Tarefa 4

Gabriel Belém Barbosa RA: 234672

31 de Agosto de 2021

Conteúdo

1 Exercício 1

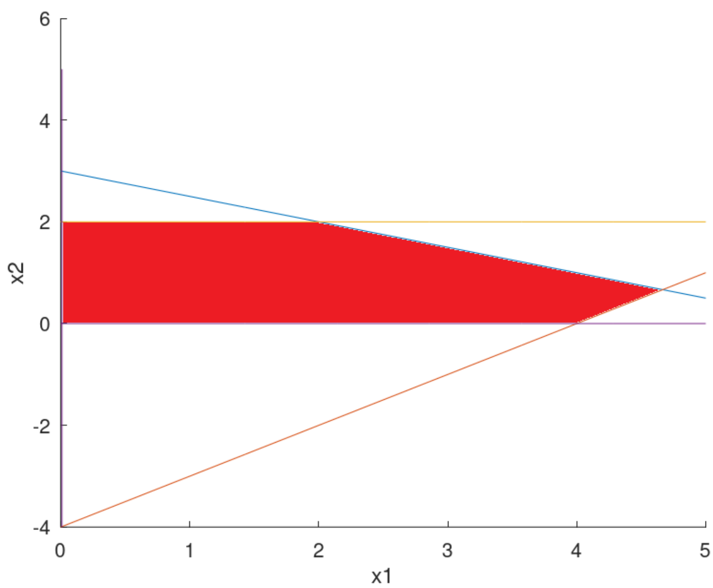
1.1 Item (a)

$max\ z = x_1$

$$\text{Sujeito a:} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 4 \\ x_2 + x_5 = 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

1.2 Item (b)

Figura 1: Região de factibilidade



Região de factibilidade em vermelho.

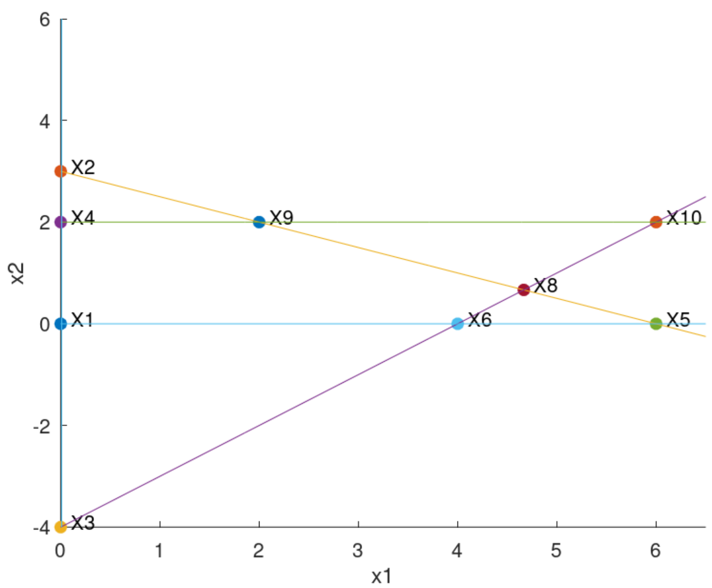
1.3 Item (c)

Tabela 1: Pontos extremos

Nome	Var. não básicas	Var. básicas	$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$	Factibilidade
X1	x_1, x_2	x_3, x_4, x_5	$(0, 0, 6, 4, 2)$	✓
X2	x_1, x_3	x_2, x_4, x_5	$(0, 3, 0, 7, -1)$	×
X3	x_1, x_4	x_2, x_3, x_5	$(0, -4, 14, 0, 6)$	×
X4	x_1, x_5	x_2, x_3, x_4	$(0, 2, 2, 6, 0)$	✓
X5	x_2, x_3	x_1, x_4, x_5	$(6, 0, 0, -2, 2)$	×
X6	x_2, x_4	x_1, x_3, x_5	$(4, 0, 2, 0, 2)$	✓
X7	x_2, x_5	x_1, x_3, x_4	—	—
X8	x_3, x_4	x_1, x_2, x_5	$\frac{1}{3}(14, 2, 0, 0, 4)$	✓
X9	x_3, x_5	x_1, x_2, x_4	$(2, 2, 0, 4, 0)$	✓
X10	x_4, x_5	x_1, x_2, x_3	$(6, 2, -4, 0, 0)$	×

A tabela acima mostra os pontos extremos encontrados computacionalmente (algoritmo apresentado ao final do trabalho na seção Algoritmo), sendo que a factibilidade foi definida através do cumprimento (ou não, no caso de infactíveis) de todas as condições de positividade. Repare que o sistema básico associado ao que seria o ponto X7 não tem solução, logo foi identificado com um —.

Figura 2: Pontos extremos no plano



1.4 Item (d)

Como visto na Tabela 1, x_2 entra e x_3 sai das variáveis básicas no movimento de $(4,0,2,0,2)$ a $\frac{1}{3}(14,2,0,0,4)$.

2 Exercício 2

2.1 Item (a)

O sistema em questão é

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 2 & -4 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{pmatrix}}_{\hat{x}_B} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -7 \end{pmatrix}}_{b}$$

No qual a matriz B tem $det(B) = 10 \neq 0$, logo forma uma base. A solução básica em questão é $x* = (-2,0,0,0,-1)$ (obtida computacionalmente através do `Octave`). Esse ponto desobedece a condição de positividade das variáveis x_1 e x_5, logo não é uma solução básica factível. Em adendo, como $x_2 = 0$ e x_2 é uma variável da base, temos que essa solução é degenerada.

3 Algoritmo

O seguinte algoritmo para o Exercício 1 foi implementado em `Octave`.

```
restri=[1,2,1,0,0;1,-1,0,1,0;0,1,0,0,1]
res=[6;4;2;0;0]
k=0;
solsol=[];
hf=figure;
xlabel ("x1");
ylabel ("x2");
hold on
for i=1:size(restri,2)
    for j=i+1:size(restri,2)
        k++;
        aux=restri;
        aux(:,[i,j])=[];
        sol=aux\[res(1);res(2);res(3)];
        if (aux*sol==[res(1);res(2);res(3)])
```

```
            solsol=[solsol,[sol;i;j]]
            if (i==1)
                if (j==2)
                    text(0.1, 0.1, strcat("X",num2str(k)))
                    scatter(0, 0, "filled")
                else
                    text(0.1, sol(1)+0.1, strcat("X",num2str(k)))
                    scatter(0, sol(1), "filled")
                end
            elseif (i==2)
                text(sol(1)+0.1, 0.1, strcat("X",num2str(k)))
                scatter(sol(1), 0, "filled")
            else
                text(sol(1)+0.1, sol(2)+0.1, strcat("X",num2str(k)))
                scatter(sol(1), sol(2), "filled")
            end
         end
    endfor
endfor
for i=1:size(restri,1)
    if (restri(i,2)!=0)
        fplot(@(x) (res(i)-restri(i,1)*x)/restri(i,2),[0,6.5]);
    end
endfor
line([0.01,0.01],[-4,6]);
line([0,6.5],[0,0]);
legend("hide");
print (hf, "c.png");
hold off
```