

**CM042 - Cálculo II**  
28 de Agosto de 2017 - Prova 1

Nome: \_\_\_\_\_

Q:	1	2	3	4	5	Total
P:	45	20	15	20	10	100
N:						

**Questão 1** ..... 45

Considere a curva dada pela função  $\vec{r}(t) = e^t \cos t \hat{i} + e^t \hat{j} + e^t \sin t \hat{k}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

- (a) 7 Calcule o vetor tangente unitário  $\hat{T}(t)$ .
- (b) 7 Calcule o vetor normal unitário  $\hat{N}(t)$ .
- (c) 7 Calcule o vetor binormal unitário  $\hat{B}(t)$ .
- (d) 8 Calcule a curvatura dessa curva.
- (e) 8 Calcule o comprimento da curva dada por  $\vec{r}(t)$  no intervalo  $-2\pi \leq t \leq 2\pi$ .
- (f) 8 Calcule a reparametrização de  $\vec{r}$  em relação ao comprimento de arco a partir do ponto  $(1, 1, 0)$  na direção crescente de  $t$ .

**Questão 2** ..... 20

Considere a curva dada parametricamente pela função vetorial  $\vec{r}(t) = \frac{1}{2}t^2 \hat{i} + t \cos t \hat{j} + t \sin t \hat{k}$ , para  $t \geq 0$ . Faça o que se pede:

- (a) 10 Essa curva está sobre uma quádrlica conhecida. Qual a equação dessa quádrlica e seu nome?
- (b) 10 Calcule a curvatura dessa curva em  $t = 0$ .

**Questão 3** ..... 15

Encontre uma parametrização para a curva obtida pela interseção do cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  e do parabolóide hiperbólico  $z = x^2 - y^2$ .

**Questão 4** ..... 20

Considere a curva dada por  $\vec{r}(t) = h(t) \cos t \hat{i} + h(t) \sin t \hat{j}$ , onde  $h(t)$  é uma função real positiva com a propriedade  $h'(t) = \lambda h(t)$ , onde  $\lambda \in \mathbb{R}$  é uma constante.

- (a) 10 Verifique que  $|\vec{r}'(t)| = h(t)\sqrt{\lambda^2 + 1}$ .
- (b) 10 Mostre que o ângulo entre  $\vec{r}(t)$  e  $\vec{r}'(t)$  é sempre constante, i.e., não depende de  $t$ .

**Questão 5** ..... 10

Prove ou dê um contra-exemplo: Se a curvatura de uma curva é constante e não nula em todos os pontos, isto é, se  $\kappa(t) = C$ , onde  $C > 0$  é uma constante, então a curva é uma circunferência.