

# Circuitos sequenciais síncronos

Sistemas Digitais

Pedro Salgueiro  
pds@uevora.pt

## Sumário

- Circuito sequencial
- Modelo ASM
- Síntese de CSS
  - Exemplo 1
  - Exemplo 2
  - Exemplo 3
  - Exemplo 4
- Análise de CSS
  - Exemplo

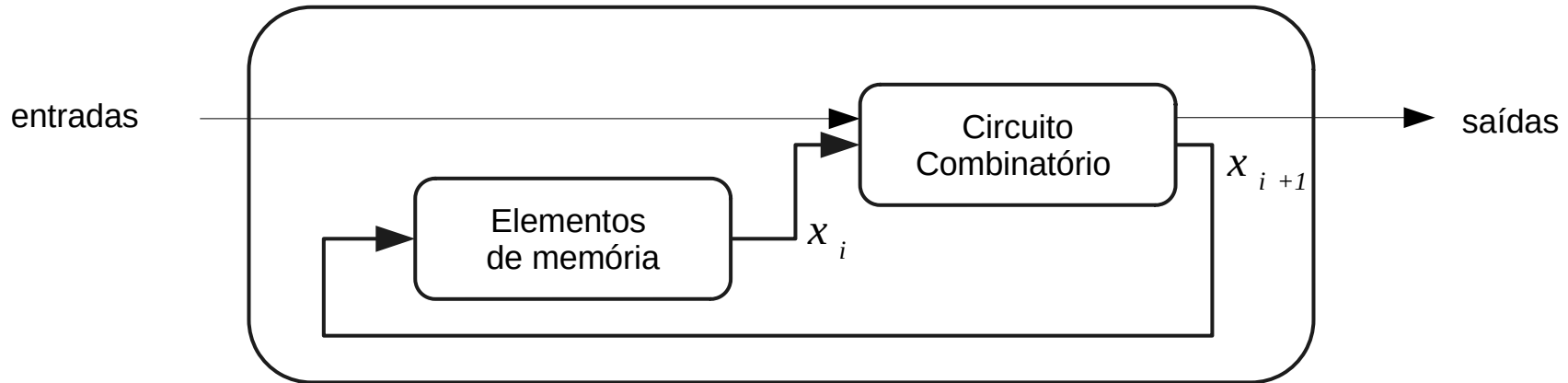
## Circuito combinatório

- As saídas são determinadas em função
  - Dos valores lógicos presentes nas entradas



## Circuito sequencial

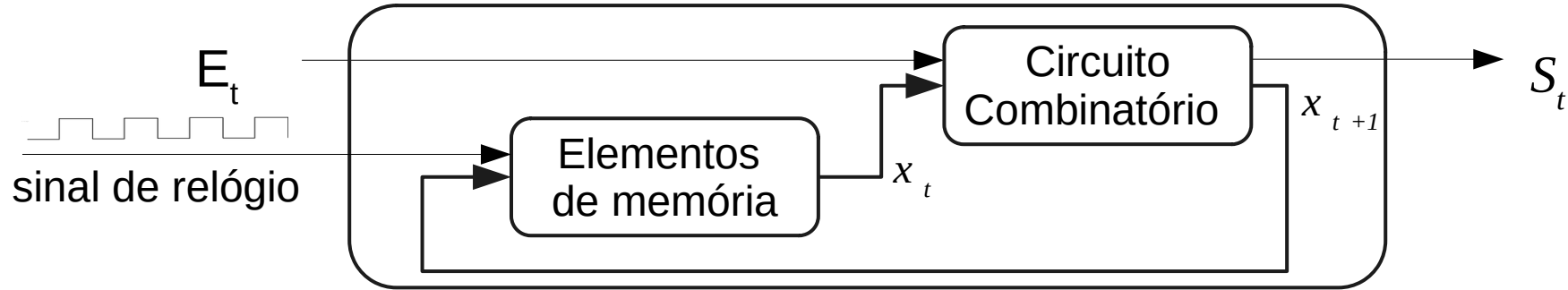
- As saídas são determinadas em função
  - Dos valores lógicos presentes nas entradas
  - Das condições anteriores a que o circuito esteve sujeito (estados anteriores)
- Pressupõe a existência de memória
  - Circuitos biestáveis / flip-flops



## Conceitos

- Estado de um circuito sequencial
  - Configuração (estado) dos flip-flops que compõem o circuito
  - Com  $n$  flip-flops podem existir  $2^n$  estados distintos
- Registo
  - Conjunto de flip-flops do circuito sequencial
- Circuito assíncrono
  - As mudanças de estado são causadas pelas mudanças de valores apresentadas às entradas
- Circuito síncrono
  - As mudanças de estado são definidas por um sinal de referência – o **sinal de relógio**

## Circuito sequencial síncrono



- $E_t \rightarrow$  vector de entradas
- $S_t \rightarrow$  vector de saídas
- $X_t \rightarrow$  estado actual
  - As componentes são as variáveis de estado
- $X_{t+1} \rightarrow$  estado seguinte
- $f \rightarrow$  função de saída
  - $S_t = f(X_t, E_t)$
- $g \rightarrow$  função estado seguinte
  - $X_{t+1} = g(X_t, E_t)$

## Modelo ASM

- **Diagrama de estados**
  - Representação gráfica das transições de estado de um circuito sequencial
- **Modelo ASM**
  - Algorithmic State Machine
    - Formalismos para representar um diagrama de estados
  - Elementos gráficos
    - Estado
    - Transição
    - Decisão
    - Saída condicional

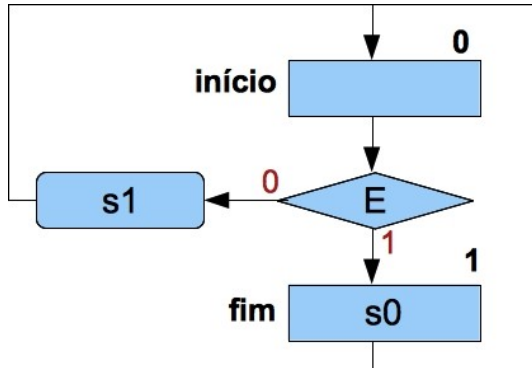
## Elementos gráficos

- **Caixa de Estado**
  - Representado por rectângulo
  - Informação
    - **Mnemónica** – representada à esquerda do rectângulo
    - **Codificação** – representada na parte superior do rectângulo
    - **Saídas activas** – inscritas no interior do rectângulo
- **Transição entre estados**
  - Representada por uma seta
  - Liga o estado actual ao seguinte
- **Caixa de Decisão**
  - Representada por um losango
  - Avalia uma expressão booleana das entradas para escolha do estado seguinte



## Elementos gráficos

- Caixa de **Saída Condicional**
  - Representado por **rectângulo arredondado**
    - Especifica as saídas condicionadas pelas entradas. São colocadas após as caixas de decisão
- Exemplo

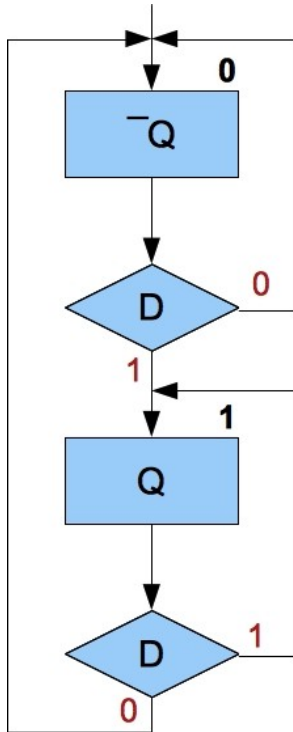


## Codificação dos estados

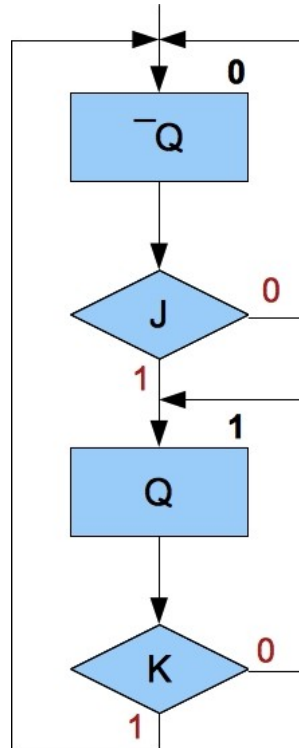
- **Nº de bits**
  - Depende do nº de estados total do sistema
  - Cada bit traduz o estado de um flip-flop
- **Código**
  - É normal seguir o CBN
  - Se existir exigência de contiguidade usa-se o código de Gray

## Codificação dos estados

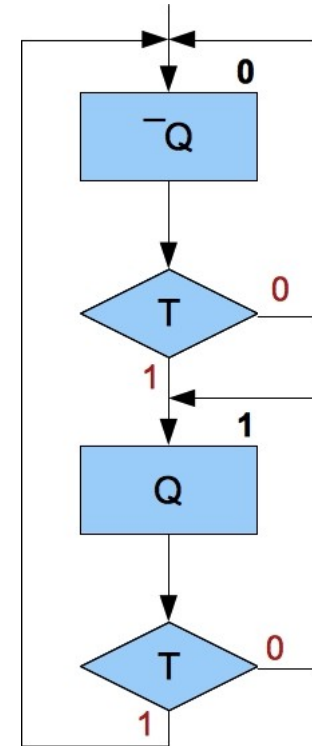
Flip-Flop D



Flip-Flop JK



Flip-Flop T



## Síntese de circuito

1. Desenhar o diagrama de estados
2. Codificar os estados
3. Obter a tabela de transições e de saídas
4. Escolher flip-flops
5. Obter as equações das entradas dos flip-flops e das saídas
6. Desenhar o logigrama

## Exemplo 1

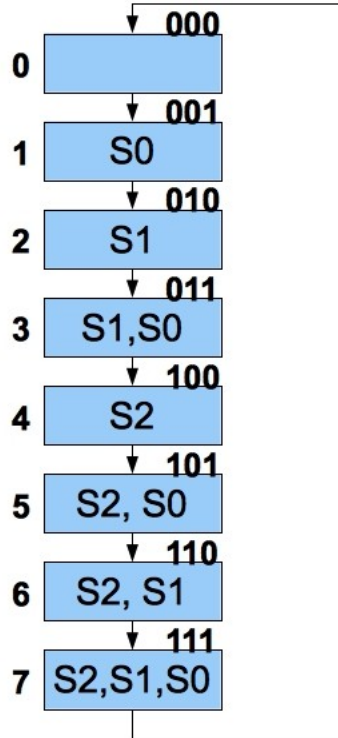
Pretende-se projectar um circuito que, ao longo de sucessivos impulsos de relógio apresente nas saídas a sequência natural do código binário de 0 a 7.

- Entradas
  - 0
- Saídas:
  - 3 (S2, S1 e S0)
  - Para codificar o número binário de 0 a 7
- Estados:
  - $2^3 = 8$
  - Podem ser identificados com as saídas através da adequada atribuição de códigos aos estados

# Síntese de CSS

## Exemplo 1

### Passos 1, 2 e 3



$Q_t$			$Q_{t+1}$			$S_t$		
x2	x1	x0	x2	x1	x0	s2	s1	s0
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1

x2	x1x0			
	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

# Síntese de CSS

## Exemplo 1

### Flip-flops D

- Tabela de excitação

$Q^*$	$Q$	$D$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

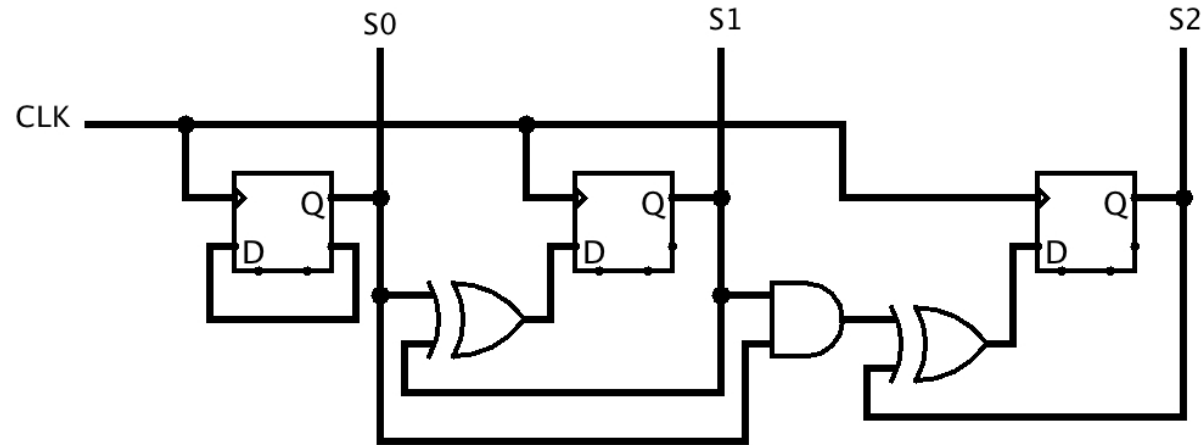
- Equação das entradas dos flip-flops

- $D2 = x2 \oplus (x1 x0)$
- $D1 = x1 \oplus x0$
- $D0 = \overline{x0}$

		$x1x0$			
		00	01	11	10
D2	$x2$	0	0	1	0
		1	1	0	1

		$x1x0$			
		00	01	11	10
D1	$x2$	0	1	0	1
		1	1	0	1

		$x1x0$			
		00	01	11	10
D0	$x2$	0	1	0	1
		1	1	0	1





### Flip-flops JK

- Tabela de excitação

$Q^*$	$Q$	$J$	$K$
0	0	0	-
0	1	1	-
1	0	-	1
1	1	-	0

- Equação das entradas dos FF

- $J2 = K2 = x1 \ x0$
- $J1 = K1 = x0$
- $J0 = K0 = 1$

2

		$x1x0$			
		00	01	11	10
$x2$	0	0	0	1	0
	1	-	-	-	-
$J$	0	0	0	1	0
	1	-	-	-	-
$K$	0	-	-	-	-
	1	0	0	1	0

1

		$x1x0$			
		00	01	11	10
$x2$	0	0	1	-	-
	1	0	1	-	-
$J$	0	0	1	-	-
	1	0	1	-	-
$K$	0	-	-	1	0
	1	-	-	1	0

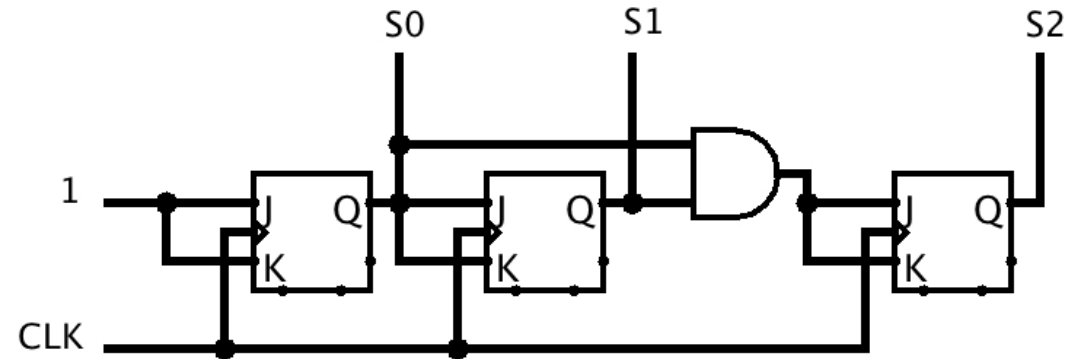
0

		$x1x0$			
		00	01	11	10
$x2$	0	1	-	-	1
	1	1	-	-	1
$J$	0	1	-	-	1
	1	1	-	-	1
$K$	0	-	1	1	-
	1	-	1	1	-

# Síntese de CSS

## Exemplo 1

## Logigrama



# Síntese de CSS

## Exemplo 1

### Flip-flops T

- Tabela de excitação

$Q^*$	$Q$	$T$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Equação das entradas dos FF

- $T2 = x1 \ x0$
- $T1 = x0$
- $T0 = 1$

**T2**

		$x1x0$			
		00	01	11	10
$x2$	0	0	0	1	0
	1	0	0	1	0

**T1**

		$x1x0$			
		00	01	11	10
$x2$	0	0	1	1	0
	1	0	1	1	0

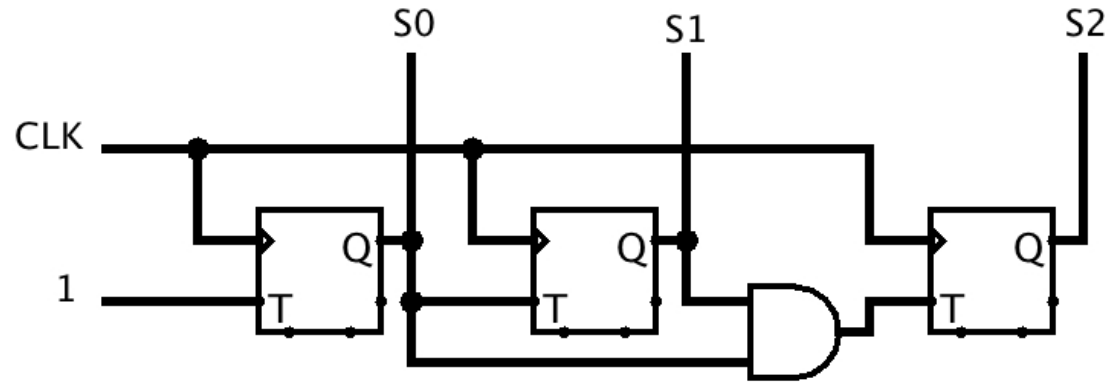
**T0**

		$x1x0$			
		00	01	11	10
$x2$	0	1	1	1	1
	1	1	1	1	1

# Síntese de CSS

## Exemplo 1

## Logigrama



## Exemplo 2

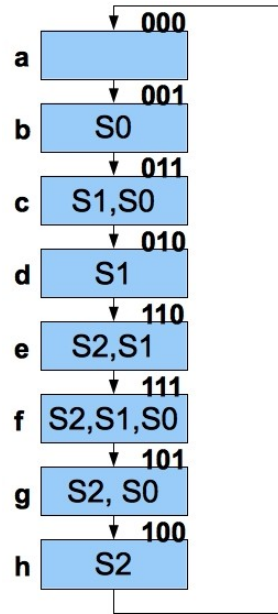
- Contador em código Gray 3 bits com flip-flops T
  - Entradas :0
  - Saídas: 3 (S2, S1 e S0)
    - Para codificar o número binário de 0 a 7
  - Estados:  $2^3 = 8$ 
    - Podem ser identificados com as saídas codificando os estados em código Gray

# Síntese de CSS

## Exemplo 2

### Passos 1, 2 e 3

- Modelo ASM



- Transição de estados

		x1x0			
		00	01	11	10
x2	0	a	b	c	d
	1	h	g	f	e

- Mapas de Karnaugh

		x1x0			
		00	01	11	10
T0	0	1	0	1	0
	1	0	1	0	1

		x1x0			
		00	01	11	10
T1	0	0	1	0	0
	1	0	0	1	0

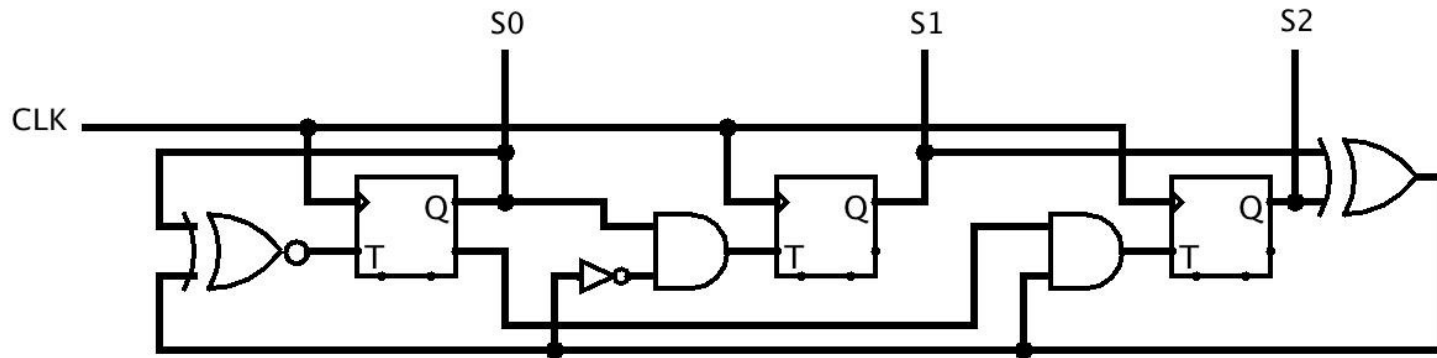
		x1x0			
		00	01	11	10
T2	0	0	0	0	1
	1	1	0	0	0

# Síntese de CSS

## Exemplo 2

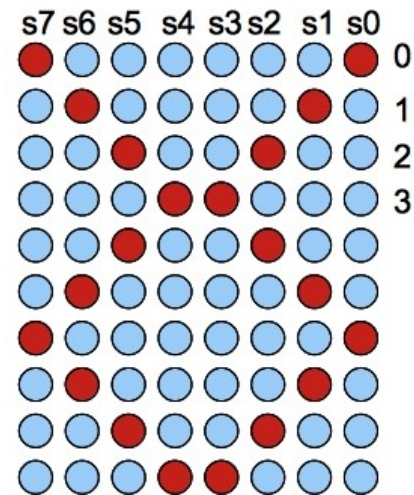
### Entradas e logigrama

- Entradas
  - $T0 = \overline{x0 \oplus x1 \oplus x2}$
  - $T1 = x0 \overline{(x1 \oplus x2)}$
  - $T2 = \overline{x0} (x1 \oplus x2)$
- Logigrama



## Exemplo 3

- Gerador de padrões sequenciais
  - ao ritmo dos impulsos de relógio acender um conjunto de oito LEDs segundo a figura
- Entradas :0
- Saídas: 8 (S0, S1 e S2)
- Estados: ?
  - Não são  $2^3$ ! Neste exemplo não se identifica o vector de estado  $X_n$  com o vector de saída  $S_n$ .
  - Existem apenas 4 configurações distintas. Bastarão 4 estados?





### Exemplo 3

- 4 estados. Qual a dimensão de  $X_n$ ?

	$X_n$	$X_{n+1}$	s7	s6	s5	s4	s3	s2	s1	s0
	a	b	1							1
*	b	c		1					1	
**	c	d			1			1		
	d	c				1	1			
**	c	b			1			1		
*	b	a		1					1	

# Síntese de CSS

## Exemplo 3

### Exemplo 3

- 4 estados. Qual a dimensão de  $X_n$ ?

	$X_n$	$X_{n+1}$	s7	s6	s5	s4	s3	s2	s1	s0
	a	b	1							1
*	b	c		1					1	
**	c	d			1			1		
	d	c				1	1			
**	c	b			1			1		
*	b	a		1					1	

- Com 4 estados existe ambiguidade na transição!
- Quantos são necessários?
  - 6 estados; dimensão de  $X_n = 3$

## Tabela de transição de estados e saídas

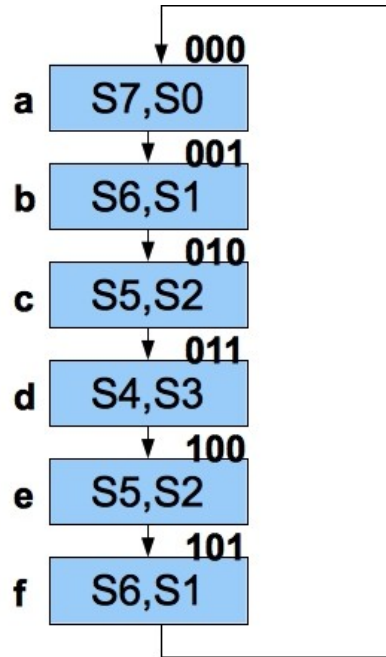
[illegible]

# Síntese de CSS

## Exemplo 3

## ASM e Flip-Flops T

- Modelo ASM



- Tabela de excitação Flip-Flops T

Q*	Q	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Mapas de Karnaugh

		x1x0			
		00	01	11	10
x2	0	a	b	d	c
	1	e	f	-	-

# Síntese de CSS

## Exemplo 3

### Mapas de Karnaugh

- Mapas de Karnaugh
  - Estados não utilizados correspondem a **indiferenças**.

		x1x0			
		00	01	11	10
x2	0	1	1	1	1
	1	1	1	-	-

		x1x0			
		00	01	11	10
x2	0	0	1	1	0
	1	0	0	-	-

T1

		00	01	11	10
x2	0	0	0	1	0
	1	0	1	-	-

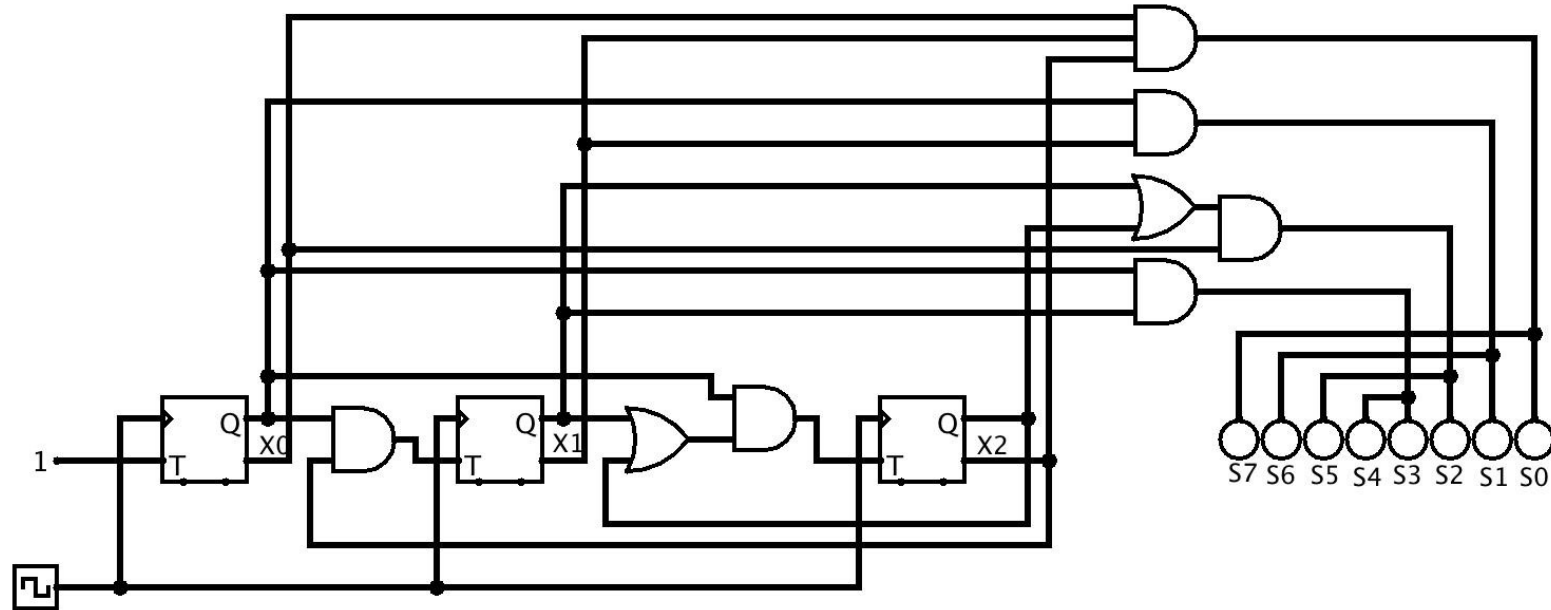
T2

- Entradas e Saídas
  - $T0 = 1$
  - $T1 = x0 \overline{x2}$
  - $T2 = X0 (x1 + x2)$
- $s0 = s7 = \overline{x0} \overline{x1} \overline{x2}$
- $s1 = s6 = x0 \overline{x1}$
- $s2 = s5 = \overline{x0} (x1 + x2)$
- $s3 = s4 = x0 x1$

# Síntese de CSS

## Exemplo 3

## Logigrama



## Exemplo 4

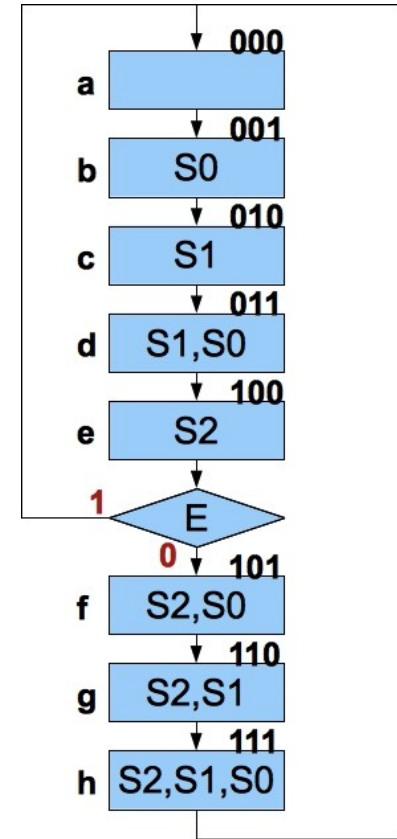
- Contador modo variável
  - Por ação de um comutador E, o contador passa de módulo 8 para módulo 5: com  $E=0$ , contador módulo 8; com  $E=1$ , contador módulo 5.
  - Entradas: 1
  - Saídas: 3
  - Estados 8

# Síntese de CSS

## Exemplo 4

### Modelo ASM

- No estado “e”, o estado seguinte depende da entrada E
  - $E = 0 \rightarrow \text{“f”}$
  - $E = 1 \rightarrow \text{“a”}$





# Síntese de CSS

## Exemplo 4

### Tabela de transição de estados e saídas

$E_n$	$X_n$	$X_{n+1}$	$X_n$			$X_{n+1}$			$S_n$		
			x2	x1	x0	x2	x1	x0	s2	s1	s0
x	a	b	0	0	0	0	0	1	0	0	0
x	b	c	0	0	1	0	1	0	0	0	1
x	c	d	0	1	0	0	1	1	0	1	0
x	d	e	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	e	f	1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	e	a	1	0	0	0	0	0	1	0	0
x	f	g	1	0	1	1	1	0	1	0	1
x	g	h	1	1	0	1	1	1	1	1	0
x	h	a	1	1	1	0	0	0	1	1	1

## Mapas de Karnaugh – Flip-Flops T

- Mapa de Karnaugh para T0

		x1x0			
		00	01	11	10
Ex2	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	0	1	1	1
	10	1	1	1	1

- Tabela de excitação – Flip-Flop T

Q*	Q	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

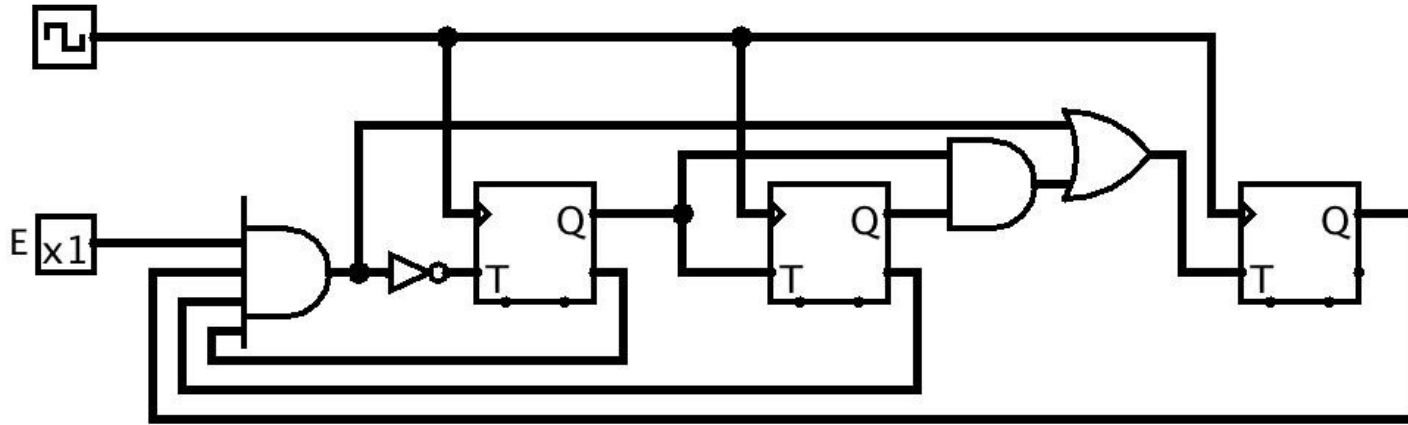
- Entradas

- $T0 = \overline{x2} \overline{x1} \overline{x0} E$

- $T1 = x0$

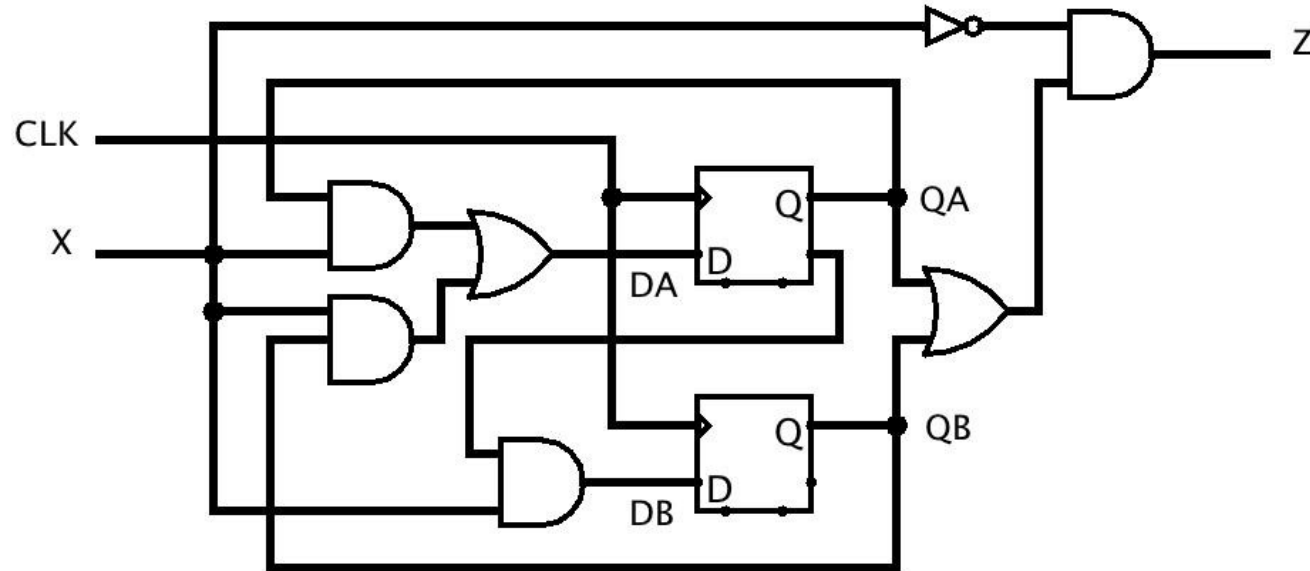
- $T2 = x1 x0 + x2 \overline{x1} \overline{x0} E$

### Mapas de Karnaugh – Flip-Flops T



## Análise de CSS

- 1) Levantam-se as equações das entradas dos flip-flops e das saídas
- 2) Constrói-se a tabela das entradas dos flip-flops
- 3) Constrói-se a tabela de transições e de saídas
- 4) Obtém-se a tabela de estados e de saídas (através da codificação dos estados)
- 5) Ou em alternativa, desenha-se o diagrama de estados



### Passos 1 e 2

- Entradas dos Flip-Flops
  - $DA = QA X + QB X$
  - $DB = QA \bar{X}$
- Saída
  - $Z = \bar{X} (QA + QB)$

- Tabela de verdade

- Traduz os circuitos combinatórios dos flip-flops para o instante  $t$

X	$Q_A$	$Q_B$	$D_A$	$D_B$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

# Análise de CSS

## Exemplo

### Passo 3

- Transições e saídas
  - Estado actual e saída: instante  $t$
  - Estado seguinte: instante  $t + 1$
  - Entrada  $D(t)$  coincide com o estado  $Q(t + 1)$

$X_{(t)}$	$Q_{A(t)}$	$Q_{B(t)}$	$Q_{A(t+1)}$	$Q_{B(t+1)}$	$Z_{(t)}$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

# Análise de CSS

## Exemplo

### Passo 4

- Estados

$Q_A$	$Q_B$	Estado
0	0	A
0	1	B
1	0	C
1	1	D

- Tabela de estados

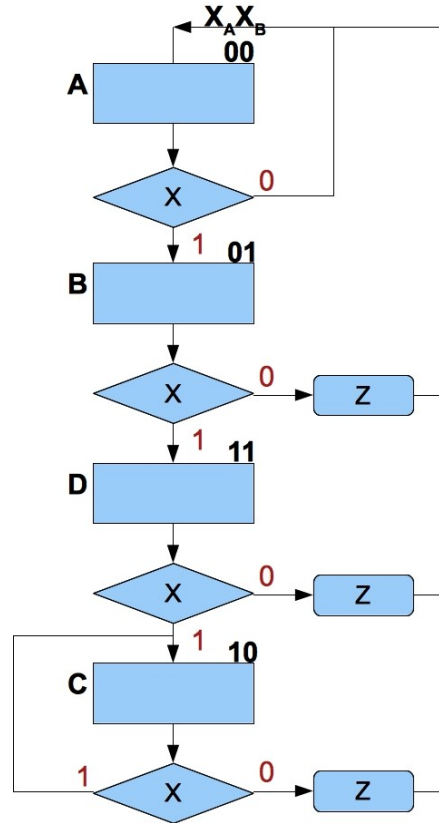
X	t	t+1	Z
0	A	A	0
0	B	A	1
0	C	A	1
0	D	A	1
1	A	B	0
1	B	D	0
1	C	C	0
1	D	C	0



# Análise de CSS

## Exemplo

### Modelo ASM



# Tarefas até à próxima aula prática

- Ficha 08 – Elementos de memória
  - Todos os exercícios