CM103

12 de Junho de 2019

Q:	1	2	3	4	5	Total
P:	40	20	20	25	10	115
N:						

Nome: ______________________________

Questão 1 .... $\boxed{40}$

(a) $\boxed{20}$ Aplique o método de eliminação Gaussiana com pivoteamento de linhas para o sistema linear abaixo e resolva o sistema triangular resultante. Evidencie cada passo. Use valores exatos.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 2 & 5 \\ -4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 12 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(b) $\boxed{20}$ Calcule a decomposição LU sem pivoteamento da matriz do sistema acima, e use-a para resolver o sistema. Use valores exatos.

Questão 2 .... $\boxed{20}$

Considere os dados

x	-2	-1	0	1	2
y	0.87	1.77	4.49	6.49	6.60

(a) $\boxed{10}$ Ajuste os dados por uma reta usando 4 casas decimais. Calcule o vetor de resíduos.

(b) $\boxed{10}$ Ajuste os dados por um modelo da forma $y \approx e^{\beta_0 + \beta_1 x}$ usando 4 casas decimais.

Questão 3 .... $\boxed{20}$

Seja $f(x) = (x-1)^3$.

(a) $\boxed{15}$ Calcule a integral de f no intervalo $[1, 2]$ usando o método do ponto médio de modo que o erro absoluto da aproximação seja menor ou igual a 10^{-2}. Use valores exatos.

(b) $\boxed{5}$ Qual o valor da aproximação obtida por Simpson repetido para a integral de f no intervalo $[-2, 5]$ usando $n = 1000$? Justifique.

Questão 4 .... $\boxed{25}$

O determinante de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ pode ser calculado pelo Teorema de Laplace:

$$\det(A) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+j} \det(A_{ij}) a_{ij} \quad \text{ou} \quad \det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} \det(A_{ij}) a_{ij},$$

onde a primeira fórmula vale para qualquer $j = 1, \ldots, n$ e a segunda para qualquer $i = 1, \ldots, n$, e a matriz A_{ij} é a matriz obtida ao se remover da matriz A a linha i e a coluna j. Note que existem 2n escolhas possíveis de como usar o Teorema de Laplace: se vamos escolhar a linha ou coluna, e qual das n linhas, ou colunas.

(a) $\boxed{15}$ Considere a matriz tridiagonal $n \times n$

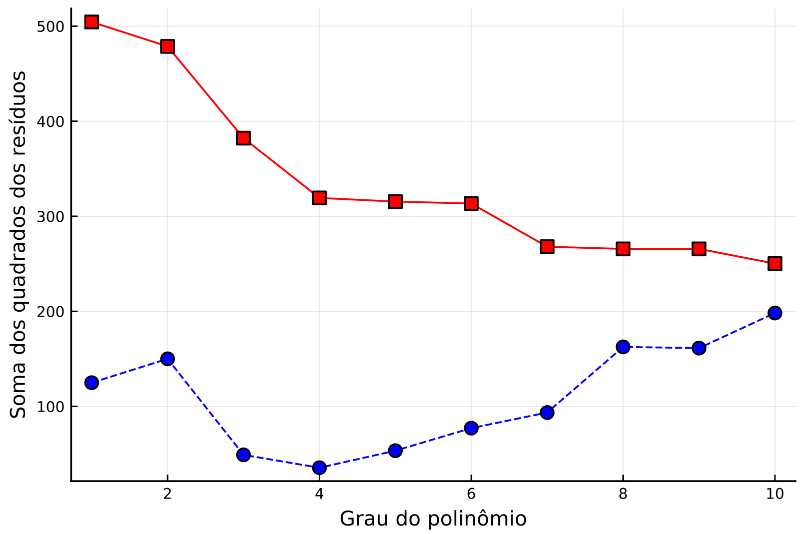
$$A_n = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

isto é, a matriz com $a_{ii} = 2$, $a_{i,i+1} = a_{i+1,i} = -1$, e $a_{ij} = 0$ se $j \neq i-1, i, i+1$. Calcule o determinante dessa matriz. (Dica: ache uma relação de recorrência para o determinante de A_n, e faça por indução).

(b) $\boxed{10}$ Para uma matriz geral A faça um pseudo-código para o cálculo do determinante da matriz usando o Teorema de Laplace, recursivamente. Você pode usar notação matricial do MatLab ou Julia, e usar a função fictícia `submatriz(A, i, j)` que retorna a submatriz A_{ij}.

Questão 5 .... $\boxed{10}$

Um conjunto de dados é separado em dois conjuntos disjuntos A e B. No conjunto A ajustamos os dados por polinômios de grau 1 a 10, e calculamos a Soma dos Quadrados dos Resíduos (SQR). No conjunto B, apenas calculamos a SQR usando o ajuste feito em A. A figura abaixo mostra o SQR de cada conjunto com respeito ao grau do polinômio.



Discorra sobre esse ajuste respondendo **qual dos gráficos corresponde ao conjunto A e qual ao B**, e **quais graus de polinômio podem ser escolhidos**.