

MODELLO TRALOC (Transplant Location Allocation Model)

Prof. Domenico Conforti – Lezione 14 – 25.10.2023 – Autore: Carlo Luciani Revisionatore:
Bina Salvati

MODELLO TRALOC (Transplant Location Allocation Model)

OBIETTIVO

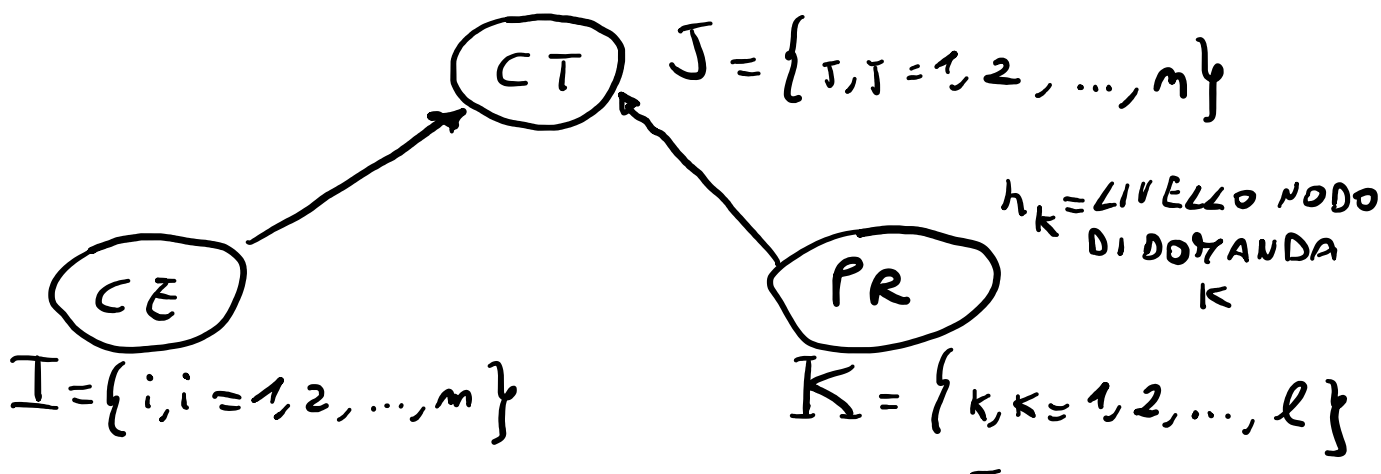
L'obiettivo centrale del modello è quello di configurare il sistema trapianti in modo tale da garantire l'esecuzione di tutte le attività pre-trapianto nel modo più veloce possibile. Il sistema che vogliamo configurare deve garantire che le attività tipiche di un trapianto, dal momento in cui esportiamo l'organo che si rende disponibile da parte del donatore al momento in cui si va a svolgere l'operazione chirurgica per il trapianto, siano più veloci possibili, siano efficaci, garantiscano l'assegnamento ottimale dell'organo corretto al paziente corretto e garantiscano anche la possibilità di avere un controllo su quella che è la dimensione massima della lista d'attesa, cioè un numero massimo di pazienti ricevanti in lista d'attesa per ogni singolo centro trapianti.

ASSUNZIONI

Per definire un modello bisogna assumere degli scenari di riferimento:

- Identifichiamo sul nostro territorio di riferimento l'insieme dei **nodi di servizio** dove sono localizzati i **centri trapianti (CT)**.
- Stabiliamo il numero esatto di centri trapianto da localizzare sul territorio di riferimento: questo numero sarà chiamato nel modello "**p**".
- Fissiamo un insieme di nodi di domanda aggregata, che rappresentano i pazienti potenzialmente ricevanti che sono presenti in lista d'attesa → **PAZIENTI RICEVENTI (PR)**
- Definiamo l'organo specifico che dovrà essere trapiantato ai PR
- Definiamo un insieme dei **centri espianto (CE)** da cui proviene l'organo che verrà donato.

Schematicamente possiamo definire questo modello nel seguente modo:



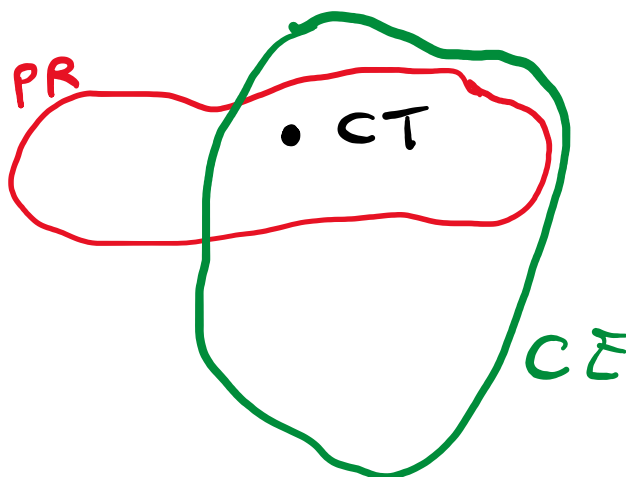
$$(\tau_{CT})^{\uparrow} = \text{TEMPO DI ISCHEMIA FREDDA}$$

In questo schema si stabilisce una relazione secondo cui per ogni centro trapianti (CT) si definisce da dove proviene l'organo, quindi da quale centro di espianto proviene l'organo (CE), e quale paziente dovrà ricevere quell'organo (PR).

A questo punto definiamo degli insiemi che racchiudano ciascun nodo dello schema:

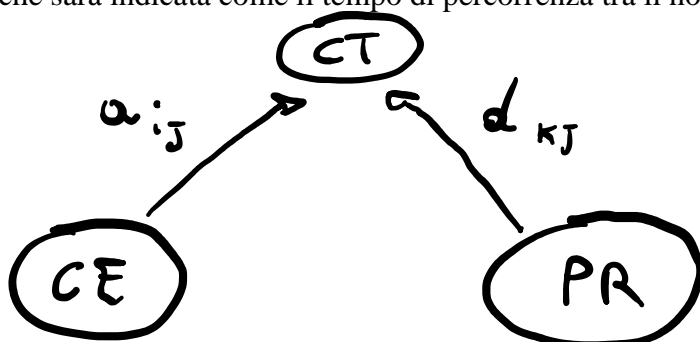
- L'insieme dei centri espianto viene indicato con **I**, composto da tutti gli indici i che vanno da 1 ad m . Questo insieme indica i presidi ospedalieri accreditati per espantare l'organo da un donatore
- L'insieme dei pazienti riceventi viene indicato con **K**, composto da tutti gli indici k che vanno da 1 a l . Questo insieme indica le domande effettuate da pazienti nel territorio di riferimento riguardo al ricevimento di un organo
- L'insieme dei centri trapianti viene indicato con **J**, composto da tutti gli indici j che vanno da 1 a n . Questo insieme indica tutti i centri accreditati a effettuare trapianti. Di questi potenziali n siti di servizio bisogna attivarne un numero determinato p di centri.
- Per ogni insieme k di nodi di domanda abbiamo il cosiddetto **livello di domanda**, misurato con h_k
- Si definisce nel modello di decisione anche il cosiddetto **tempo di ischemia fredda** per il dato organo

Dato che l'obiettivo è quello di configurare un sistema che garantisca uno svolgimento delle varie fasi che sia il più veloce possibile, quello che si deve fare è, per ogni CT localizzato, allocare una regione di competenza da cui proviene l'organo e allocare un'analogia regione di competenza a cui assegnare l'organo. Queste regioni di competenza, essendo che le operazioni devono essere il più veloci possibile, devono essere anche il più vicine possibile al centro trapianti. Si può schematizzare ciò che è stato detto così come segue:



Il criterio che si segue per costruire questi territori di competenza è quello del cosiddetto **tempo di percorrenza**, che è inteso come il tempo che impiegherà l'organo a viaggiare dal CE al CT assegnato e contestualmente il tempo che deve aspettare il PR per ricevere il trapianto nel CT. Si andranno quindi ad assegnare dei nomi a questi tempi di percorrenza:

- a_{ij} , che sarà indicata come il tempo di percorrenza tra il nodo CE e il nodo CT
- d_{kj} , che sarà indicata come il tempo di percorrenza tra il nodo PR e il nodo CT



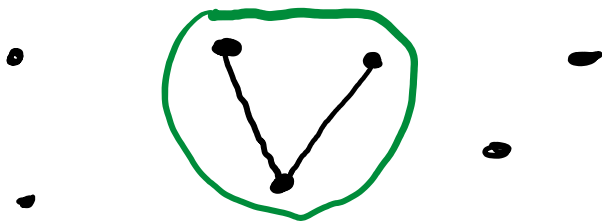
Per garantire una maggiore priorità del territorio a cui assegnare l'organo, e assumendo che il PR viaggi in un tempo variabile rispetto all'organo, si può ulteriormente configurare la regione di competenza del PR tenendo conto del tempo di ischemia fredda dell'organo. In altre parole, poiché il paziente potrebbe viaggiare più lentamente dell'organo, per evitare questa condizione critica che potrebbe influire sull'utilizzo dell'organo, si può identificare la cosiddetta **regione di copertura della domanda dipendente dal tempo di ischemia fredda**:

$$T_k = \{j \in J : d_{ij} \leq \delta\} \quad \forall k \in K$$

δ = soglia dipendente da τ

Per ogni nodo k (paziente ricevente) appartenente all'insieme K (insieme di tutti i pazienti in lista d'attesa), la regione di copertura della domanda è definita come l'insieme dei nodi j (Centri trapianto accreditati) appartenenti all'insieme J (CT) tali che il tempo di percorrenza tra PR e CT è minore o uguale di una soglia fissata dipendente dal tempo di ischemia fredda. In altre parole, andremo a definire una regione di copertura da parte di un centro trapianti in cui si deve avere la condizione che il tempo che impiega il paziente ricevente ad arrivare al centro sia minore o uguale alla soglia di tempo che noi fissiamo, che varia in base al tempo di ischemia fredda definito per quel determinato organo.

Ad esempio, se il cuore ha un tempo di ischemia fredda di 5 ore, allora si può fissare una soglia pari ad esempio a 3 ore, che mi indica che entro tre ore dalla partenza dell'organo il paziente deve recarsi al centro trapianti.



DECISIONI

Le decisioni che bisogna compiere per definire un sistema che funzioni correttamente sono:

- La localizzazione dei CT
- L'allocazione di un CE a un determinato CT
- L'allocazione di un PR a un determinato CT

VARIABILI DECISIONALI

Attraverso le variabili decisionali si va a definire un modello che permetta di compiere le decisioni nel miglior modo possibile:

- La localizzazione dei CT è una decisione di tipo binario: o si localizza un centro (1) o non lo si localizza (0). Per cui si scriverà:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{se nodo } j \text{ localizzato} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- L'allocazione dei CE si basa sull'assegnazione o meno di un determinato organo a un determinato CT. In questo caso si stabilisce un meccanismo di interazione tra gli oggetti appartenenti all'insieme I e quelli appartenenti all'insieme J. Il sistema si può scrivere così:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se nodo } i \in I \text{ assegnato a nodo } j \in J \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- L'allocazione dei PR si basa sull'assegnazione o meno di un determinato paziente a un determinato CT. Il meccanismo di interazione è uguale a quello tra CE e CT, ovvero vi è un'interazione tra gli oggetti appartenenti all'insieme K e quelli appartenenti all'insieme J. Il sistema si può scrivere così:

$$Y_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{se nodo } k \in K \text{ assegnato a nodo } j \in J \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

FUNZIONE OBIETTIVO

La funzione obiettivo esprime una funzione delle tre variabili in relazione ai tempi totali delle operazioni pre-trapianti. Per cui scriveremo:

$$f(x, y, z) = \text{TEMPI TOT OPERAZIONI PRE-TRAPIANTO} = \\ = \underbrace{\text{TEMPO ORGANO}}_{(CE \text{ e } CT)} + \underbrace{\text{TEMPO PR}}_{(PR \text{ e } CT)} + \underbrace{\text{DIMENSIONE MAX LISTA D'ATTESA (E)}}_{(variabile)}$$

N.B: con tempo organo si intende il tempo che ci vuole affinché si renda disponibile l'organo (quindi il tempo d'espianto) e il tempo che ci vuole affinché l'organo sia disponibile al CT. Con tempo PR si intende il tempo in cui il paziente si trova in lista d'attesa. Per cui potremmo dire che:

- Il tempo d'organo è una variabile che lega CE e CT
- Il tempo PR è una variabile che lega PR e CT
- La dimensione max della lista d'attesa è una variabile indipendente

In forma algebrica, i tempi totali delle operazioni pre-trapianto possono essere scritti:

$$f(x, y, z) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot X_{ij} + \sum_{k=1}^l \sum_{j \in T_k} h_k \cdot d_{kj} \cdot Y_{kj} + E$$

N.B: nel tempo organo si va ad effettuare la sommatoria di tutti i nodi i (centri espianto) e di tutti i nodi j (CT) tali che si effettua il tragitto dal CE al CT (a_{ij}) che si trova nel territorio di competenza (X_{ij}); nel tempo PR si effettua la sommatoria di tutti i nodi k (PR) e di tutti i CT presenti nel territorio di domanda (T_k) che dipendono dal livello di domanda (h_k) e tali che si effettua il tragitto da PR a CT (d_{kj}) che si trova nel territorio di competenza (Y_{kj}).

La particolarità di questa funzione è che le prime due variabili di questa funzione obiettivo potrebbero essere sovrapponibili: nel momento in cui si espanta l'organo nel CE e si analizza la

qualità dell'organo per vedere se è idoneo al trapianto, parte immediatamente la ricerca del paziente ricevente, attivando la procedura di assegnazione dell'organo.

VINCOLI

I vincoli di cui bisogna tener conto per rendere efficace il sistema sono:

- Ogni CT localizzato ha in esclusiva un proprio territorio di competenza sia per quanto riguarda i PR che i CE. Per cui, ogni CE e ogni PR deve essere assegnato ad un unico CT:

$$\bullet) \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I$$

$$\bullet) \sum_{j \in T_k} y_{kj} = 1 \quad \forall k \in K$$

- La decisione di allocazione è dipendente dalla decisione di localizzazione: i e k (rispettivamente CE e PR) possono essere allocati solo a j (CT) che sono stati localizzati:

$$\bullet) y_{kj} \leq z_j$$

$$\bullet) x_{ij} \leq z_j$$

- Il numero di centri trapianto da localizzare in un territorio deve essere ben definito:

$$\sum_{j=1}^m z_j = p$$

- La dimensione massima della lista d'attesa deve essere maggiore o uguale alla lista d'attesa complessiva dei nodi pazienti riceventi allocati al CT localizzato:

$$E \geq \sum_{k=1}^p h_k \cdot y_{kj} \quad \forall j \in T_k$$