PB. 48 - Soluzione

Sono dati:

- ***O = 4*** organi e ***P = 5*** posizioni.
- Indichiamo con indice ***i = 0, …, O***, gli organi, dove ***i = 0*** indica il tumore; con indice ***j = 1, …, P*** le posizioni.
- Indichiamo con m_i la massima intensità di radiazione ammissibile per ogni organo.
- Indichiamo con r_j la massima intensità di radiazione erogabile da ogni posizione.
- Indichiamo con a_{ij} la percentuale di radiazione assorbita dall'organo ***i*** dalla posizione ***j***.
- Indichiamo con ***R = 60*** la massima quantità complessiva di radiazione erogabile.

Variabili. Il problema decisionale consiste nel decidere la *quantità* di radiazione da erogare da ogni posizione. Definiamo quindi una variabile continua e non-negativa per ogni posizione, per indicare tale quantità. Abbiamo quindi variabili continue non-negative $x_j \; \forall j = 1, \ldots, P$.

Vincoli. I vincoli del problema impongono che:

- la radiazione complessiva sia non superiore a R: $\sum_{j=1}^{P} x_j \leq R$;
- la radiazione erogata da ogni posizione $j = 1, \ldots, P$ non sia superiore al limite massimo r_j: $x_j \leq r_j \; \forall j = 1, \ldots, P$;
- la radiazione assorbita da ogni organo $i = 1, \ldots, O$ non sia superiore al limite massimo m_i: $\sum_{j=1}^{P} a_{ij} x_j \leq m_i \; \forall i = 1, \ldots, O$.

Funzione obiettivo. Si vuole massimizzare la radiazione che colpisce il tumore: $\max \sum_{j=1}^{P} a_{0j} x_j$.

Il modello matematico completo risulta quindi:

$$
\begin{aligned}
\text{maximize} \quad & z = \sum_{j=1}^{P} a_{0j} x_j \\
\text{subject to} \quad & \sum_{j=1}^{P} a_{ij} x_j \leq m_i & \forall i = 1, \ldots, O \\
& x_j \leq r_j & \forall j = 1, \ldots, P \\
& \sum_{j=1}^{P} x_j \leq R & \\
& x_j \geq 0 & \forall i = 1, \ldots, O \;\; \forall j = 1, \ldots, P.
\end{aligned}
$$