Pianificazione e Gestione Servizi Sanitari

Analisi del problema decisionale, sviluppo e struttura del modello decisionale, esercizio 2

Prof. Domenico Conforti – Lezione 5 – 04.10.23 – Autori e Revisionatori: Salvati e Luciani

PROBLEMA DECISIONALE 1
Occorre prendere delle <u>decisioni</u> sulla base di un fissato <u>criterio</u> 2 di scelta, rispettando <u>condizioni/limitazioni/requisiti.</u> 3
Ricordiamo che le decisioni verranno prese all'interno di un insieme già definito di alternative, il che dipende dallo specifico problema.
L'operazione di scegliere, tra le varie alternative possibili, quella che "conviene di più", viene fatto sulla base di un fissato criterio di scelta, legato a sua volta all'obiettivo da raggiungere.

MODELLO DECISIONALE
Il modello decisionale rappresenta, con opportuno linguaggio matematico, il problema decisionale.
Nel modello decisionale:

1. Le decisioni diventano variabili decisionali.
   Le variabili decisionali sono le cosiddette variabili di controllo, indipendenti, che il decisore può manipolare in quanto ha il controllo su di esse.
2. Il criterio diventa funzione obiettivo.
3. Le condizioni diventano funzioni di vincolo.
   Funzione obiettivo e funzioni di vincolo sono funzioni in senso matematico delle variabili decisionali. $z = f(x)$

Nelle applicazioni che vedremo, andremo a ricostruire degli specifici problemi decisionali e, sulla base di questi, andremo a costruire i relativi modelli decisionali. Questi poi verranno "dati in pasto" ai sistemi software che ci daranno le soluzioni. Infine, analizzeremo queste soluzioni per vedere se sono applicabili al contesto reale.

<u>ANALISI DEL PROBLEMA DECISIONALE</u>

Costruiamo schematicamente una sorta di vademecum (manuale) da applicare in generale in qualsiasi tipologia di problema decisionale.

L'analisi del problema decisionale è propedeutica alla definizione del modello decisionale.

1. Riconoscere il <u>tipo</u> di problema decisionale
2. Evidenziare i <u>parametri</u> del problema decisionale, i quali rappresentano i dati (nella lezione precedente erano i coefficienti del problema, con struttura dati vettoriale)
3. Istanziare (=valorizzare) i <u>dati</u> e definire le relative <u>strutture dati</u>, cioè nel contesto di riferimento bisogna fare delle misure o raccogliere dei dati
4. Identificare **<u>cosa</u>** occorre determinare, dove con cosa si intendono le decisioni
5. Identificare il <u>criterio</u> di scelta di cosa determinare, il quale sarà poi la funzione obiettivo
6. Identificare le condizioni che impongono **<u>come</u>** determinare cosa

Possiamo utilizzare questa scaletta per definire una linea guida che consenta di poter analizzare il problema e arrivare alla formulazione del modello decisionale.

SVILUPPO DEL MODELLO DECISIONALE

Lo sviluppo del modello decisionale consiste nell'identificare e codificare le tre componenti principali del modello decisionale: variabile decisionale, funzione obiettivo e vincoli.

1. Modellare le decisioni
   Avendo riconosciuto, nell'analisi del problema decisionale, quali sono le decisioni, bisogna capire come andarle opportunamente a codificare.
   In generale, le variabili decisionali possono essere rappresentate attraverso un vettore di *n* generiche variabili. La cardinalità di *n* dipende dallo specifico contesto e, quindi, dallo specifico problema decisionale. Le variabili decisionali possono essere rappresentate come variabili continue o discrete (sempre intere positive).

   $$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

   → variabili continue $x \in \mathbb{R}^n$

   → variabili discrete $x \in \mathbb{Z}^n$

2. Modellare l'obiettivo
   Modellare l'obiettivo vuol dire determinare una qualche forma della funzione obiettivo.

   $$z = f(x)$$

   → legame funzionale

   Un **legame funzionale** è una relazione che si stabilisce tra l'obiettivo che dobbiamo perseguire (costruito sulla base del criterio di scelta) e le variabili decisionali che dobbiamo determinare.

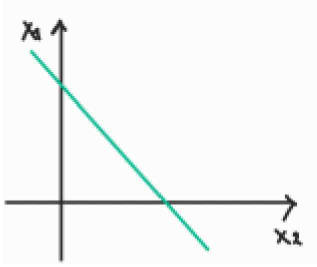
   Nell'esercizio svolto nella lezione precedente, avevamo:

   $$z = \sum_{i=1}^{6} x_i \qquad \text{oppure} \qquad z = e^T x$$

   In generale, è conveniente rappresentare, in termini di struttura matematica, le funzioni in gioco nel modello nel modo più semplice possibile.

   Il legame funzionale che mette in relazione le x alla Z in questo caso è una retta.

   $z = x_1 + x_2$



Il legame funzionale più semplice è quello **lineare** (come le rette), il quale tipicamente rappresenta una relazione di proporzionalità tra la variabile indipendente e la funzione: raddoppiando la variabile indipendente si raddoppia la funzione, triplicandola la funzione si triplica e via dicendo.
Ciò è il contrario di quello che si verifica in natura: infatti, la natura è fortemente non lineare; quindi stiamo introducendo un grado di approssimazione al nostro modello. (*anche la fisiologia del corpo umano, rappresentata come relazione causa-effetto, non è sicuramente un processo lineare*.)
Tutte le nostre applicazioni avranno come struttura quella del legame funzionale lineare, che si scrive come:

$$z = f(x) = \underbrace{c}_{\text{vettore di coefficienti che moltiplica le singole decisioni}}^{T} \underbrace{x}_{\text{vettore delle decisioni}} + \underbrace{d}_{\text{termine noto (in questo caso } d=0)}$$

questa è proprio la funzione che definisce una retta o un punto.

3. Modellare i vincoli
   Le funzioni di vincolo sono funzioni delle variabili decisionali, chiamate genericamente
   $g_j(x),\ j = 1,2,\dots,m$
   (m nel problema di ieri era uguale a 6).
   Anche in questo caso scegliamo delle funzioni lineari.

   <u>*Nel problema di ieri la funzione obiettivo e i vincoli erano funzioni lineari!*</u>

   La linearità delle funzioni in gioco in un modello decisionale rende il modello sufficientemente semplice e trattabile (quindi risolvibile); tuttavia, si perde l'accuratezza nelle modalità di rappresentazione della realtà del problema decisionale che si sta analizzando.

STRUTTURA DEL MODELLO DECISIONALE

In tutte le applicazioni che vedremo nel corso, faremo riferimento a problemi decisionali che possono essere formulati come modelli decisionali di natura **combinatoria**.

Ciò significa che lo schema base che caratterizza il problema decisionale, e poi andrà a caratterizzare il relativo modello decisionale, è definito in qualche modo dall'interazione di un certo numero di insiemi costituiti da un numero finito di elementi.

In altre parole, l'essenza del problema si realizza nell'interazione combinatoria tra due o più insiemi discreti e costituiti da un numero finito di oggetti (*un esempio può essere la lista di attesa dei pazienti, in cui gli elementi, cioè i pazienti, possono essere numerati come paziente1, paziente2, paziente3, ecc; un altro esempio può essere l'insieme delle sale operatorie: sala1, sala2, sala3; oppure il numero di posti letto dell'azienda ospedaliera Annunziata: letto1, letto2, letto3, ecc.*)

[*Una ASL (Azienda Sanitaria Locale) è un'azienda deputata ad erogare le prestazioni sanitarie di prossimità (vicino al cittadino) nel territorio di riferimento. Per semplicità di architettura di governance, si è deciso in Calabria di mappare le ASL secondo un modello provinciale.*

Come distrettualizzare il territorio di riferimento di un'azienda sanitaria?
Cioè come si possono definire i confini di un'azienda sanitaria locale?
Sulla base della popolazione, oppure si potrebbero utilizzare una mappa epidemiologica del territorio, prevalenza ed incidenza delle malattie sul territorio, demografia del territorio, la stratificazione della popolazione (numero di anziani e bambini), ecc. Ciò significa che quando bisogna decidere qualcosa ci si deve basare sull'evidenza dei dati!]

PROBLEMA 2

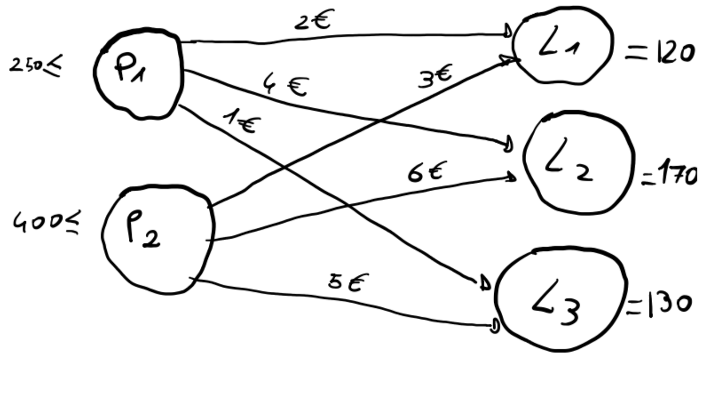
Una ASL ha attivato, in alcune zone rurali del proprio territorio di competenza, 2 nuove postazioni per il prelievo di campioni di sangue. Per essere esaminati, i campioni vanno inviati presso i 3 laboratori di analisi dei presidi ospedalieri di competenza della stessa ASL e situati in punti diversi del territorio. In relazione alle caratteristiche tecniche ed al personale disponibile, le postazioni sono in grado di effettuare, rispettivamente, al più 250 e 400 prelievi al mese. Inoltre, i laboratori di analisi, sulla base dei loro flussi di lavoro, sono in grado di esaminare, rispettivamente, 120, 170 e 130 campioni. Per il trasporto dei campioni dalle postazioni di prelievo ai laboratori, l'ASL deve sostenere dei costi, i cui valori sono riportati nella seguente tabella.

	Laboratori		
Postazioni	2	4	1
Prelievo	3	6	5

L'obiettivo principale che si pone l'ASL è quello di effettuare il trasporto dei campioni minimizzando i costi complessivi.

Dati del problema
La descrizione del problema è scaturita dall'analisi del problema decisionale. Supponiamo che da questa analisi abbiamo trovato i seguenti dati:
• 2 postazioni di prelievo
• 3 laboratori di analisi
• Una postazione può effettuare al massimo 250 prelievi, l'altra al massimo 400 prelievi
• 120+170+130= analisi dei campioni in ciascuno dei tre laboratori

Schematizzazione grafica



La struttura utilizzata è un grafo orientato dove le due postazioni (P1 e P2) sono collegate (cioè inviano i campioni) tramite gli archi ai tre diversi laboratori (L1, L2, L3) per essere analizzati. Questa rappresentazione, in realtà, può essere anche definita come una rete di flusso in quanto sul grafo viaggia un flusso di oggetti (in questo caso campioni).

- P1 può effettuare al più 250 prelievi (P1 <= 250)
- P2 può effettuare al più 400 prelievi (P2 <= 400)
- L1 analizza esattamente 120 campioni (L1 = 120)
- L2 analizza esattamente 170 campioni (L2 = 170)
- L3 analizza esattamente 130 campioni (L3 = 130)

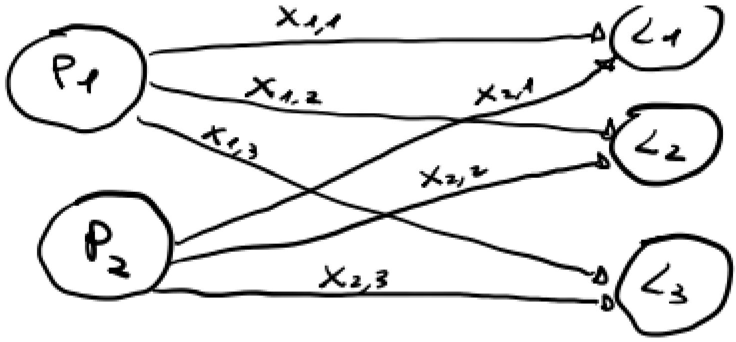
La capacità complessiva mensile di erogazione del servizio da parte dei laboratori è quindi di 420 campioni analizzati, mentre a partire dalle varie postazioni possono uscire al massimo 650 campioni al mese (supponendo i valori riportati nel problema a riferimento mensile).
Per il trasporto dei campioni dalle postazioni di prelievo ai laboratori, l'ASL deve sostenere dei costi:

- Per portare un campione da P1 a L1 l'ASL paga 2 euro
- Per portare un campione da P1 a L2 l'ASL paga 4 euro
- Per portare un campione da P1 a L3 l'ASL paga 1 euro
- Per portare un campione da P2 a L1 l'ASL paga 3 euro
- Per portare un campione da P2 a L2 l'ASL paga 6 euro
- Per portare un campione da P2 a L3 l'ASL paga 5 euro

NB. Sono costi unitari per campione.

Funzione obiettivo
L'obiettivo che si pone l'ASL è quello di effettuare il trasporto dei campioni minimizzando i costi complessivi. Nella risoluzione del problema si va a ricercare la configurazione a cui è associato il costo minimo totale che si deve sostenere per il trasporto dei campioni.

Decisioni
La decisione che deve assumere l'ASL è *quanti campioni* devono essere trasportati dalle postazioni di prelievo ai laboratori per minimizzare i costi. La determinazione del costo totale dipende, quindi, da quanti campioni viaggiano su ogni arco del grafo.
Queste decisioni come variabili vengono rappresentate da X: di conseguenza si hanno 6 variabili che vengono identificate come $\mathbf{X_{i,j}}$ dove i identifica le postazioni e j i laboratori (i,j interi).
i = {P1, P2}
j = {L1, L2, L3}
Di conseguenza, si possono identificare gli archi del grafo come:



La X quindi stabilisce il numero di campioni che viaggia sul collegamento dalla postazione i al laboratorio j.

Ci saranno tantissime configurazioni alternative possibili da poter scegliere per trasportare questi campioni, ma si deve scegliere quella che minimizza il costo totale.
Per scrivere la funzione obiettivo bisogna definire una funzione che costruisca il costo totale e poi questa deve essere minimizzata.

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{1,2} \\ x_{1,3} \\ x_{2,1} \\ x_{2,2} \\ x_{2,3} \end{bmatrix} \longrightarrow \text{VETTORI DEL GRAFO}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ c_{2,1} \\ c_{2,2} \\ c_{2,3} \end{bmatrix} \longrightarrow \text{DI COSTO}$$

COEFFICIENTE DI COSTO

FUNZIONE

$$\boxed{Z = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} C_{ij} \cdot X_{ij} =} \longrightarrow \text{OBIETTIVO}$$

CON LEGAME FUNZ. LINEARE

$$= 2x_{1,1} + 4x_{1,2} + x_{1,3} + 3x_{2,1} + 6x_{2,2} + 5x_{2,3}$$

Vincoli
I vincoli sono dettati dalle condizioni al contorno già identificate, definite dalle capacità di servizio massime delle postazioni di prelievo e dalle capacità di servizio dei laboratori. Per cui avremo:

$$\begin{cases} x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} \leq 250 & P_1 \\ x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} \leq 400 & P_2 \\ x_{1,1} + x_{2,1} = 120 & L_1 \\ x_{1,2} + x_{2,2} = 170 & L_2 \\ x_{1,3} + x_{2,3} = 130 & L_3 \end{cases}$$

• Tutto ciò che esce da P1 non deve superare le 250 unità
• Tutto ciò che esce da P2 non deve superare le 400 unità
• Tutto ciò che arriva a L1 deve essere uguale a 120
• Tutto ciò che arriva a L2 deve essere uguale a 170
• Tutto ciò che arriva a L3 deve essere uguale a 130

Infine, bisogna considerare che x non può assumere valori negativi, né tantomeno può valere 0:

$x_{i,j} \geq 0$ NUMERI INTERI