Otimização Não Linear

CM106/CMM204/CMI043

Tópico 01 - Modelagem e Introdução

Abel Soares Siqueira - UFPR

2020/s1

O que é otimização

- Análise de Decisão

  Dentro um conjunto de escolhas, qual delas é a melhor?
- Como escolher?

  Atribuímos um valor para cada escolha e escolhemos a de melhor valor
- Quem escolhe o valor? De onde vem a modelagem?

  Alguém com conhecimento específico, alguém que precisa resolver o problema.
- E como achar o melhor valor?

  Daí que vem a otimização. Cada modelagem leva a uma maneira diferente de resolver o problema.

Um exemplo

- Alice e Bob trabalham fazendo colares e pulseiras de miçangas.
- Cada colar gasta 50 miçangas e cada pulseira gasta 30 miçangas.
- O custo do pacote com 100 miçangas é R$ 2.
- Uma análise preliminar indica que eles conseguem vender um colar a R$ 30 e uma pulseira a R$ 20.
- Com essas informações, qual a estratégia de trabalho deles?

Um exemplo - pt 2

- Alice e Bob têm no máximo 40 horas de trabalho por semana cada.
- Cada colar gasta 4 horas e cada pulseira gasta 3 horas.
- Com essas informações adicionais, qual a estratégia de trabalho deles para a semana?

Um exemplo - pt 3

- E se a quantidade de itens afeta o preço?

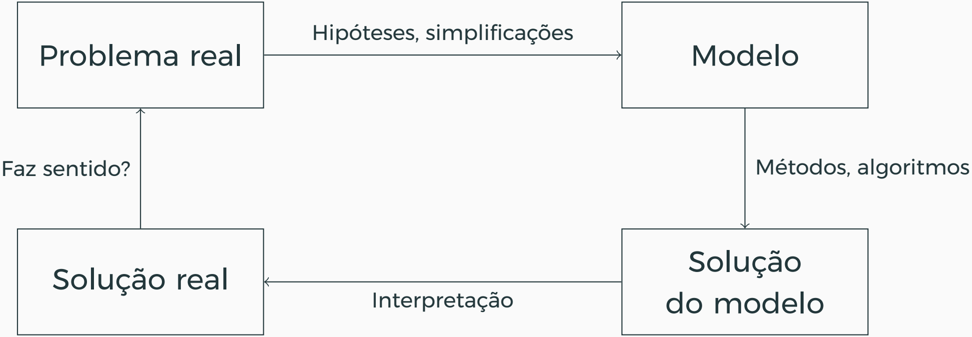
Um exemplo - pt 3

- E se a quantidade de itens afeta o preço?
- E se a compra em quantidade der desconto?

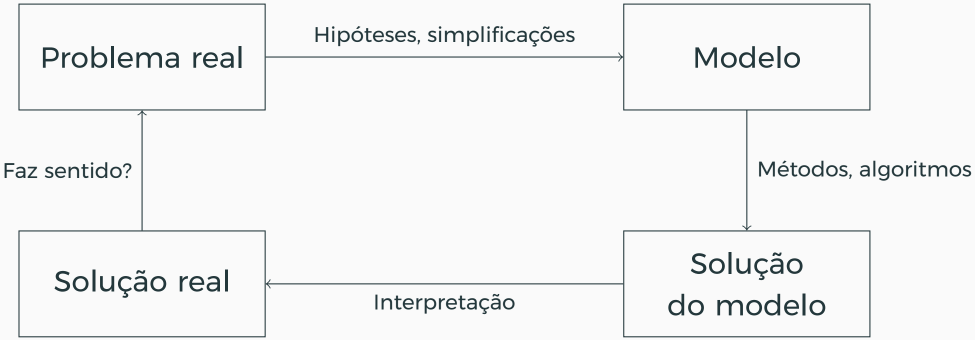
Um exemplo - pt 3

- E se a quantidade de itens afeta o preço?
- E se a compra em quantidade der desconto?
- E os outros materiais para os produtos?

Modelagem


Problema real
Hipóteses, simplificações
Modelo
Faz sentido?
Métodos, algoritmos
Solução real
Interpretação
Solução
do modelo

Modelagem



Nesta disciplina iremos focar nos métodos de análise de decisão baseados em otimização.

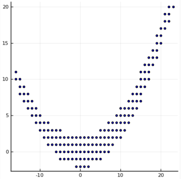
Otimização

Otimização

$$\min f(x) \qquad x \in \Omega.$$

- Ω é um conjunto de possibilidades.
- $f : \Omega \to \mathbb{R}$ é uma função de custo - a função objetivo.
- O mínimo de f, se existir, é um valor $x^* \in \Omega$ tal que $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in \Omega$.
- O mínimo é único se $f(x^*) < f(x), \forall x \in \Omega, x \neq x^*$.

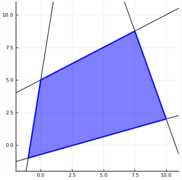
Otimização - como é Ω?



Discreto

$\Omega \subset \mathbb{Z}$

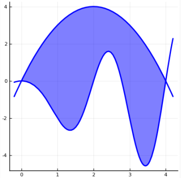
Prog. Inteira



Linear

$\Omega = \{x : Ax \geq b\}$

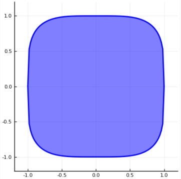
PL e AQUI um pouco



Não-linear

$\Omega = \{x : g(x) \geq 0\}$

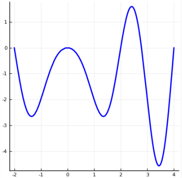
AQUI



Não-linear convexo

$\Omega = \{x : g(x) \geq 0\}$

AQUI um pouco

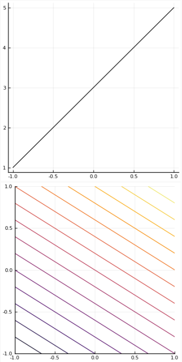


Igualdade

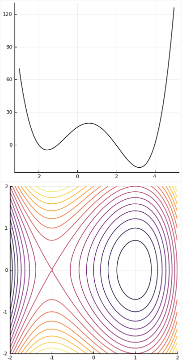
$\Omega = \{x : g(x) = 0\}$

AQUI

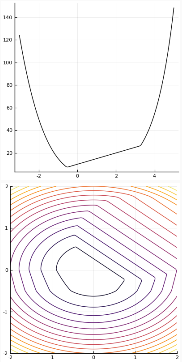
Otimização - como é f?



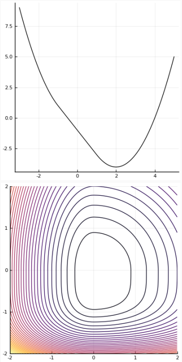
Linear



Não-linear



Convexa, não dif.



Convexa, dif.

Definições

Buscamos $x^* \in \mathbb{R}^n$ que resolve o problema

$$\text{minimizar } f(x) \qquad \text{sujeito à } x \in \Omega,$$

$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é continuamente diferenciável até segunda ordem, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é contínuo, com vários casos.

Definição: x^* é um **minimizador local** de f se existe $\delta > 0$ tal que

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in B(x^*, \delta) \cap \Omega.$$

O ideal é encontrar minimizadores globais, porém essa tarefa é muito difícil num contexto geral, e por isso, como veremos, convexidade é importante.

Sumário

- Otimização é uma maneira de fazer decisões.
- Modelagem matemática é a simplificação de um problema para deixá-lo tratável.
- Existem diversos tipos de funções e restrições.
- Nessa disciplina focaremos nos casos contínuos e diferenciáveis.
- Minimizador global é o ideal, mas muito difícil.
- Minimizador local pode ser aceitável.

FIM