

## Modelo de Crecimiento de una Población utilizando Punto Fijo

**Contexto:** Supongamos que estamos estudiando el crecimiento de una población de animales en una reserva natural. Queremos encontrar un punto de equilibrio donde la población de ciervos se estabilice debido a que esta población tiene ciertos factores que influyen en su crecimiento, tales como la disponibilidad de alimento, espacio, predadores, y enfermedades.

**Capacidad de Carga (K):** Representa la cantidad máxima de individuos de una especie que el entorno puede sostener de manera indefinida. Para esta reserva, esta capacidad es de 1000 ciervos. Esta cifra se basa en la cantidad de recursos disponibles, como el alimento y el espacio.

**Tasa de Crecimiento Intrínseco (r):** Indica la tasa a la cual la población crecería en condiciones ideales sin restricciones. En este caso, se ha determinado que  $r = 0.1$  por año, lo que significa que, en ausencia de limitaciones, la población crecería un 10% cada año.

**Condiciones Iniciales ( $N_0$ ):** La población inicial de ciervos es de 100 individuos. Comenzamos a monitorear la población desde este punto de partida.

### Modelo Matemático

Para modelar el crecimiento de la población de ciervos, utilizamos la ecuación diferencial logística:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

- N: Tamaño de la población en el tiempo t.
- r: Tasa de crecimiento intrínseco de la población.
- K: Capacidad de carga del entorno.

Esta ecuación muestra que la tasa de crecimiento de la población no solo depende de la tasa de crecimiento intrínseca r y del tamaño actual de la población N, sino que también disminuye a medida que la población N se aproxima a la capacidad de carga K.

### Método del Punto Fijo

Para encontrar el tamaño de población en equilibrio (donde la población no cambia), reescribimos la ecuación diferencial como una ecuación en diferencias, que puede ser iterada para encontrar el punto fijo:

$$N_{t+1} = N_t + rN_t \left(1 - \frac{N_t}{K}\right)$$

El método del punto fijo busca un valor N tal que  $N=g(N)$ , definimos:

$$g(N) = N + rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

## **Aplicación del Método del Punto Fijo**

- Iniciar con un Valor Inicial: Comenzamos con una población inicial de 100 ciervos.
- Iterar Hasta Converger: Aplicamos la ecuación iterativa para calcular los tamaños de población sucesivos hasta que el cambio entre iteraciones consecutivas sea menor que una tolerancia predefinida (por ejemplo, 0.001).

## **Interpretación de Resultados**

El método del punto fijo nos permite encontrar el tamaño de la población de ciervos en equilibrio dentro de la reserva. Este valor representa el tamaño de la población que se mantendrá estable dado que los recursos y el espacio limitan el crecimiento adicional. En nuestro ejemplo, este método iterativo te ayudará a determinar cuántos ciervos pueden vivir de manera sostenible en la reserva natural a largo plazo.

Este análisis es crucial para la gestión de la vida silvestre, ya que permite a los biólogos y gestores de la reserva tomar decisiones informadas sobre las políticas de conservación y manejo de recursos. Por ejemplo, si la población de ciervos está por debajo del punto de equilibrio, podrían implementar medidas para mejorar las condiciones de reproducción. Si está por encima, podrían considerar estrategias para evitar el agotamiento de los recursos.