

模型参数对 3DEC 动态建模的影响

王卫华, 李夕兵, 胡盛斌

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 与其他数值软件一样, 用三维离散元程序(3DEC)模拟应力波在节理岩体中的传播和衰减时, 模型参数对模拟结果有很重要的影响。用 3DEC 对 2 个例子进行模拟分析: (1) 一维正弦波在无节理的有限长岩杆中的传播; (2) 一维正弦波在含一节理的有限长岩杆中的传播。探讨了单元网格尺寸、边界条件、节理刚度、节理本构模型和节理有无抗拉强度等对 3DEC 动态模拟结果的影响。研究表明: (1) 单元尺寸对计算精度和计算耗时有很大影响; (2) 粘性边界条件基本上可消除应力波在自由边界上的反射; (3) 节理法向刚度和节理有无抗拉强度对应力波的传播有重要影响, 透射系数随法向刚度的增大而增大, 而反射系数则因压缩波和拉伸波而不同; 压缩波的反射系数随法向刚度的增大而减小, 当节理无抗拉强度时, 拉伸波的反射系数与法向刚度无关; (4) 连续屈服模型对透(反)射系数的影响与无抗拉强度的常刚度模型相似。

关键词: 岩石力学; 三维离散元程序(3DEC); 动态建模; 节理法向刚度; 节理本构模型

中图分类号: TU 452; TD 313

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)增 1 - 4790 - 08

EFFECT OF MODEL PARAMETERS ON 3DEC DYNAMIC MODELING

WANG Wei-hua, LI Xi-bing, HU Sheng-bin

(School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Model parameters have the important effects on three-dimensional distinct element code(3DEC) modeling of the stress wave propagation and attenuation in jointed rock masses as well as other codes. Two cases are simulated as follows: (1) one case shows one-dimensional sine wave propagation along a finite-length rock bar without joint; and (2) the other case shows one-dimensional sine wave propagation along a finite-length rock bar with a single joint. Three-dimensional numerical experiments are conducted to investigate the effects of element mesh sizes, boundary conditions, joint constitutive models, joint normal stiffness and tension capacity on modeling of wave propagation and attenuation in jointed rock masses by 3DEC. The results are obtained as follows: (1) the element mesh sizes have the important effects on the computing accuracy and time consumption; (2) the viscous boundary condition can eliminate the reflection of stress wave on the free boundary; (3) joint normal stiffness and tension capacity influence the wave propagation, and the transmission coefficient increases with the increasing normal stiffness, while reflection coefficient is dependent on the type of wave. Therefore, the reflection coefficient decreases with the increasing normal stiffness for compression wave; reflection coefficient is independent of normal stiffness for tension wave propagation on the joint without tension capacity; and (4) the continuous yielding model has the similar effect on the coefficients of the transmission and reflection with the constant stiffness model without tension capacity.

收稿日期: 2005 - 05 - 11; **修回日期:** 2005 - 05 - 24

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(50490274)

作者简介: 王卫华(1976 -), 男, 1999 年毕业于中南工学院工业与民用建筑专业, 现为博士研究生, 主要从事岩体动力学方面的研究工作。E-mail: csuwwh@126.com.

Key words: rock mechanics; three-dimensional distinct element code(3DEC); dynamic modeling; joint normal stiffness; joint constitutive model

1 引言

由于受诸多因素如网格尺寸、本构模型和输入参数的影响,数值模拟结果往往与实际工程有较大出入。为了更好地利用数值模拟这个强大的工具,许多学者从不同方面对影响不同数值方法模拟结果的因素展开了大量研究。文[1]对用 UDEC 模拟应力波在节理岩体中的传播时,入射边界条件对模拟结果的影响进行了探讨。文[2, 3]研究了动态建模中单元网格划分、材料本构模型和材料参数等对模拟结果的影响。文[4]用 UDEC 对位于节理岩体中的地下大洞室的变形进行模拟,讨论不同节理模型及模型参数对模拟结果的影响。文[5]对用 DYNA^{2D} 模拟爆破波时,其参数的影响进行了研究,并与实验结果进行了比较。

3DEC(three-dimensional distinct element code)是 Cundall 和他的同事共同开发的^[6-7],以基于不连续性假设的离散单元法为基础的三维离散元应用软件。将被不连续面所切割的岩体视为复杂块体的集合体,将不连续面看作是块体的边界条件,允许不连续面闭合、张开和滑移而不一定要满足位移连续和变形协调条件。基于上述特点,3DEC 已经被用来模拟节理岩体的动静态响应问题^[8-10]。

在用 3DEC 来模拟应力波在节理岩体中的传播和衰减问题时,其模拟结果也将受很多因素的影响,如单元网格的划分,边界条件的设置和材料模型的选取及模型参数的设置等。那么,在 3DEC 动态建模中,模型参数到底如何影响其动态模拟结果呢?为此,设计了两个例子:一个是关于一维正弦波在无节理的有限长岩杆中的传播问题;另一个是关于一维正弦波在含一节理的有限长岩杆中的传播问题。本文用 3DEC 进行数值模拟,探讨了单元网格尺寸、边界条件、节理刚度、节理本构模型和节理有无抗拉强度等对 3DEC 动态建模的影响规律,为 3DEC 动态建模提供借鉴参考。

2 一维正弦波在无节理的有限长岩杆中的传播

2.1 离散元计算模型

首先用 3DEC 模拟一维正弦波在无节理有限长岩杆中的传播,主要考虑单元尺寸大小,边界条件的影响。离散元计算模型采用如图 1 所示的岩石柱体,其在 y 方向的长度为 300 m,在 x 方向的宽度为 10 m,在 z 方向的高度为 10 m。岩体材料动态力学参数如表 1 所示。一个幅值为 1 MPa,频率为 50 Hz,波长为 116.6 m 的正弦波垂直施加在左边界处(y = -150 m),沿着 y 方向从左至右传播,左边界(y = -150 m)和右边界(y = 150 m)均设为无反射边界,前后边界(x = 0 m 和 x = 10 m)和上下边界(z = 0 m 和 z = 10 m)分别约束了其在 x 和 z 方向的位移,以保证其为一维正弦波的传播。在 y = -140 m 和 y = 140 m 处布置了 A 和 B 两个测点,用来记录该点应力历史。另外,在本研究中均不考虑岩石介质内部阻尼(以下不再特别说明),因而一维弹性波在岩杆中的传播将不会产生衰减。

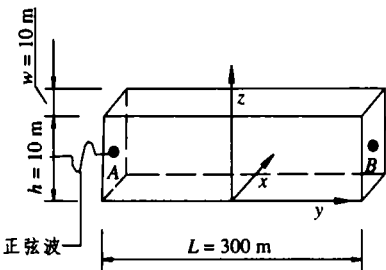


图 1 离散元计算模型 1
Fig.1 Discrete element model 1 for calculation

表 1 岩石材料力学性质
Table 1 Mechanical properties of intact rock

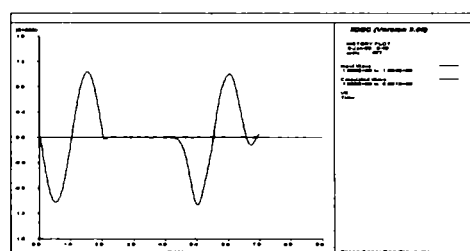
密度 ρ /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	体积模量 K/GPa	剪切模量 G/GPa	纵波波速 C_p /($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	横波波速 C_s /($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
2 650	44	39	5 830	3 840

2.2 单元尺寸大小的选择

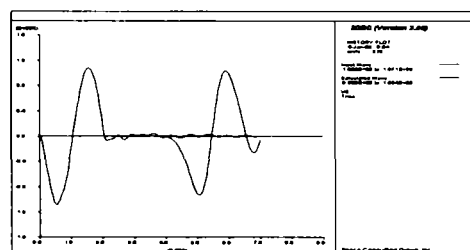
当采用基于连续介质或非连续介质的计算程序来模拟波的传播问题,单元网格尺寸大小对数值计算结果的精度和计算耗时有很大的影响。从理论上来说,网格单元尺寸越小,计算结果越精确,但是,此时所需的计算机时越多。当网格单元尺寸很大时,可能得不到满足精度要求的计算结果。因此,计算精度和计算耗时是单元尺寸大小的函数。在有限元

模拟中, 文[11]认为, 为了能精确表示波的传播, 单元尺寸必须小于输入波中最小波长的 $1/8 \sim 1/10$ 。那么, 在 3DEC 数值模拟中如何选取既能保证计算精度又能使计算耗时尽可能少的单元尺寸, 就显得非常重要。

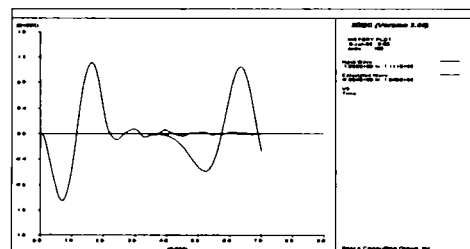
图 2 给出了当节理单元尺寸边长取不同值时, B 点记录的应力历史, 为了便于比较, A 点记录的应力历史也画在同一图中(由于篇幅限制, 图 2 中只给出了单元尺寸边长为 5, 10 和 20 时的计算结果)。根据弹性应力波理论可知^[12], 一维正弦波在无阻尼的弹性介质中传播时, 应力波形和幅值均不会改变。当单元尺寸边长为 20 时, 从图 2(c)可以看出, 输入波产生明显的弥散, 波幅值减少约 40%; 当单元尺寸边长为 10 时, 从图 2(b)可以看出, 正波幅值基本上没改变, 但是, 负波幅值变小, 这是由于应力波在岩杆中传播时产生了弥散所导致的; 当单元尺寸边长为 5 时, 从图 2(a)可以看出, 应力波波形和幅值均未改变, 表明此时没有明显弥散。



(a) 单元尺寸边长为 5



(b) 单元尺寸边长为 10



(c) 单元尺寸边长为 20

图 2 单元尺寸边长为 5, 10 和 20 时, 测点 A, B 记录的应力波形

Fig.2 Waveforms recorded at points of A and B when element size is set to 5, 10 and 20, respectively

对上述模拟结果进行整理, 作出了计算精度和计算耗时与单元尺寸与波长的比值之间的关系曲线, 如图 3, 4 所示。其中, 时间因子是将不同单元尺寸下的实际计算耗时除以单元尺寸为 50 时的计算耗时而求得的。由图 3 可以看出, 正幅值比负幅值更快地收敛到正确解; 同时, 从图 4 可以看出, 当单元尺寸为 3.5 时, 所需的计算机时约为单元尺寸为 50 时的 80 倍。从图中可知, 当单元尺寸为 5 时, 即单元尺寸与波长之比约为 $1/24$ 时, 比文[11]建议的单元尺寸要小些, 此时计算精度较高, 计算耗时也可接受, 因此, 在以下的模拟计算中, 单元尺寸的大小均设为 5。

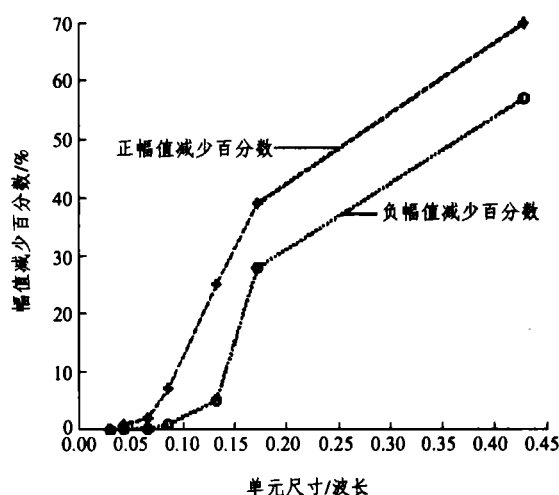


图 3 单元尺寸与波长之比与幅值减少百分数的关系曲线

Fig.3 Relationship curves of element size ratio to wavelength and peak reduction

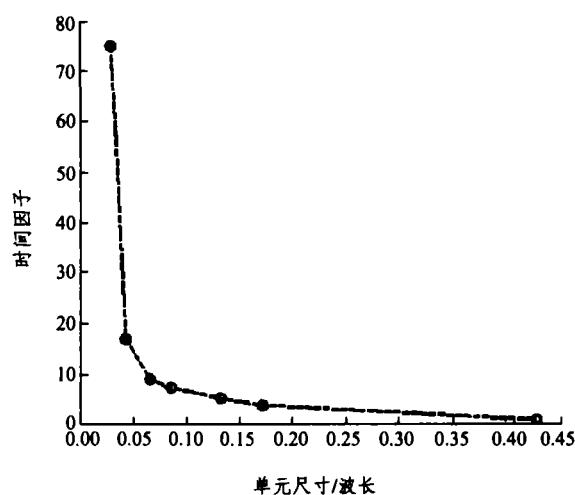


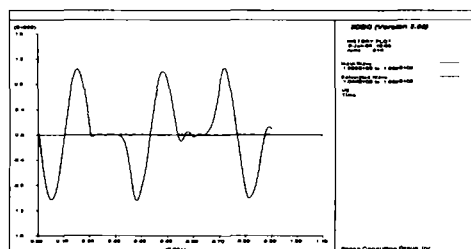
图 4 单元尺寸与波长之比与时间因子的关系曲线

Fig.4 Relationship curve of element size ratio to wavelength and factor time

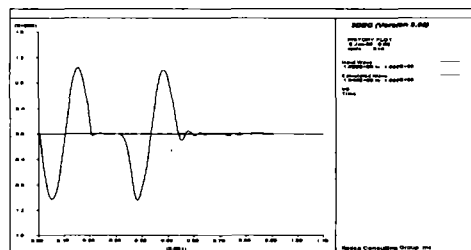
2.3 边界条件

在3DEC中,瞬时载荷是以应力脉冲、速度脉冲或位移脉冲的形式施加的。选择不同的脉冲类型将会影响到模型边界条件的设置。如果用速度脉冲或位移脉冲加载,那么3DEC中将不允许将模型边界条件设为无反射边界^[13]。下面将采用应力脉冲的形式施加瞬时动载荷,并采用无反射粘性边界条件。

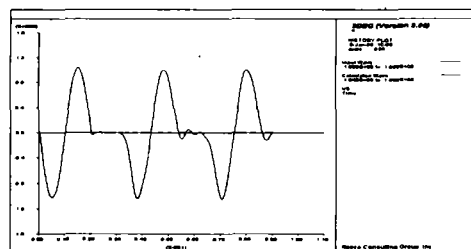
图5给出了施加不同边界条件时测点A、B记录的应力波波形。根据一维应力波理论^[13],压缩波在自由边界反射后变为拉伸波,拉伸波在自由边界反射后变为压缩波,而在固定端反射后,波的类型不变,压缩波仍为压缩波,拉伸波仍为拉伸波。由图5(a)、(c)可看出,3DEC模拟结果与理论分析完全一致。因此,3DEC可以完全模拟自由边界和固定边界条件。由图5(b)也可以看出,采用无反射边界条件后,基本上消除了应力波在自由边界和固定边界处反射的影响。在以下的计算中,均采用无反射粘性边界条件。



(a) 自由边界



(b) 无反射边界



(c) 固定边界

图5 不同边界条件下的模拟结果

Fig.5 Simulating results with different boundary conditions

3 一维正弦波在含一节理的有限长岩杆中的传播

3.1 离散元计算模型

下面将用3DEC模拟一维垂直入射正弦波在单一节理处的传播,研究不同节理本构模型、节理法向刚度和节理有无抗拉强度对模拟结果的影响。所采用的离散元计算模型如图6所示,在图1的基础上($y=0$ 的 xz 平面上)引入了一条节理。节理刚度在 $1\sim 10$ GPa/m中变化。在左边界($y=-150$ m)处施加正弦波,其幅值为1 MPa,频率为50 Hz,波长为116.6 m。在节理前后各布置一个测点(分别为测点A、B),分别用来记录在该点的应力历史。其中A点布置在 $y=-140$ m截面上,距节理140 m,从而可以避免入射波和反射波迭加。由测点A得到入射波和反射波,可以计算波在节理处的反射系数。而测点B布置在 $y=10$ m的截面上,紧挨节理,用来记录透射波。由测点B记录的透射波可计算波在节理处的透射系数。岩体力学参数仍采用表1的值。

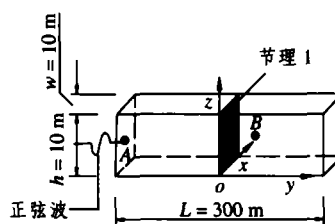


图6 离散元数值计算模型2

Fig.6 Discrete element model 2 for calculation

3.2 常法向刚度模型

在3DEC中,有两个不同的节理本构模型:一个是常刚度模型,另一个是连续屈服模型。本节讨论常法向刚度的情形,在常法向刚度模型中,节理的法向应力与法向位移之间呈线性关系。下面,将对常法向刚度模型中的2个关键因素——相对节理法向刚度和节理有无抗拉强度对模拟结果的影响进行研究。

3.2.1 法向节理刚度

根据文[14],参考刚度 k_p 可表示为

$$k_p = \sigma_p / \delta_p = Z \dot{\delta}_p / \delta_p \quad (1)$$

式中: σ_p 为应力脉冲峰值, δ_p 为脉冲内在位移的峰值, Z 为介质波阻抗。

对于正弦波,可由式(1)得

$$k_p = Z\omega \quad (2)$$

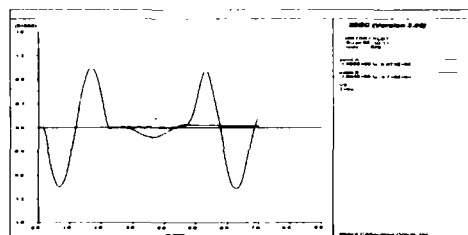
式中: ω 为正弦波的角频率,且 $\omega = 2\pi f$ 。

令刚度系数 α 为

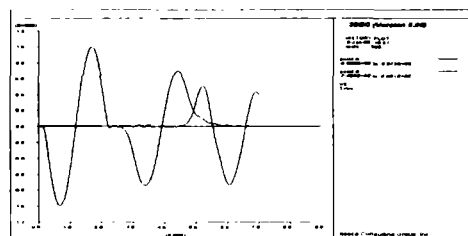
$$\alpha = k/k_p \quad (3)$$

在此模拟过程中,法向刚度 k 取不同的值,从而可以得到刚度系数 α 与透射系数 T 和反射系数 R 之间的关系。

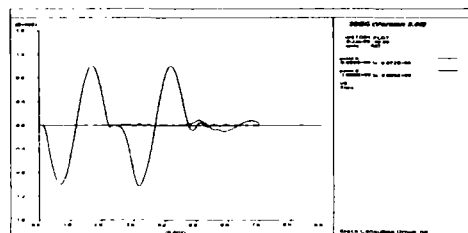
图 7(a)~(c)给出了 $\alpha = 0.05, 0.50, 5.00$ 时,测点 A 和 B 记录的应力波波形。当刚度系数 α 很小时,如 $\alpha = 0.05$ 时,透射波很小,反射波幅值大小几乎与入射波相等,但波形恰好相反,相当于应力波在自由面的反射。当刚度系数 α 很大时,如 $\alpha = 5.00$ 时,可得出相反的趋势,反射波很小,透射波幅值大小几乎与入射波相等,就像节理不存在似的。当 $\alpha = 0.50$ 时,反射波幅值和透射波幅值大致相等,其波形未有明显变化。



(a) $\alpha = 0.05$



(b) $\alpha = 0.50$



(c) $\alpha = 5.00$

图 7 刚度系数为 0.05, 0.50 和 5.00 时, 测点 A, B 记录的应力波形

Fig.7 Waveforms recorded at point of A and B when stiffness factor is set to 0.05, 0.50, 5.00, respectively

根据位移不连续理论,文[15]给出了垂直入射一维正弦波在单一线性变形节理处的透、反射系数的理论解。压缩波反射系数的表达式为

$$R_1 = \frac{i}{-i + 2\left(\frac{k}{Z\omega}\right)} \quad \left. \vphantom{R_1} \right\} \quad (4)$$

$$|R_1| = \left[\frac{1}{4\left(\frac{k}{Z\omega}\right)^2 + 1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

其透射系数为

$$T_1 = \frac{2\left(\frac{k}{Z\omega}\right)}{-i + 2\left(\frac{k}{Z\omega}\right)} \quad \left. \vphantom{T_1} \right\} \quad (5)$$

$$|T_1| = \left[\frac{4\left(\frac{k}{Z\omega}\right)^2}{4\left(\frac{k}{Z\omega}\right)^2 + 1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

由式(4), (5)可见,透射系数 T 和反射系数 R 与输入波的角频率有关。对于单频的正弦波,其不会产生扭曲变形。当入射波含有多种频率成分时,不同频率的波在节理处将有不同的反射和透射系数,这将导致波的弥散。

对上述模拟结果进行整理,作出了刚度系数 α 和透射系数 T 和反射系数 R 的关系曲线,如图(8)所示。且有

$$R = \sigma_{\text{reflected}} / \sigma_{\text{input}} \quad (6)$$

$$T = \sigma_{\text{transmitted}} / \sigma_{\text{input}} \quad (7)$$

式中: σ_{input} , $\sigma_{\text{reflected}}$ 和 $\sigma_{\text{transmitted}}$ 分别为入射波、反射波和透射波的幅值。

从图 8 可以看出,刚度系数对透、反射系数有显著影响。透射系数随刚度系数的增大而增大,反射系数随刚度系数的增大而减小。

3.2.2 节理有无抗拉强度

以上计算是假设节理可以承受拉力的情形下得到的。实际上,节理往往是不能承受拉力的,即节理是无抗拉强度的,为此,有必要研究节理有无抗拉强度的影响。在无抗拉强度常法向刚度模型中,当节理受压缩时,节理的法向应力与法向位移之间仍呈线性关系;但当其受拉应力作用时,其刚度为 0。

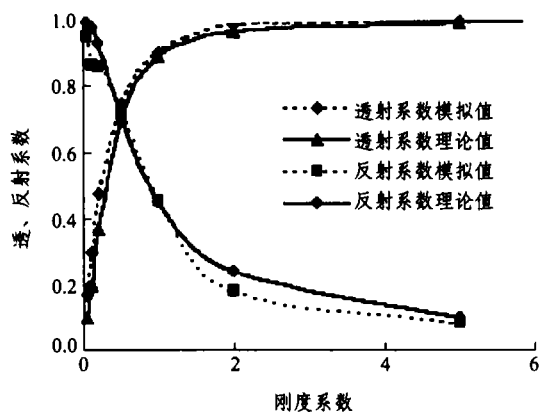


图8 透、反射系数的理论值与模拟值

Fig.8 Theoretical and simulating results of reflection and transmission coefficients

图9给出了 $\alpha=0.05, 0.50, 5.00$ 时,入射波、反射波和透射波波形。图10给出了刚度系数 α 和透射系数 T 和反射系数 R 的关系曲线。由于节理无抗拉强度,正弦波后半部的拉伸波全部被反射,相当于在自由面的反射,而没有透过节理。而正弦波前

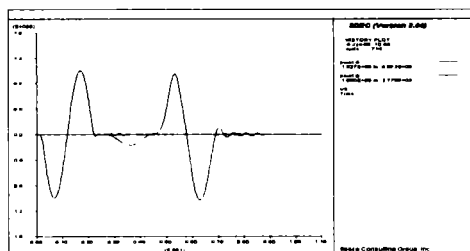
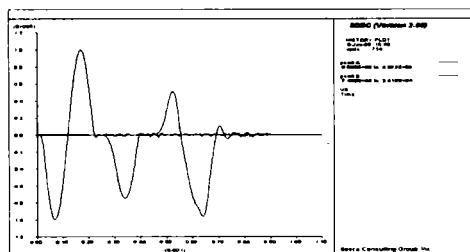
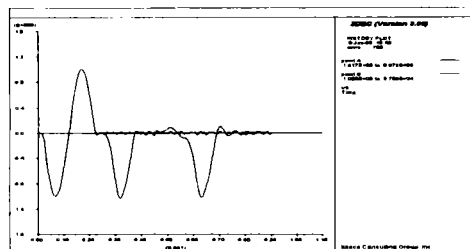
(a) $\alpha = 0.05$ (b) $\alpha = 0.50$ (c) $\alpha = 5.00$ 图9 α 为0.05, 0.50和5.00时,测点A, B记录的应力波波形

Fig.9 Waveforms recorded at points of A and B when stiffness factor is set to 0.05, 0.50, 5.00, respectively

半部压缩波在节理处会发生反射和透射,与节理有抗拉强度时的情形相同。

从图10中也可以看出,透射系数 T 随刚度系数 α 的增大而增大,而反射系数 R 则因压缩波和拉伸波而不同,对压缩波,反射系数与有抗拉能力的节理相同,随刚度系数 α 的增大而减小;对拉伸波,当节理无抗拉强度时,其反射系数与刚度系数无关。

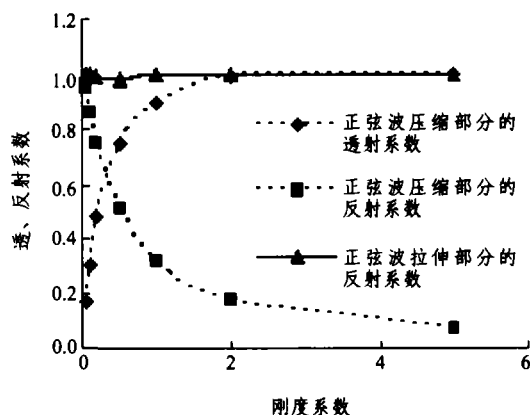


图10 刚度系数与透、反射系数的关系曲线

Fig.10 Relationship curves of reflection and transmission coefficients

3.3 连续屈服模型^[16]

本节将讨论连续屈服模型的情况。在连续屈服模型中,假设法向应力 σ 与法向刚度 k 之间满足式(8)所描述的非线性关系,即

$$k = a_n \sigma^{e_n} \quad (8)$$

式中: a_n , e_n 为与节理性质有关的常数。

节理存在一个最小法向刚度 k_{\min} 和最大法向刚度 k_{\max} 。假设法向应力等于原位地应力 σ_i 时,节理法向刚度 k 等于 k_{\min} ;当法向应力等于岩石的抗压强度 σ_c 时,节理法向刚度 k 等于 k_{\max} ;当法向应力取值位于其间时,节理法向刚度可由式(8)求得。

根据法向刚度的定义有

$$k = d\sigma/d\delta \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)并积分就可得到法向应力与法向位移之间的关系,即

$$\delta = \frac{\sigma^{1-e_n}}{a_n(1-e_n)} \quad (10)$$

由式(10)可知,节理法向应力与法向位移之间也呈非线性关系。

分别定义节理张开度 δ_j 和系数 β 为

$$\delta_j = \delta(\sigma_c) - \delta(\sigma_t) \quad (11)$$

$$\beta = \delta_p / \delta_j \quad (12)$$

图 11 给出了 $\beta = 0.05, 0.50, 5.00$ 时, 测点 A, B 记录的应力波波形。从图中可以看出, 当系数 $\beta = 0.05$ 时, 几乎没有透射波。当系数 $\beta = 5.00$ 时, 透射波幅值几乎等于入射波幅值。另外, 在连续屈服模型中, 通常假设节理无抗拉强度, 所以正弦波后半部的拉伸波全部被反射, 而没有透过节理。而正弦波前半部压缩波在节理处会发生反射和透射, 与节理有抗拉强度的情形相同。

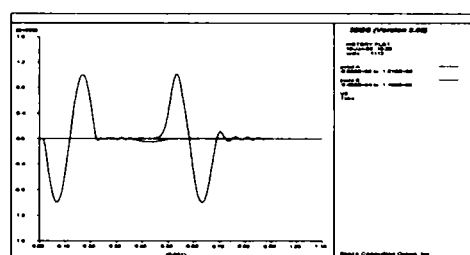
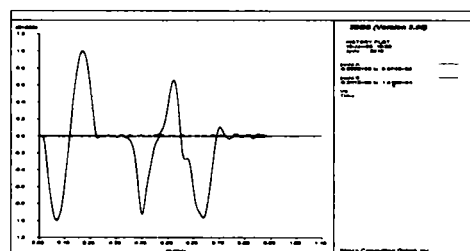
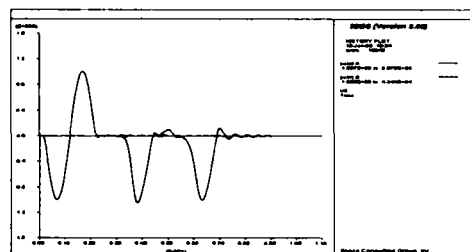
(a) $\beta = 0.05$ (b) $\beta = 0.50$ (c) $\beta = 5.00$

图 11 β 为 0.05, 0.50 和 5.00 时, 测点 A, B 记录的应力波波形

Fig.11 Waveforms recorded at points of A and B when factor β is set to 0.05, 0.50, 5.00, respectively

对该模拟结果进行整理, 画出了系数 β 和透射系数 T 和反射系数 R 的关系曲线, 如图 12 所示。从图中可以看出, 透、反射系数与系数 β 的变化趋势与无抗拉强度的常刚度模型相同。透射系数 T 随系数 β 的增大而增大, 而反射系数 R 则因压缩波和

拉伸波而不同, 对压缩波, 反射系数 R 与有抗拉能力的节理相同, 随系数 β 的增大而减小; 对拉伸波, 反射系数 R 与节理无抗拉强度时的情况相同, 而与节理刚度无关。

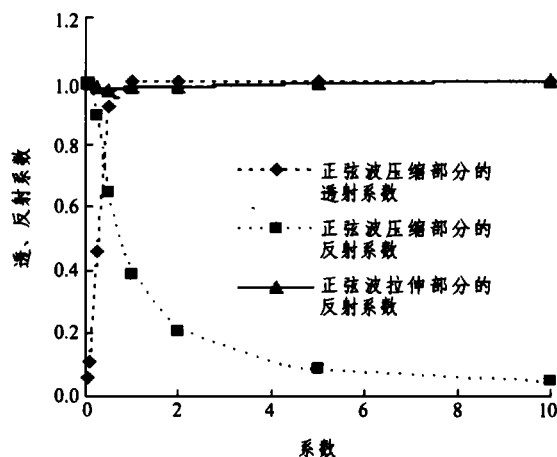


图 12 系数 β 与透、反射系数的关系曲线

Fig.12 Relationship curve of reflection and transmission coefficients with factor β

4 结 论

通过用 3DEC 对一维正弦波在无节理的有限长岩杆中的传播和一维正弦波在含一节理的有限长岩杆中传播的模拟分析, 探讨模型参数对 3DEC 动态建模结果的影响, 得到如下的几点认识:

(1) 单元尺寸大小对 3DEC 的模拟结果的精度和计算耗时有非常重要的影响。合适的单元尺寸既要保证计算结果的精度又要使计算耗时尽可能的少。

(2) 采用粘性边界条件基本上可以消除应力波在自由边界和固定边界处反射的影响。

(3) 刚度系数 α 和系数 β 对透、反射系数均有很大影响。透射系数 T 随刚度系数 α 或系数 β 的增大而增大, 而反射系数 R 随刚度系数 α 或系数 β 的增大而减小。

(4) 节理有无抗拉强度对压缩波的透、反射几乎没有影响, 但对拉伸波的透、反射则有很大影响。当节理有抗拉强度时, 拉伸波在节理处传播时会产生反射波和透射波; 当节理无抗拉强度时, 则几乎只有反射波而无透射波。

(5) 当节理本构模型为连续屈服模型时, 透射系数随系数 β 的增大而增大, 而反射系数则因压缩波和拉伸波而不同, 对压缩波, 其反射系数随系数 β 增大而减小; 对拉伸波, 其反射系数与节理无抗

拉强度时的情况相同, 与节理刚度无关。

参考文献(References):

- [1] Fan S C, Jiao Y Y, Zhao J. On modeling of incident boundary for wave propagation in jointed rock masses using discrete element method[J]. Computers and Geotechnics, 2004, 31(1): 57 - 66.
- [2] Zukas J A, Scheffler D R. Practical aspects of numerical simulations of dynamic events: effects of meshing[J]. Impact Engineering, 2000, 24(9): 925 - 945.
- [3] Scheffler D R, Zukas J A. Practical aspects of numerical simulations of dynamic events: material interfaces[J]. Impact Engineering, 2000, 24(8): 821 - 842.
- [4] Rajinder B, Kaare H. Parametric study for a large cavern in jointed rock using a distinct element model (UDEC-BB)[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 1998, 35(1): 17 - 29.
- [5] Chapman T C, Rose T A, Smith P D. Blast wave simulation using AUTODYN2D: a parametric study[J]. International Journal of Impact Engineering, 1995, 16(5/6): 777 - 787.
- [6] Cundall P A. Formulation of a three-dimensional distinct element model—part I: a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstract, 1988, 25(3): 107 - 116.
- [7] Hart R, Cundall P A, Lemos J. Formulation of a three-dimensional distinct element model—part II: mechanical calculation formation and interaction of a system composed of many polyhedral blocks [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstract, 1988, 25(3): 117 - 125.
- [8] Cundall P A. A computer model for simulating progressive large-scale movements in blocky rock systems[A]. In: Proceedings of the International Symposium Rock Fracture[C]. Nancy: ISRM, 1971.
- [9] Kulatilake P H S W, Wang S, Stephansson O. Effect of finite size joints on the deformability of jointed rock in three dimensions[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1993, 30(5): 479 - 501.
- [10] 李世海, 高波, 燕琳. 三峡永久船闸高边坡开挖三维离散元数值模拟[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 272 - 277.(Li Shihai, Gao Bo, Yan Lin. 3D simulation of the excavation of high steep slope of Three Gorges permanent lock by distinct element method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(3): 272 - 277.(in Chinese))
- [11] Kuhlmeier R L, Lysmer J. Finite element method accuracy for wave propagation problems[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1973, 99: 421 - 427.
- [12] 王礼立. 应力波基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.(Wang Lili. Fundamental of Stress Wave[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1985.(in Chinese))
- [13] Itasca Consulting Group, Inc.. Three-dimensional Distinct Element Code: Optional Features[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc., 2003.
- [14] Vangelsten B V, Madhus C. Modelling of Joint Properties for shock propagation analysis[A]. In: Proceedings of the Joint Singapore-Norway Technical Workshop on Ground Shock[C]. Singapore: [s. n.], 1999.
- [15] Pyrak-Nolte L J. The seismic response of fractures and the interrelations among fractures[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstract, 1996, 33(8): 787 - 802.
- [16] Itasca. Three-dimensional Distinct Element Code: Theory and Background[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Int., 2003.