

## Sistemas Mal Condicionados

Los sistemas “mal condicionados” son aquellos en los que pequeñas variaciones de los coeficientes producen grandes variaciones en las soluciones. Los sistemas mal condicionados se caracterizan porque el determinante de la matriz de los coeficientes es próximo a cero.

### Ejemplo:

Se tiene el siguiente sistema mal condicionado

$$X + 2y + 3z = 6$$

$$2x + 4.0001y + 6z = 12.0001$$

$$3x + 6y + 9.0001z = 18.0002$$

**Matriz a:**

**vector b:**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4.0001 & 6 \\ 3 & 6 & 9.0001 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 12.0001 \\ 18.0002 \end{pmatrix}$$

A continuación se explicará por que el sistema dado es un sistema mal condicionado, para eso se resolverá el sistema en el programa octave.

Resolviendo el sistema se tiene:

```
>> x=inv(a)*b
x =
    -2
     1
     2
```

Ahora se calculará la condición y el determinante de la matriz a:

```
>> c=cond(a)
c = 1.9600e+06
>> det(a)
ans = 1.0000e-08
```

El resultado de la condición es  $1.9600 \times 10^6$ , es decir 1.960.000 es demasiado elevado, lo cual indica que el sistema está mal condicionado porque lo hace muy sensible a pequeños cambios en el sistema, también se obtuvo la determinante de la matriz a con un valor de 0.00000001 esto indica que la determinante de la matriz es próximo a cero esto también es una característica de un sistema mal condicionado.

Multiplicando la matriz a por su inversa se obtiene:

```
>> a*inv(a)
ans =
    1.0000     0     0
    0.0000    1.0000     0
    0.0000     0    1.0000
```

Esto no es señal de un mal condicionamiento, pero para corroborar se realizará un cambio pequeño en uno de los coeficientes de la matriz  $a$  para verificar el mal condicionamiento del sistema.

**Matriz  $a$ :**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4.0001 & 6 \\ 3 & 6 & 9.0001 \end{pmatrix}$$

**Matriz  $a_1$ :**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2.9 \\ 2 & 4.0001 & 6 \\ 3 & 6 & 9.0001 \end{pmatrix}$$

Ahora se resolverá el sistema con la matriz  $a_1$  y el vector  $b$ .

```
>> x=inv(a)*b
x =
-2
1
2
```

```
>> x1=inv(a1)*b
x1 =
5.3319e+00
3.3356e-01
3.3322e-04
```

La solución obtenida con la “matriz  $a$ ” comparada con la “matriz  $a_1$ ” se observa que los resultados cambian significativamente, por lo que se puede verificar que el sistema está realmente mal condicionado.

Calculando la condición y la determinante se tiene:

```
>> c1=cond(a1)
c1 = 3.7557e+05
>> det(a1)
ans = 3.0010e-05
```

La condicional toma otro valor pero igualmente elevado que la primera condición obtenida anteriormente, de igual manera el determinante sigue próxima a cero.

En conclusión el sistema:

$$X + 2y + 3z = 6$$

$$2x + 4.0001y + 6z = 12.0001$$

$$3x + 6y + 9.0001z = 18.0002$$

**Matriz  $a$ :**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4.0001 & 6 \\ 3 & 6 & 9.0001 \end{pmatrix}$$

**vector  $b$ :**

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 12.0001 \\ 18.0002 \end{pmatrix}$$

Es un sistema mal condicionado porque presenta cambios notables en los resultados al realizar cambios pequeños en la matriz  $a$ , tomando en cuenta la condición y la determinante.