PARTEA VI-a. CAMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTATIONAR ANAMAGNETIC

1. Ecuațiile câmpului electromagnetic cvasistaționar anamagnetic

Spunem ca radiofrecventa pentru campul electromagnetic este atunci cand marimile campului variaza periodic cu o frecventa de 1- 100 MHz. Frecventele alocate aplicatiilor industriale sunt 13,56 MHz, 27,12 MHz şi 40,68 MHz.

Regimul cvasistaţionar anamagnetic al câmpului electromagnetic presupune neglijarea derivatei în timp a inducţiei magnetice. Legea inducţiei electromagnetice capătă forma din electrostatică:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \tag{1.1}$$

Rezultă:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{1.2}$$

Forma locală a legi circuitului magnetic, pentru medii imobile:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{1.3}$$

La ecuatiile (1.1) şi (1.3) se adauga şi relaţiile constitutive privind componentele câmpului electromagnetic (**E**,**J**) şi (**D**,**E**).

Legea legăturii dintre inducţia electrică şi intensitatea câmpului electric este:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{1.4}$$

Legea conductiei este:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \tag{1.5}$$

Am presupus că mediile sunt liniare, izotrope, fără polarizaţie electrică şi fara câmp imprimat.

Condiţii de frontieră (CF)

La ecuatiile de mai sus trebuie adaugate conditiile de frontiera. Acestea sunt de tipul celor de la câmpurile statice /1/:

Condiţiile iniţiale (CI)

Deoarece în ecuaţia (1.3) apare derivata în timp a inducţiei electrice, este necesar să se cunoască şi valoarea iniţială a acesteia: $\mathbf{D}\big|_{t=0} = \mathbf{D}_i$.

Teorema Sistemul relaţiilor (1.1), (1.3), (1.4) şi (1.5), cu condiţia iniţială (CI) şi cu condiţiile de frontiera (FR) , definesc unic componentele (**D,E,J**) în domeniul Ω.

2. Ecuaţia potentialului scalar

Inlocuind (1.2) în relatiile (1.4) şi (1.5), şi tinând cont de (3), rezultă:

$$- rot\mathbf{H} = \sigma \nabla V + \varepsilon \frac{\partial(\nabla V)}{\partial t}$$

Aplicând operatorul *div*, rezulta:

$$\nabla \cdot \sigma \nabla V + \frac{\partial(\nabla \cdot \varepsilon \nabla V)}{\partial t} = 0 \tag{2.1}$$

Conditiile de frontiera pentru ecuatia in *V* se obtin din (FR).
Din conditia (α) şi din relatia (1.1.52) rezulta ca pe suprafaţa *S*'
se dă potenţialul *V*:

$$V(P) = V(P_0) - \int_{P_0}^{P} \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l} \tag{2.2}$$

unde P şi P_0 sunt puncte de pe *S*', iar integrarea se face pe orice drum de pe *S*'.

De cele mai multe ori, **f**=0 si rezulta *V*=ct

Pe suprafetele *S*'' se da o relatie a derivatei pe directia normalei:

$$\sigma\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right) + \varepsilon \frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)}{\partial t} = -g \tag{2.3}$$

3. Regimul sinusoidal

Daca toate marimile câmpului din regimul cvasistationar sunt functii sinusoidale de aceeasi pulsatie, putem folosi imagnile in complex si, corespunzator relatiilor (1.2)÷(1.5), obtinem:

$$\underline{\mathbf{E}} = -\nabla \underline{V} \tag{3.2}$$

$$\oint_{\Gamma} \underline{\mathbf{H}} \cdot d\mathbf{l} = \int_{S_\Gamma} \underline{\mathbf{J}} \cdot \mathbf{n} dS + j\omega \int_{S_\Gamma} \underline{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{n} dS \tag{3.3}$$

$$\underline{\mathbf{D}} = \underline{\varepsilon} \underline{\mathbf{E}} \tag{3.4}$$

$$\underline{\mathbf{J}} = \sigma \underline{\mathbf{E}} \tag{3.5}$$

In relatia **D-E** se poate lua permitivitatea complexa:

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon_r - j\varepsilon_i \tag{3.6}$$

prin care tinem cont de pierderile in dielectric. In tehnica, pierderile in dielectric sunt descrise de:

$$tg\delta = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_r} \tag{3.7}$$

In ecuatia (2.1) se inlocuieste derivata in domeniul tip $\frac{\partial}{\partial t}$ cu imaginea ei in complex $j\omega$ si ε cu $\underline{\varepsilon}$ din relatia (3.6) si se obtine imaginea in complx a ecuatiei potentialului electric scalar (2.1) este:

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \underline{V} + j\omega \nabla \cdot \underline{\varepsilon} \nabla \underline{V} = 0$$

sau

$$\nabla \cdot \underline{\sigma}\, \nabla \underline{V} = 0 \tag{3.8}$$

unde conductivitatea complexa $\underline{\sigma}$ cuprinde şi pierderile prin conductie:

$$\underline{\sigma} = (\sigma + \omega\varepsilon_i) + j\omega\varepsilon_r \tag{3.9}$$

Conditia initiala, care apare la problema in domeniul timp, este inlocuita de conditia ca marimile sa fie functii sinusoidale. Conditiile de frontiera sunt date de imaginile in complex ale condiţiilor (CF).

Regimul cvasistaţionar anamagnetic este un model foarte util pentru analiza câmpului electromagnetic în medii izolante sau foarte slab conductoare, unde cei doi termeni din membrul drept al legii circuitului magnetic (1.3) au ponderi apropiate. În plus, valoarea totală a membrului drept este mult mai mică decăt în cazul regimului cvasistaţionar din corpurile conductoare, studiat la paragrafele anterioare. Rezultă o valoare mai mică pentru H si, în cazul în care mediul are permeabilitatea magnetică a vidului, valoarea inducţiei magnetice este mică, putănd fi neglijată. Evident, admitem că viteza de variaţie în timp a câmpului electromagnetic este suficient de mică. Un criteriu utilizat pentru această viteză, în cazul regimului sinusoidal, este ca lungimea de undă a câmpului electromagnetic $L = \dfrac{1}{f\sqrt{\varepsilon\mu_0}}$ să fie mai mare decat dimensiunile domeniului analizat.

În tehnică, regimul cvasistaţionar anamagnetic este utilizat cu succes la studiul încălzirii dielectricilor în medie frecvenţă şi la studiul străpungerii izolaţiilor.

Aplicatia 5.1. Condensatorul plan cu pierderi in dielectric. Fie un condensator plan a carui dielectric are permitivitatea complexa $\underline{\varepsilon} = \varepsilon_r - j\varepsilon_i$. Sa se determine capacitatea complexa si pierderile condensatorului.

Rezolvarea urmeaza drumul de la P2, cap2, (Fig.2.6) cu diferenta ca in locul lui permitivitatii reale ε, avem permitivitatea complexa $\underline{\varepsilon}$ si in locul sarcinii electrice *Q*, avem $\underline{Q}$. Deci capacitatea condensatoruluii este $\underline{C} = \dfrac{\underline{\varepsilon} S}{d}$.

Puterea complexa absorbita de condensator este:

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = \underline{U}(j\omega\underline{C}\,\underline{U})^* = -j\omega\underline{C}^* U^2 = -j\omega(\varepsilon_r + j\varepsilon_i)\frac{S}{d}U^2$$

$$= \omega\varepsilon_i \frac{S}{d}U^2 - j\omega\varepsilon_r \frac{S}{d}U^2 \qquad (3.10)$$

Deci puterea reactiva absorbita este negativa (este sursa de putere reactiva):

$$Q=-j\omega\varepsilon_r\frac{S}{d}U^2 \tag{3.11}$$

Iar puterea activa este

$$P=\omega\varepsilon_i\frac{S}{d}U^2 \tag{3.12}$$

si tinand cont de (3.7), $tg\delta=\dfrac{\varepsilon_i}{\varepsilon_r}$,

$$P=\omega\varepsilon_r tg\delta\frac{S}{d}U^2 \tag{3.13}$$

Putem propune schema echivalenta paralel din Fig.3.1, unde

$$C=\varepsilon_r\frac{S}{d},\quad G=\omega\varepsilon_r tg\delta\frac{S}{d} \tag{3.14}$$

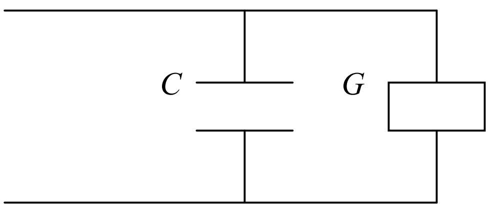

Fig.3.1. Schema de condensaator cu pierderi

Aplicatia 5.2. *Cablul coaxial cu pierderi in dielectric.* Fie un cablu coaxial a carui dielectric are pierderi. Determinarea capacitatii lineic a cablului urmeaza calea din P2, cap.2, si obtinem:

$$\underline{C}_l = \frac{2\pi\underline{\varepsilon}}{ln\frac{b}{a}} \tag{3.15}$$

unde $\underline{\varepsilon} = \varepsilon_r - j\varepsilon_i$. Deci pierderile lineice in dielectricul cablului coaxial sunt, asemanator ca in aplicatia 3.1:

$$\begin{aligned} \underline{S}_l = \underline{U}\underline{I}^* = \underline{U}(j\omega\underline{C}_l\underline{U})^* = -j\omega\underline{C}_l^* U^2 \\ = -j\omega(\varepsilon_r + j\varepsilon_i)\frac{2\pi}{ln\frac{b}{a}} \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$Q_l = -j\omega\varepsilon_r \frac{2\pi}{ln\frac{b}{a}} U^2 \tag{3.17}$$

$$P_l = \omega\varepsilon_i \frac{2\pi}{ln\frac{b}{a}} U^2 = \omega\varepsilon_r tg\delta \frac{2\pi}{ln\frac{b}{a}} U^2 \tag{3.18}$$

In schema din Fig.3.1 avem

$$C_l = \varepsilon_r \frac{2\pi}{ln\frac{b}{a}}, \qquad G_l = \omega\varepsilon_r tg\delta \frac{2\pi}{ln\frac{b}{a}} \tag{3.19}$$

4. Încălzirea dielectricilor

Teorema lui Warburg afirma ca energia specifică (densitatea de volum) ce se transformă din forma electromagnetica în căldura, in cazul dielectricilor, este:

$$w = \oint_{ciclu} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{D} = \int_0^T \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dt \tag{4.1}$$

Ca urmare, pierderile specifice pot fi scrise:

$$p = \frac{w}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dt \tag{4.2}$$

unde T este perioada. Utilizând imaginile în complex, avem:

$$p = Re\left(\underline{\mathbf{E}} \cdot (j\omega \underline{\mathbf{D}})^*\right) = Re\left(\underline{\mathbf{E}} \cdot (-j\omega \underline{\varepsilon}^* \underline{\mathbf{E}}^*)\right)$$

Folosind expresia permitivităţii complexe, rezultă:

$$p = \omega \varepsilon_i E^2 \tag{4.3}$$

Dacă ţinem cont şi de pierderile prin conducţie, atunci:

$$p = Re\left(\underline{\mathbf{E}} \cdot \underline{\mathbf{J}}^*\right)$$

Folosind expresia conductivităţii complexe (3.9), rezultă:

$$p = Re\left(\underline{\mathbf{E}} \cdot \underline{\sigma}^{*} \underline{\mathbf{E}}^{*}\right) = (\sigma + \omega\varepsilon_i)E^2 \qquad (4.4)$$

care cuprinde atat pierderile in dielectric, cat şi cele prin conducţie.

Ecuatia difuziei câmpului termic:

$$-\nabla\, \lambda \nabla T + c\frac{\partial T}{\partial t} = p \qquad (4.5)$$

cu conditia de frontiera:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha(T - T_e) \qquad (4.6)$$

unde: -*c* este capacitatea termică volumică;

-α este coeficientul de transfer termic la suprafață;

λ este conductibilitatea termica;

- T_e este temperatura în exteriorul domeniului.

Dacă luăm $T_e = 0$, atunci prin rezolvarea ecuațiilor de câmp termic obținem supratemperatura față de mediul ambiant. Pentru solutionarea ecuatiei (1.33) se poate folosi Metoda elementelor finite

Analiza incalzirii in RF este deci o problema cuplata, de camp electromagnetic cu camp termic. Pierderile in dielectric rezulta din solutionarea prolemei de camp electromagnetic si sunt sursa de caldura din dielectric. Temperatura dielectricului poate modifica conductivitatea complexe a dielectricului.

a. Uscarea dielectricilor in RF

Incalzirea dielectricilor in RF poate avea si utilizari utile in tehnica: uscarea dielectricilor. Incalzind dielectricul, apa se evapora. Avem cateva avantaje importante fata de alte proceduri:

- poluare minima,
- autocontrolul temperaturii dielectricului. Odata cu cresterera temperaturii, valoarea factorului de pierderi $tg\delta$ scade si pierderil specifice scad. Pericolul aparitiei unui incediu se reduce.
- Incalzirea este volumica.

Filename: curs 17-16-05 cv anamg1
Directory: D:\Dell\catedra\2023\ETTI23
Template: C:\Users\hantila\AppData\Roaming\Microsoft\Templates\Normal.dot
Title: PARTEA VI-a
Subject:
Author: Hantila
Keywords:
Comments:
Creation Date: 22.05.2024 8:20 p.m.
Change Number: 3
Last Saved On: 22.05.2024 8:21 p.m.
Last Saved By: hantila
Total Editing Time: 4 Minutes
Last Printed On: 22.05.2024 8:21 p.m.
As of Last Complete Printing
Number of Pages: 10
Number of Words: 1,256 (approx.)
Number of Characters: 7,291 (approx.)