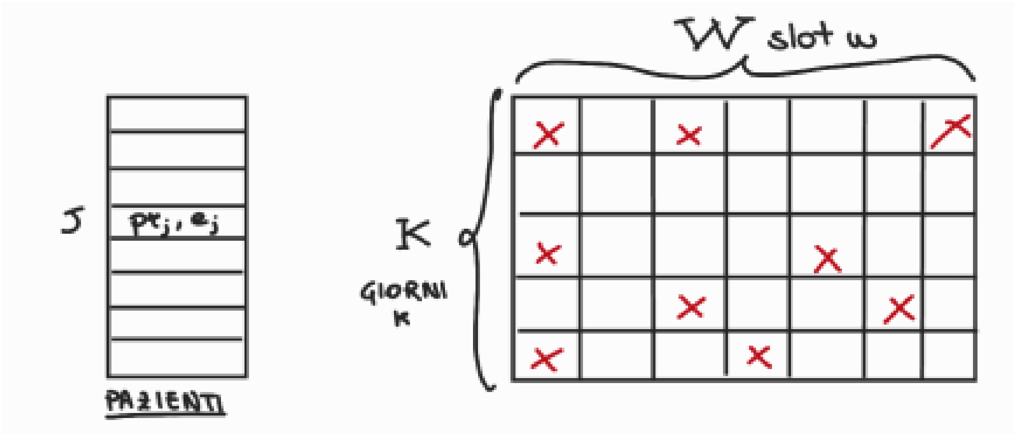
Pianificazione e Gestione Servizi Sanitari

Gestione pazienti radioterapia

Prof. Domenico Conforti – Lezione 18 – 08.11.23 – Autori/Revisionatori: Salvati e Luciani

Riprendendo la lezione precedente, occorre precisare che questo specifico problema rientra nell'ambito dei classici problemi di prenotazione di una prestazione sanitaria.



La lista d'attesa dei pazienti viene indicata con J e, per ogni paziente, si ha una cartella clinica.
In questo caso, gli elementi fondamentali per poter gestire il problema riguardano la priorità clinica e il numero di sedute che ogni paziente deve effettuare durante la settimana (sessione): quindi, ogni paziente sarà accompagnato da pr_j e e_j.

pr_j → nella radioterapia, come in altri ambiti clinici, i pazienti vengono stadiati in differenti gradi di priorità e valutati in base all'evoluzione anche prognostica delle proprie condizioni patologiche.

e_j → numero di sedute che caratterizza la sessione settimanale in quanto il medico radioterapista ha effettuato il frazionamento della dose.

Questo insieme va ad interfacciarsi con il calendario settimanale, formato da un insieme K di giorni e un insieme W di slot temporali, all'interno del quale andare ad effettuare la singola seduta di radioterapia.

Prima di assegnare un paziente ad uno slot, tuttavia, bisogna tener conto che nel calendario non tutti gli slot della settimana corrente saranno disponibili in quanto altri pazienti hanno iniziato il ciclo nelle settimane precedenti.

<u>Decisioni</u>

- Determinare se paziente j £ J avvierà il proprio ciclo nella settimana corrente.

- Determinare il giorno k £ K e lo slot w £ W in cui il paziente j £ J sarà sottoposto alla prima seduta del ciclo.

Prima di assegnare al paziente j un giorno k, tuttavia, bisogna tener conto del dettaglio specifico richiesto dal radioterapista secondo il quale la prima seduta dell'intero ciclo deve occupare due slot adiacenti.

- Determinare il giorno k £ K e lo slot w £ W in cui il paziente j £ J sarà sottoposto al fissato numero e_j di sedute settimanali.

Variabili decisionali

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{paziente } j \text{ avvia il ciclo} \\ 0 \end{cases}$$

$$t_{jkw} = \begin{cases} 1 & \text{paziente } j \text{ inizia ciclo giorno } k \text{ slot } w \\ 0 \end{cases}$$

$$y_{jkw} = \begin{cases} 1 & \text{paziente } j \text{ effettua seduta giorno } k \text{ slot } w \\ 0 \end{cases}$$

sedute successive

Tutte le variabili decisionali in questione sono di tipo binario.

La complessità del problema si misura sulla base della cardinalità dei tre insiemi J, K e W.

Una lista d'attesa dei pazienti J del reparto di radioterapia di media entità può avere circa 10 pazienti settimanali.

Il calendario settimanale K può avere al più 7 righe (giorni settimanali) e un numero di colonne che dipende da quanti slot giornalieri fa il reparto. In realtà, il tempo netto di una singola seduta di radioterapia è di al più 10 minuti, al quale vanno aggiunti però i tempi di preparazione in ingresso e in uscita: in totale si può assumere che uno slot abbia un'ampiezza di 30/40 minuti. Potremmo immaginare 12 slot, quindi si otterrebbe un calendario 12x7.

Quindi, il problema non è complesso in termini di dimensione delle strutture dati a disposizione.

Funzione obiettivo

Massimizza il numero complessivo di pazienti schedulati, pesati con la priorità clinica.

$$\max z = \sum_{j \in J} pr_j x_j$$

Vincoli

1. Ad ogni slot può essere assegnata al più una attività.
   Ogni slot si può trovare nei seguenti stati possibili: libero, occupato da un paziente che aveva già iniziato il ciclo, oppure può essere lo slot successivo allo slot di prima seduta.

   $$\sum_{j} y_{jkw} + \sum_{j} r_{jkw} + \mathrm{SCHED}(k,w) \leq 1 \quad \forall k, \forall w$$

   Viene definita una nuova variabile r_{jkw} la quale gestisce lo slot successivo alla prima seduta.
   SCHED è una matrice di dati che individua gli slot già occupati: in particolare, identifica con uno 0 la cella (k,w) se libera, con un 1 se è occupata da un paziente che ha già iniziato il ciclo nelle settimane precedenti.

2. Ogni paziente può essere assegnato al più ad un solo slot nel giorno corrente.
   Il paziente j, all'interno del giorno k, può effettuare una sola seduta, cioè può avere solo uno slot w dedicato.

   $$\sum_{w} y_{jkw} \leq 1 \quad \forall j, \forall k$$

3. Ogni paziente può avere al più una prima seduta.
   Per il paziente j, in questo calendario, c'è una sola cella in cui t può assumere il valore 1.

   $$\sum_{k} \sum_{w} t_{jkw} \leq 1 \quad \forall j$$

4. Ogni paziente nella prima seduta occupa due slot consecutivi (al più una volta nella sessione).

   $$t_{jkw} = r_{jk(w+1)} \quad \forall j, \forall k, \forall w$$

   $$\sum_{k} \sum_{w} r_{jkw} \leq 1 \quad \forall j$$

   Se $t_{jkw} = 1$, anche $r_{jk(w+1)}$ deve essere uguale a 1.
   r è una variabile ausiliaria.

   $$y_{jkw} \geq t_{jkw} \quad \forall j, \forall k, \forall w$$

   Se t vale 1 nello slot (k,w), è comunque una seduta che va conteggiata complessivamente insieme alle altre (è la prima seduta ma, appunto, pur sempre una seduta): in questo caso, la y, nello stesso slot, deve valere necessariamente 1 affinché il vincolo sia soddisfatto.

In uno slot in cui c'è una seduta normale, invece, la y vale 1 ma la t può valere anche 0 perché non siamo necessariamente in una prima seduta.
Queste considerazioni sono abbastanza immediate in quanto, in questo caso, il campo dei valori delle variabili è definito, cioè tutte le combinazioni possibili sono:
0 0 → va bene
0 1 → non va bene, 0 non è > o = 1
1 0 → va bene, è una seduta successiva che non è la prima della sessione
1 1 → va bene

5. Se paziente avvia ciclo deve sostenere nella sessione sedute prescritte.
   Se il paziente viene estratto dalla lista d'attesa J ($x_j = 1$) e schedulato, deve fare le sedute settimanali che il medico gli prescrive. Altrimenti, se il paziente non è stato estratto dalla lista d'attesa ($x_j = 0$) il problema non si pone.
   Se il paziente j deve sostenere un numero e_j di sedute, ci devono essere ej celle in cui la y associata al paziente j assume il valore 1.

$$\sum_{k} \sum_{w} y_{jkw} = x_j e_j \quad \forall j$$

x_j vale 0 o 1:
- se vale 0, 0 per un numero da sempre 0 (0 = 0)
- se vale 1, 1 per e_j da ej ($y_{jkw} = e_j$)

NB. L'analisi in questione è univariata (un vincolo per volta). In realtà, i vincoli si intersecano tra di loro: ad esempio, il vincolo 2 indica che al più in una giornata la y vale solo 1 e, se secondo il vincolo 5 devono esserci 4y che valgono 1, le 4y sono forzate a stare su giornate diverse.

6. Tutte le sedute prescritte nella sessione devono essere effettuate in giorni consecutivi (non ci devono essere salti).
   Prendiamo in esempio la seguente situazione: il reparto gestisce la sessione settimanale su 6 giorni (dal lunedì al sabato) e il paziente j deve fare 4 sedute. In questa condizione, la sua prima seduta può essere effettuata al più tardi il mercoledì, altrimenti non ci sarebbe spazio per fare le altre.
   Conoscendo questi dati (calendario reparto e numero di sedute per ogni paziente j), è possibile determinare, per ogni paziente j, quale sarà l'**ultimo giorno utile** entro il quale può avviare il ciclo di sedute previste nella sessione settimanale → **DAYLIM(j)**

$$\mathrm{DAYLIM}(j) = |K| - e_j + 1 \quad \forall j$$

$$\sum_{s=k}^{k+e_j-1} \sum_{w} y_{jsw} \geq e_j \sum_{w} t_{jkw} \quad \forall j \quad k = 1, 2, \dots \mathrm{DAYLIM}(j)$$

Prendiamo ad esempio un paziente j che deve effettuare tre sedute settimanali consecutive: supponendo che il reparto lavori su 5 giorni (|K|=5), il paziente potrà iniziare il suo ciclo al più tardi il venerdì.

DAY LIM (J) = 3

1) Per k=1 (primo giorno di lavoro del centro), supponendo che il paziente j inizi il ciclo di lunedì, avremo s=1 (poiché s=w):

$$\sum_{w} y_{J1w} + \sum_{w} y_{J2w} + \sum_{w} y_{J3w} \geq 3 \sum_{w} t_{J1w}$$

2) Per k=2, e di conseguenza anche s=2, cioè il paziente inizia il ciclo di martedì, avremo:

$$\sum_{w} y_{J2w} + \sum_{w} y_{J3w} + \sum_{w} y_{J4w} \geq 3 \sum_{w} t_{J2w}$$

3) Per k=3, e di conseguenza anche s=3, cioè il paziente inizia il ciclo di mercoledì, avremo:

$$\sum_{w} y_{J3w} + \sum_{w} y_{J4w} + \sum_{w} y_{J5w} \geq 3 \sum_{w} t_{J3w}$$

Andando ad argomentare le tre casistiche:

1) Se il paziente inizia il ciclo lunedì (k=1), i tre addendi dell'addizione rappresentano rispettivamente lunedì, martedì e mercoledì.
2) Se il paziente inizia il ciclo martedì (k=2), i tre addendi dell'addizione rappresentano rispettivamente martedì, mercoledì e giovedì.
3) Se il paziente inizia il ciclo mercoledì (k=3), i tre addendi dell'addizione rappresentano rispettivamente mercoledì, giovedì e venerdì.

MODELLI BASE

Supponiamo di avere tre possibili scenari applicativi, in cui si va a valutare la disponibilità degli slot della settimana corrente. Per analizzare questi scenari si usano dei **modelli base**, cioè dei modelli che schedulano la prima settimana del ciclo e replicano questa schedulazione della prima settimana per tutte le altre settimane del ciclo.

Supponiamo di avere un orizzonte di pianificazione settimanale, cioè di lavorare su 6 giorni settimanali **(|K|=6)** e di avere 10 slot giornalieri **(|W|=10)**, quindi di possedere 60 slot settimanali**.** Inoltre, supponiamo di avere un set di pazienti il cui numero di sedute prescritto può variare tra le 4 e le 5 sedute settimanali **($e_j \in \{4,5\}$).**

Bisogna considerare che le varie istanze, e i valori che assumono i dati del problema decisionale, possono complicare la risoluzione del problema. Se, ad esempio, tutti i pazienti devono effettuare 5 sedute e si ha un reparto che lavora su 6 giorni settimanali, o tutti iniziano il lunedì oppure una parte inizierà il lunedì e la restante parte il martedì.

Esempio scenario

Supponiamo di avere 6 pazienti che hanno già avviato il proprio ciclo (i quali occuperanno già degli slot predefiniti in partenza) e supponiamo che ciascuno di esso abbia 5 sedute da effettuare. Si assumerà inoltre che ciascun paziente ha valori di priorità uguali.

Si indicheranno rispettivamente i pazienti e le sedute di ciascun paziente così come segue:

- **RTPL**= {P1, P2, P3, P4, P5}
- **e_j**= {5, 5, 5, 5, 5}

Nella settimana corrente arrivano 5 nuovi pazienti in lista d'attesa J che effettuano ciascuno un numero e_j di sedute e tutti hanno lo stesso valore di priorità.

- **J=** {P1, P2, P3, P4, P5}
- **e_j=** {5, 5, 5, 5, 4}

Supponiamo infine che i nuovi pazienti che arriveranno dovranno utilizzare nella prima seduta due slot consecutivi.

Questa matrice è un esempio di pazienti che avevano già iniziato dei cicli nelle settimane precedenti e sono stati allocati nei vari slot giornalieri. Quindi, questa matrice rappresenta lo scenario di partenza. Attraverso l'utilizzo del modello base bisogna cercare di inserire più pazienti nuovi possibili all'interno degli slot vuoti, rispettando la condizione che un nuovo paziente deve occupare nella prima seduta due slot consecutivi.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monday	X			X	X	X		X		X
Tuesday	X			X	X	X		X		X
Wednesday	X			X	X	X		X		X
Thursday	X			X	X	X		X		X
Friday	X			X	X	X		X		X
Saturday										

Per allocare i nuovi pazienti possiamo ipotizzare 3 diversi scenari:

- **Scenario 1:** questo modello schedula solo 3 pazienti sui 5 nuovi arrivati. In questo nuovo modello abbiamo il paziente P1 che prende i primi due slot adiacenti del lunedì e poi prende il secondo slot dei restanti 4 giorni andando a terminare il ciclo il venerdì. Il paziente P2 prende il sesto e il settimo slot del lunedì (quindi anch'esso due slot adiacenti) e continua il ciclo settimanale prendendo il settimo slot dei restanti giorni fino a venerdì. Il paziente P3 prende gli ultimi due slot del lunedì e poi il nono slot dei giorni rimanenti fino a venerdì. Con questo scenario rimangono slot vuoti, in cui non si lavora, ma in essi non si possono inserire né P4 né P5 poiché non vi è lo spazio per fare una prima seduta, che richiede l'utilizzo di due slot consecutivi.

Scenario 1: schedulazione ottima

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monday	P1			X	X	P2			P3	
Tuesday	X	P1		X	X	X	P2	X	P3	X
Wednesday	X	P1		X	X	X	P2	X	P3	X
Thursday	X	P1		X	X	X	P2	X	P3	X
Friday	X	P1		X	X	X	P2	X	P3	X
Saturday	X					X		X		X

- **Scenario 2**: con questo scenario si riesce ad inserire in calendario anche P4. Ciò è possibile facendo scendere a martedì quei pazienti già presenti che occupano gli slot 4 e 5 del lunedì. Questo procedimento fa sì che gli slot 4 e 5, insieme allo slot 3 del lunedì, risultino liberi per poter inserire un nuovo paziente nella settimana corrente.

Scenario 2: schedulazione ottima

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monday	P4	P4	P1	P1		P2	P2		P3	P3
Tuesday	X	P4	P1	X	X	X	P2	X	P3	X
Wednesday	X	P4	P1	X	X	X	P2	X	P3	X
Thursday	X	P4	P1	X	X	X	P2	X	P3	X
Friday	X	P4	P1	X	X	X	P2	X	P3	X
Saturday	X			X	X	X		X		X

Scenario 3: schedulazione ottima

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monday	X	P2		X	X	X		X		X
Tuesday	X	P1		X	X	X	P2	X		X
Wednesday	X	P5		X	X	X	P2	X	P1	X
Thursday	X	P5		X	X	X	P2	X	P1	X
Friday	X	P5		X	X	X	P2	X	P1	X
Saturday		P5							P1	

- **Scenario 3**: rispetto allo scenario 1, si fanno salire a lunedì quei pazienti che erano negli slot 1, 6, 8, 10. Questo permette di schedulare i pazienti P1, P2 e P5. P5 viene sistemato come prima seduta a mercoledì, poiché esso è l'unico paziente a dover effettuare 4 sedute.

NB. La lista d'attesa dipende da come viene gestita in termini di ordinamento: essa può decidere se far entrare in calendario prima i pazienti più recenti ad esser entrati in lista d'attesa o se far entrare prima quelli che sono in lista d'attesa da più tempo. Nell'esempio appena trattato, P1 è il paziente presente da più tempo in lista, e così via fino a scendere fino a P5, il più recente ad essere entrato in lista.

La schedulazione che viene effettuata nei tre scenari è fortemente condizionata dalla disposizione delle celle negli slot già occupati dai pazienti che avevano iniziato il ciclo nelle settimane precedenti. Il modello base ha quindi una struttura, dal punto di vista dell'efficienza, abbastanza rigida: per il paziente è conveniente avere il calendario delle sedute sull'intero ciclo, quindi sapere durante tutto il suo ciclo quando andare in ospedale; infatti, quando si stila un calendario, bisognerebbe anche andare incontro ad esigenze e preferenze del paziente.

MODELLO ESTESO

Questa situazione di rigidità si può superare se si utilizza il **modello esteso**. Il modello esteso non va a replicare la schedulazione definita per la prima settimana anche per le settimane successive, ma va a ri-schedulare, di settimana in settimana, i pazienti che hanno già avviato il ciclo con l'obiettivo di incrementare il numero dei nuovi pazienti schedulati. Per fare ciò, quello che bisogna fare è andare a definire due gruppi:

- Gruppo di pazienti che hanno già iniziato il ciclo nelle settimane precedenti (prendendo in considerazione l'esempio del modello base, le crocette indicano i pazienti "vecchi"). Questi vengono identificati con **i ∈ RTPL.** Inoltre, si andrà a definire **e_i**, inteso come numero di sedute settimanali dei pazienti che hanno già avviato il ciclo nelle settimane precedenti.
- Gruppo di pazienti nuovi per la settimana corrente (**j ∈ J).**

Rispetto al modello base, nel modello esteso bisogna aggiungere una nuova decisione, ovvero in che modo ri-schedulare il paziente **i ∈ RTPL.** Questa nuova decisione, che assumerà un valore binario, sarà denominata con **p**.

$$p_{ikw} = \begin{cases} 1, se\ paziente\ i \in RTPL\ \text{è}\ schedulato\ nel\ giorno\ k, slot\ w \\ 0, altrimenti \end{cases}$$

A questo punto è possibile integrare il modello base con la nuova variabile decisionale e con i nuovi vincoli. Dai vincoli si evince che è possibile effettuare al più uno spostamento per ogni paziente della giornata. Questo spostamento deve tener conto del fatto che il cambio di turno di un ciclo deve essere concorde al numero di sedute che il paziente deve effettuare: se il paziente ha già avviato il ciclo nelle settimane precedenti e deve effettuare un tot numero di sedute, egli deve effettuare esattamente quel numero di sedute. Per questo, p deve essere pari al numero di sedute che sono state prescritte al paziente.

$$\sum_{w} p_{ikw} \le 1 \qquad \forall i \in \mathcal{RTPL}, \forall k$$

$$\sum_{s=k}^{k+\bar{e}_i-1} \sum_{w} p_{isw} \ge \bar{e}_i p_{ikw} \quad \forall i \in \mathcal{RTPL}, \forall k = 1, \ldots, daylim(i), \forall w$$

$$\sum_{k} \sum_{w} p_{ikw} = \bar{e}_i \qquad \forall i \in \mathcal{RTPL}.$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} y_{jkw} + \sum_{j \in \mathcal{J}} r_{jkw} + \sum_{i \in \mathcal{RTPL}} p_{ikw} \le 1 \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall w \in \mathcal{W}$$

A questo punto i tre scenari precedenti diventano equivalenti, poiché le crocette vengono completamente rimescolate. Quindi si può ottenere una schedulazione ottima del problema decisionale:

1, 2, 3, 4, 5 e 6 sono i pazienti vecchi, mentre P1, P2, P3 e P4 sono i pazienti nuovi. Dei 5 pazienti nuovi in lista di attesa, si riesce a schedulare solo i primi 4, che sono anche quelli che hanno più sedute rispetto a P5. Questo modello è ottimale poiché sono rimasti pochissimi slot vuoti, andando a massimizzare quelli che sono gli slot disponibili settimanali.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monday	P2		P1		P4			6	P3	
Tuesday	P2	4	3	P1	P4	1	5	6	P3	2
Wednesday	P2	4	3	P1	P4	1	5	6	P3	2
Thursday	P2	4	3	P1	P4	1	5	6	P3	2
Friday	P2	4	3	P1	P4	1	5	6	P3	2
Saturday		4	3			1	5			2

33

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Monday		P4		P1		6	P5		P3	
Tuesday	2	P4	1	P1	4	6	P5	5	P3	3
Wednesday	2	P4	1	P1	4	6	P5	5	P3	3
Thursday	2	P4	1	P1	4	6	P5	5	P3	3
Friday	2	P4	1	P1	4	6	P5	5	P3	3
Saturday	2		1		4			5		3

In questa immagine è rappresentato un esempio di schedulazione ottima in cui vi sono due differenti classi di priorità. In questo caso è stata data priorità ai pazienti nuovi, cioè quelli che iniziano nella settimana corrente un ciclo di sedute. Infatti, il primo giorno è quasi esclusivamente dedicato alle sedute dei pazienti nuovi, con l'eccezione del primo slot vuoto e del sesto slot occupato da un paziente vecchio.

In conclusione, la risoluzione del modello risulta efficace quando, prendendo in considerazione la lista dei nuovi pazienti, si riesce a schedularne il più possibile nella settimana corrente andando ad occupare il maggior numero possibile di slot settimanali disponibili. Infatti, la presenza di un numero elevato di slot vuoti, indica un'inefficienza del sistema decisionale.