

PROBLEMA 9, 14 e 16

Prof. Domenico Conforti – 09/11/2023 – Autori/ Revisionatori: Gervasi e Raponi

PROBLEMA 9

Una azienda farmaceutica produce due differenti tipi di farmaci, A e B. I processi di produzione si svolgono con l'ausilio di due linee di produzione. La prima linea ha una capacità di lavorazione fino a 60 ore settimanali con un costo orario di 5 euro ora. La seconda linea ha una capacità di al più per 48 ore settimanali con un costo orario di 6 euro ora. Per la produzione di una unità di farmaco di tipo A sono richieste due ore di lavorazione sulla prima linea e tre ore sulla seconda, mentre per il farmaco di tipo B occorrono quattro ore di lavorazione sulla prima linea e due sulla seconda. Ciascun farmaco dei due tipi viene venduto al prezzo unitario di euro 34 e euro 44 rispettivamente.

Formulare un Modello di Programmazione Lineare avente come obiettivo la massimizzazione del profitto derivante dalla vendita dei due tipi di farmaci.

FARMACI	LINEA 1	LINEA 2	PREZZO VENDITA
A	2h	3h	34 euro
B	4h	2h	44 euro

$$\begin{array}{ll} \leq 60 \text{ h/sett} & \leq 48 \text{ h/sett} \\ 5 \text{ €/h} & 6 \text{ €/h} \end{array}$$

60 e 48 rappresentano gli indici di produttività delle linee.

OBIETTIVO: max profitto della vendita dei farmaci

DECISIONI

Dovendo max il profitto (profitto = ricavi-costi), si deve cercare di vendere più farmaci possibile, minimizzando i costi.

Le decisioni riguardano le quantità di A e B prodotte e vendute. Assumiamo sempre, quando non è specificato, che tutto ciò che si produce si vende.

Imponiamo le variabili decisionali (che si riferiscono alle unità di farmaco):

X_a e $X_b \geq 0$ (non sono necessariamente interi perché si parla di generiche quantità di farmaco).

Possiamo imporre anche variabili diverse per ogni linea di produzione (processo più dispendioso):

X_{a1} e X_{b1}

X_{a2} e X_{b2}

Tuttavia, dobbiamo specificare che:

$$X_a = X_{a1} + X_{a2}$$

$$X_b = X_{b1} + X_{b2}$$

Il professore, tuttavia, afferma che non serve utilizzare variabili diverse in quanto non indipendenti fra loro (personalmente non ne sono convinta, ma fate come vuole lui ai fini dell'esame).

FUNZIONE OBIETTIVO

Max Z

$$Z = \text{ricavi} - \text{costi} = 34X_a + 44 X_b - [5(2X_a + 4X_b) + 6(3X_a + 2X_b)]$$

La risorsa da allocare è il tempo e indichiamo gli indici di produttività oraria per ogni linea.

VINCOLI

$$2X_a + 4 X_b \leq 60 \text{ h/sett (LINEA 1)}$$

$$3X_a + 2 X_b \leq 48 \text{ h/sett (LINEA 2)}$$

$$X_a \text{ e } X_b \geq 0$$

Assumiamo sempre una correlazione lineare.

Il prof nello scritto vuole che motiviamo le variabili e i passaggi del processo decisionale (=perché abbiamo deciso di fare così).

PROBLEMA 14

In un Laboratorio di Analisi Cliniche, vi sono tre linee analitiche per l'analisi dei campioni biologici: linea A per le analisi ematologiche, linea B per le analisi delle urine, linea C per le analisi allergologiche.

In termini di processo di lavorazione, ogni linea è caratterizzata dall'attività di 3 macchine automatiche: M1, M2, M3.

I tempi necessari alla lavorazione di ogni unità di campione biologico sono riportati (in minuti) nella seguente tabella, insieme al ricavo (in euro) realizzabile per le complessive prestazioni analitiche richieste per ogni unità di campione:

	A	B	C
M1	12	8	16
M2	5	14	9
M3	18	7	13
Ricavo	22	15	25

Le macchine M1 e M2 sono disponibili per 8 ore al giorno, mentre la macchina M3 è disponibile per 5 ore al giorno.

Per un'adequata gestione del personale tecnico coinvolto nella supervisione delle macchine, il numero di campioni da analizzare quotidianamente sulla linea C non deve superare il 20% del totale di campioni analizzati, mentre il numero di campioni da analizzare quotidianamente sulla linea A deve essere almeno pari al 40% del totale dei campioni analizzati.

Sviluppare e descrivere un modello di ottimizzazione che consenta di determinare la pianificazione giornaliera dei campioni da analizzare con l'obiettivo di ottimizzare il ricavo complessivo.

In un laboratorio di analisi cliniche ci sono 3 linee analitiche:

A= EMATOLOGIA

B= URINE

C= ALLERGOLOGIA

Ogni linea è caratterizzata dall'attività di 3 macchine automatiche: M1,M2,M3. I valori sono espressi in minuti.

	A	B	C
M1	12	8	16
M2	5	14	9
M3	18	7	13
Ricavo	22	15	25

MACCHINE

Le macchine M1 e M2 sono disponibili per 8 ore al giorno e la macchina M3 per 5 ore al giorno.

$$M1 \leq 8h/G$$

$$M2 \leq 8h/G$$

$$M3 \leq 5h/G$$

Per una adeguata distribuzione del personale per la supervisione delle macchine, il numero di campioni giornalieri della linea C non deve superare il 20% dei campioni totali giornalieri analizzati. Per lo stesso motivo, il numero dei campioni giornalieri analizzati sulla linea A deve essere maggiore al 40% dei campioni totali giornalieri analizzati. Questo si traduce come:

$$C \leq 20\% (A+B+C)$$

$$A \geq 40\% (A+B+C)$$

DETERMINARE la pianificazione giornaliera dei campioni da analizzare. Questo si traduce nel n° di campioni da analizzare ogni giorno. I campioni analizzati di ciascuna tipologia ogni giorno diventano le variabili decisionali ($X_a, X_b, X_c \geq 0$, INTERI perché non ha senso analizzare quantità frazionarie di campione)

OBIETTIVO: ottimizzare il ricavo totale

Max Z

$$Z = 22X_a + 15 X_b + 25X_c$$

VINCOLI

$$12X_a + 8 X_b + 16X_c \leq 480 \text{ (vincolo M1)}$$

$$5X_a + 14 X_b + 9X_c \leq 480 \text{ (vincolo M2)}$$

$$18X_a + 7 X_b + 13X_c \leq 300 \text{ (vincolo M3)}$$

Abbiamo trasformato le ore in minuti.

Ultimiamo i vincoli inserendo quelli imposti per l'ottimale distribuzione del personale:

$$X_c \leq 0,2 (X_a + X_b + X_c)$$

$$X_a \geq 0,4 (X_a + X_b + X_c)$$

Il prof ritiene che, in un problema più complesso, sia opportuno alla fine riscrivere il modello.

MODELLO DI OTTIMIZZAZIONE:

Max Z

$$Z = 22X_a + 15 X_b + 25X_c$$

S.V

$$12X_a + 8 X_b + 16X_c \leq 480$$

$$5X_a + 14 X_b + 9X_c \leq 480$$

$$18X_a + 7 X_b + 13X_c \leq 300$$

$$X_c \leq 0,2 (X_a + X_b + X_c)$$

$$X_a \geq 0,4 (X_a + X_b + X_c)$$

PROBLEMA 16

Il Laboratorio di Analisi Cliniche di una grande Azienda Ospedaliera deve pianificare, su un orizzonte settimanale, l'attività di analisi dei campioni biologici relativamente a due tipologie di processi analitici, quello di Ematologia e quello di Allergologia. Per lo svolgimento della complessiva attività analitica sono disponibili due linee analitiche identiche, L1 e L2, per due turni al giorno, ognuno di 8 ore. Ad ognuna delle due linee analitiche sono necessarie 0.4 ore di lavorazione per completare l'analisi di un campione di Ematologia, mentre sono necessarie 0.6 ore di lavorazione per l'analisi di un campione di Allergologia. Il Laboratorio per lo svolgimento dell'attività analitica sostiene dei costi ed ottiene, dalla Direzione Generale, un rimborso a tariffa. I costi sono stati stimati in Euro 1 per l'analisi di un campione di Ematologia e di Euro 1.5 per un campione di Allergologia. Il rimborso è, invece, quantificato in Euro 6 per ogni campione di Ematologia ed Euro 8 per ogni campione di Allergologia. Per l'anno corrente, il Laboratorio dispone di un budget finanziario già definito, pari ad Euro 12000, da utilizzare per la copertura dei costi di lavorazione. Sono, infine, presenti anche dei costi fissi di set-up relativamente all'attivazione delle due tipologie di processi analitici, ovvero attivare le linee analitiche per l'analisi dei campioni di Ematologia ha un costo fisso di Euro 150, mentre attivare le linee per l'analisi di Allergologia comporta un costo fisso di Euro 200. E' previsto, comunque, anche un numero massimo di campioni da poter analizzare durante la settimana, pari a 500 campioni per Ematologia e 350 campioni per Allergologia. Sviluppare e descrivere un modello di ottimizzazione che consenta di determinare la pianificazione dell'attività di analisi settimanale con l'obiettivo di massimizzare il **profitto** complessivo per il Laboratorio.

DATI:

Ematologia **E**

Allergologia **A**

LINEE ANALITICHE (identiche): L₁, L₂, 2 TURNI (G, 8h)

	E	A
L ₁	0,4	0,6
L ₂	0,4	0,6
COSTI	€1	€1,5
RIMBORSI	€6	€8
MAX CAMPIONI	≤500	≤350

BUDGET ANNUALE: 12 000 € (copertura costi di lavorazione)

COSTI FISSI DI SETUP: → **VARIABILE INDICATRICE**

E €150

A €200

(sono relativi all'attivazione delle linee, rispettivamente per

$$\begin{cases} y_E = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} & \text{se linee analitiche configurate per "E"} \\ y_A = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} & \text{se linee analitiche configurate per "A"} \end{cases}$$

ematologia ed allergologia → accensione delle macchine **non** relativamente ai turni, si tratta infatti di costi fissi associati a variabili indicatrici)

I costi fissi non variano in base alle quantità prodotte e/o consumate

PIANIFICAZIONE ATTIVITÀ DI ANALISI SETTIMANALE:

(La settimana corrisponde all'orizzonte temporale)

Numero di campioni da analizzare in "E" e in "A" nella settimana: $X_E \geq 0$, intero $X_A \geq 0$, intero

ANALIZZIAMO:

- La risorsa tempo necessaria per poter processare un campione di ematologia e allergologia sulle due linee
- I costi relativi all'analisi di ogni campione
- Il Budget assunto settimanalmente, ottenibile dividendo il budget annuale per 52 (le settimane in un anno)

OBIETTIVO:

Max profitto

FUNZIONE OBIETTIVO: tra le parentesi sono presenti i rimborsi – i costi per ogni campione

Max Z

$$Z = (6-1) X_E + (8-1,5) X_A - 150 Y_E - 200 Y_A = 5 X_E + 6,5 X_A - 150 Y_E - 200 Y_A$$

VINCOLI:

- $0,4 X_E + 0,6 X_A \leq 224$ h (risorsa tempo linee) → 2 linee x 2 turni x 8h x 7giorni = 224h = monte ore complessivo per una settimana
- $1 X_E + 1,5 X_A \leq \frac{12000}{52 \text{ sett}}$ (risorsa budget): i costi per ogni campione devono rientrare nel budget
- $X_E \leq 500 Y_E$ $X_E, X_A \geq 0$, interi numero max di campioni E da poter processare
- $X_A \leq 350 Y_A$ $Y_E, Y_A \in \{0,1\}$ (sono valori binari) "" di campioni A