

Capitolul 4

Bobine electrice. Circuite magnetice

4.3. Circuite magnetice

a) Concepte de bază și relații generale

În practică, pentru realizarea unor valori ridicate ale inducției și fluxului magnetic elementele de generare a câmpului magnetic (bobinele parcuse de curenți și magneții permanenți) sunt asociate unor piese realizate din materiale cu proprietăți magnetice superioare.

Se numește *circuit magnetic* o înlățuire continuă de piese, eșantioane, cu proprietăți magnetice, incluzând și elementele de producere a câmpului magnetic. Circuitele pot prezenta și întreruperi de continuitate foarte înguste, între care există aer sau alte materiale nemagnetice, interstiții care se numesc *întrefieruri*.

Calculul circuitelor magnetice se face în regim *staționar* sau *cvasistaționar* al câmpului magnetic și se bazează pe câteva ipoteze simplificatoare și relații generale.

Ipoteze simplificatoare:

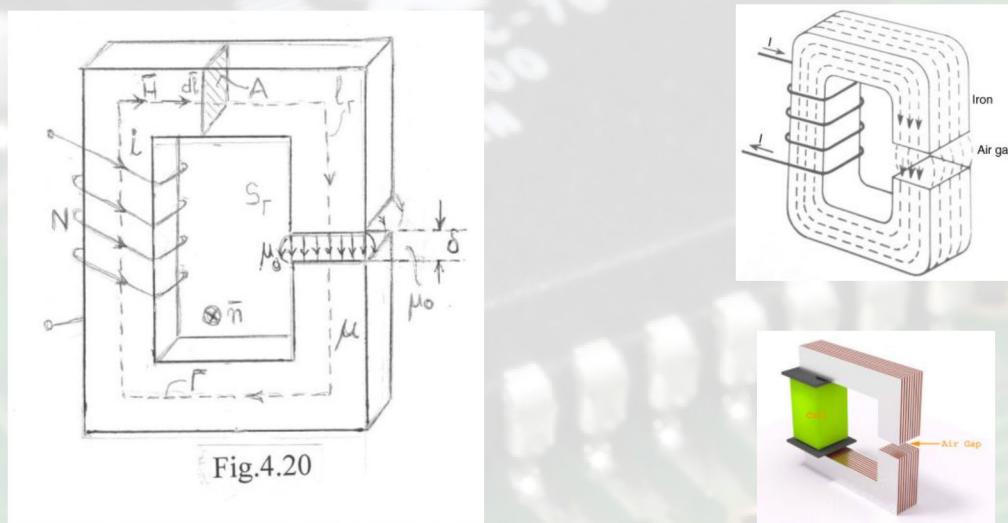
- Se negligează dispersia magnetică – închiderea liniilor de flux magnetic nu se realizează în afara circuitului magnetic;
- În orice secțiune transversală a circuitului magnetic fluxul magnetic se consideră a fi uniform distribuit;
- Lungimea circuitului magnetic se consideră ca fiind linia mediană a structurii geometrice.

Obs.:

În cazul circuitelor magnetice toate fluxurile magnetice se vor considera a fi fluxuri fasciculare φ_f , adică cele produse de o singură spiră a bobinei.

Exemplu

În Fig. 4.20 este reprezentat un circuit magnetic cu întrefier de lungime δ alimentat de o bobină prin care trece un curent de intensitate i . Se notează cu l lungimea medie a circuitului magnetic Γ , cu A secțiunea, și cu μ permeabilitatea magnetică a materialului.



Pentru determinarea fluxului magnetic se aplică teorema lui Ampère conturului Γ :

$$u_{mm_\Gamma} = i_{S_\Gamma}$$

sau, dezvoltând,

$$\oint_{\Gamma} \overline{H} \, dl = \Theta_{S_\Gamma},$$

în care $\Theta_{S_\Gamma} = Ni$ este solenația bobinei, iar N numărul de spire al bobinei.

Membrul întâi se dezvoltă astfel:

$$\oint_{\Gamma} \overline{H} \, dl = \int_{Fe} H_{Fe} dl + \int_{\delta} H_{\delta} dl,$$

în care $\overline{B}_{Fe} = \mu \overline{H}_{Fe}$, $B_{Fe} = \frac{\Phi_f}{A}$ și $\overline{B}_{\delta} = \mu_0 \overline{H}_{\delta}$, $B_{\delta} = \frac{\Phi_f}{kA}$, $k > 1$.

Cu aceste înlocuiri, teorema Ampere aplicată circuitului magnetic devine:

$$\int_{Fe} \frac{\Phi_f}{\mu A} dl + \int_{\delta} \frac{\Phi_f}{\mu_0 k A} dl = \frac{\Phi_f}{A} \left(\frac{l}{\mu} + \frac{\delta}{k \mu_0} \right) = \Theta.$$

De aici rezultă fluxul magnetic $\varphi_f = \frac{\Theta}{\frac{1}{A} \left(\frac{l}{\mu} + \frac{\delta}{k \mu_0} \right)}$.

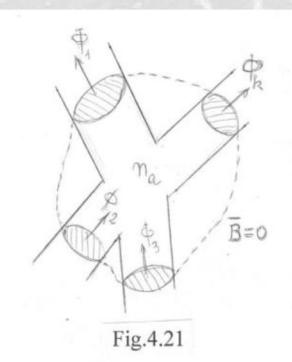
Acesta este cu atât mai mare, cu cât întrefierul δ este mai mic.

Prin rezolvarea unui circuit magnetic se înțelege determinarea inducției magnetice și a intensității câmpului magnetic în diversele părți componente ale circuitului magnetic care are o configurație geometrică, structură de material și excitație cunoscute. Structura unui circuit magnetic este descrisă de o terminologie împrumutată din teoria circuitelor electrice (noduri, laturi, bucle, ochiuri), iar analiza lor se bazează pe **teoremele lui Kirchhoff pentru circuitele magnetice**.

b) Teoremele Kirchhoff pentru circuite magnetice

Prima teoremă Kirchhoff pentru circuitele magnetice

Enunțarea acestei teoreme se face considerând spre exemplu un nod n_a de circuit, ca cel din Fig. 4.21 în care S_k este intersecția laturii k ($k \in n_a$) de către suprafața închisă Σ care include nodul.



Menționăm că suprafața S inclusă în suprafața Σ , nu este intersectată de nicio latură a nodului n_a și, ca urmare, $B = 0$ prin aceasta. Nenule sunt doar fluxurile prin secțiunile S_k .

Aplicând legea fluxului magnetic $\Phi_{\Sigma} = 0$ în care $\Phi_{\Sigma} = \sum_{k \in n_a} \Phi_k$ rezultă:

$$\sum_{k \in n_a} \Phi_k = 0 \quad \text{teorema I Kirchhoff.}$$

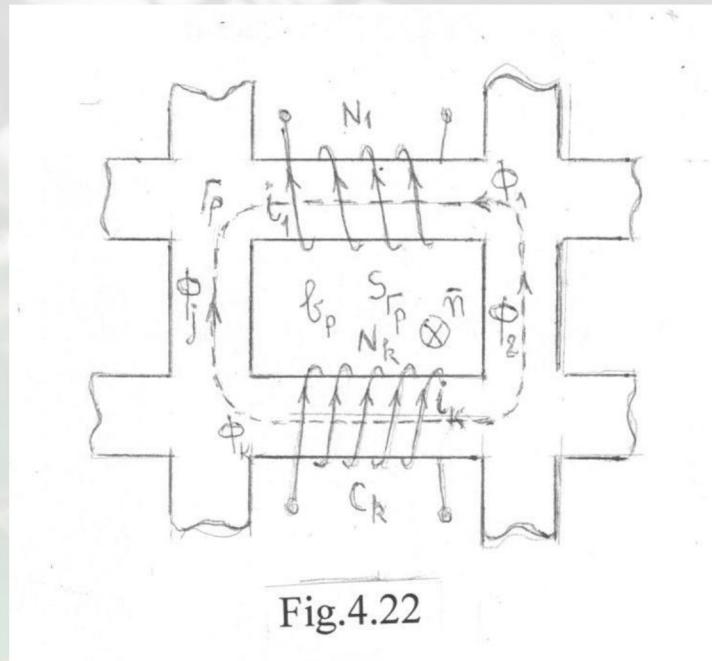
„*Suma algebrică a fluxurilor magnetice ale laturilor incidente într-un nod de rețea magnetică este zero*”.

Obs.: Teorema Kirchhoff I este validă și în cazul fluxurilor magnetice fasciculare.

A doua teoremă Kirchhoff pentru circuite magnetice

Se consideră buclele circuitelor magnetice, unde se aplică teorema Ampère în lungul unei curbei închise Γ_p , care cuprinde toate laturile C_k ale unei bucle de ordinul p (Fig. 4.22)

$$\Gamma_p \cup C_k ; \quad u_{mm_{b_p}} = \Theta_{S_{b_p}} .$$



Considerăm $u_{mm_{b_p}} = \sum_{k \in b_p} u_{mk}$ și $\Theta_{S_{b_p}} = \sum_{k \in b_p} \Theta_k = \sum_{k \in b_p} N_k i_k$

și în care u_{mk} este tensiunea magnetică în lungul laturii k , iar Θ_k este solenația bobinei k a laturii.

Cu aceste notări rezultă, teorema a II- a lui Kirchhoff:

$$\sum_{k \in b_p} u_{mk} = \sum_{k \in b_p} \Theta_k ; \quad p = \overline{1, L-n+1} .$$

„Suma algebrică a tensiunilor magnetice în lungul laturilor aparținând unei bucle a unui circuit magnetic este egală cu suma algebrică a solenațiilor bobinelor dispuse pe acele laturi”

c) Reluctanță magnetică. Relația lui Ohm pentru circuite magnetice

Se consideră o porțiune dintr-un circuit magnetic realizat dintr-un material care prezintă permeabilitatea magnetică μ , lungimea l și aria secțiunii transversale A (Fig. 4.24).

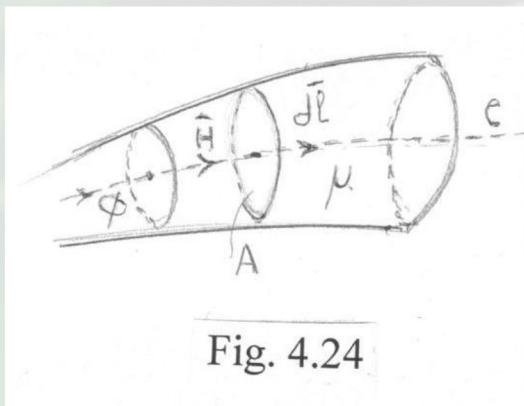
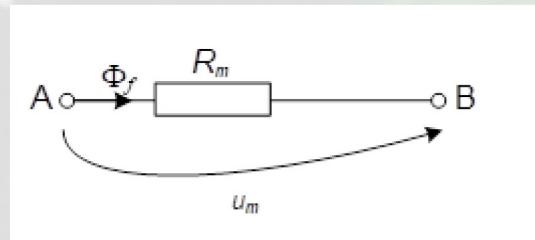


Fig. 4.24



Tensiunea magnetică în lungul acestui tronson conductor magnetic este:

$$u_m = \int_C \overline{H} \overline{dl} = \int_C H dl = \int_C \frac{B}{\mu} dl = \varphi_f \int_C \frac{dl}{\mu A} = R_m \varphi_f.$$

în care $R_m = \int_C \frac{dl}{\mu A}$ este reluctanța sau rezistența magnetică a tronsonului conductor magnetic.

Unitatea de măsură în SI este $\langle R_m \rangle_{SI} = 1 \text{ A/Wb} = 1 \text{ H}^{-1}$.

Formula

$$u_m = R_m \varphi_f$$

reprezintă **relația lui Ohm pentru circuite magnetice**.

În cazul materialelor liniare, omogene și izotrope, care prezintă lungimea l și aria A constante, reluctanța magnetică are forma:

$$R_m = \frac{l}{\mu A}.$$

Mărimea inversă este permeanța magnetică:

$$\Lambda_m = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu A}{l}.$$

Unitatea de măsură în SI este $\langle \Lambda_m \rangle_{SI} = 1 \text{ Wb/A} = 1 \text{ H}$.

d) Rezolvarea circuitelor magnetice liniare

Numim circuit magnetic liniar acel circuit la care toate laturile componente sunt realizate dintr-un material *magnetic liniar* $\mu = \text{const.}$

În Fig. 4.23 este prezentată porțiunea liniară a unei curbe de primă magnetizare.

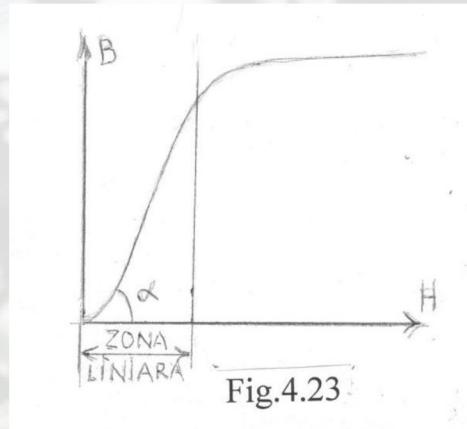


Fig.4.23

Pentru rezolvarea circuitelor magnetice liniare se folosesc:

$$\sum_{k \in n_a} \varphi_{f_k} = 0 \quad \text{teorema Kirchhoff I}$$

$$\sum_{k \in b_p} u_{mk} = \sum_{k \in b_p} \Theta_k \quad \text{teorema Kirchhoff II}$$

$$\text{cu } a = \overline{1, N-1}, \quad \text{și} \quad p = \overline{1, L-N+1}.$$

Se prezintă o paralelă între relațiile circuitelor electrice și cele ale circuitelor magnetice:

Circuite electrice

$$i = J A$$

$$u = R i$$

$$R = \int \frac{dl}{\sigma A}$$

$$\sum_{k \in n_a} i_k = 0$$

$$\sum_{k \in b_p} R_k i_k = \sum_{k \in b_p} e_k$$

Circuite magnetice

$$\varphi_f = B A$$

$$u_m = R_m \varphi_f$$

$$R_m = \int \frac{dl}{\mu A}$$

$$\sum_{k \in n_a} \varphi_{f_k} = 0$$

$$\sum_{k \in b_p} R_{m_k} \varphi_{f_k} = \sum_{k \in b_p} \Theta_k$$

În concluzie, pentru rezolvarea rețelelor magnetice se folosesc teoremele lui Kirchhoff:

$$\sum_{k \in n_a} \Phi_{f_k} = 0 ; \quad (1)$$

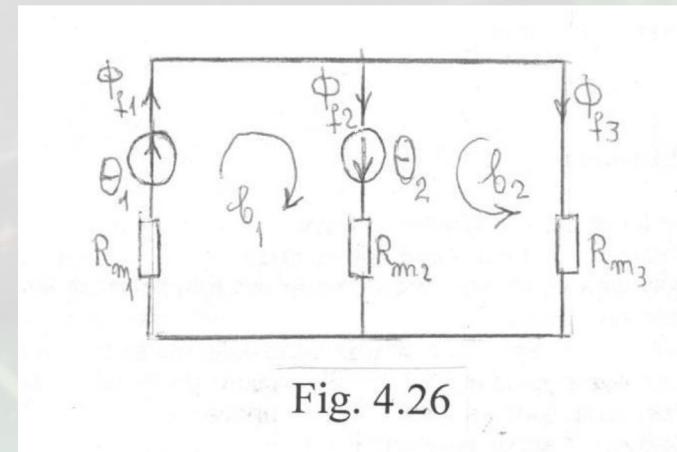
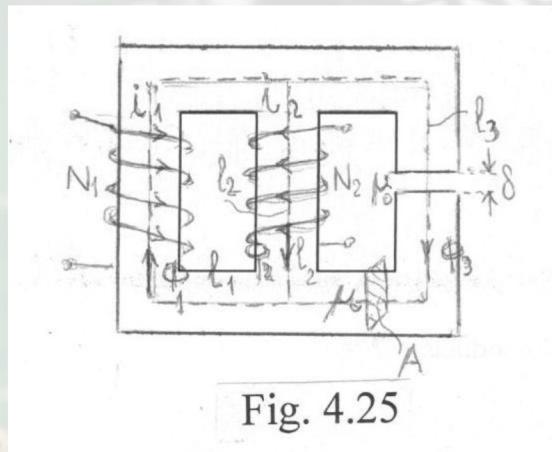
$$\sum_{k \in b_p} R_{m_k} \Phi_{f_k} = \sum_{k \in b_p} \Theta_k \quad (2)$$

$$a = \overline{1, N-1},$$

$$p = \overline{1, L-N+1}.$$

Exemplu

1. În circuitul magnetic din Fig. 4.25 (cu schema echivalentă în Fig. 4.26) se aleg în mod arbitrar sensurile de referință ale fluxurilor magnetice fasciculare Φ_{f1} , Φ_{f2} și Φ_{f3} .



Cu notările din figură, reluctanțele celor trei laturi au următoarele valori:

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu A} , \quad R_{m2} = \frac{l_2}{\mu A} , \quad R_{m3} = \frac{l_3}{\mu A} + \frac{\delta}{\alpha \mu_0 A} , \text{ unde } l_3 = l_1 - \delta,$$

în care coeficientul adimensional și supraunitar α ține cont de dilatarea liniilor fluxului magnetic în zona întrefierului și deci de mărirea secțiunii de trecere a fluxului prin întrefier.

Rețeaua are $L = 3$ laturi și $N = 2$ noduri, și deci teorema K I se aplică de $N-1 = 1$ ori, iar teorema K II de $L-N+1 = 2$ ori.

Ca urmare, aceste teoreme formează următorul sistem de ecuații:

$$\text{Kirchhoff I : } -\Phi_{f1} + \Phi_{f2} + \Phi_{f3} = 0 \quad (\text{nod } n_a)$$

$$\text{„ II : } R_{m1}\Phi_{f1} + R_{m2}\Phi_{f2} = \Theta_1 + \Theta_2 \quad (\text{bucla } b_1)$$

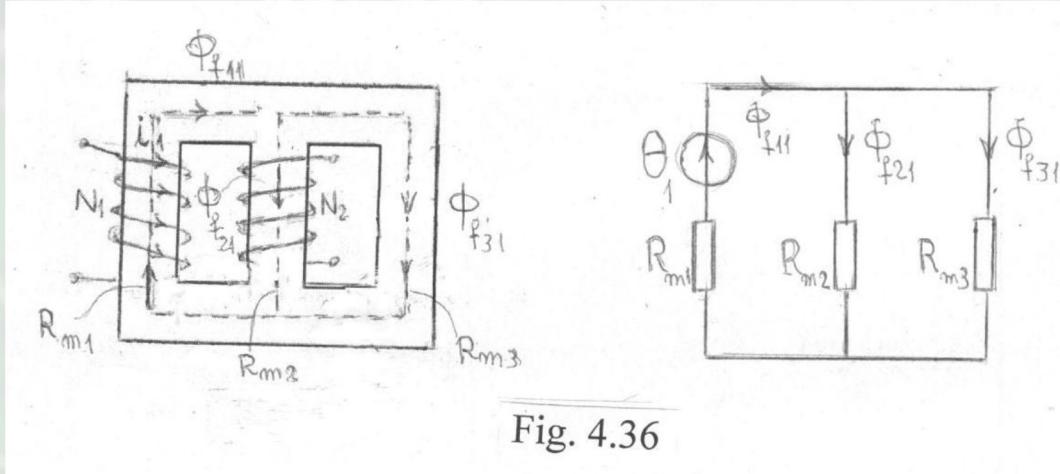
$$\text{„ II : } R_{m2}\Phi_{f2} - R_{m3}\Phi_{f3} = \Theta_2 \quad (\text{bucla } b_2),$$

în care

$$B_1 = \frac{\Phi_{f1}}{A} , \quad B_2 = \frac{\Phi_{f2}}{A} , \quad B_{3Fe} = \frac{\Phi_{f3}}{A}$$

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu} ; \quad H_2 = \frac{B_2}{\mu} ; \quad H_{3Fe} = \frac{B_3}{\mu} ; \quad H_{3\delta} = \frac{B_{3\delta}}{\mu_0} .$$

2. Să se determine inductivitățile proprii, mutuale și de dispersie ale circuitului magnetic din Fig. 4.36.



Observație: Pentru determinarea inductivităților proprii și mutuale se folosește metoda superpoziției prin care se păstrează activă o singură solenărie din circuit, celelalte fiind considerate pasive.

Cu notațiile din figură, considerând $i_2 = 0$ ($\Theta_2 = 0$), fluxul magnetic fascicular al laturii din stânga este:

$$\Phi_{f_{11}} = \frac{N_1 i_1}{R_{m1} + \frac{R_{m2} R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}} .$$

Fluxul magnetic fascicular al laturii din mijloc produs de curentul i_1 este:

$$\Phi_{f_{21}} = \Phi_{f_{11}} \frac{R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} = \frac{N_1 i_1}{R_{m1} R_{m2} + R_{m1} R_{m3} + R_{m2} R_{m3}} = \frac{N_1 i_1}{R_{m1} + R_{m2} + \frac{R_{m1} R_{m2}}{R_{m3}}} ,$$

iar fluxul magnetic fascicular al laturii din dreapta produs de curentul i_1 este:

$$\Phi_{f_{31}} = \frac{N_1 i_1}{R_{m1} + R_{m3} + \frac{R_{m1} R_{m3}}{R_{m2}}} .$$

Rezultă inductivitatea proprie a bobinei 1

$$L_{11} = \frac{N_1 \Phi_{f_{11}}}{i_1} = \frac{N_1^2 i_1}{i_1 \left(R_{m1} + \frac{R_{m2} R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \right)} = \frac{N_1^2}{\left(R_{m1} + \frac{R_{m2} R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \right)},$$

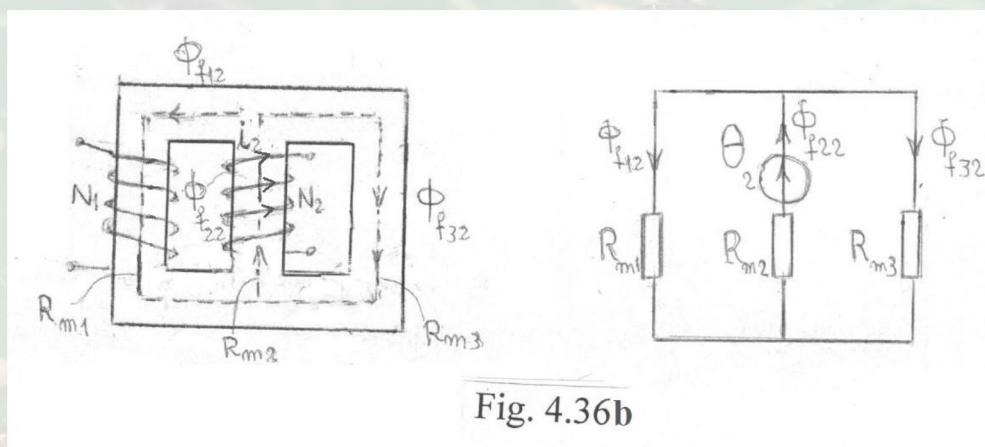
inductivitatea mutuală între bobinele 2 și 1

$$L_{21} = \frac{N_2 \Phi_{f_{21}}}{i_1} = \frac{N_1 N_2}{\left(R_{m1} + R_{m2} + \frac{R_{m1} R_{m2}}{R_{m3}} \right)},$$

inductivitatea de dispersie a bobinei 1 în raport cu bobina 2:

$$L_{\sigma_{12}} = \frac{N_1 \Phi_{f_{31}}}{i_1} = \frac{N_1^2}{R_{m1} + R_{m3} + \frac{R_{m1} R_{m3}}{R_{m2}}},$$

Prin pasivizarea bobinei 1 (Fig. 4.36b) rezultă setul de fluxuri fasciculare produse de bobina 2.



Rezultă inductivitatea proprie a bobinei 2:

$$L_{22} = \frac{N_2 \Phi_{f_{22}}}{i_2} = \frac{N_2^2}{\left(R_{m2} + \frac{R_{m3} R_{m1}}{R_{m3} + R_{m1}} \right)},$$

inductivitatea mutuală între bobinele 1 și 2

$$L_{12} = \frac{N_1 \Phi_{f_{12}}}{i_2} = \frac{N_1 N_2}{\left(R_{m1} + R_{m2} + \frac{R_{m1} R_{m2}}{R_{m3}} \right)}$$

și inductivitatea de dispersie a bobinei 2 în raport cu bobina 1:

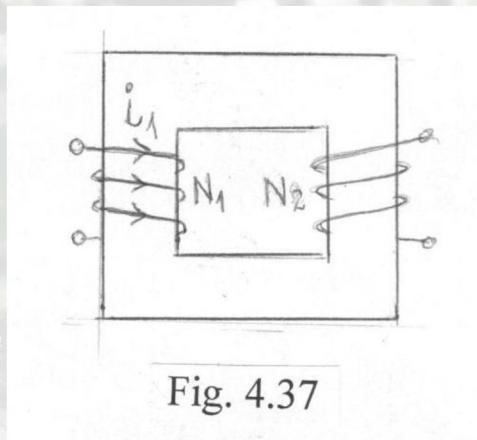
$$L_{\sigma_{21}} = \frac{N_2 \Phi_{f_{32}}}{i_2} = \frac{N_2^2}{R_{m2} + R_{m3} + \frac{R_{m2} R_{m3}}{R_{m1}}}$$

Dacă eliminăm latura 3 ($R_{m3} \rightarrow \infty$) și notăm $R_m = R_{m1} + R_{m2}$, rezultă

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{R_{m1} + R_{m2}} = \frac{N_1^2}{R_m} \quad \text{și} \quad L_{22} = \frac{N_2^2}{R_{m1} + R_{m2}} = \frac{N_2^2}{R_m} .$$

$$L_{12} = L_{21} = \frac{N_1 N_2}{R_m} ;$$

deci, $L_{11} L_{22} = L_{12}^2$ și $L_\sigma = 0$ (Fig. 4.37), cu coeficientul de cuplaj perfect $k_m = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} L_{12}}} = 1$.



e) Rezolvarea circuitelor magnetice neliniare

Se numesc circuite neliniare acele circuite care conțin laturi sau porțiuni de latură realizate din materiale magnetice neliniare. Dependența dintre tensiunea magnetică a laturii și fluxul acestia nu mai prezintă o dependență liniară ci curbată conform unei relații grafice $u_m = u_m(\Phi)$.

Pentru laturi magnetice de secțiune constantă, utilizând această dependență, se poate obține imediat din caracteristica $B(H)$ a materialului (Fig. 4.27) mărimile care intervin în relațiile

$$u_m = \int_C \overline{H} \overline{dl} = Hl;$$

$$\Phi = \int_C \overline{B} \overline{n} dA = BA.$$

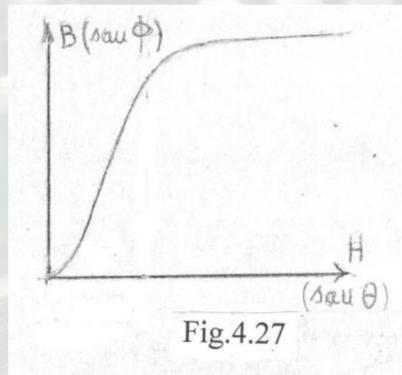


Fig.4.27

În cazul cel mai general pentru o latură k constituită din două porțiuni, una liniară și alta neliniară, tensiunea magnetică se scrie astfel:

$$u_{m_k} = u_{ml_k} + u_{mn_k} = R_{m_k} \Phi_k + u_{mn_k}(\Phi_k),$$

în care primul termen se referă la porțiunea liniară a laturii, iar cel de al doilea la porțiunea neliniară a ei. Sistemul de ecuații Kirchhoff devine:

$$a = \overline{1, N-1}, \quad \sum_{k \in n_a} \Phi_k = 0 \quad (3)$$

$$p = \overline{1, L-N+1}. \quad \sum_{k \in b_p} [R_{m_k} \Phi_k + u_{mn_k}(\Phi_k)] = \sum_{k \in b_p} \Theta_k \quad (4)$$

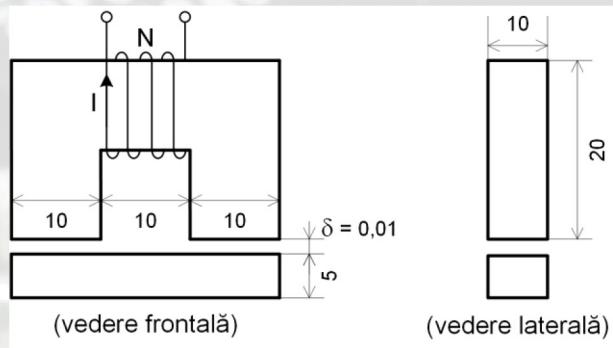
în care $u_{mn_k} = u_{mn_k}(\Phi_k)$.

În cazul cel mai general avem $2L$ ecuații cu $2L$ necunoscute: Φ_k și $u_{mn_k}(\Phi_k)$.

Metodele de rezolvare a circuitelor magnetice neliniare, sunt în general grafo-analitice.

Exemplu

1. Fie electromagnetul în forma de „U”. Bobina electrică are $N = 100$ spire (varianta 1) sau $N = 1000$ spire (varianta 2), parcuse de curentul continuu $I = 1$ A. Miezul feromagnetic este realizat din oțel electrotehnic. Se cere să se determine punctul de funcționare, adică valorile inducției magnetice și a intensității câmpului magnetic în miezul feromagnetic și în întrefier. Dimensiunile sunt date în milimetri.



Curba de magnetizare $B(H)$ este dată sub forma grafică, în scară liniară (Fig. 5.18,a), respectiv în scară logaritmică (Fig. 5.18,b) pentru o reprezentare mai detaliată a variației. De asemenea valorile ce corespund punctelor din grafice sunt date sub forma unui tabel de corespondență (Tabelul 5.2).

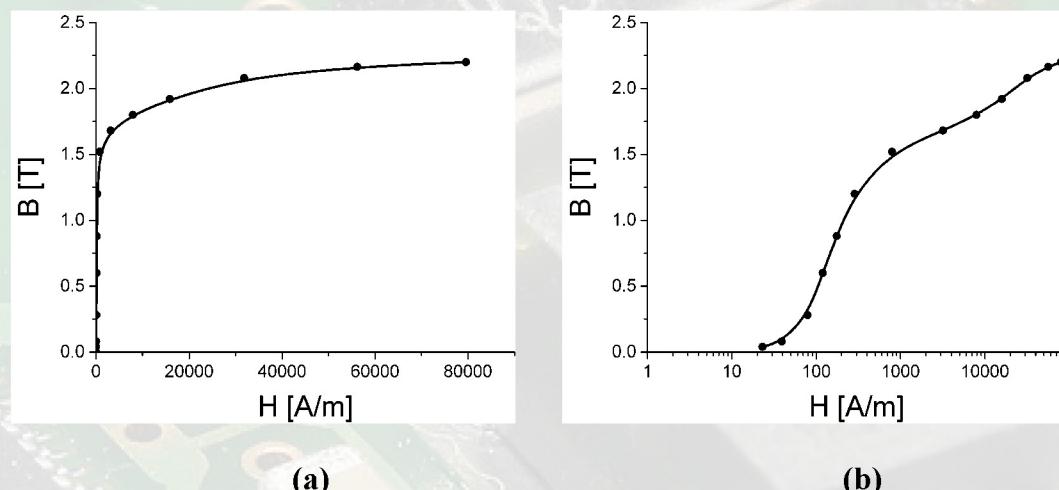


Fig. 5.18

Tabelul 5.2. Caracteristica neliniară $B(H)$ a oțelului electrotehnic utilizat în construcția electromagnetului.

B [T]	0.000	0.040	0.080	0.280	0.600	0.880	1.200
H [A/m]	0.000	23.87	39.78	79.57	119.3	175.0	286.4

B [T]	1.520	1.680	1.800	1.920	2.080	2.164	2.200
H [A/m]	795.7	3183	7957	15915	31831	56177	79577

Se propune o rezolvare utilizând metoda grafică.

Circuitul magnetic are o schemă foarte simplă (Fig. 5.19). Deoarece circuitul magnetic nu prezintă ramificații, fluxul magnetic Φ este același în cele două piese feromagnetice și în întregier.

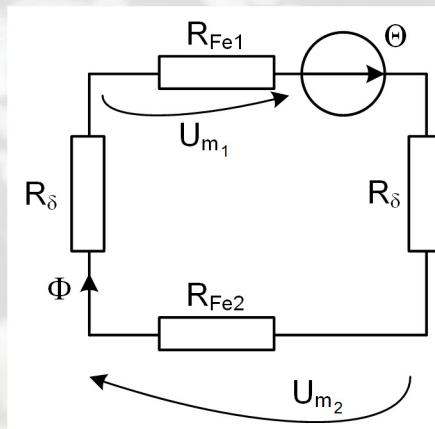


Fig. 5.19

Din legea circuitului magnetic, rezultă:

$$U_{m_1} + U_{m_2} + 2 \cdot R_\delta \Phi = \Theta.$$

Este nevoie în acest moment de caracteristicile neliniare ale celor două piese feromagnetice ($U_{m_1}(\Phi)$ și $U_{m_2}(\Phi)$). Pentru aceasta se amplifică intensitatea câmpului magnetic cu lungimea liniei de câmp, respectiv inducția magnetică cu aria secțiunii transversale.

- a. Pentru caracteristica $U_{m_1}(\Phi)$, considerând dimensiunile $l_{Fe_1} = 55 \text{ mm} = 0.055 \text{ m}$, $A_1 = 10^{-4} \text{ m}^2$ și datele din Tabelul 5.2, se obțin valorile prezentate în Tabelul 5.3.

Tabelul 5.3. Caracteristica $U_{m_1}(\Phi)$.

$\Phi \times 10^{-6} [\text{Wb}]$	0	4	8	28	60	88	120
$U_{m_1} [\text{A}]$	0	1,31	2,187	4,376	6,56	9,625	15,75

$\Phi \times 10^{-6} [\text{Wb}]$	152	168	180	192	208	216,4	220
$U_{m_1} [\text{A}]$	43,93	175	437,6	875,3	1750	3089	4376

- b. În mod identic se calculează valorile pentru $U_{m_2}(\Phi)$, știind că $l_{Fe_2} = 20 \text{ mm} = 0.02 \text{ m}$ și $A_2 = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, iar datele sunt trecute în Tabelul 5.4.

Tabelul 4. Caracteristica $U_{m_2}(\Phi)$.

$\Phi \times 10^{-6}$ [Wb]	0	2	4	14	30	44	60
U_{m_2} [A]	0	0,47	0,895	1,595	2,386	3,5	5,728

$\Phi \times 10^{-6}$ [Wb]	76	84	90	96	104	108,2	110
U_{m_2} [A]	15,914	63,66	159,14	316,3	636,6	1123,5	1591,5

c. Se poate apoi determina caracteristica echivalentă pentru cele două elemente conectate în serie. Atunci când pentru anumite puncte (de exemplu valori ale fluxului magnetic) nu există valorile corespunzătoare ale tensiunii magnetice pentru un anumit element, se poate folosi o formulă de interpolare liniară. Astfel, dacă se cunosc valorile tensiunii magnetice $U_{m_1}^{(1)}$ și $U_{m_1}^{(2)}$ în punctele $\Phi^{(1)}$, respectiv $\Phi^{(2)}$, dar este necesară cunoașterea valorii tensiunii magnetice $U_{m_1}^{(\text{int})}$ într-un punct Φ din intervalul $[\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)}]$, se aplică formula de interpolare pentru tensiunea magnetică:

$$U_{m_1}^{(\text{int})} = U_{m_1}^{(1)} + \frac{U_{m_1}^{(2)} - U_{m_1}^{(1)}}{\Phi^{(2)} - \Phi^{(1)}} \cdot (\Phi - \Phi^{(1)}).$$

De exemplu, pe caracteristica $U_{m_1}(\Phi)$ trebuie găsit un punct care corespunde fluxului de 14×10^{-6} Wb. Prin aplicarea relației de mai sus rezultă:

$$U_{m_1}^{(\text{int})} = 2,187 + \frac{4,376 - 2,187}{28 - 8} \cdot (14 - 8) = 2,843 \text{ A.}$$

În Tabelul 5.5 este dată caracteristica sumă $U_m = U_{m_1}(\Phi) + U_{m_2}(\Phi)$ pentru un set de valori ale fluxului magnetic Φ în intervalul $(0 - 110) \times 10^{-6}$ Wb.

d. Pentru reluctanța magnetică a întrefierului avem:

$$2R_\delta = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{2\delta}{A_\delta} = \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 10^{-6}} = 15,96 \times 10^4 \text{ A/Wb.}$$

Calculul caracteristicii $U_\delta(\Phi)$ se realizează utilizând formula:

$$U_\delta = 2 \cdot R_\delta \Phi$$

aplicată setului de valori ale fluxului magnetic. Această caracteristică se adaugă în Tabelul 5.5, unde pe ultima linie se calculează suma căderilor de tensiune magnetică din întreg circuitul magnetic $U = U_m + U_\delta$.

Tabelul 5.5. Caracteristicile $U_m(\Phi)$, $U_\delta(\Phi)$ și $U(\Phi)$.

$\Phi \times 10^{-6}$ [Wb]	0	2	4	14	30	44	60
U_m [A]	0	1,125	2,205	4,438	6,8985	8,968	12,288
U_δ [A]	0	0,3192	0,6384	2,2344	4,788	7,0224	9,576
$U = U_m + U_\delta$	0	1,4442	2,8434	6,6724	11,6865	15,99094	21,864

$\Phi \times 10^{-6}$ [Wb]	76	84	90	96	104	108,2	110
U_m [A]	24,225	72,847	169,14	327,55	651,2	1137	1605
U_δ [A]	12,130	13,400	14,360	15,320	16,600	17,270	17,550
$U = U_m + U_\delta$	36,355	86,247	183,5	342,87	667,8	1154,27	1622,55

e. Pentru a determina valoarea fluxului magnetic în punctul de funcționare al electromagnetului, trebuie ca tensiunea magnetică totală prin circuit să fie egală cu solenăția bobinei de excitare. Sunt, evident, două soluții, în funcție de numărul de spire al bobinei:

e1. Pentru $N = 100$ spire, solenăția este $\Theta = N I = 100$ A, valoare care nu se regăsește direct în tabelul 5.5, dar, se observă că punctul de funcționare este în intervalul de variație a fluxului $(84 \div 90) \times 10^{-6}$ Wb. Se aplică din nou formula de interpolare, de această dată pentru flux:

$$\Phi = 84 + \frac{90 - 84}{183,5 - 86,24} (100 - 86,24) = 84 + 2,262 = 86,262 \times 10^{-6} \text{ Wb.}$$

e2. Pentru $N = 1000$ spire, se obține $\Theta = N I = 1000$ A. De această dată punctul de funcționare este în intervalul $(104 \div 108,2) \times 10^{-6}$ Wb.

$$\Phi = 104 + \frac{108,2 - 104}{1154,27 - 667,8} (1000 - 667,8) = 104 + 2,868 = 106,868 \times 10^{-6} \text{ Wb.}$$

f) Rezolvarea circuitelor magnetice cu magneți permanenți

Se numesc magneți permanenți acele corpuși (de cele mai multe ori feromagnetic) care se găsesc în stare de magnetizare permanentă – regim magnetostatic. Relațiile necesare pentru rezolvarea unor astfel de circuite sunt următoarele:

$$\Phi_{\Sigma} = 0 \quad \text{legea fluxului magnetic, cu forma locală} \quad \operatorname{div} \overline{\mathbf{B}} = 0$$

$$u_{mm_r} = 0 \quad \text{sau dezvoltat} \quad \oint_{\Gamma} -\overline{\mathbf{H}} \cdot d\overline{l} = 0, \quad \text{cu forma locală} \quad \operatorname{rot} \overline{\mathbf{H}} = 0$$

$$\overline{\mathbf{H}} = -\operatorname{grad} V_m, \quad \text{în care } V_m \text{ este potențialul magnetostatic;}$$

$\overline{\mathbf{B}} = \mu_0 \overline{\mathbf{H}} + \mu_0 \overline{\mathbf{M}}_p$ legea legăturii în câmp magnetic, în care se neglijeză componenta temporară a magnetizației.

Aplicând acestei ultime legi operatorul divergență și știind că în orice regim $\operatorname{div} \overline{\mathbf{B}} = 0$ se obține $\operatorname{div} \overline{\mathbf{H}} = -\operatorname{div} \overline{\mathbf{M}}_p$.

Introducând densitatea de volum a sarcinii de magnetizare $\rho_{mv} = \mu_0 \operatorname{div} \overline{\mathbf{H}}$ și eliminând între ultimele două relații pe $\operatorname{div} \overline{\mathbf{H}}$ se obține:

$$\rho_{v,m} = -\mu_0 \operatorname{div} \overline{\mathbf{M}}_p.$$

$$\text{Dacă magnetizația magnetului este uniformă} \quad \operatorname{div} \overline{\mathbf{M}}_p = 0 \quad \text{și deci} \quad \rho_{v,m} = 0.$$

La suprafața polilor apar însă sarcini magnetice permanente (Fig. 4.28):

$$\rho_{s,m} = -\mu_0 \operatorname{div}_s \overline{\mathbf{M}}_p,$$

$$\text{în care} \quad -\operatorname{div}_s \overline{\mathbf{M}}_p = \overline{\mathbf{M}}_p \cdot \overline{n} = M_{p,n} \quad \text{și deci} \quad \rho_{s,m} = \mu_0 M_{p,n}.$$

Așa cum se observă și în Fig. 4.28 pe axa de simetrie, în timp ce inducția magnetică și magnetizația permanentă sunt orientate de jos (Sud) în sus (spre Nord), câmpul magnetic este dirijat în sens invers, adică spre Sud, deoarece pornește de pe sarcini de suprafață pozitive spre cele negative.

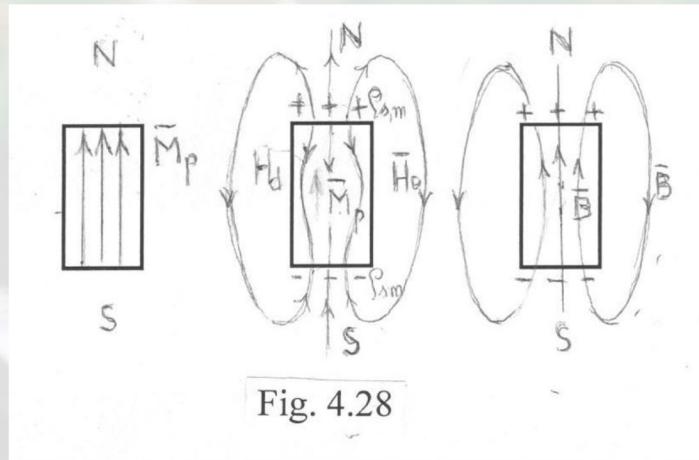


Fig. 4.28

Figura 4.28 poate fi interpretată și în felul următor: „cauza” existenței fenomenelor magnetice din jurul barei magnetizate este magnetizația permanentă \bar{M}_p (Fig. 4.28,a) (cu linii de câmp desenate în mod idealizat în mod uniform). Indiferent de cauzele (sursele) de producere a fenomenelor magnetice, prezent întotdeauna este și câmpul de inducție magnetică, format din linii de câmp \bar{B} închise (Fig. 4.28,c). Densitățile de sarcini magnetice care apar pe suprafețele polare produc linii de câmp magnetic de la $+ \rho_{s,m}$ la $- \rho_{s,m}$ atât prin exteriorul barei, cât și prin interiorul ei (Fig. 4.28,b).

Față de formula (4) a teoremei a doua a lui Kirchhoff, în cazul prezenței magneteilor permanenți, această teoremă ia forma:

$$\sum_{k \in b_p} \left[R_{m_k} \Phi_k + u_{m_k}(\Phi_k) \right] = \sum_{k \in b_p} U_{mdk}(\Phi_k). \quad (5)$$