PB. 50 - Soluzione

Dati. Sono date $S = 3$ sostanze e $A = 7$ alimenti. Indichiamo con un indice $i = 1, \ldots, S$ le sostanze (proteine, carboidrati, grassi) e con un indice $j = 1, \ldots, A$ gli alimenti. Indichiamo con a_{ij} la quantità (in grammi) di sostanza $i = 1, \ldots, S$ per ogni chilogrammo di alimento $j = 1, \ldots, A$ [g / kg]. Indichiamo con l_i ed u_i la minima e la massima quantità di sostanza $i = 1, \ldots, S$ da assumere ogni giorno [g / giorno]. Indichiamo con c_j il prezzo di ogni alimento $j = 1, \ldots, A$ [Euro / kg].

Variabili. Il problema decisionale consiste nel decidere le *quantità* ottimali di ogni alimento da inserire nella dieta dell'atleta. Definiamo quindi una variabile per ogni tipo di alimento: essa indica la quantità di alimento che deve essere consumata dall'atleta ogni giorno. Abbiamo quindi le variabili x_j con $j = 1, \ldots, A$, misurate in kg / giorno. Le variabili sono continue e non-negative.

Vincoli. Le quantità di sostanze nutritive $i = 1, \ldots, S$ devono essere comprese entro i limiti l_i e u_i. Esiste quindi una coppia di vincoli per ogni sostanza nutritiva $i = 1, \ldots, S$. Si esprimono i vincoli come $l_i \leq \sum_{j=1}^{A} a_{ij}x_j \leq u_i \quad \forall i = 1, \ldots, S$. Ogni vincolo è espresso in grammi / giorno.

Funzione obiettivo. Si vuole minimizzare il costo complessivo z, che dipende dalle quantità di alimenti scelti: $z = \sum_{j=1}^{A} c_j x_j$. La funzione obiettivo è espressa in Euro / giorno.

Il modello matematico completo risulta quindi:

$$
\begin{aligned}
\min z = & \sum_{j=1}^{A} c_j x_j \\
\text{s.t.} & \sum_{j=1}^{A} a_{ij} x_j \geq l_i & \forall i = 1, \ldots, S \\
& \sum_{j=1}^{A} a_{ij} x_j \leq u_i & \forall i = 1, \ldots, S \\
& x_j \geq 0 & \forall j = 1, \ldots, A.
\end{aligned}
$$