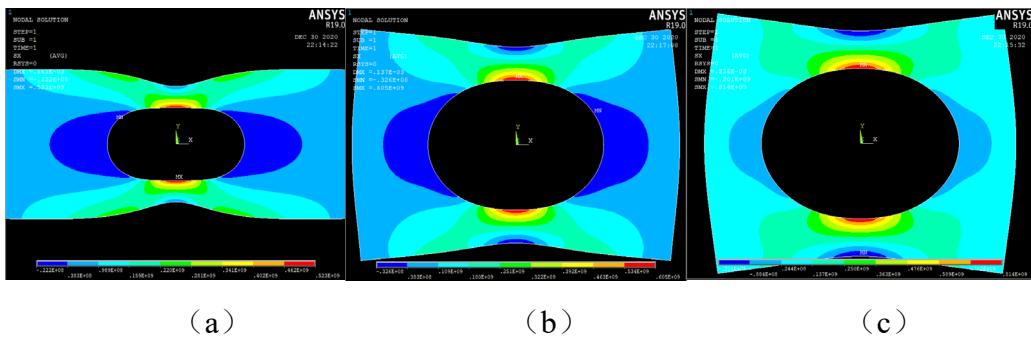


图 2.3.3  $\gamma$ 变化对于大开孔板的影响

## 2.4 $\delta$ 变化的影响

$\delta$	L2	$\sigma_x$	$\zeta$	$\sigma_y$
0.10	300	236	3.0208	79.3
0.12	250	241	3.0848	81.3
0.15	200	239	3.0592	81.2
0.20	150	239	3.0592	80.2
0.30	100	232	2.9696	73.1
0.33	90	227	2.9056	73.1
0.50	60	217	2.7776	68
0.60	50	211	2.7008	66.5
0.67	45	211	2.7008	67.1
0.75	40	211	2.7008	68.3
0.83	36	209	2.6752	71.1
0.88	34	208	2.6624	75.5
0.94	32	208	2.6624	100

表 2.4.1  $\delta$ 变化对于板横向和竖向应力的影响

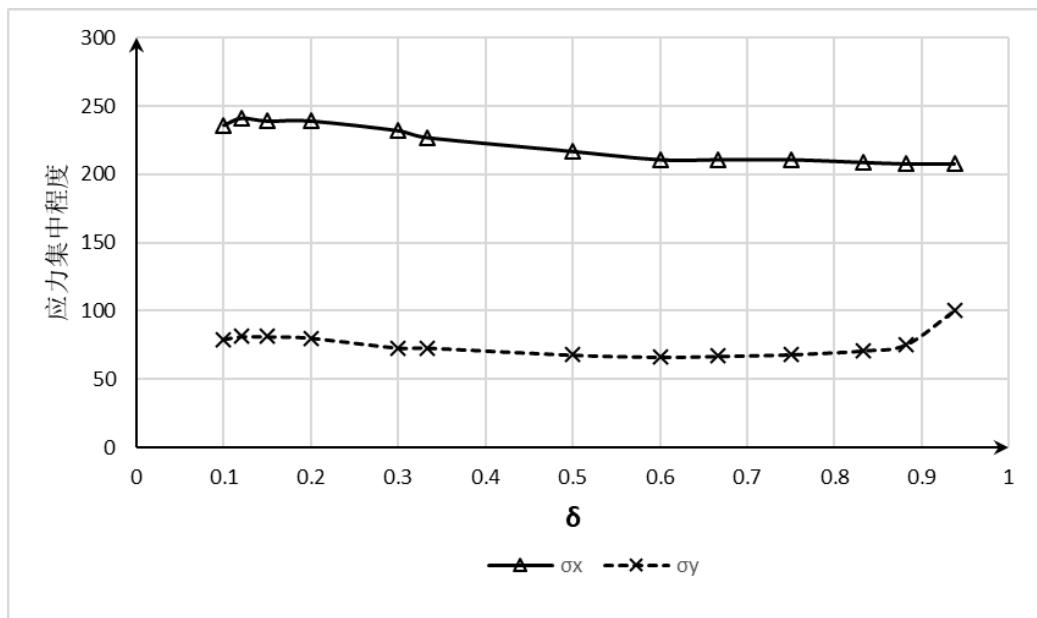


图 2.4.1  $\delta$ 变化对于板 x 轴方向（横）和 y 轴方向（竖）应力的影响

控制  $\alpha = 1, \beta = 0.25, \gamma = 0.2, \delta = \frac{d_1}{L_2}$  在区间 [0.1, 0.9375] 之间变化对于开双孔

板的应力的影响如上表 2.4.1 及图 2.4.1, 需要注意的是: 1. 由于需要展现垂直受力方向 (y 轴) 的应力值, 图 2.4.1 中并没有采用应力集中程度刻画, 而是采用应力的数值 2. y 轴方向的应力做了绝对值处理, 真实为受压 (负)。

由图表可见, 当  $\delta = \frac{d_1}{L_2}$  较小, 及两个孔相隔较远时应力数值与开单孔的图 2.4.3

(a), 两个孔的应力分布互相独立, 无论是应力集中程度还是应力分布形状都与单个孔相仿; 随着孔间距  $L_2$  逐渐减小, 两个孔互相牵制, x、y 方向的应力均减小, 如图 2.4.3 (b), 这与曲焱喆等 (2008) 的结果恰好相反, 可能是由于曲焱喆等沿着圆孔采用了扇形网格进行划分 (潘祖兴也采用了类似的分析思路), 也有可能是本报告中的计算精度不够, 应力集中处误差较大; 亦或是因为曲焱喆等控制了两孔间距以及孔与板右边缘的距离相对小, 而两孔与板另外三边的距离尽可能大 (如图 2.4.2), 而本报告中没有控制这一点。

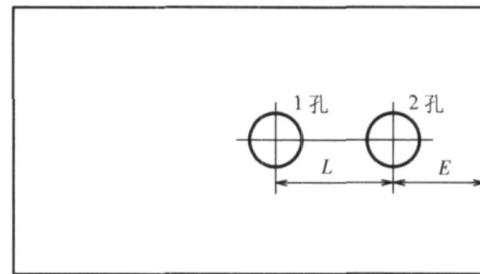
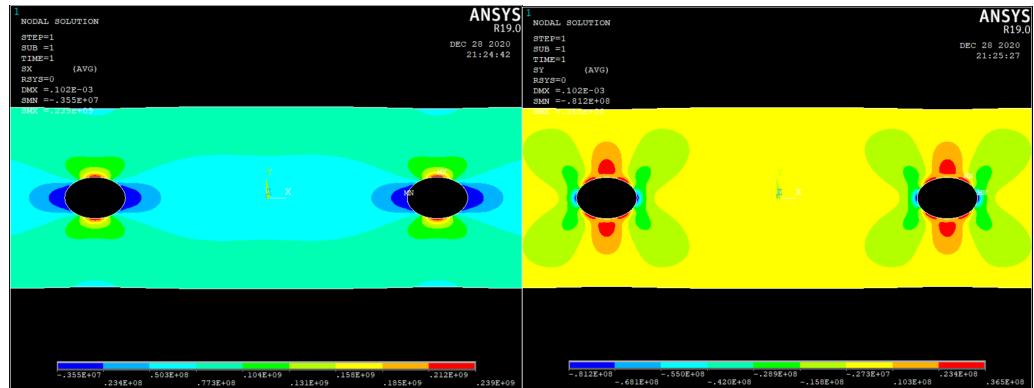


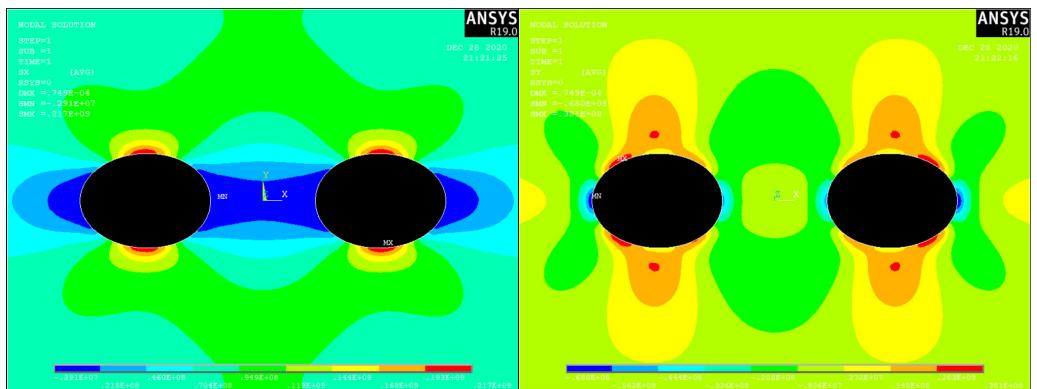
图 2.4.2

当最后两个孔非常接近时, 与 x 轴方向应力始终随  $\delta$  增大而减小不同, y 轴方向的压应力在最后出现了急剧的上涨, 如图 2.4.3 (c) 中方框处, 且在孔交界处出现了 y 方向的应力集中 (深蓝色处)。

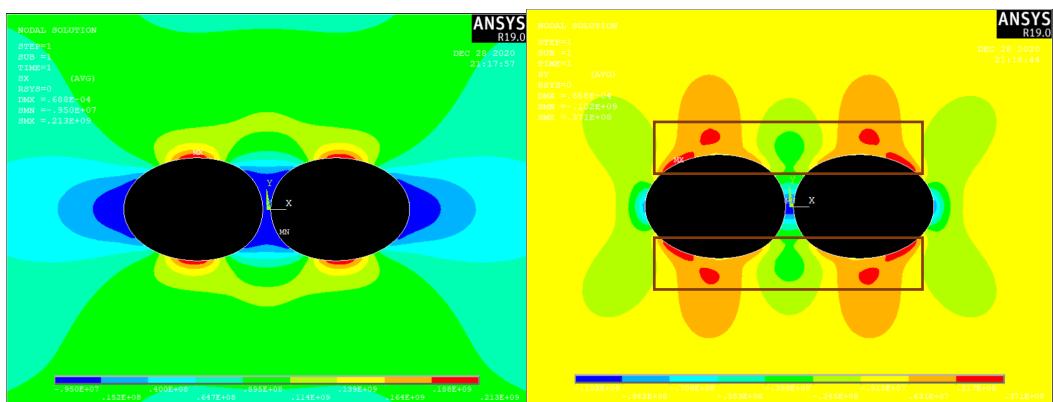


(a)  $\delta = 0.15$

\* (左图为 x 轴 (横) 方向应力分布, 右图为 y 轴 (竖) 方向, 下同)



(b)  $\delta = 0.5$



(c)  $\delta = 0.9375$

图 2.4.3 ANSYS 结果

### 3 网络划分方式对计算结果的影响

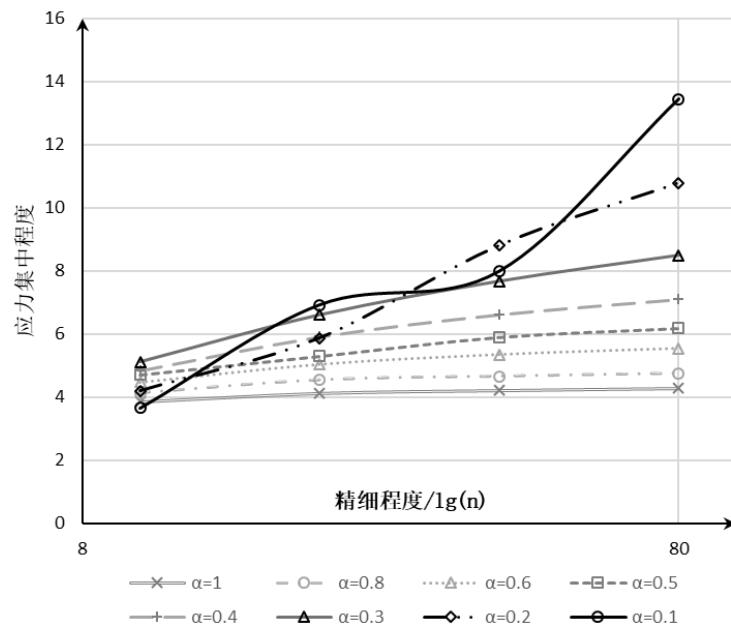
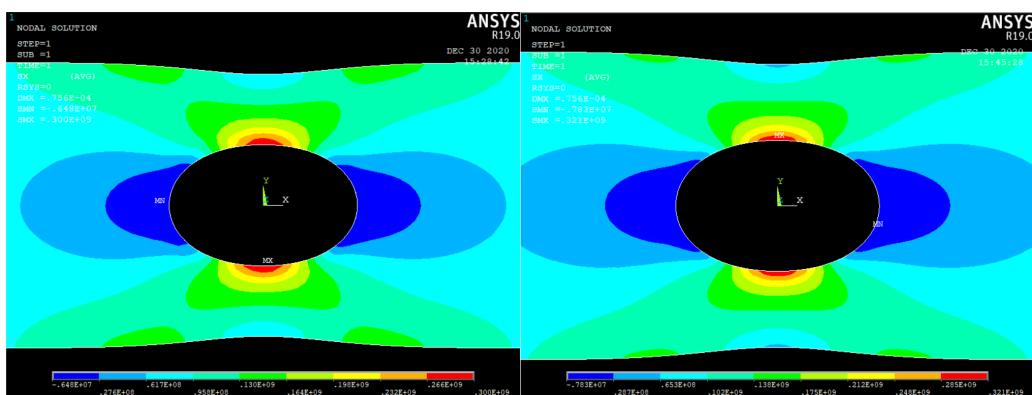


图 3.1

\*本节中定义网格精细程度  $n = \frac{d_1}{d}$ , 其中  $d$  为网格的边长,  $d_1$  为椭圆的长轴。

网格划分的越细小, 那么计算的越精确。当应力分布比较均匀时, 这种现象不是十分明显, 即如图 3.1 中的灰色线, 当孔洞为圆孔或者接近圆孔的椭圆孔时, 应力比较均匀, 不同的网格尺寸下计算得到的应力最大值, 应力最小值, 应力分布等特征差别并不大, 如图 3.2 (a) (b) (c) (d)。



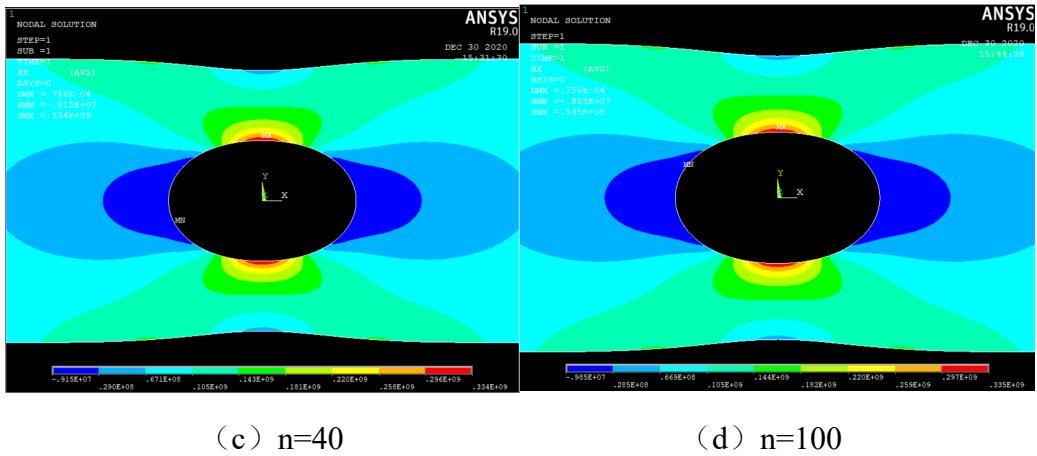
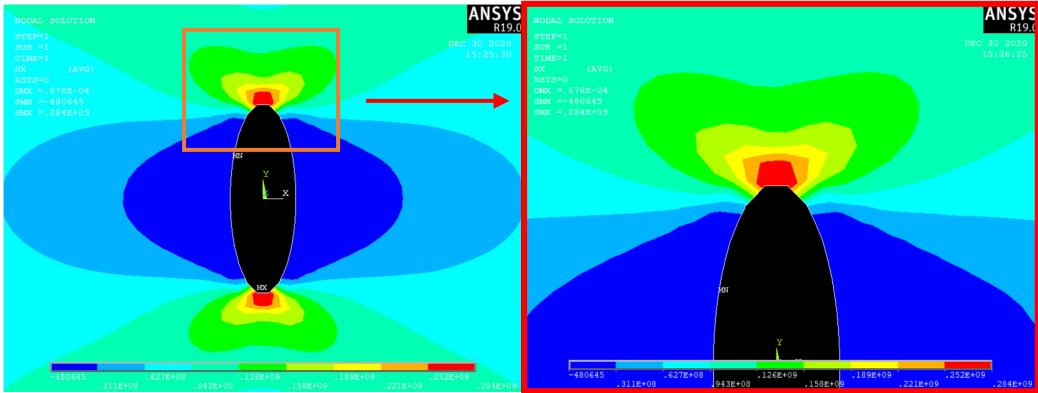


图 3.2 不同网格精细程度下受拉板的 x 轴（横）方向应力分布 ( $\alpha=1$ )

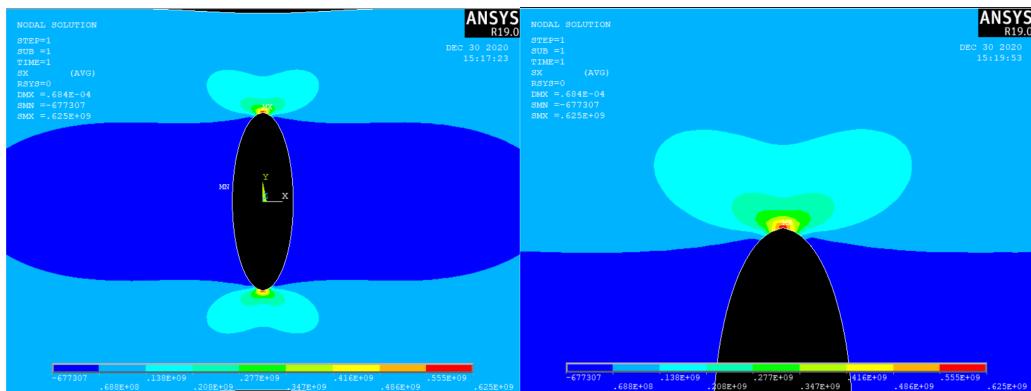
但是,如果存在不均匀的应力或者应力突变,那么这种现象的影响就很大了。例如某点处实际上有很大的集中应力,如果划分的网格较大,那么这一较高的集中应力值就无法被真是反映。即有限元软件建立的模型以一个较大的局部来统一刻画这一较小的集中点(实际不是点,是一小块面积)以及其周围的其他点,那么这一点的集中高应力就与周围的相对较低的应力一起被计算,他们的平均值显然是无法准确反映这一点的高应力值的,应力集中程度越大,网格越大,失真就越明显,如图 3.3 (a)。

进一步观察图 3.1, 如果以较低的精细程度来计算, 甚至出现了不能反映真实情况的可能, 实际上应力集中程度很大的细长椭圆开孔板可能因为过大的网格划分被计算得较低, 如:  $n=40$  时, 本该具有更高应力集中程度的  $\alpha=0.1$ 、 $0.2$  的开孔板的计算结果低于  $\alpha=0.3$  的开孔板。

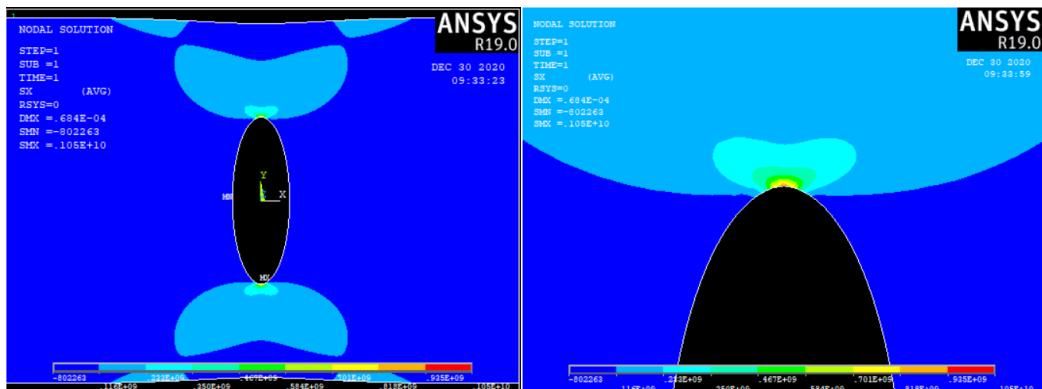
随着精细程度的增加，所有类型的开孔板的计算值都会慢慢趋向真实值，应力集中程度小的较快的接近真实值（图 3.1 灰色线），较大的最终也会慢慢趋于真实值（图 3.1  $\alpha=0.2$  的曲线最终斜率也变缓，但是由于计算受限， $\alpha=0.1$  在本报告的计算范围内没有展现出收敛迹象，但最终一定会趋于真实值。）



(a) 精细程度  $n=10$



(b) 精细程度  $n=40$



(c) 精细程度  $n=100$

图 3.3 不同网格精细程度下受拉板的 x 轴（横）方向应力分布 ( $\alpha=0.1$ )

但是很显然为了结果的精确也是有代价的，网格越精细花费的时间也越长。

网格大小 (mm × mm)	时间 (s)
$3 \times 3$	2
$1.5 \times 1.5$	10

$0.75 \times 0.75$	90
$0.45 \times 0.45$	810

表 3.1 不同网格大小计算所花费的时间

对此，一种解决方案是可以仿照参考文献【3】，【4】（刘慧泉等，2013；潘祖兴，2014）的做法仅仅在局部进行网格加密（如图 3.4），即在孔的周边，对于可能的应力集中区域划分精细的网格，其他均匀受力处划分大网格。另外，刘慧泉等（2013）以及潘祖兴（2014）对于不同的孔采用了不同的网格划分方法：矩形孔用矩形网格，圆形孔用扇形网格（如图 3.5），具体问题具体分析。

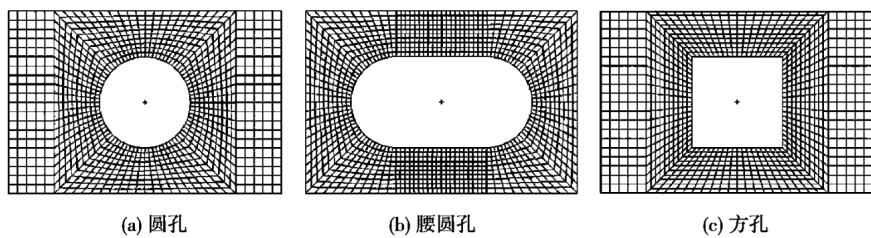


图 3.4 网格划分：局部加密（来自参考文献【3】）

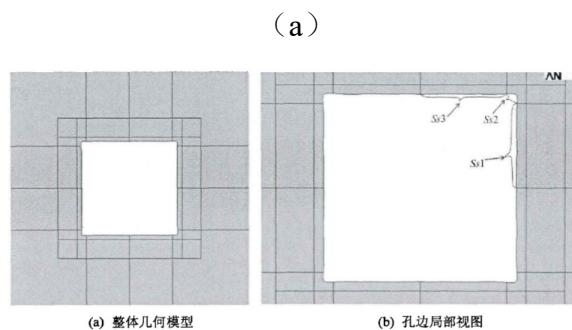
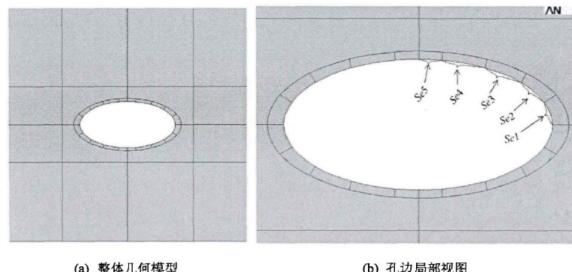


图 3.5 网格划分：不同形状的网格（来自参考文献【4】）

## 4 总结

通过以上控制变量分析，可以得出以下结论：

1. 开椭圆孔板的应力集中程度与椭圆的离心率  $e$  有关, 如果椭圆长轴与受力方向垂直, 则  $e$  越小, 应力集中程度越大。如果与受力方向平行, 则  $e$  越小, 应力集中程度越小。
2. 开圆孔板的应力集中程度与孔的直径与板宽度的比值密切相关, 孔的相对尺寸越大, 应力集中程度越大。
3. 开小孔径板的应力集中程度与板长的关系不是十分密切, 但如果孔径很大, 则板越短, 应力集中程度会明显上涨。
4. 开多孔板的与受力方向平行的应力集中程度与孔间距关系不大, 但是与受力方向垂直的应力集中程度与孔间距关系较为密切, 但间距很小时迅速上涨。
5. 网格划分越精细, 越能反映真实的应力集中程度, 有必要根据孔的大小和形状划分不同尺寸和形状的网格。

通过阅读其它文献发现, 本文的主要不足在于:

1. 网格划分应采用局部加密手段, 提高计算效率; 最好能够根据圆孔的特征在孔周边采用扇形网格, 在远离孔的地方采用矩形网格。
2. 只单独分析了个别参数的影响, 没有进行综合归纳整理, 同时分析样本不足。

## 参考文献

- [1] 张涛, 刘士光, 赵耀, 刘敬喜. 开孔有限板的孔边应力场分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2002(01):87-89.
- [2] 曲焱喆, 盖秉政. 多孔有限弹性平面问题的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008(03):358-361.
- [3] 刘慧泉, 张世联, 褚洪. 受轴向压力开孔板极限强度有限元分析研究[J]. 海洋工程, 2013, 31(01):38-42.
- [4] 潘祖兴. 开孔板结构应力及稳定性半解析分析方法研究[D]. 华中科技大学, 2014.