

Capitolul 2

Legile și principalele teoreme ale teoriei macroscopice a câmpului electromagnetic

2.6. Legea fluxului electric

Experiența arată că acele corpuri care sunt încărcate electric își asociază (produc) un câmp electric propriu.

Enunț: *Fluxul electric printr-o suprafață închisă este egal cu sarcina electrică din interiorul acelei suprafețe.*

$$\Psi_{\Sigma} = q_{D_{\Sigma}} \quad (1)$$

a) Forma integrală a legii

Relația arată că *în cazul unor medii nepolarizate electric sarcina electrică este sursă a câmpului electric*. De asemenea *liniile de câmp electric pornesc de pe corpurile încărcate pozitiv și ajung pe cele încărcate negativ*.

$$\oint_{\Sigma} \overline{Dn} \, dA = q_{D_{\Sigma}} \quad (1')$$

b) Forma locală a legii

Cei doi membri ai relației (1') se dezvoltă în funcție de \overline{D} și ρ_v , prin aplicarea transformării Gauss-Ostrogradski, astfel:

$$\oint_{\Sigma} \overline{Dn} \, dA \stackrel{G-O}{=} \int_{D_{\Sigma}} \operatorname{div} \overline{D} \, dv = \int_D \rho_v \, dv$$

de unde rezultă forma locală a legii fluxului electric pentru mediile cu variație continuă:

$$\operatorname{div} \overline{D} = \rho_v \quad (2)$$

c) Cazul suprafețelor de discontinuitate

În cazul unor suprafețe încărcate cu o densitatea de suprafață ρ_s a sarcinii electrice (Fig. 3.6) se consideră o suprafață închisă Σ aplatizată, cu cele două fețe ale sale de o parte și de alta a suprafeței încărcate S care delimitează o suprafață elementară. Cu notațiile din figură, aplicăm legea fluxului electric (1).

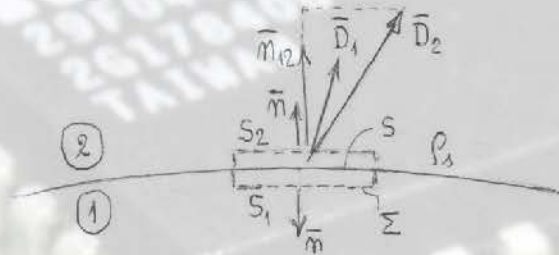


Fig. 3.06

Primul membru al legii este:

$$\oint_{\Sigma} \vec{D} \cdot \vec{n} \, dA = \int_{S_1} \vec{D} \cdot \vec{n} \, dA + \int_{S_2} \vec{D} \cdot \vec{n} \, dA = -(\vec{D}_1 \cdot \vec{n}_{12}) \Delta A + (\vec{D}_2 \cdot \vec{n}_{12}) \Delta A = \vec{n}_{12} (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \Delta A$$

în care ΔA este aria de pe suprafața S delimitată de suprafața închisă Σ (Fig. 3.06)

Cel de al doilea membru al aceleiași legi este

$$q_{D\Sigma} = \oint_S \rho_s \, dA = \rho_s \Delta A$$

Egalând cele două relații de mai sus, se obține:

$$\vec{n}_{12} (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s$$

adică,

$$\text{div}_S \vec{D} = \rho_s \quad (3)$$

în care $\text{div}_S \vec{D}$ este divergența de suprafață a inducției electrice.

Deoarece

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_s$$

rezultă că la traversarea câmpului electric a unei suprafețe de discontinuitate încărcată cu o sarcină electrică, componenta normală a inducției electrice are un salt de valoare egal cu densitatea de suprafață a sarcinii electrice.

Dacă suprafața nu este încărcată $\rho_s = 0$ rezultă egalitatea componentelor normale ale inducției electrice de pe o parte și de alta a suprafeței S:

$$D_{1n} = D_{2n}$$

d) Condiția de echilibru electrostatic

În conductoarele în regim electrostatic densitatea de curent e nulă: $\vec{J} = 0$

Astfel legea conducției în acest regim este $\vec{E} + \vec{E}_i = 0$, relație numită condiția de echilibru electrostatic. Pentru conductoare omogene din punct de vedere fizico-chimic și neaccelerate (care nu sunt sediul unui câmp electric imprimat $\vec{E}_i = 0$) rezultă $\vec{E} = 0$.

În interiorul domeniului unui astfel de conductor, (în care $\epsilon = \epsilon_0$) considerăm la întâmplare o suprafață închisă Σ care mărginește un domeniu D_Σ de formă oarecare și aplicăm legea fluxului electric (Fig. 3.23):

$$\Psi_\Sigma = q_\Sigma$$

$$\text{în care, } \Psi_\Sigma = \int_\Sigma \vec{D} d\vec{A}$$

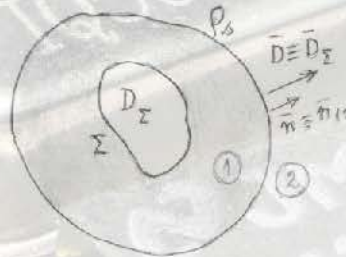


Fig. 3.23

Deoarece în absența polarizației \vec{P} legea legăturii în câmp electric devine $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ și deoarece $\vec{E} = 0$ cum s-a demonstrat mai sus, rezultă:

$$q_\Sigma = 0$$

Concluzia: în interiorul conductorului, nu există sarcină electrică; aceasta se repartizează însă pe suprafața lui, cu densitatea de suprafață ρ_s dată de relația $\rho_s = D$ sau vectorial

$$\vec{D} = \rho_s \vec{n}$$

în care \vec{D} este inducția electrică în exteriorul conductorului.

Influența electrostatică

Dacă se introduce într-un câmp electrostatic un conductor masiv neîncărcat, pe suprafața lui apar sarcini electrice egale și de semn contrar (Fig. 3.24) prin influență.



Fig. 3.24

În interiorul corpului câmpul propriu al acestor sarcini compensează câmpul în care el a fost introdus, astfel încât, câmpul rezultat din interior să se mențină nul. În același timp, în exterior liniile câmpului inițial \vec{E}_0 sunt modificate la suprafață și în exteriorul conductorului.

e) Calculul câmpurilor coulombiene cu ajutorul legii fluxului electric

Se numesc câmpuri coulombiene câmpurile electrice datorate distribuțiilor de sarcină electrică și de polarizație

Aplicații

1) Un corp punctual încărcat cu sarcina pozitivă Q se află într-un mediu liniar, izotrop, infinit extins de permitivitate ϵ . Să se determine intensitatea câmpului electric \vec{E} într-un punct M având vectorul de poziție \vec{r} (Fig. 3.07)

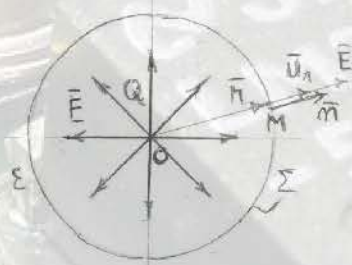


Fig. 3.07

Soluție. Ca urmare a simetriei, liniile de câmp sunt radiale. Fluxul electric prin suprafața Σ care trece prin punctul M este egal în acord cu legea fluxului electric cu sarcina punctuală $Q = q$ din interiorul suprafeței. Dacă Σ este o sferă de rază r , rezultă cu $D = \epsilon E$

$$\oint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{A} = 4\pi\epsilon r^2 E = q \quad \text{de unde,}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \text{ sau vectorial, } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

în care \vec{u}_r este versorul vectorului \vec{r}

2) Aceeași aplicație, în care sarcina Q este uniform distribuită cu densitatea de volum ρ_v în interiorul D mărginit de suprafața închisă Σ (Fig. 3.08)

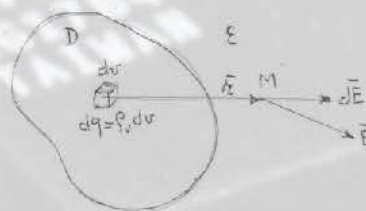


Fig. 3.08

Soluție. Câmpul electric elementar al sarcinii electrice $dq = \rho_v dv$ din interiorul unui element de volum este

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{dq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Prin integrare se obține intensitatea câmpului electric

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_D \frac{\rho_v \vec{r}}{r^3} dv$$

Dacă sarcina Q este uniform distribuită pe o suprafață deschisă S cu densitatea de suprafață ρ_s (Fig. 3.9)

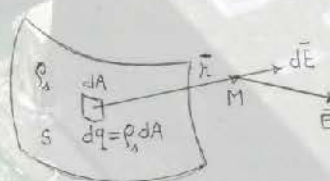


Fig. 3.09

Soluția este
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\rho_s \vec{r}}{r^3} dA$$

Dacă sarcina Q este uniform distribuită pe o curbă deschisă C cu densitatea de linie ρ_l (Fig. 3.09_1)

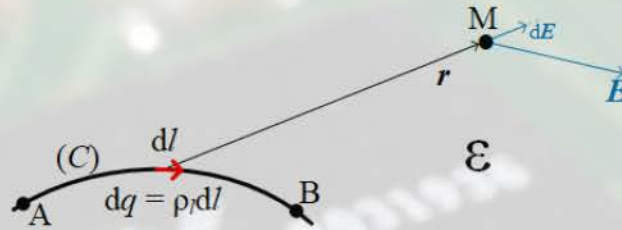
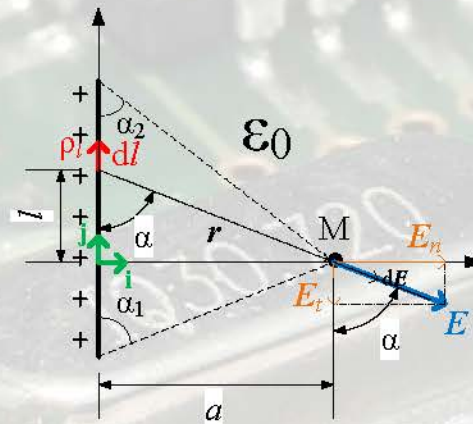


Fig. 3.09_1

Soluția este
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_C \frac{\rho_l \vec{r}}{r^3} dl$$

3) Un conductor filiform, rectiliniu, încărcat cu densitatea de linie $\rho_l > 0$ se află plasat în vid. Să se determine intensitatea câmpului electric \vec{E} într-un punct M aflat la distanța a de conductor.

Capetele conductorului formează cu punctul de calcul unghiurile α_1 și α_2 .



Soluție

Vectorul intensitate câmp electric prezintă două componente, una tangențială (paralelă) cu elementul de lungime dl , respectiv o componentă normală (perpendiculară) pe acesta.

$$E = \int_{(C)} dE \Rightarrow \begin{cases} E_n = \int_{(C)} dE \sin \alpha = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{(C)} \frac{\sin \alpha}{r^2} dl \\ E_t = \int_{(C)} dE \cos \alpha = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{(C)} \frac{\cos \alpha}{r^2} dl \end{cases}$$

Considerând următoarele notații: $l = a \tan \alpha$, respectiv $r = \frac{a}{\sin \alpha}$ este necesar a se realiza

transpunerea elementului de lungime în element de arc de cerc: $dl = -\frac{a}{(\sin \alpha)^2} d\alpha = -\frac{r^2}{a} d\alpha$.

Cu notațiile anterioare, cele două componente ale vectorului intensitate câmp electric sunt:

$$E_n = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{(C)} \frac{\sin \alpha}{r^2} dl = \frac{-\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{\pi-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha}{r^2} \frac{r^2}{a} d\alpha = \frac{-\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \int_{\pi-\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

$$E_t = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{(C)} \frac{\cos \alpha}{r^2} dl = \frac{-\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{\pi-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\cos \alpha}{r^2} \frac{r^2}{a} d\alpha = \frac{-\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \int_{\pi-\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha d\alpha = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2).$$

Modul acestuia este:

$$E = \sqrt{E_n^2 + E_t^2} = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \sqrt{(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)^2 + (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)^2} =$$

$$= \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \sqrt{2 + 2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2} =$$

$$= \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \sqrt{2 + \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \cos(\alpha_1 + \alpha_2)} =$$

$$= \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \sqrt{2[1 + \cos(\alpha_1 + \alpha_2)]} = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \sqrt{2 \cdot 2 \cdot \left[\cos\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \right]^2} =$$

$$= \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0} \cos\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right).$$

În concluzie se obțin următoarele expresii:

$$\mathbf{E} = E_n \mathbf{i} - E_t \mathbf{j}$$

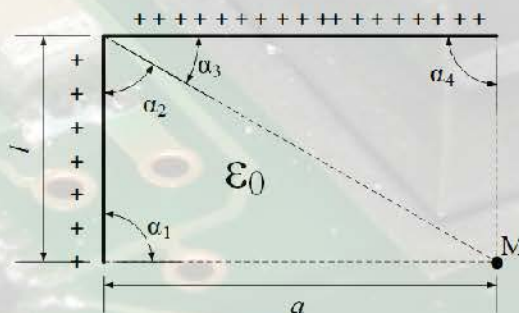
$$E_n = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

$$E_t = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

$$E = \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0} \cos\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right).$$

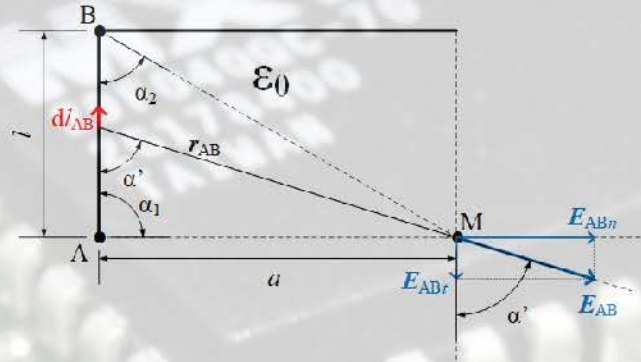
4) Un conductor filiform, rectiliniu, cu forma geometrică din figură, este încărcat cu densitatea de linie ρ_l fiind plasat în vid. Să se determine intensitatea câmpului electric \mathbf{E} în punctul M.

Se cunosc: $a, l, \alpha_1 = \alpha_4 = \frac{\pi}{2}, \alpha_2 = \frac{\pi}{3}, \alpha_3 = \frac{\pi}{6}$.



Problema se rezolvă prin metoda superpoziției (a adunării efectelor) considerând geometria formată din două segmente, vertical și orizontal. Fiecare segment va determina câte o componentă a vectorului rezultat al intensității câmpului electric în punctul M.

Pentru porțiunea de conductor AB

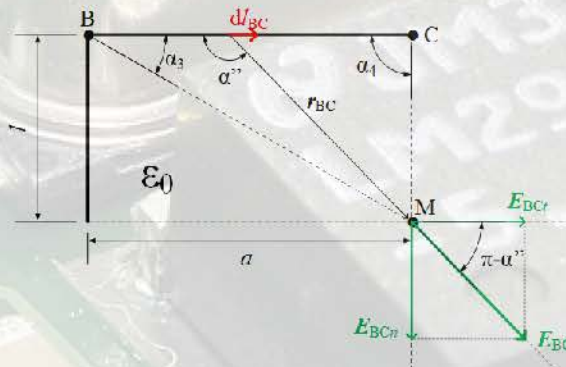


$$E_{ABn} = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \left(\cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\rho_l}{8\pi a \epsilon_0}$$

$$E_{ABt} = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$E_{AB} = \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0} \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) = \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0} \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}}{2} \right) = \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0} \cos \left(\frac{5\pi}{12} \right) = \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0} \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

Pentru porțiunea de conductor BC

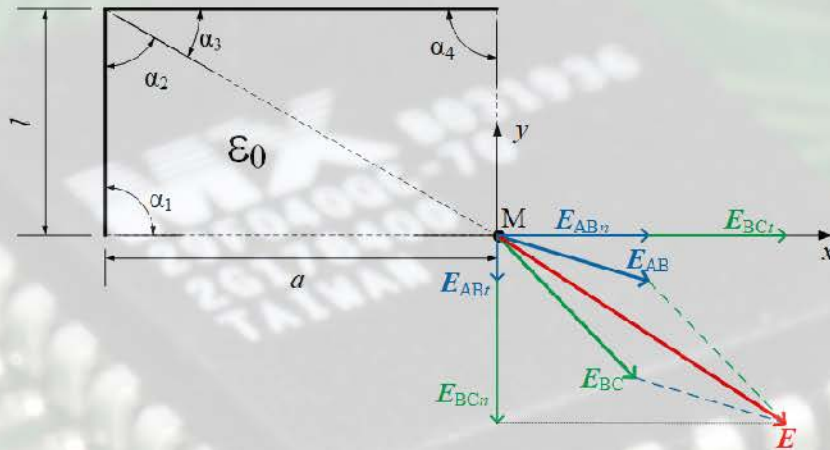


$$E_{BCn} = \frac{\rho_l}{4\pi l \epsilon_0} (\cos \alpha_3 + \cos \alpha_4) = \frac{\rho_l}{4\pi l \epsilon_0} \left(\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\rho_l \sqrt{3}}{8\pi l \epsilon_0}$$

$$E_{BCt} = -\frac{\rho_l}{4\pi l \epsilon_0} (\sin \alpha_3 - \sin \alpha_4) = -\frac{\rho_l}{4\pi l \epsilon_0} \left(\sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\rho_l}{4\pi l \epsilon_0} \left(-1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{\rho_l}{8\pi l \epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{\rho_l}{2\pi l \epsilon_0} \cos \left(\frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2} \right) = \frac{\rho_l}{2\pi l \epsilon_0} \cos \left(\frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = \frac{\rho_l}{2\pi l \epsilon_0} \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) = \frac{\rho_l}{4\pi l \epsilon_0}$$

Se aplică metoda superpoziției. Se atașează un sistem de axe Oxy în punctul M și se realizează suma algebrică a tuturor componentelor care se regăsesc după axa Ox, respectiv Oy.



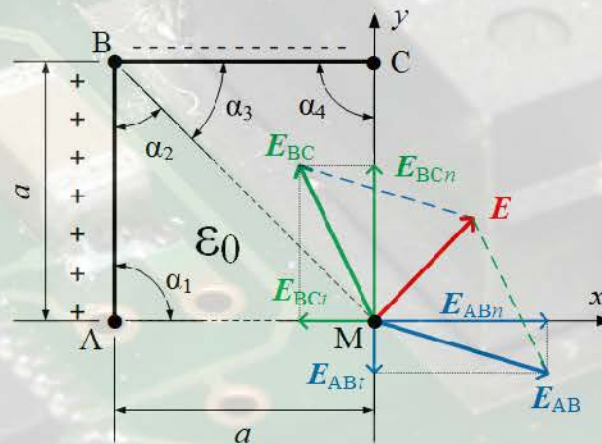
$$E_x = E_{ABn} + E_{B Ct} = \frac{\rho_l}{8\pi a \epsilon_0} + \frac{\rho_l \sqrt{3}}{8\pi l \epsilon_0} = \frac{\rho_l}{8\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{\sqrt{3}}{l} \right).$$

$$E_y = E_{ABt} + E_{BCn} = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{\rho_l}{8\pi l \epsilon_0} = \frac{\rho_l}{8\pi \epsilon_0} \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{a} + \frac{1}{l} \right).$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{\rho_l}{8\pi \epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{1}{a} + \frac{\sqrt{3}}{l} \right)^2 + \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{a} + \frac{1}{l} \right)^2}.$$

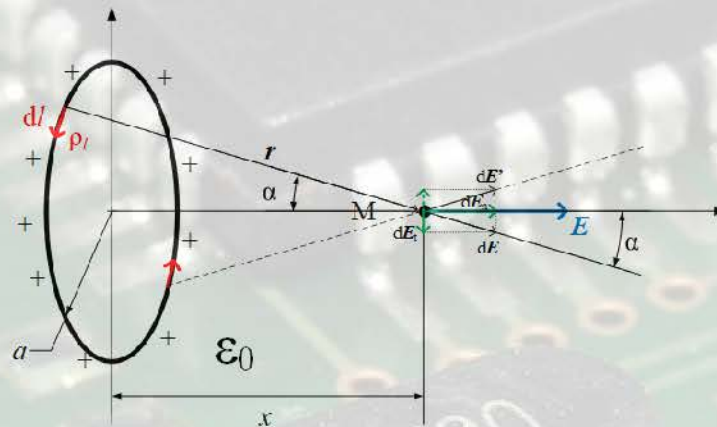
5) Un conductor electric filiform, rectiliniu, format din două segmente AB ($\rho_l > 0$), respectiv BC ($\rho_l < 0$), se află plasat în vid. Să se determine intensitatea câmpului electric E într-un punct M aflat la distanța a de conductor.

Se cunosc: a , $\alpha_1 = \alpha_4 = \frac{\pi}{2}$, $\alpha_2 = \alpha_3 = \frac{\pi}{4}$.



6) Un conductor electric filiform, având forma unei spire circulare de rază a , încărcat cu densitatea de linie $\rho_l > 0$ se află plasat în vid. Să se determine intensitatea câmpului electric \mathbf{E} într-un punct M aflat pe axa perpendiculară ridicată în centrul spirei, la distanța x de spiră.

OBS.: Datorită simetriei există două componente elementare de lungime dl , fiecare încărcate cu densitatea de sarcină ρ_l , care acționează în punctul M de calcul. Fiecare componentă va determina un câmp electric elementar $d\mathbf{E}$, respectiv $d\mathbf{E}'$. Componentele tangențiale ale acestora se vor anula reciproc, astfel încât această geometrie va determina un câmp electric doar cu o componentă normală, colineară cu axa perpendiculară a spirei.



Vectorul intensitate câmp electric se exprimă în funcție de componenta elementară

$$\mathbf{E} = \int_{(C)} d\mathbf{E},$$

iar modulul acestuia, care din cauza simetriei are doar componentă normală, are expresia:

$$E = \int_{(C)} dE_n = \int_0^{2\pi a} dE \cos \alpha = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi a} \frac{\cos \alpha}{r^2} dl$$

Considerăm $r = \sqrt{a^2 + x^2}$ și $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ astfel încât rezultă:

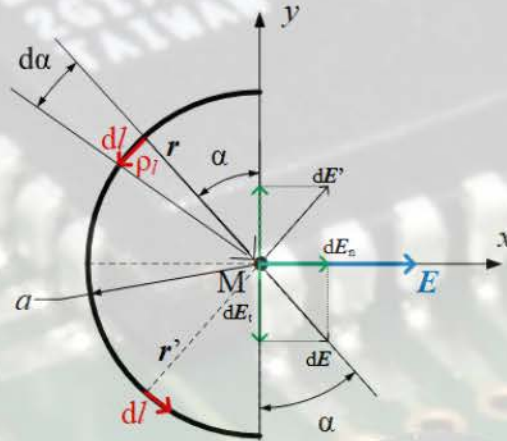
$$E = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi a} \frac{\cos \alpha}{r^2} dl = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi a} \frac{x}{r^3} dl = \frac{2\pi a x \rho_l}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} = \frac{a x \rho_l}{2\epsilon_0} \frac{1}{(a^2 + x^2)^{3/2}}.$$

$$E = \frac{a x \rho_l}{2\epsilon_0} \frac{1}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

OBS.: Dacă punctul de calcul M este plasat în centrul spirei ($x = 0$) atunci câmpul electric produs de aceasta este nul.

7) Un conductor electric filiform, având forma unei semi-spire circulare de rază a , încărcat cu densitatea de linie $\rho_l > 0$ se află plasat în vid. Să se determine intensitatea câmpului electric \mathbf{E} într-un punct M aflat în centrul spirei.

OBS.: Datorită simetriei de tip semi-cerc există două componente elementare de lungime dl , fiecare încărcate cu densitatea de sarcină ρ_l , care acționează în punctul M de calcul. Fiecare componentă va determina un câmp electric elementar $d\mathbf{E}$, respectiv $d\mathbf{E}'$. Componentele tangențiale ale acestora se vor anula reciproc, astfel încât această geometrie va determina un câmp electric doar cu o componentă normală, colineară cu axa Ox .



$$E = \int_{(c)} dE \Rightarrow E = \int_{(c)} dE_n = \int_0^\pi dE \sin \alpha = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\sin \alpha}{a^2} dl.$$

Se transpune elementul de integrare $dl = a d\alpha$, ce determină:

$$E = \frac{\rho_l}{4\pi a^2 \epsilon_0} \int_0^\pi a \sin \alpha d\alpha = \frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = -\frac{\rho_l}{4\pi a \epsilon_0} (\cos \pi - \cos 0) = \frac{\rho_l}{2\pi a \epsilon_0}.$$

f) Dipolul electric

Dipolul electric este un sistem de două corpuri punctuale încărcate cu sarcini q de valoare egală, dar de semne opuse aflate la o distanță Δl care tinde către zero (Fig. 3.11) (distanța între sarcinile punctuale este mult mai mică decât distanța la care se calculează câmpul electric produs de sistem):

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} q\Delta l = \text{const}$$

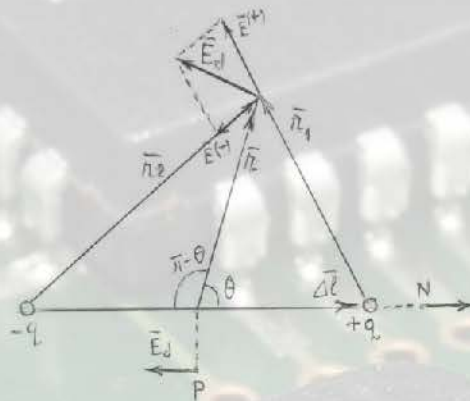


Fig. 3.11

În această ipoteză se definește momentul electric dipolar

$$\vec{p}_d = q \vec{\Delta l}$$

Într-un mediu liniar, izotrop, omogen de permitivitate ϵ câmpul electric al dipolului este suma vectorială a câmpurilor produse de cele două sarcini:

$$\vec{E}_d = \vec{E}^+ + \vec{E}^- = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q \vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q \vec{r}_2}{r_2^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon} q \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3} \right) \quad (4)$$

Folosind teorema cosinusului rezultă:

$$r_1 = \left(r^2 + \frac{\Delta l^2}{4} - 2r \frac{\Delta l}{2} \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}} = r \left(1 - \frac{\Delta l}{r} \cos \theta + \frac{\Delta l^2}{4r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx r \left(1 - \frac{\Delta l}{2r} \cos \theta \right)$$

Deoarece $\Delta l \ll r$, $(1-x)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{x}{2}$, și $1-x \approx \frac{1}{1+x}$ rezultă:

$$r_1 \approx \frac{r}{1 + \frac{\Delta l}{2r} \cos \alpha} \quad (5)$$

și în mod asemănător:

$$r_2 = \left(r^2 + \frac{\Delta l^2}{4} + 2r \frac{\Delta l}{2} \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}} \approx \frac{r}{1 - \frac{\Delta l}{2r} \cos \alpha} \quad (6)$$

Din relațiile (4), (5) și (6) rezultă câmpul electric al dipolului:

$$\begin{aligned} \bar{E}_d(M) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} q \frac{1}{r^3} \left[\bar{r}_1 \left(1 + \frac{\Delta l}{2r} \cos \theta \right)^3 - \bar{r}_2 \left(1 - \frac{\Delta l}{2r} \cos \theta \right)^3 \right] \approx \\ &\approx \frac{1}{4\pi\epsilon} q \frac{1}{r^3} \left[\bar{r}_1 \left(1 + 3 \frac{\Delta l}{2r} \cos \theta \right) - \bar{r}_2 \left(1 - 3 \frac{\Delta l}{2r} \cos \theta \right) \right] \approx \\ &\approx \frac{1}{4\pi\epsilon} q \frac{1}{r^3} \left[(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) + (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) \cdot 3 \frac{\Delta l}{2r} \cos \theta \right] \end{aligned}$$

Dar, $\bar{r}_1 - \bar{r}_2 = -\bar{\Delta l}$, $\bar{r}_1 + \bar{r}_2 = 2\bar{r}$ și $\Delta l \cos \theta = \frac{\bar{\Delta l} \cdot \bar{r}}{r}$ așa încât, câmpul electric al dipolului în punctul M este

$$\bar{E}_d(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{3(\bar{p}_d \cdot \bar{r}) \bar{r}}{r^5} - \frac{\bar{p}_d}{r^3} \right] \quad (7)$$

Dacă punctul M se deplasează în punctul N, apar următoarele paralelisme: $\bar{\Delta l} \uparrow \uparrow \bar{r} \uparrow \uparrow \bar{p}_d$ iar câmpul electric în punctul N ia valoarea:

$$\bar{E}_d(N) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{2\bar{p}_d}{r^3}$$

Dacă M se deplasează în punctul P atunci $\bar{\Delta l} \perp \bar{n}$, $\bar{p}_d \perp \bar{r}$ astfel încât câmpul electric ia valoarea:

$$\bar{E}_d(P) = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\bar{p}_d}{r^3}$$