

Capitolul 3

Condensatoare electrice

3.1. Materiale dielectrice

Dielectricii sunt materiale capabile să se polarizeze electric temporar. Clasa materialelor dielectrice coincide aproape în totalitate cu clasa materialelor izolante.

Materialele dielectrice sunt utilizate la:

- izolarea părților conductoare ale tuturor echipamentelor electrice
- pentru umplerea spațiilor dintre armăturile condensatoarelor electrice

Din punct de vedere tehnic dielectricii sunt caracterizați prin:

- polarizabilitatea electrică temporară
- rigiditatea dielectrică
- pierderile dielectrice
- rezistivitatea electrică

a) Polarizabilitatea electrică temporară

Pentru materialele liniare expresia polarizației temporare este:

$$\overline{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \overline{E}$$

în care

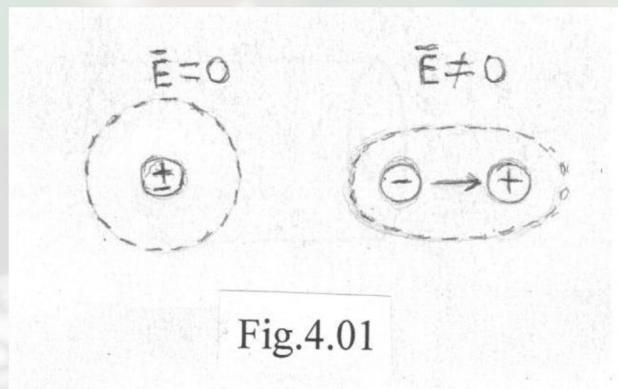
χ_e este susceptivitatea electrică

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ este permisivitatea electrică relativă

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ este permisivitatea electrică absolută

Materialele ale căror atomi/molecule sunt spontan nepolare se numesc **dielectrice**.

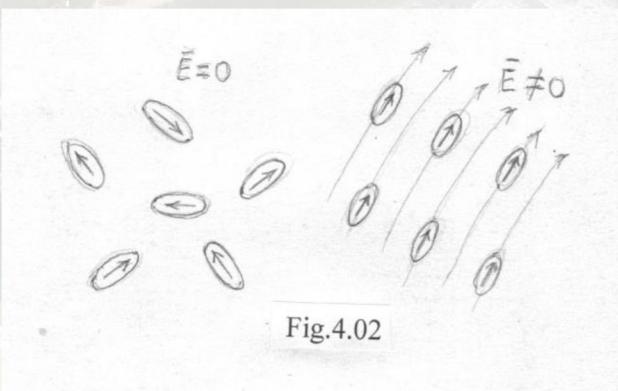
La aplicarea unui câmp electric exterior are loc o polarizare electrică temporară numită și **polarizare de deformare**; deplasarea electronilor în sens opus câmpului exterior se numește **polarizare electronică**. Fig. 4.01 prezintă un atom în absența câmpului exterior și altul în prezența lui când nucleul se separă într-o componentă pozitivă și alta negativă cu aspect dipolar orientat ca în figură.



Permitivitatea relativă este poate avea o expresie analitică de tipul $\epsilon_r = n^2$ în care n este indicele de refracție optimă a mediului și ia valori adimensionale între 1 și 2. Polarizarea este un fenomen care se desfășoară într-un timp foarte scurt, care variază între 10^{-13} și 10^{-14} secunde.

Materialele ai căror atomi/molecule au un moment dipolar spontan nenul se numesc materiale **paraelectrice** (gaze poliatomice CO_2 , NH_3 , H_2S , unele lichide etc.). Polarizația indusă la aceste materiale este o **polarizație de orientare**. Câteva caracteristici practice: permitivitatea relativă ϵ_r variază între 2...15 la solide și între 2...100 la lichide, iar timpul de stabilire este de ordinul 10^{-6} secunde.

În Fig. 4.02 se schițează dezorientarea dipolilor microscopici înainte de plasarea dielectricului într-un câmp electric exterior și orientarea lor după plasarea în câmp.



Dependența de temperatură a permitivității:

- la materialele diaelectrice nu depinde practic de temperatură
- la materialele paraelectrice în două moduri antagonice

Pe de-o parte crește mobilitatea moleculelor odată cu temperatura, de altă parte crește și agitația termică deci și abaterea de la orientare ($\epsilon \uparrow, T \downarrow$)

b) Rigiditatea dielectrică

Se numește *rigiditatea dielectrică*, notată E_d , acea valoare limită a intensității câmpului electric la depășirea căreia, materialul își pierde calitățile electroizolante (se străpunge).

c) Pierderile dielectrice

Aceste pierderi se datorează în principal următoarelor cauze:

- caracterul imperfect de electroizolant care prezintă un curent de conduction foarte slab care produce un efect Joule
- postefectul electric, mai ales la variații rapide ale câmpului electric aplicat

Densitatea de volum a pierderilor dielectrice se calculează cu formula

$$p_d = \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 \epsilon_r \operatorname{tg} \delta E^2 \text{ (W/m}^3\text{)}$$

Mărimea notată $K = \epsilon_r \operatorname{tg} \delta$ reprezintă *factorul de pierderi dielectrice* al materialului (caracterizează capacitatea prin care acesta poate absorbi energie), iar unghiul δ este definit în Fig. 4.03. Parametrul $\operatorname{tg} \delta$ se numește factor de disipație/coeficient de pierderi dielectrice.

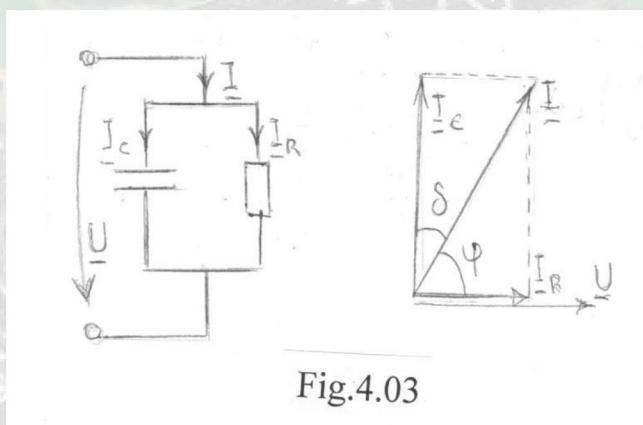


Fig.4.03

Un domeniu unde se aplică această proprietate a materialelor dielectrice este uscarea materialelor cu un conținut ridicat de apă (industria farmaceutică și alimentară).

d) Rezistivitatea electrică

Această proprietate de material este importantă în cazul dielectricilor. Valoarea rezistivității electrice ρ este de ordinul 10^3 [$\Omega \cdot m$]. În afara rezistivității de volum, se mai definește rezistivitatea de suprafață (care se modifică sub influența vaporilor absorbiți, impurității etc.). Aceste cauze favorizează apariția unor curenți „de fugă”. Mărimea ρ_s depinde pronunțat și de factorii ambientali (temperatură, presiune, umiditate).

3.2. Condensatoare electrice

a) Noțiuni introductive

Definiție: Se numește condensator electric un ansamblu format din două conductoare omogene numite armături încărcate cu sarcini egale în valoare absolută dar de semne opuse.

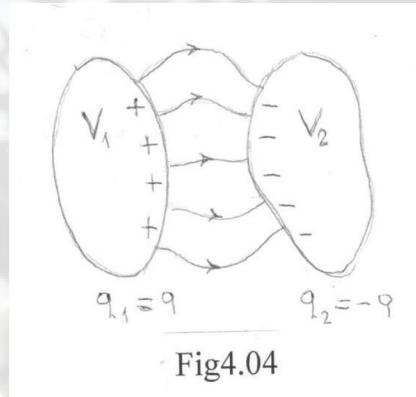


Fig4.04

Ca acest ansamblu să formeze un condensator este necesar ca toate liniile câmpului electric asociat sarcinilor electrice să ajungă de pe un conductor pe celălalt, neinfluențate de vreo cauză exterioară (teorema arilor corespondente).

În practică această condiție nu se realizează în totalitate decât în cazul unui condensator în care distanța dintre conductoare este mult mai mică comparativ cu dimensiunile acestora. În Fig. 4.04 sunt două conductoare omogene de formă oarecare, având potențialele V_1 și V_2 .

Capacitatea condensatorului este prin definiție

$$C = \frac{q_1}{u_{12}} = \frac{q_2}{u_{21}} = \frac{q}{u} > 0$$

Deși capacitatea depinde de regimul fenomenelor electrice s-a convenit ca valoarea standard a capacității să fie calculată în regim electrostatic.

Capacitatea electrică

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

este o mărime intrinsecă a condensatorului, indiferent dacă acesta este încărcat sau descărcat.

b) Teorema capacității electrostatice

În cazul în care armăturile condensatorului sunt conductoare omogene și spațiul dintre ele este ocupat de un mediu dielectric, *izotrop, nepolarizat permanent*, capacitatea condensatorului depinde numai de geometria acestuia și de proprietățile dielectricului dintre armături.

c) Clasificarea condensatoarelor

Criterii de clasificare:

- după forma armăturilor pot fi: plane, cilindrice, sferice, eliptice;
- după posibilitatea varierii capacității pot fi: fixe, variabile, ajustabile;
- după natura dielectricului: cu aer, ulei, mase ceramice etc.
- după destinație:
 - condensatoare utilizate în instalații energetice (compensarea factorului de putere, eliminarea paraziștilor, aprinderea motoarelor cu explozie, divizoare capacitive de tensiune)
 - condensatoare utilizate în telecomunicații pentru realizarea acordului în circuitele cu rezonanță, pentru cuplajul etajelor succesive, scurtcircuitarea rezistențelor în curent alternativ
- după clasa de precizie

Clasa	Toleranța față de valoarea marcată
I	$\pm 2\%$
II	$\pm 5\%$
III	$\pm 10\%$
IV	$\pm 20\%$

3.3. Calculul capacității condensatoarelor electrice

Algoritmul de calcul al capacității unui condensator implică determinarea câmpului electric între armături în funcție de sarcina electrică a unei armături, urmată de calculul tensiunii dintre armături care rezultă tot în funcție de acea sarcină. Efectuând raportul q / U rezultă capacitatea condensatorului.

a) Capacitatea condensatorului plan

Condensatorul plan are distanța dintre armături mult mai redusă în raport cu dimensiunea armăturilor astfel încât poate fi neglijat efectul de capăt.

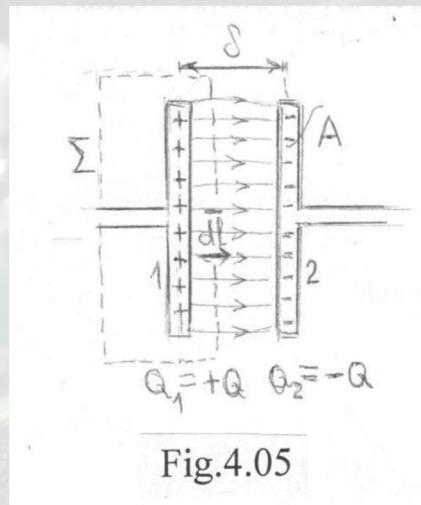


Fig.4.05

Cu notările din Fig. 4.05 fluxul electric este:

$$\Psi_{\Sigma} = \oint_{\Sigma} \overline{D} \cdot \overline{n} dA = \oint_{\Sigma} D dA = D A = \epsilon E A,$$

iar sarcina electrică $q_{D_{\Sigma}} = Q$

Înlocuind în legea fluxului electric $\Psi_{\Sigma} = q_{D_{\Sigma}}$ rezultatele de mai sus, se obține

$$\epsilon EA = Q \text{ astfel încât expresia modulului vectorului intensitate câmp electric este: } E = \frac{Q}{\epsilon A}.$$

Tensiunea dintre armături este: $U = \int_1^2 \overline{E} d\overline{l} = E \int_1^2 d\overline{l} = Ed = \frac{Qd}{\epsilon A}$.

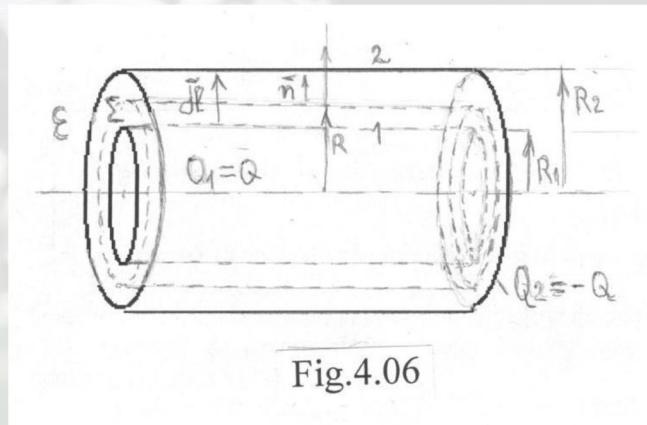
Capacitatea condensatorului plan rezultă:

$$C = \frac{Q}{U} = Q \frac{\epsilon A}{Qd} = \frac{\epsilon A}{d}.$$

OBS.: Forma armăturilor condensatorului plan poate avea orice configurație geometrică plană

b) Capacitatea condensatorului cilindric

Condensatorul cilindric reprezintă o configurație geometrică formată din două structuri cilindrice de rază R_1 , respectiv R_2 , una în interiorul celeilalte, plasate pe aceeași axă de simetrie (Fig. 4.06). Cei doi cilindri formează armăturile condensatorului. Pentru a limita efectul de capăt se consideră lungimea armăturilor mult mai mare decât distanța dintre acestea.



Cu notațiile din Fig. 4.06, fluxul electric este

$$\Psi_{\Sigma} = \oint_{\Sigma} \overrightarrow{D} \cdot \overrightarrow{n} \, dA = \epsilon E 2\pi R l,$$

iar sarcina electrică

$$q_{D_{\Sigma}} = Q.$$

Conform legii fluxului electric obținem expresia intensității câmpului electric

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon R l} \text{ și tensiunea electrică la bornele condensatorului devine:}$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E \, dl = \frac{Q}{2\pi\epsilon l} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

$$\text{Capacitatea electrică este } C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \text{ (F),}$$

$$\text{iar cea specifică } C_s = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \text{ (F/m).}$$

OBS.: Pentru configurațiile de condensatoare cilindrice care nu formează un cerc complet se va utiliza în formula de calcul în locul valorii 2π valoarea proporțională cu arcul de cerc descris

de geometrie (de exemplu pentru structurile care utilizează structuri cilindrice de formă semi-cerc se va utiliza π).

c) Capacitatea condensatorului sferic

Condensatorul sferic reprezintă o configurație geometrică formată din două structuri sferice de rază R_1 , respectiv R_2 , una în interiorul celeilalte, având același punct de origine (Fig. 4.07). Cele două sfere formează armăturile condensatorului. Pentru această configurație geometrică nu există efect de capăt. Din motive de simetrie, acest condensator are următorii vectori omoparaleli: $\bar{D} \uparrow\uparrow \bar{E} \uparrow\uparrow \bar{n} \uparrow\uparrow \bar{dl}$

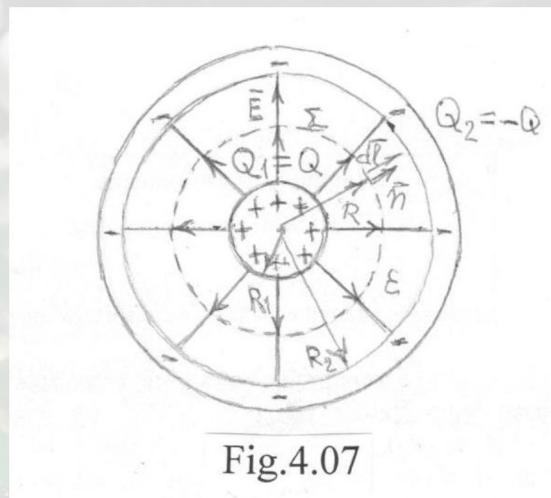


Fig.4.07

Cu notările din figură, fluxul electric este $\Psi_{\Sigma} = \oint_{\Sigma} \bar{D} \cdot \bar{n} dA = \oint_{\Sigma} D dA = 4\pi \epsilon E R^2$ iar sarcina electrică $q_{D_{\Sigma}} = Q_1 = +Q$

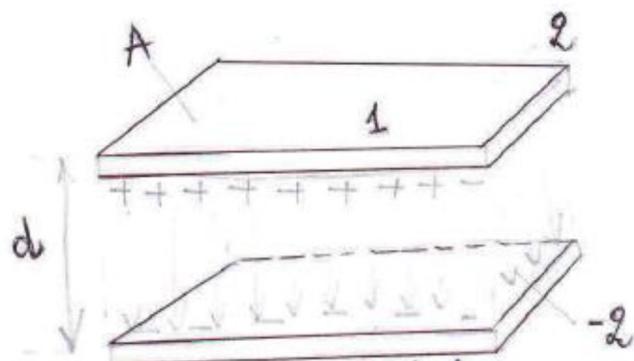
Aplicând legea fluxului electric, se obține expresia intensității câmpului electric, egalând rezultatele de mai sus $\bar{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon R^2} \bar{n}$

Tensiunea electrică dintre armături se obține integrând acest câmp între armăturile de raze R_1 și R_2

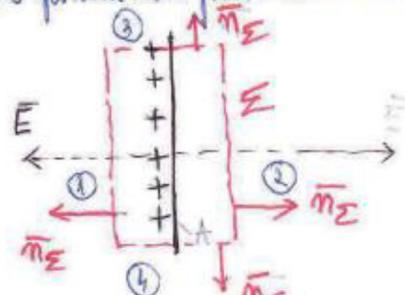
$$U = \int_{R_1}^{R_2} \bar{E} \cdot \bar{dl} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{R^2} dR = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Capacitatea condensatorului sferic este

$$C = \frac{Q}{U} = Q \frac{4\pi\epsilon}{Q} \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

3. Condensatorul plan


a) \vec{E} , \vec{D} pentru un plan în dreptul lui \vec{A}



$$\begin{aligned} \Psi_{\Sigma} &= \int \vec{D} \cdot \vec{n}_{\Sigma} dA = \epsilon_0 E A + \epsilon_0 E A = 2\epsilon_0 E A \\ &\stackrel{\text{1. } \vec{D} \perp \vec{n}_{\Sigma}}{=} 2(\vec{D} \cdot \vec{n}_{\Sigma}) = 2 \cdot \mu \quad \text{①, ②} \\ &\mu \leq 4 \pi \cdot (\vec{D} \cdot \vec{n}_{\Sigma}) = 40 \\ &\Rightarrow \vec{D} \cdot \vec{n}_{\Sigma} = 0 \end{aligned}$$

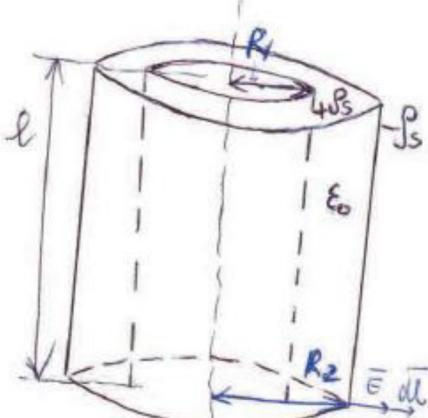
$$\begin{aligned} Q_{\Sigma} &= \Psi_{\Sigma} \cdot A, \quad \Psi_{\Sigma} = \Psi_{\Sigma} \Rightarrow 2\epsilon_0 E A = \Psi_{\Sigma} \cdot A \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{\Psi}_{\Sigma}}{2\epsilon_0}, \quad D = \epsilon_0 E = \frac{\vec{\Psi}_{\Sigma}}{2} \\ \vec{E} &= E \cdot \vec{n}_{\Sigma}, \quad \vec{D} = D \cdot \vec{n}_{\Sigma} \end{aligned}$$

b) Capacitatea C:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}} = \frac{\Psi_{\Sigma} \cdot A}{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}} = \frac{\Psi_{\Sigma} \cdot A}{E_t \sqrt{A}} = \frac{\Psi_{\Sigma} \cdot A}{E_t \cdot d} = \frac{\Psi_{\Sigma} \cdot A}{2\epsilon_0 \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

$$c) W_e = \frac{CV^2}{2} = \frac{\epsilon_0 A \cdot V^2}{2d}$$

$$d) F = \frac{\partial W_e}{\partial d} = \frac{\epsilon_0 A \cdot V^2}{2} \left(-\frac{1}{d^2} \right) \text{ N}$$

1 Condensatorul cilindric.


a) \bar{E}, \bar{D} pentru un cilindru încărcat cu ρ_s

$\text{pt } R < R_0 \quad \psi_i = 0, \bar{E}_i = 0, \bar{D}_i = 0$

 $\text{pt } R > R_0 \quad \Sigma_e = \int \bar{D} \cdot \bar{n} dA = \int D dA = D \cdot 2\pi R \ell$
 $\Sigma_e = \int_{R_0}^R \bar{D} \cdot \bar{n} dA = \int_{R_0}^R D dA = D \cdot \pi (R^2 - R_0^2)$
 $D = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \cdot \frac{R_0}{R} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R \ell}{\ln(R/R_0)}$
 $\Sigma_e = \int_{R_0}^R \rho_s dA = \int_{R_0}^R \rho_s \cdot dA + \int_{R_0}^R 0 dA$
 $= \rho_s \cdot 2\pi R_0 \cdot \ell$

$U_{el} = \frac{1}{2} \rho_s \cdot 2\pi R_0 \cdot \ell \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{R_0}{R} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R \ell}{\ln(R/R_0)} = \frac{\rho_s R_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{2\pi R \ell}{\ln(R/R_0)}$

$E = \frac{\bar{D}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \cdot \frac{R_0}{R} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R \ell}{\ln(R/R_0)} = \frac{\rho_s R_0}{\epsilon_0 R} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R \ell}{\ln(R/R_0)}$

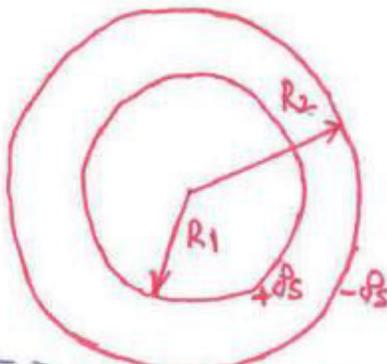
Capacitate C

$C = \frac{Q_{el}}{U} = \frac{Q_{el}}{\int \bar{E} dl} = \frac{Q_{el}}{\int \frac{D}{\epsilon_0} dl} = \frac{Q_{el} \cdot \epsilon_0}{\int D dl} = \frac{\rho_s \cdot 2\pi R_0 \cdot \ell \cdot \epsilon_0}{\int_{R_0}^R \frac{D}{\epsilon_0} dl} = \frac{\rho_s \cdot 2\pi R_0 \cdot \ell \cdot \epsilon_0}{\int_{R_0}^R \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \cdot \frac{R_0}{R} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R \ell}{\ln(R/R_0)} dl}$
 $= \frac{2\pi \epsilon_0 \cdot \ell}{\ln(R_0/R)} = \frac{2\pi \epsilon_0 \cdot \ell}{\ln(R_0/R)}$

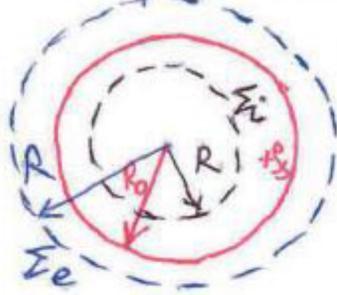
c) $W_{el} = \frac{C U^2}{2} = \frac{\pi \epsilon_0 \cdot \ell}{\ln(R_0/R)} \cdot \frac{U^2}{2}$

d) $F = \frac{\partial W_{el}}{\partial l} = \frac{\pi \epsilon_0 U^2}{\ln(R_0/R)}$

P. 1 → ...

2. Condensatorul sferic


a) \bar{E}, \bar{D} pt o sferă încărcată cu \bar{P}_s



$$\text{pt } R < R_0, \Psi_{ei} = 0, \bar{E}_i = 0, \bar{D}_i = 0.$$

$$\text{pt } R > R_0$$

$$\Psi_{ee} = \int \bar{D} \cdot \bar{n} \cdot dA = \int_{R_0}^R \bar{D} \cdot \bar{n} \cdot dA = \int_{R_0}^R D \cdot dA = D \cdot 4\pi R^2$$

$$L_{ee} = \int \bar{P}_s \cdot dA = \int_{R_0}^R P_s \cdot dA = P_s \cdot 4\pi R_0^2$$

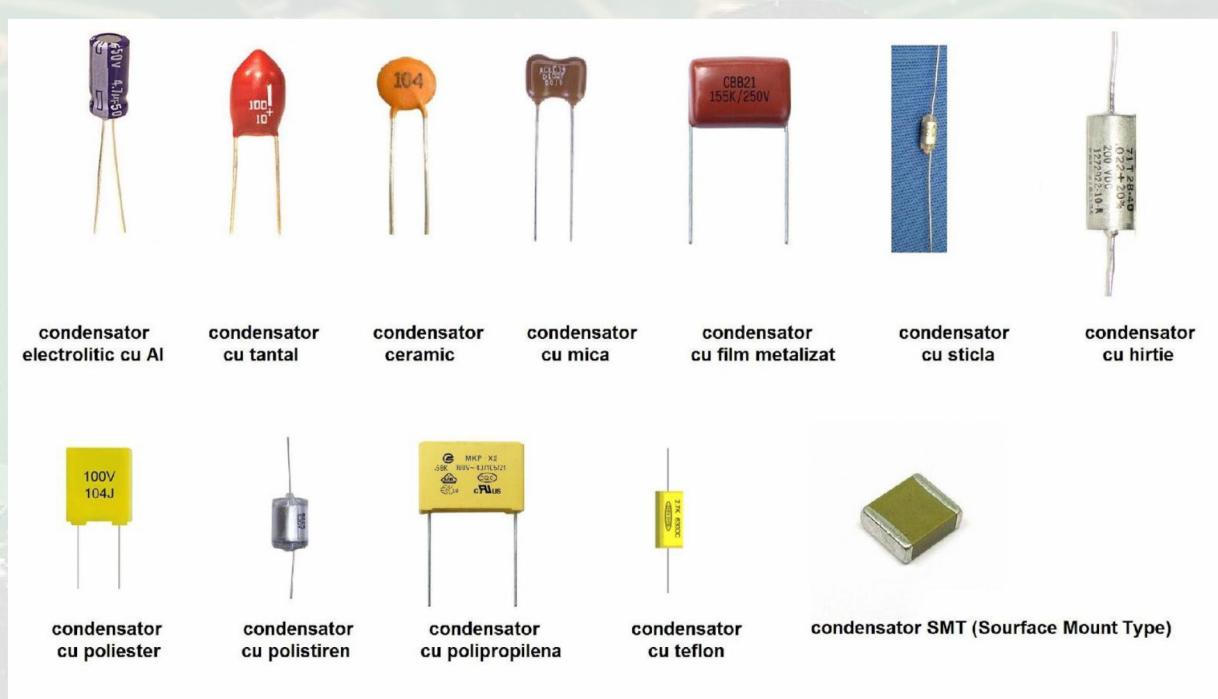
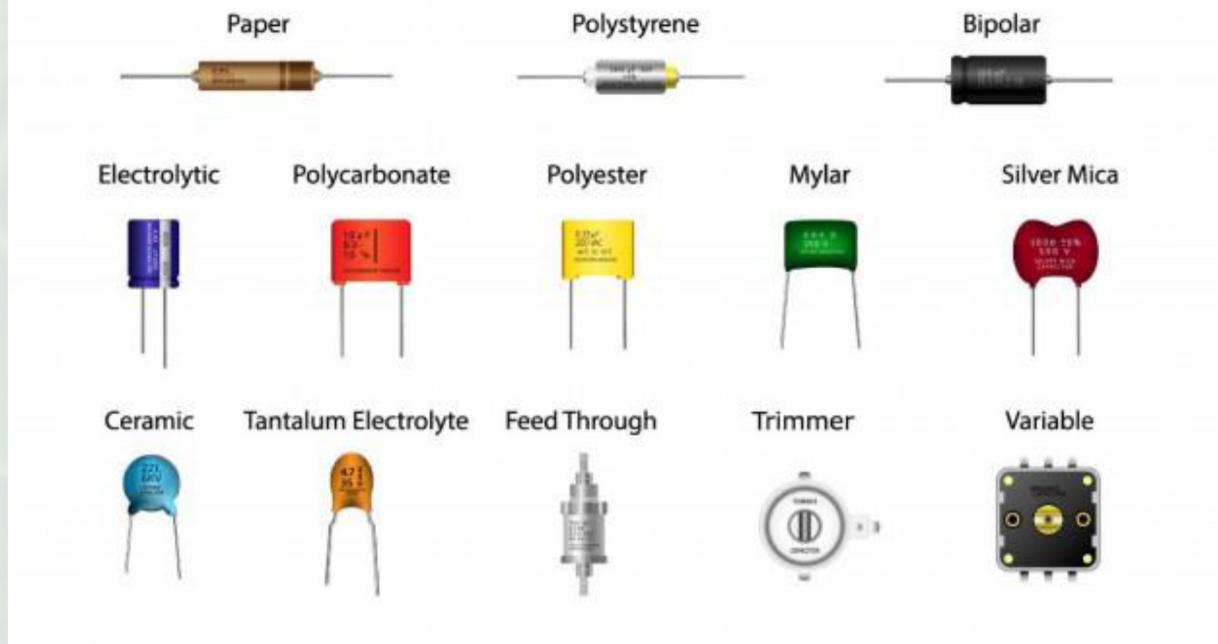
$$\Psi_{ee} = L_{ee} \Rightarrow D \cdot 4\pi R^2 = P_s \cdot 4\pi R_0^2 \Rightarrow D = P_s \left(\frac{R_0}{R}\right)^2, \bar{D} = P_s \frac{R_0^2}{R^2} \cdot \bar{R}, \bar{E} = \frac{\bar{D}}{\epsilon_0}$$

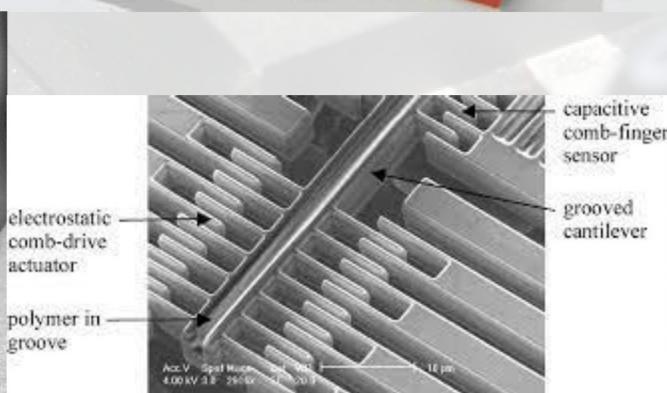
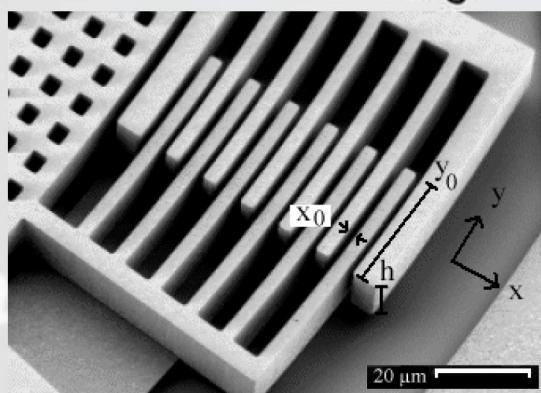
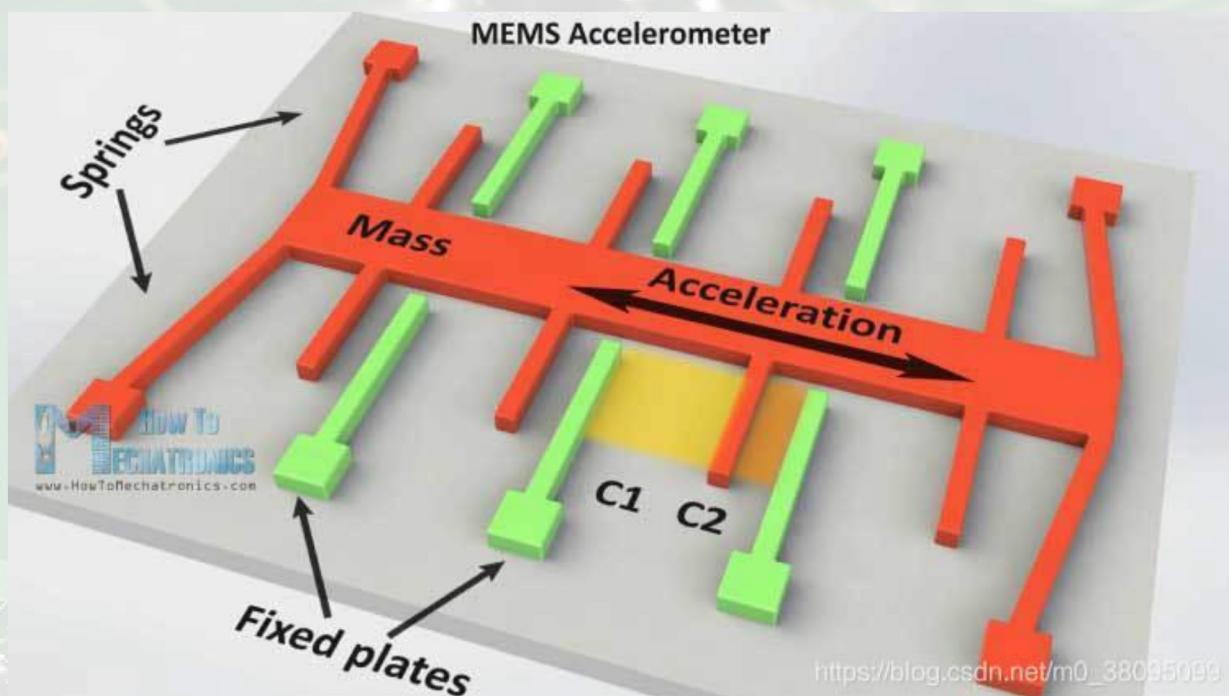
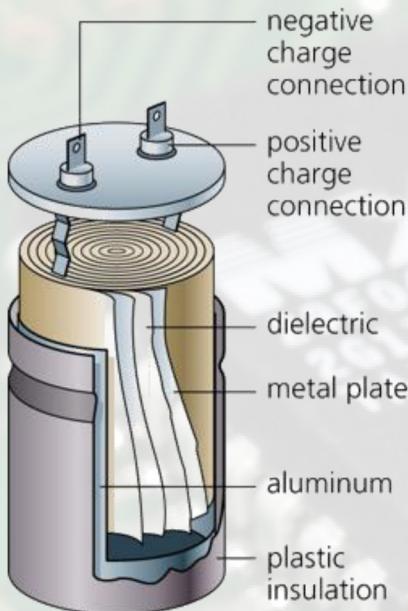
| capacitate

$$C = \frac{L_{ee}}{U} = \frac{L_{ee}}{\int \bar{E} dl} = \frac{L_{ee}}{\int_{R_0}^R \bar{E} dl} = \frac{L_{ee}}{\int_{R_0}^R \frac{P_s}{R^2} \cdot \frac{1}{R^2} dl} = \frac{4\pi P_s}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{R_0} \right] \left[\frac{1}{R_0} \right] = \frac{4\pi P_s}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$W_e = \frac{CV^2}{2} = \frac{4\pi \epsilon_0}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \frac{U^2}{2}; d) F = \frac{\partial W_e}{\partial R} = 0$$

Capacitor Types





MEMS-tunable dielectric metasurface lens

