CM042 - Cálculo II

28 de Março de 2018 - Prova 1

Nome: ______________________________

Q:	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
P:	20	20	15	10	15	10	10	10	110
N:									

Questão 1 .... $\boxed{20}$

Calcule:

(a) $\boxed{10}$ A curvatura de $\vec{r}(t) = \langle t\cos(\ln t), t\sin(\ln t)\rangle$, $t > 0$.

(b) $\boxed{10}$ O comprimento da curva $\vec{r}(t) = \left\langle 12t, 8t^{3/2}, 3t^2 \right\rangle$ de $t = 0$ a $t = 2$.

Questão 2 .... $\boxed{20}$

Calcule ou mostre que não existem os seguintes limites

(a) $\boxed{10}$ $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{x^2+y^2}$

(b) $\boxed{10}$ $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy(2x+3y)}{x^2+y^2}$

Questão 3 .... $\boxed{15}$

Seja $f(x, y) = e^{y/x}$. Determine o domínio e imagem de f e esboce suas curvas de nível.

Questão 4 .... $\boxed{10}$

Considere a função $u(t, x) = e^{-\varepsilon t}\cos(x - \sigma t)$. Mostre que essa função satisfaz a equação diferencial $\dfrac{\partial u}{\partial t} = A\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\dfrac{\partial u}{\partial x}$, mostrando quais os valores de A e B.

Questão 5 .... $\boxed{15}$

Seja $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right)$

(a) $\boxed{7}$ Calcule a aproximação linear de f no ponto $(2, 1)$, e a derivada direcional de f no ponto $(2, 1)$ na direção $\langle -1, 1\rangle$.

(b) $\boxed{8}$ Utilizando a regra da cadeia, calcule a derivada de f com relação à r e θ em função de r e θ, para $x = r\cos\theta$ e $y = r\sin\theta$.

Questão 6 .... $\boxed{10}$

Suponha que $y = y(x, z)$ é dada implicitamente por $xy^3z^5 = e^{x^2+y^2+z^2-3}$, e que $y(1, 1) = 1$. Calcule $\dfrac{\partial y}{\partial x}(1, 1)$ e $\dfrac{\partial y}{\partial z}(1, 1)$.

Questão 7 .... $\boxed{10}$

Seja f uma função diferenciável de duas variáveis e $\vec{r}$ uma curva suave no espaço, sobre o gráfico da função f. Mostre que o vetor $\vec{r}\,'$ a partir de $\vec{r}(t)$ está contido no plano tangente ao gráfico de f no ponto correspondente à $\vec{r}(t)$, para qualquer ponto da curva.

Questão 8 .... $\boxed{10}$

Bônus: Seja $\vec{r}$ uma curva continuamente diferenciável lisa no plano xy sobre a circunferência de raio 1 e centro na origem. Supondo $\vec{r}(t) = \langle\cos(\theta(t)), \sin(\theta(t))\rangle$, com θ uma função real de t, descreva as propriedades que θ deve satisfazer. Calcule a reparametrização de $\vec{r}$ com relação ao comprimento de curva, justificando por que isso é possível.