

Introdução à Otimização

Semana Acadêmica da Matemática Industrial

Abel Soares Siqueira

Federal University of Paraná - Curitiba/PR - Brazil

05 de Outubro de 2017

Introdução

- A Otimização é uma das áreas de Matemática Aplicada cujo foco de interesse reside na minimização ou maximização de uma função restrita ou não a um subconjunto do seu domínio.
- O interesse pode ser do ponto de vista teórico, computacional ou de aplicação.
- O objetivo desta palestra é apresentar um pouco dessa área.

- Abel Soares Siqueira



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas
- Geovani Grapiglia



- Abel Soares Siqueira
 - Ademir Alves Ribeiro
 - Elizabeth Wegner Karas
 - Geovani Grapiglia
- José Alberto Ramos Flor



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas
- Geovani Grapiglia
- José Alberto Ramos Flor
- Lucas Pedroso



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas
- Geovani Grapiglia
- José Alberto Ramos Flor
- Lucas Pedroso
- Lucelina Batista dos Santos



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas
- Geovani Grapiglia
- José Alberto Ramos Flor
- Lucas Pedroso
- Lucelina Batista dos Santos
- Luiz Carlos Matioli



- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas
- Geovani Grapiglia
- José Alberto Ramos Flor
- Lucas Pedroso
- Lucelina Batista dos Santos
- Luiz Carlos Matioli
- Mael Sachine

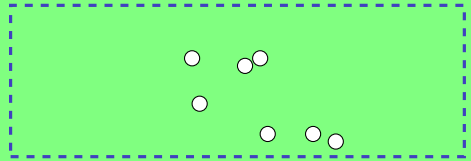


- Abel Soares Siqueira
- Ademir Alves Ribeiro
- Elizabeth Wegner Karas
- Geovani Grapiglia
- José Alberto Ramos Flor
- Lucas Pedroso
- Lucelina Batista dos Santos
- Luiz Carlos Matioli
- Mael Sachine
- Yuan Jin Yun



Um problema simples

- Você tem 16 metros de cerca e precisa fechar uma região retangular de modo a proteger suas ovelhas.

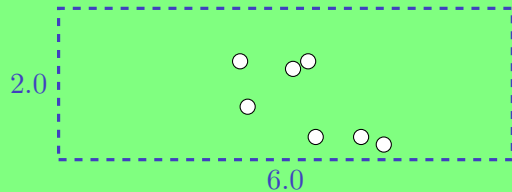


- Você tem 16 metros de cerca e precisa fechar uma região retangular de modo a proteger suas ovelhas.
- Isso quer dizer

$$\text{Larg} + \text{Alt} + \text{Larg} + \text{Alt} = 16,$$

isto é,

$$\text{Larg} + \text{Alt} = 8.$$



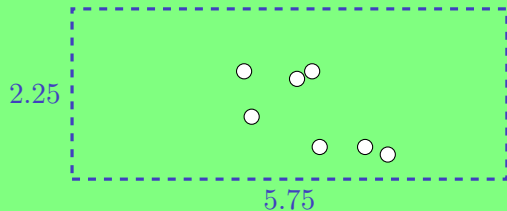
Área: 12.0

- Você tem 16 metros de cerca e precisa fechar uma região retangular de modo a proteger suas ovelhas.
- Isso quer dizer

$$\text{Larg} + \text{Alt} + \text{Larg} + \text{Alt} = 16,$$

isto é,

$$\text{Larg} + \text{Alt} = 8.$$



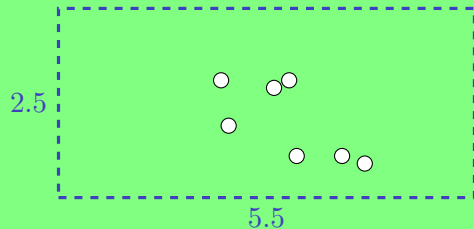
Área: 12.9375

- Você tem 16 metros de cerca e precisa fechar uma região retangular de modo a proteger suas ovelhas.
- Isso quer dizer

$$\text{Larg} + \text{Alt} + \text{Larg} + \text{Alt} = 16,$$

isto é,

$$\text{Larg} + \text{Alt} = 8.$$



Área: 13.75

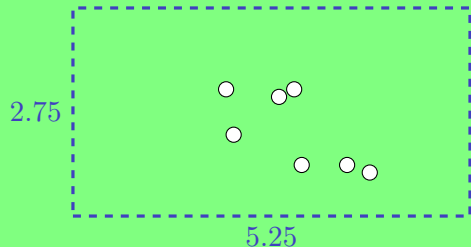
- Você tem 16 metros de cerca e precisa fechar uma região retangular de modo a proteger suas ovelhas.
- Isso quer dizer

$$\text{Larg} + \text{Alt} + \text{Larg} + \text{Alt} = 16,$$

isto é,

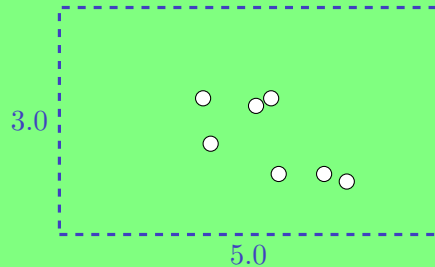
$$\text{Larg} + \text{Alt} = 8.$$

- Temos várias opções, então vamos buscar aquela que nós dá a maior área.



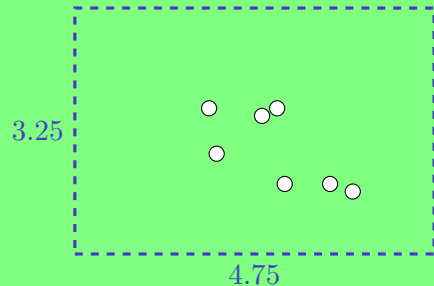
Área: 14.4375

- Área: $\text{Larg} \times \text{Alt.}$



Área: 15.0

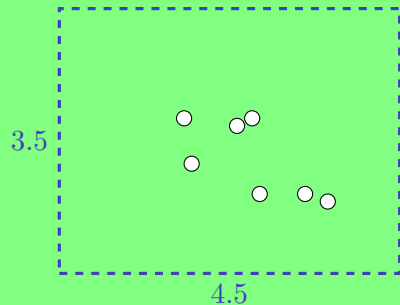
- Área: $\text{Larg} \times \text{Alt}$.
- Como $\text{Larg} + \text{Alt} = 8$, então $\text{Alt} = 8 - \text{Larg}$.



Área: 15.4375

- Área: $\text{Larg} \times \text{Alt}$.
- Como $\text{Larg} + \text{Alt} = 8$, então $\text{Alt} = 8 - \text{Larg}$.
- Buscamos então a largura que maximiza

$$\text{Larg} \times (8 - \text{Larg}).$$

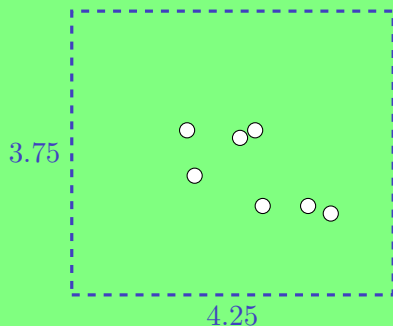


Área: 15.75

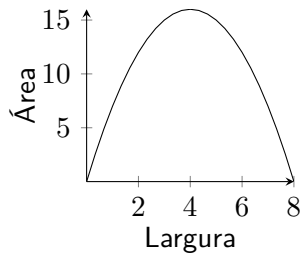
- Área: $\text{Larg} \times \text{Alt}$.
- Como $\text{Larg} + \text{Alt} = 8$, então $\text{Alt} = 8 - \text{Larg}$.
- Buscamos então a largura que maximiza

$$\text{Larg} \times (8 - \text{Larg}).$$

- Como é um problema real, não podemos ter dimensões negativas. Isso pode ser escrito como $0 \leq \text{Larg} \leq 8$.



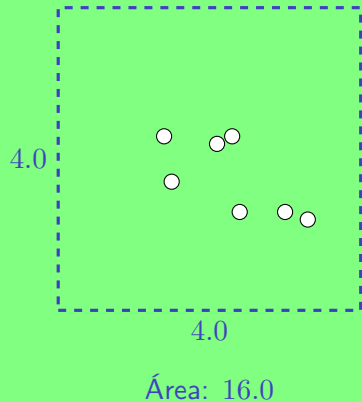
Área: 15.9375



-
- O vértice da parábola é o máximo:

$$\text{Larg} = 4.$$

$$\text{Alt} = 8 - 4 = 4.$$



- Nem todo problema pode ser facilmente resolvido como o problema acima;
- Na prática, os problemas costumam ser bem maiores e mais complexos;
- Se a **modelagem** do problema for simplificada, ele é mais fácil de resolver;
- Se a **modelagem** for mais complexa, a solução reflete melhor a realidade.

Classificação

- Modelagem;
- Teoria;
- Computação.
- Indústria;
- Academia (Pesquisa);
- Academia (Magistério).
- Em geral, trabalha-se com vários aspectos diferentes de um problema.

Um exemplo de projeto de uma empresa de consultoria

- Membros da **consultoria** conversam com o **cliente**. Definem-se os objetivos e obtém-se os dados.
- Os dados são processados - erros são corrigidos, relações são verificadas;
- Modelos são desenvolvidos e adaptados para o problema;
- Os modelos são resolvidos e validados;
- Uma interface é criada para o cliente.

- Programação Linear e Inteira;

- Programação Linear e Inteira;
- Programação Quadrática;

- Programação Linear e Inteira;
- Programação Quadrática;
- Programação Não-Linear Contínua;

- Programação Linear e Inteira;
- Programação Quadrática;
- Programação Não-Linear Contínua;
- Otimização de caixas-pretas, ou funções não-diferenciáveis;

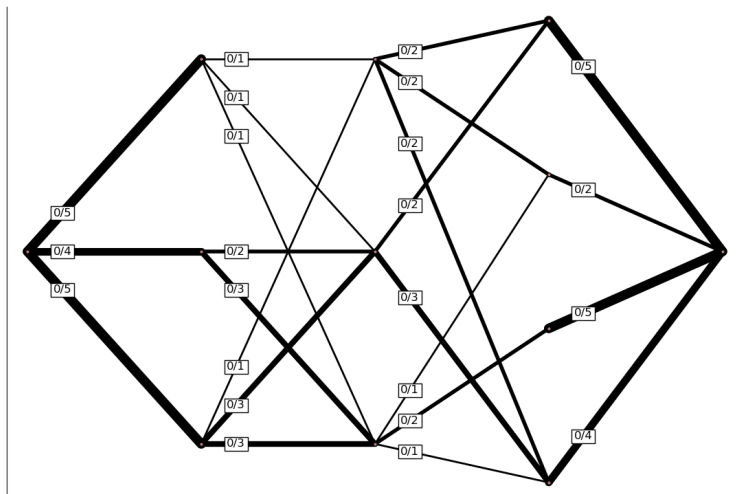
- Programação Linear e Inteira;
- Programação Quadrática;
- Programação Não-Linear Contínua;
- Otimização de caixas-pretas, ou funções não-diferenciáveis;
- Otimização com equações diferenciais.

Exemplos

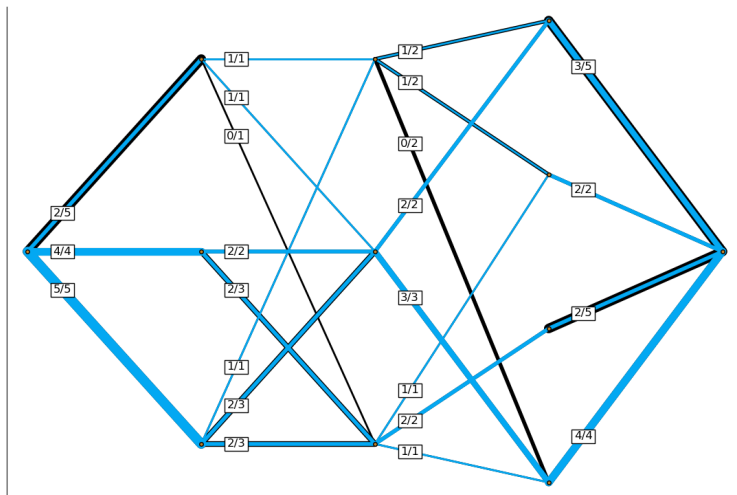
Programação Linear Inteira

- Alice e Bob fazem pulseiras e colares;
- Cada pulseira usa 20 miçangas, 40 cm de fio, leva 1h pra fazer;
- Cada colar usa 50 miçangas, 90 cm de fio, leva 2h pra fazer;
- À R\$ 15, existe demanda semanal de 15 pulseiras. R\$ 12 para vender o excesso.
- À R\$ 40, existe demanda semanal de 12 colares. R\$ 25 para vender o excesso.
- O pacote com 100 miçangas custa R\$ 2, e eles já têm 300 miçangas.
- O preço do fio é R\$ 1,50 o metro, e eles já dispõem de 5 metros.
- Cada um tem 40h semanais de trabalho.

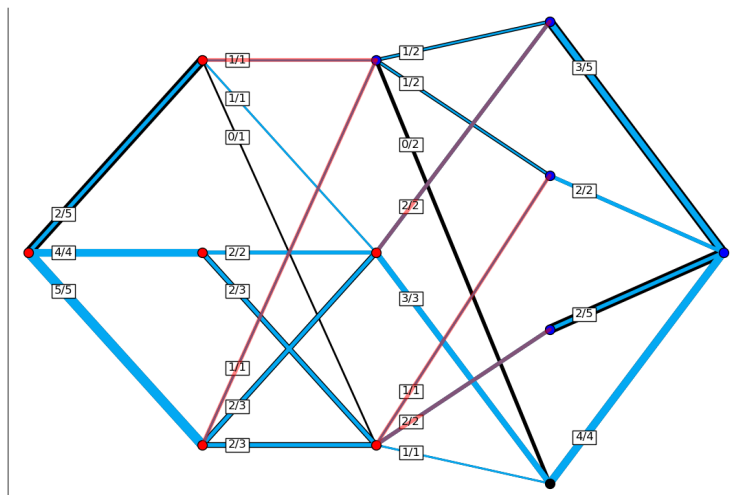
Fluxo máximo



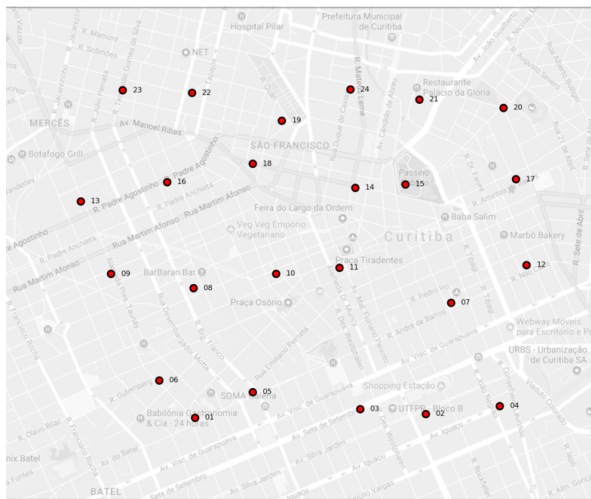
Fluxo máximo



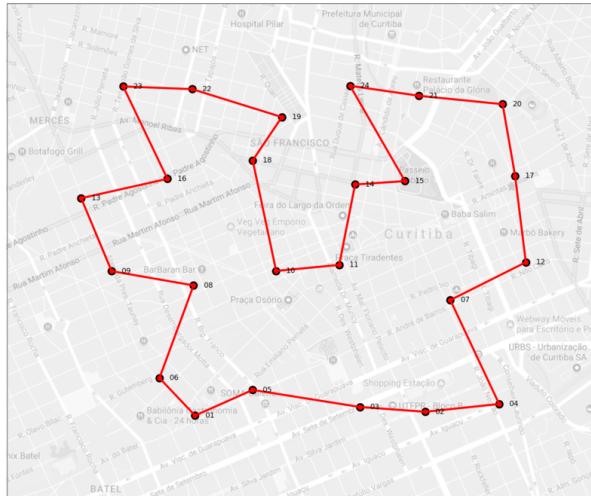
Fluxo máximo



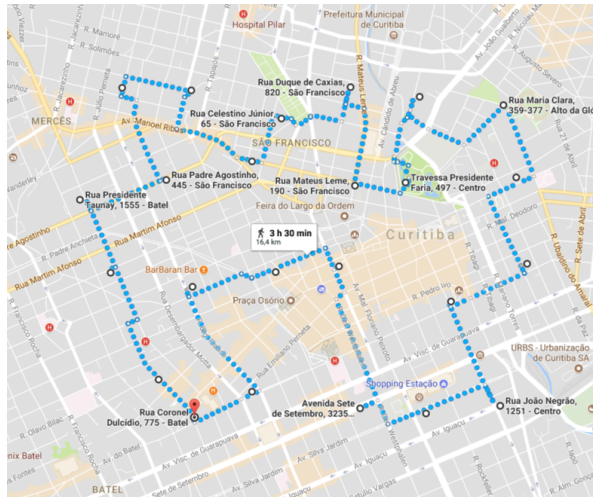
Caminho Mínimo



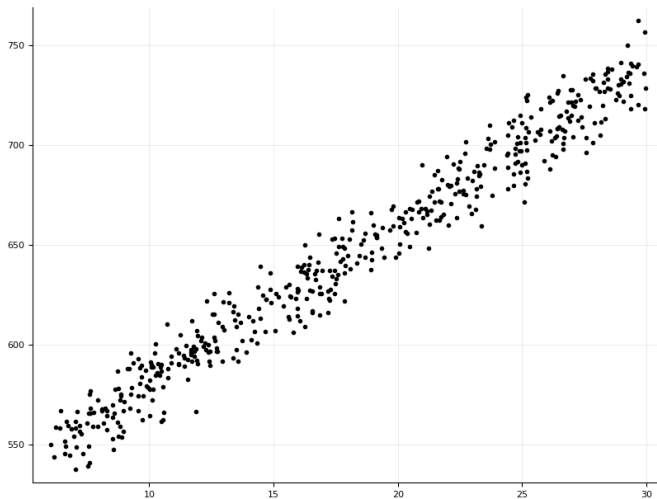
Caminho Mínimo



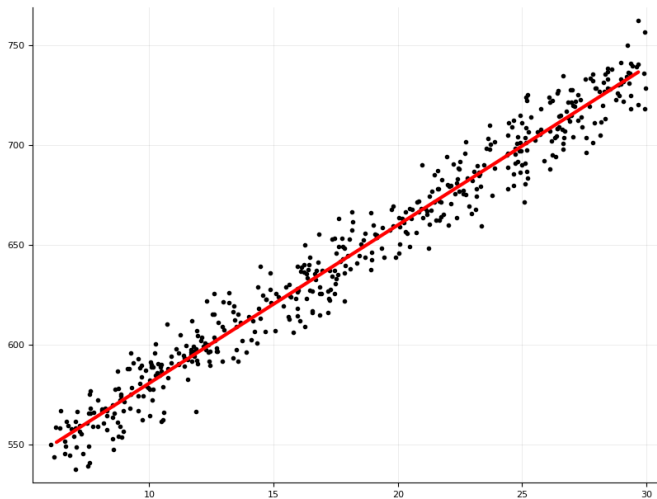
Caminho Mínimo



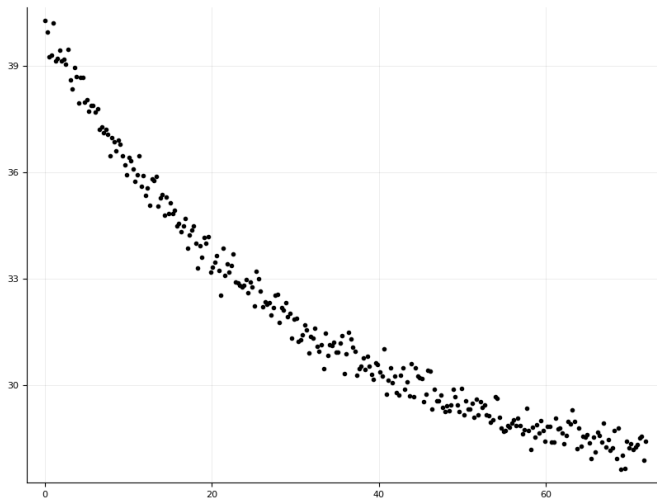
Ajuste de dados



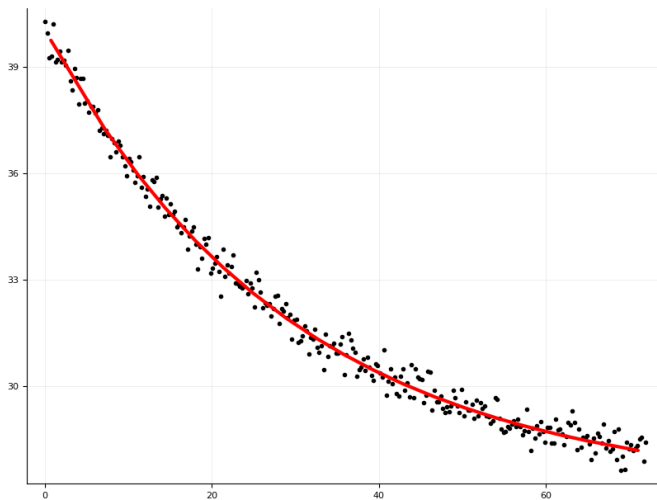
Ajuste de dados



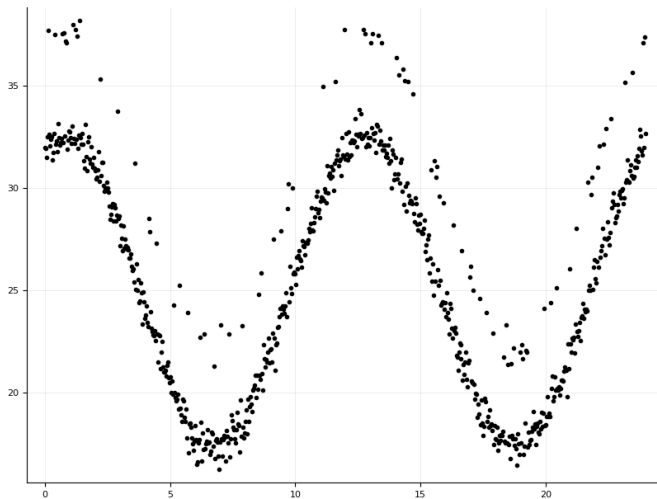
Ajuste de dados



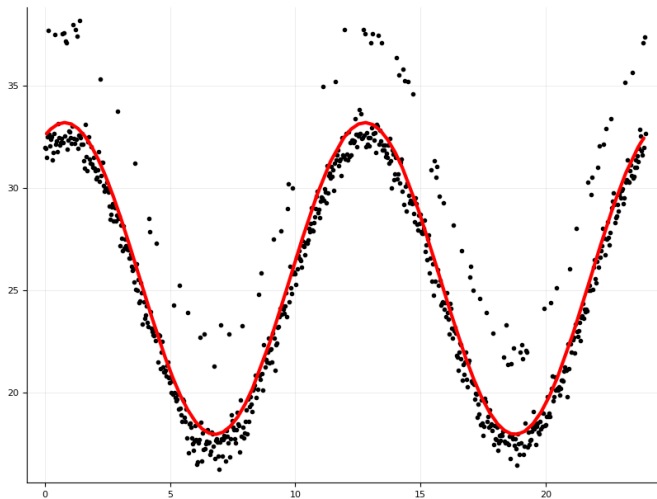
Ajuste de dados



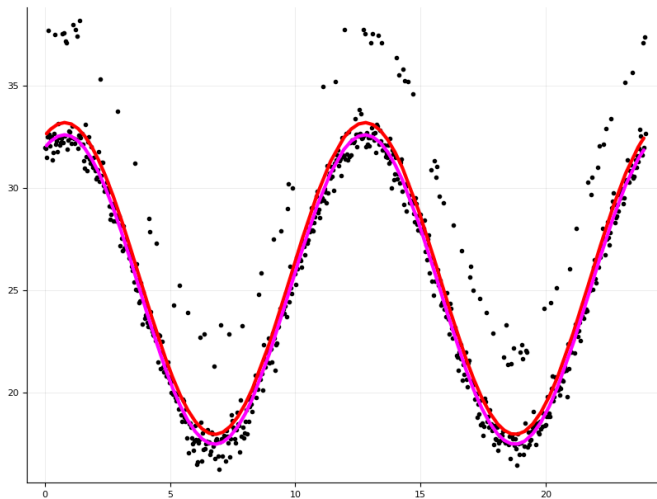
Ajuste de dados



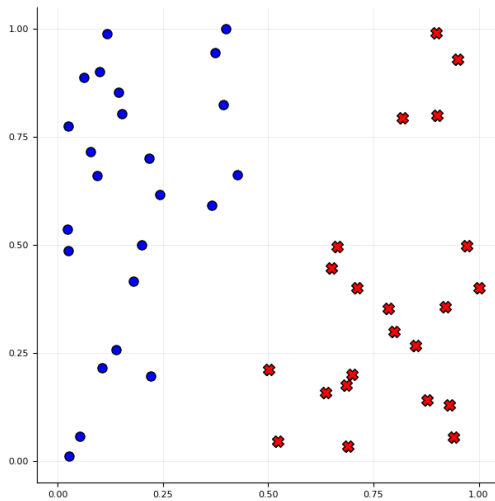
Ajuste de dados



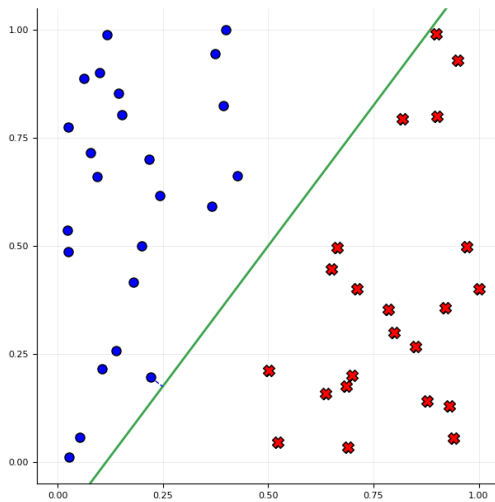
Ajuste de dados



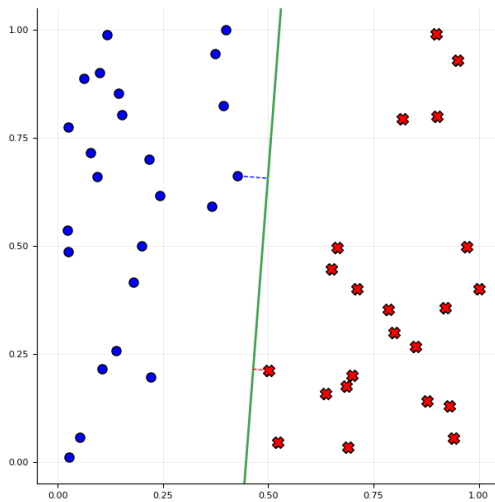
Classificação



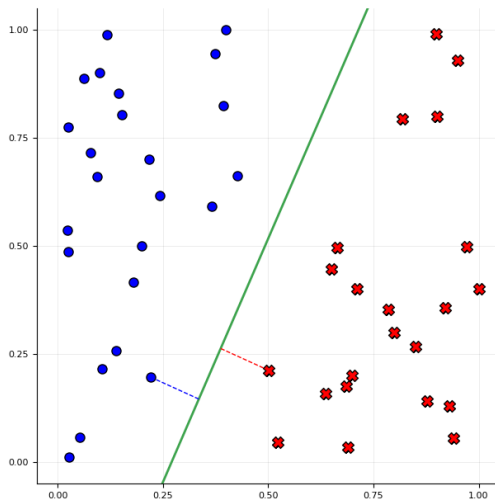
Classificação



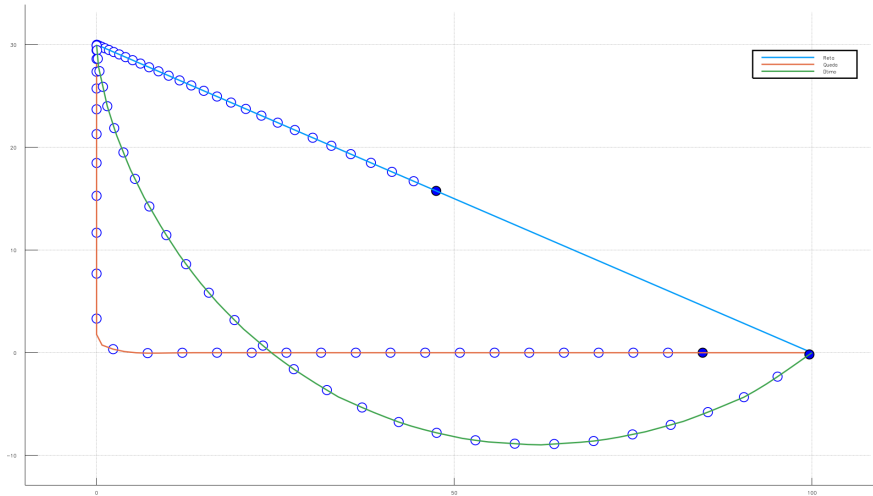
Classificação



Classificação



Braquistócrona



Outros

- Otimização Estrutural;
- Redes Neurais;

Trajetória

- Álgebra Linear e Cálculo II;
- Otimização I e II e Pesquisa Operacional I e II;
- Disciplinas optativas (que o aluno deve discutir com um professor);
- Iniciação Científica e TCC;
- Mestrado e Doutorado.

Obrigado



Esta apresentação está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.