

MODELLO DI OTTIMIZZAZIONE E PROBLEMA 3 (GESTIONE DELLA PRODUZIONE DI UN BENE)

Prof. Domenico Conforti – 05/10/23 – Autori/Revisionatori: Gervasi e Raponi

MODELLO DI OTTIMIZZAZIONE

La rappresentazione di modello decisionale che è stata trattata, in realtà, non è in generale l'unica rappresentazione possibile. È infatti la rappresentazione che fa riferimento, dal punto di vista della nomenclatura, al modello razionale sinottico, ovvero **modello di "Ottimizzazione"**.

Negli esempi dei problemi 1 e 2 è stato impostato il problema decisionale. Si ha una descrizione completa della struttura, dei requisiti e dei dati del problema (*esempio precedente: trovare il tragitto più breve tra Cosenza e Roma*). Si assume quindi che, per tutti i problemi decisionali che si debbano affrontare, si abbia una descrizione chiara, trasparente e completa dei dati, delle informazioni, delle condizioni etc. Se si agisce in questo modo, la modalità più immediata per implementare e sviluppare il modello decisionale è quella di realizzare un modello di ottimizzazione (come visto in precedenza). I problemi e i modelli decisionali è come se facessero una fotografia istantanea del fenomeno che si vuole affrontare; di fatti la variabile tempo non appare in questi casi. È come si avesse una descrizione fissata, in un certo istante di tempo, della struttura del problema (dati, informazioni...); si fa riferimento, quindi ad una fissata configurazione del sistema complessivo. Questo vale ancora di più nei modelli di natura combinatoria, nei quali si hanno un gruppo di insiemi, di oggetti, che devono interagire per poter prevedere e realizzare la configurazione ottimale del sistema che si sta trattando.

Tutte le applicazioni che si eseguiranno durante il corso faranno riferimento al modello decisionale che viene definito come razionale sinottico o di ottimizzazione.

Esistono anche altre modalità. Ad esempio, un altro strumento che si usa spesso in ambito sanitario a supporto delle decisioni sanitarie sono i cosiddetti modelli di simulazione, che vanno a simulare la dinamica del problema da affrontare, così da attuare varie configurazioni del modello che corrispondono a vari scenari e vari contesti che possono mutare all'interno del sistema che si sta considerando. Quindi, simulando il processo si è in grado di capire che succede se cambiamo determinate condizioni al confronto.

PROBLEMA 3 (classico problema decisionale): "gestione della produzione di un determinato bene"

Descrizione: Un'azienda specializzata nella produzione di prodotti dietetici per pazienti affetti da diabete, produce tre differenti tipologie di dolcificanti (indicati con A, B e C), che riesce a vendere in quantità illimitata al prezzo unitario (in euro) rispettivamente di 3.00, 6.20 e 8.40. La produzione di una unità di A richiede 4 ore di lavoro; una unità di B richiede 2 ore di lavoro e 2 unità di A; una unità di C richiede 3 ore di lavoro e 1 unità di B. Evidentemente, le quantità di A e B utilizzate nella produzione di altri dolcificanti non possono essere vendute. Sono disponibili 40 ore di lavoro complessive. Formulare il problema come modello di ottimizzazione avente come obiettivo la massimizzazione del ricavo complessivo derivante dalla vendita dei dolcificanti A, B e C. Ndr *in questo caso non abbiamo un'indicazione esplicita di come viene misurata la quantità di prodotto, quindi, indichiamo una generica unità di prodotto. Il prezzo è unitario.*

<u>DOLCIFICANTI</u>	<u>PREZZO DI VENDITA</u> (per unità di prodotto)
A	€3
B	€6,20
C	€8,40

Quando si hanno problemi di natura gestionale (di produzione ed erogazione dei servizi) un concetto importante è la “gestione delle risorse”, quindi di tutto ciò che deve essere messo in gioco per poter conseguire l’obiettivo che pone il problema decisionale. In questo caso specifico, per produrre i 3 dolcificanti, le risorse da mettere in gioco sono: il lavoro (misurato in ore → **tempo di lavoro**) e, per due dolcificanti (B e C), va ad aggiungersi una **quantità** specifica di altri dolcificanti che serve per la loro produzione.

RISORSE PER LA PRODUZIONE

40h TOTALI (processo complessivo di produzione)

A 4h

B 2h, 2A (servono anche 2 unità di A per produrlo) Variabile: Ya e Yb (unità di A e B che

C 3h, 1B (serve anche 1 unità di B per produrlo) servono per la produzione di B e C) .

Sono incognite

Capacità di produzione limitata solo dal fatto che le ore complessive disponibili siano 40.

Spiegazione: Di tutto ciò che produco di A, una parte viene venduta direttamente, l'altra viene usata per la produzione di B; lo stesso vale per B che viene utilizzato per la produzione di C.

Esempio: per produrre un'unità di A servono 4h di lavoro sul processo di produzione e basta; per produrre un'unità di B servono 2h di processo di produzione più 2 unità di A (che serve come materia prima di B).

NB: nei problemi decisionali di natura gestionale le risorse, che vanno allocate per poter conseguire gli obiettivi, sono tipicamente limitate o addirittura scarse (ad esempio nelle risorse finanziarie c'è sempre un budget da garantire e da rispettare).

Nel testo del problema decisionale non vi è scritto cosa bisogna determinare.

OBIETTIVO:

Max ricavo totale. $Z =$ ricavo totale (decisioni) è funzione delle decisioni

(massimizzare il ricavo complessivo derivante dalla vendita dei dolcificanti)

DECISIONI:

Livelli di produzione (quantità) di A, B e C, che segniamo come X_a , X_b , X_c . (vendute) in generiche unità di prodotto.

Le decisioni sono le variabili (**indipendenti**) di controllo; ciò che dobbiamo determinare tra le alternative possibili e avendo come criterio di scelta l'obiettivo, legato ad ottenere un ricavo della vendita dei prodotti più alto possibile. Le decisioni riguardano il livello di produzione dei 3 prodotti: A, B, C

Assumiamo ci sia una relazione di proporzionalità diretta (quindi lineare) tra la quantità venduta dei prodotti e ricavo ottenuto. (Es se si vende un'unità di A si ricavano 3€, se si vendono due unità di A si ricavano 6€ etc).

Assumiamo inoltre che tutto ciò che si produce venga venduto (che quindi non vi sia un magazzino ad esempio).

FUNZIONE OBIETTIVO:

$$Z = 3 X_a + 6,2 X_b + 8,4 X_c.$$

VARIANTI DECISIONALI:

X_a , X_b , X_c = quantità venduta di A, B, C.

Y_a, Y_b = quantità di A e B da utilizzare per produrre, rispettivamente, B e C

VINCOLI:

$4(X_a + Y_a) + 2(X_b + Y_b) + 3 X_c \leq 40 h$ nella prima equazione anche gli altri coeffic. sono ore

$2(X_b + Y_b) = Y_a$ in entrambi gli ultimi casi si potrebbe utilizzare anche

$1 X_c = Y_b$ “ \leq ” anziché “ $=$ ” (lo abbiamo scritto perché assumiamo che, delle due “torte”, venga utilizzata l’interezza).

Assumiamo inoltre un legame proporzionale.

Tutto ciò che è a “destra” (dopo il simbolo) nei vincoli, si chiama in generale “**vettore delle risorse disponibili**” → si ha una torta complessiva di risorse da utilizzare e allocare. Per poter gestire e allocare le risorse, nei vincoli si ha che, per poter produrre entro le condizioni (limiti) da rispettare, si ha la risorsa complessiva (40h) e, in particolare, i dati esprimono che, di tutta questa risorsa complessiva, vi è una quota parte (la quota tempo) che viene utilizzata per produrre ogni unità di prodotto. (es A: 4h etc)

Vi è anche la risorsa “materia prima” che comunica anche la quota parte della risorsa materia prima A che viene utilizzata per la produzione di B e la quota parte della risorsa materia prima B che viene usata per la produzione di C → saranno indicate rispettivamente come Y_a e Y_b .

I coefficienti evidenziati non indicano le ore bensi gli “Y” impiegati → es: per produrre la totalità di B, data dalla somma di X_b e Y_b (rispettivamente il B venduto e il B impiegato per produzione di C), sono necessari 2 A per ogni unità.

La torta complessiva di materie prime a disposizione è una quantità **variabile**, serve decidere le particolari distribuzioni. (es quanta percentuale di A vendere e quanta utilizzare per produrre B; lo stesso vale per B con C)

Il monte complessivo di risorse A e B, da utilizzare come materie prime per produrre B e C **non è fissato** → verrà impostato dopo la risoluzione del modello (si tratta di nuove decisioni da assumere).

I vincoli riguardano il rispetto dell’allocazione delle risorse complessive: la risorsa tempo di lavoro (complessivamente 40h di lavoro), che non va superata (infatti si inserisce il “ \leq ”) e la risorsa materia prima tra cui A (che corrisponde alla somma di X_a e Y_a), B (che corrisponde alla somma di X_b e Y_b) e C (che corrisponde a X_c , perché viene prodotto solo ciò che viene venduto). Le quantità complessive di A e B prodotte, alla luce dell’analisi eseguita nel definire le variabili decisionali, sono identificate come la quantità di A che si venderà direttamente (X_a) e la quantità di A che è un’incognita variabile (Y_a) che verrà utilizzata come materia prima per la sintesi di B; lo stesso vale per B.

MODELLO DECISIONALE:

Max Z

$$Z = 3 X_a + 6,2 X_b + 8,4 X_c$$

s.v. (soggetta ai vincoli)

$$4(X_a + Y_a) + 2(X_b + Y_b) + 3X_c \leq 40$$

$$2(X_b + Y_b) = Y_a$$

$$X_c = Y_b$$

$$X_a, X_b, X_c, Y_a, Y_b \geq 0$$

L’unità di prodotto può essere anche frazionaria non deve essere obbligatoriamente intera.

In questo caso non è stata necessaria una schematizzazione grafica.

TERMINOLOGIA

Ricavo: ciò che si ricava dalla vendita di un prodotto

Costo: ciò che bisogna sostenere per produrre quel prodotto

Guadagno: ricavo – costo Profitto: ricavo – costo (meno)