Curva de Koch: Uma abordagem para o Ensino Médio

Luana Leal

19.dez.2016

1 Fundamentação Teórica

Cada vez mais a educação está ocupando espaço no que diz respeito ao que é essencial na formação das pessoas, já que através dela é possível conquistar patamares cada vez mais elevados na sociedade. A matemática contribui na estruturação do pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta útil em quase todas as atividades do dia a dia.

> Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 1999).

Para o ensino da matemática ser efetivo, cabe ao professor propiciar oportunidades para que os alunos atribuam significados aos objetos matemáticos e que experimentem situações de forma a testar suas conjecturas. Desta forma, contribui para o desenvolvimento da autonomia do aluno, tornando-o ativo, estimulando o seu raciocínio e suas habilidades de observação e associação.

De acordo com Brito (1984, p.151)

> A Matemática sempre foi ensinada; porém, sempre foi um ensino verbalístico, preso à memorização de símbolos e formas, que exigia o exercício da memória sem as vantagens

> da compreensão. Os ensinamentos tinham base no método dedutivo, não contando com os recursos da curiosidade, da experimentação ou da concretização.

E ainda Brasil (1998, p.252)

> As funções da matemática e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender matemática deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer matemática e de um saber pensar matemático.

O uso do recurso tecnológico em sala de aula faz com que o tempo de ensino e o tempo de aprendizagem, normalmente tão afastados no ensino da matemática, tornam-se mais próximos, proporcionando aos alunos atribuir significados matemáticos.

2 Geometria Fractal

Há mais de dois mil anos, Euclides, segundo conta a tradição, enquanto caminhava pela praia, notou que a areia, vista como um todo, se assemelhava a uma superfície contínua e uniforme, embora fosse composta por pequenas partes visíveis.

Desde então, empenhou-se em tentar provar, matematicamente, que todas as formas da natureza podiam ser reduzidas a formas geométricas simples.

Em meados da década de 60, Benoit Mandelbrot definiu fractais como uma figura feita de partes similares ao todo de alguma forma.

No latim o adjetivo fractus, do verbo frangere, significa quebrar, fragmentar.

Os fractais, portanto, são formas geométricas que podem ser geradas por fórmulas matemáticas complexas e recursivas, ou seja, que repetem continuamente um modelo padrão, logo isto dá uma característica chamada **auto-similaridade** aos fractais.

Ao ser ampliado, um fractal revela figuras em escala menor que são proporcionais a figura que o contém.

Como os elementos da natureza possuem irregularidades e complexidades imensas, a existente geometria euclidiana "clássica", não poderia descrever adequadamente as curvas destes elementos.

Assim, para melhor representar esses elementos, é utilizada a Geometria Fractal, que consiste numa extensão da geometria clássica e, além disso, é aliada ao desenvolvimento da informática.

Mandelbrot destaca a importância da Geometria Fractal, quanto campo de pesquisa, como uma grande evolução na tentativa de interpretar o universo. "Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, linhas costeiras não são círculos, cascas de árvores não são suaves nem o raio se propaga em linha reta".

O ensino de Fractais, propicia a oportunidade dos alunos vislumbrar particularidades presentes na natureza; trabalhar com processos iterativos; escrever fórmulas gerais; criar algoritmos; calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente; introduzir uma idéia intuitiva do conceito de limite.

3 Curva de Koch

Pouco é conhecido da vida de Helge Von Koch, matemático sueco, que em 1904 a 1906 introduziu uma curva que hoje recebe o seu nome.

A curva de Koch, é uma curva geométrica e um dos primeiros fractais a serem descritos.

Tem comprimento infinito, pois a cada passo o comprimento da curva é $\frac{4}{3}$ do comprimento do passo anterior. Por exemplo se o comprimento inicial for 1, ao fim do primeiro passo é $\frac{4}{3}$, ao fim do segundo passo é $\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3}$, ao fim do terceiro passo é $\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3}$, pelo que, no limite de um número infinito de passos, o comprimento é

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot ... = \infty$$

Construção

1. Considere um segmento de reta;
2. Dividir o segmento de reta em três segmentos de igual comprimento;
3. Substitui-se o segmento do meio por dois lados de um triângulo equilátero (fazendo um ângulo de 60 graus nos pontos das extremidades do segmento retirado)

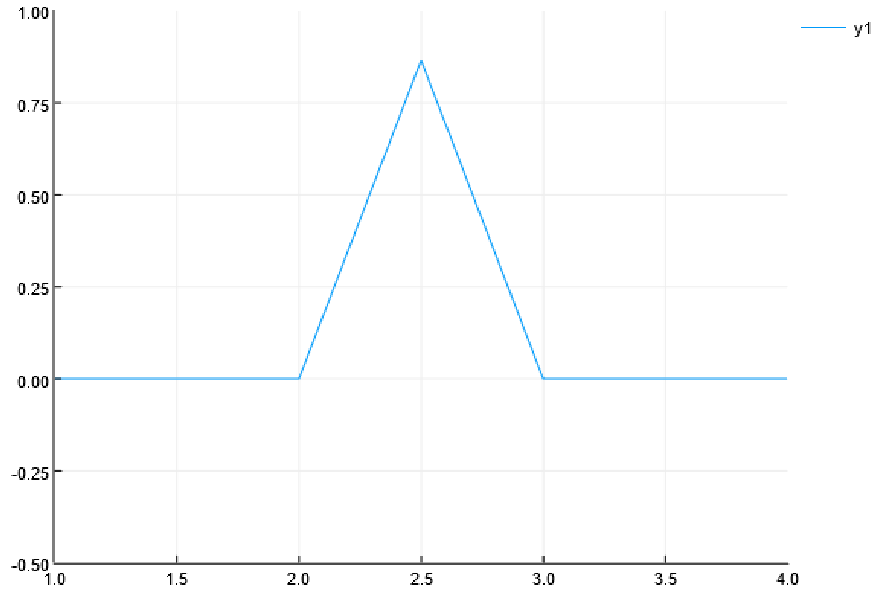

Figura 1: Iteração 1

O procedimento é repetido a cada um dos segmentos que constituem a nova figura.

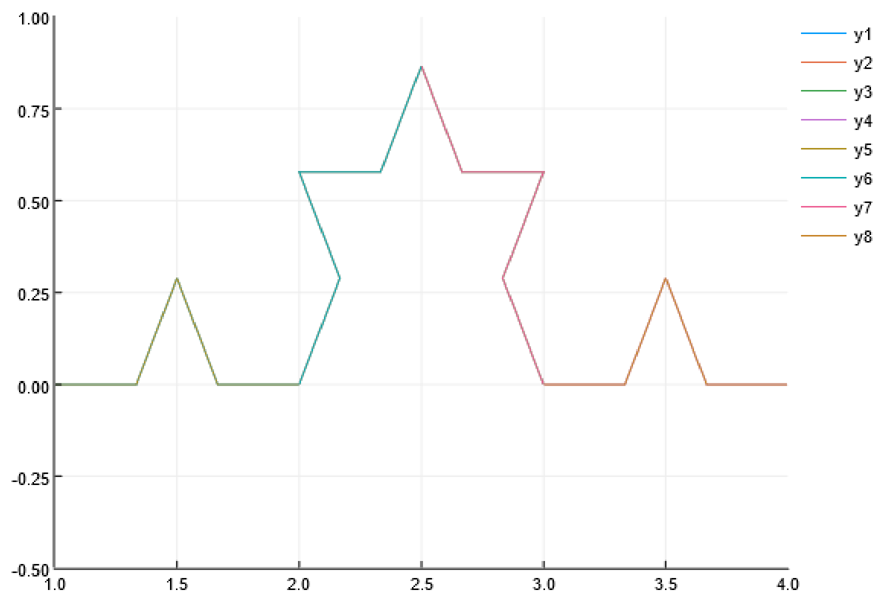

Figura 2: Iteração 2

4 Considerações finais

De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica, como conteúdo estruturante para o último ano do Ensino Médio, está a Geometria Não-Euclidiana, onde se insere a Geometria Fractal.

Uma justificativa para a abordagem desta geometria, é a concepção de uma aula mais dinâmica, onde o professor utiliza-se do recurso visual para um melhor ensino-aprendizado, pois é uma geometria que descreve elementos da natureza.

Nessa aula o professor tem a oportunidade de trazer elementos históricos sobre o surgimento dessa Geometria, e também retomar elementos da Geometria Euclidiana, já que para esta construção precisamos relembrar as definições de reta, semirreta, segmento de reta, ponto e plano.

A curva de Koch, em particular, a cada nova iteração estamos fazendo nada mais do que potências do módulo do segmento inicial, neste momento o professor pode estar trabalhando a definição de potenciação e razão.

Uma aula cheia de definições e conceitos matemáticos, mas com um objetivo que é a construção do fractal. Os alunos vão a cada passo absorvendo os conceitos matemáticos envolvidos, e tendo a chance de levantar hipóteses e testar conjecturas.

5 Referências

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 160p.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: 1998. Acesso em: 19.dez.2016

Nunes, Raquel.*Geometria Fractal e Aplicações*. Disponível em:
<http://www.fc.up.pt/pessoas/jfalves/Teses/Raquel.pdf>. Acesso em 17.dez.20016.