ALGORITMOS EM GRAFOS

CAMINHAMENTOS

ALGORITMO DE DIJKSTRA

Prof. João Caram

PUC MINAS CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Edsger Wybe Dijkstra (1930 – 2002)

- Algoritmos, grafos, linguagens de programação, compiladores, sistemas operacionais e distribuídos, programação concorrente...
- *A pronúncia aproximada em português para* Edsger Dijkstra *é étsrrar déikstra.*

https://pt.wikipedia.org/wiki/Edsger_Dijkstra

Algoritmo de Dijkstra

- Baseado na busca em largura
- Encontra a menor distância entre dois vértices de um grafo ponderado (grafo com pesos)
  - *Encontra o menor caminho entre um vértice v_i e todos os demais vértices do grafo*

Algoritmo de Dijkstra

- Define um vértice de origem v_o
- Utiliza um vetor de distâncias a partir de v_o
- Utiliza um vetor de caminhos a partir de v_o
- Utiliza um vetor de vértices não visitados do grafo

Algoritmo de Dijkstra

- Inicializações do algoritmo
  - $d[v_o] = 0$
  - Se existe $a[v_o, v_i]$, $d[v_i] = peso(v_o, v_i)$
    - Inserir $v_o - v_i$ no vetor de caminhos
  - Se não existe $a[v_o, v_i]$, $d[v_i] = max\_value$

Algoritmo de Dijkstra

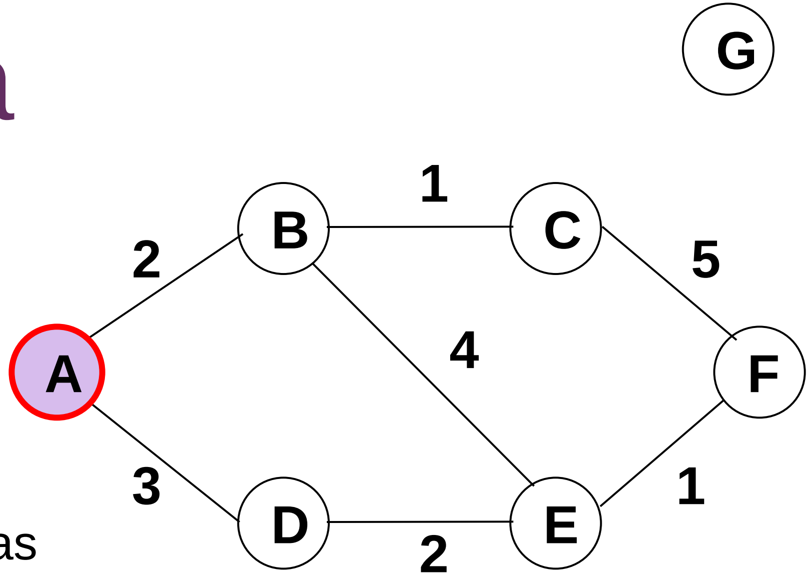
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G

Algoritmo de Dijkstra

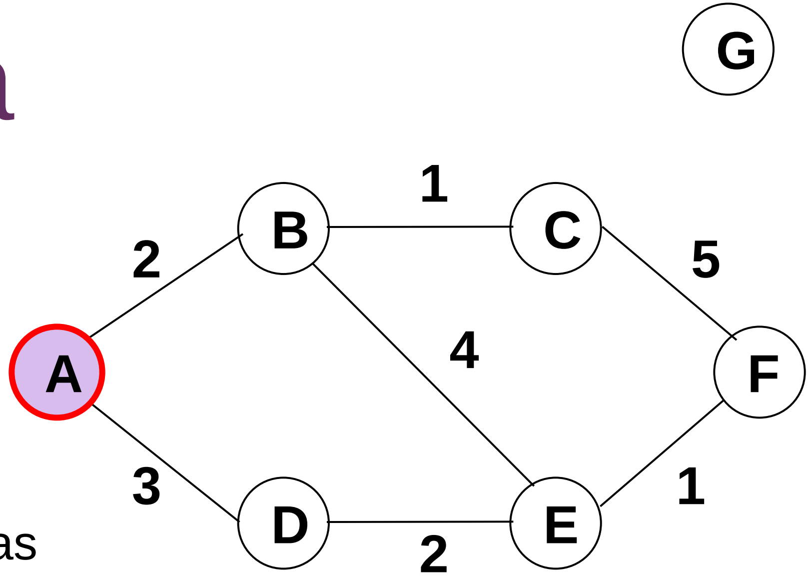
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

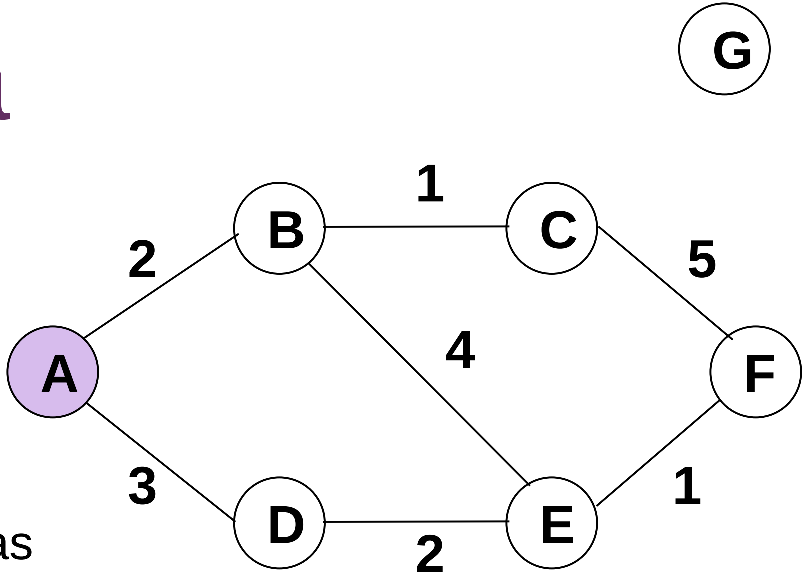
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x)$ + aresta(x,i) < $d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x)$ + aresta(x,i)
(ii) c(i) = c(x) + i

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

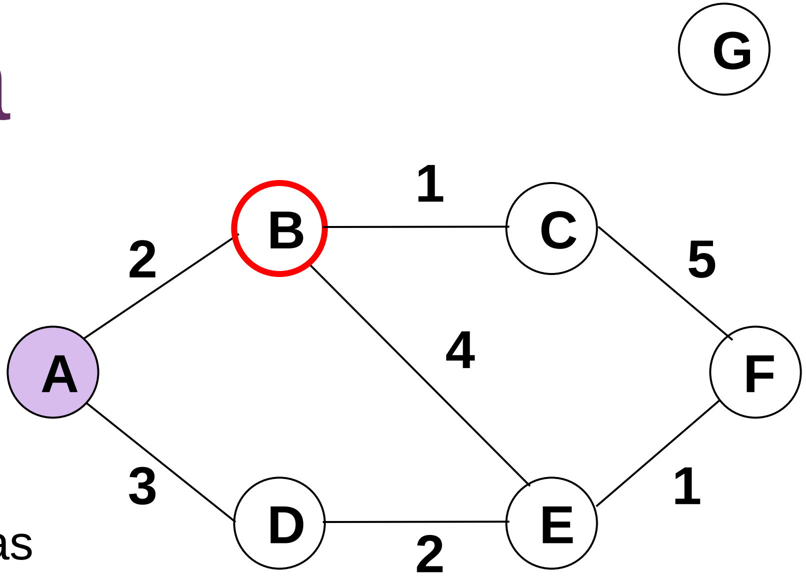
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

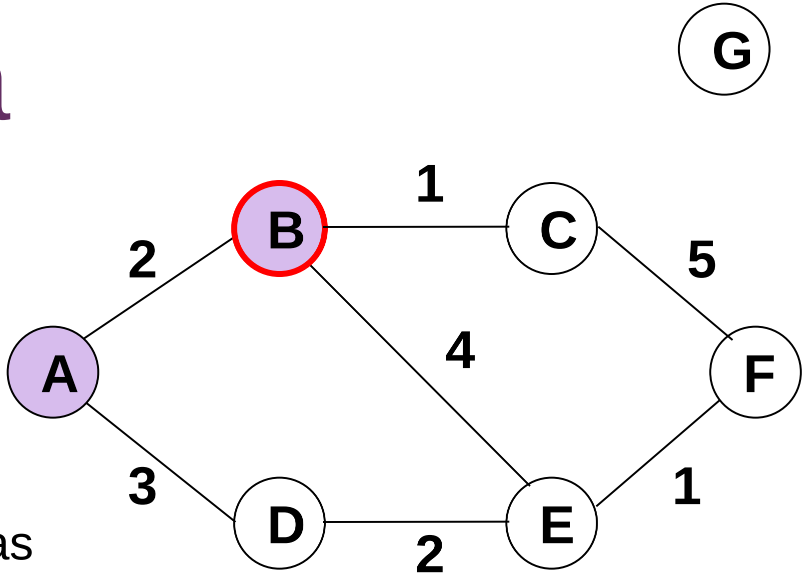
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

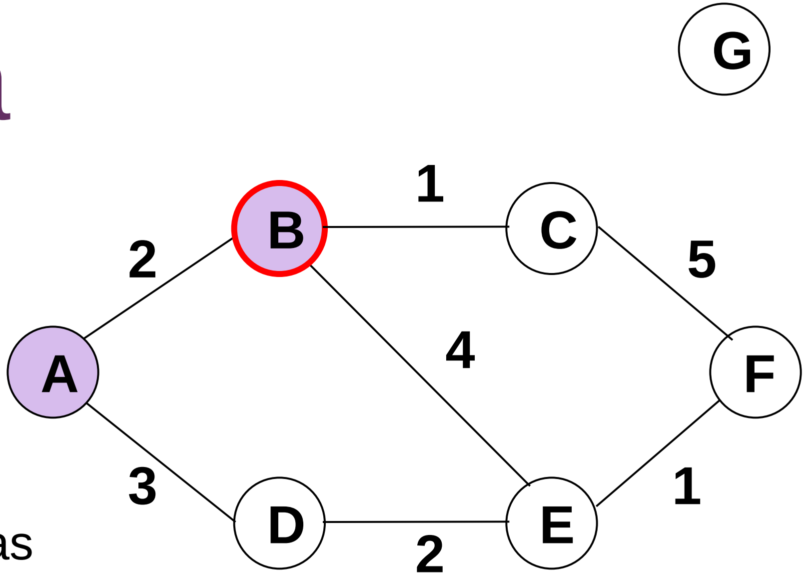
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

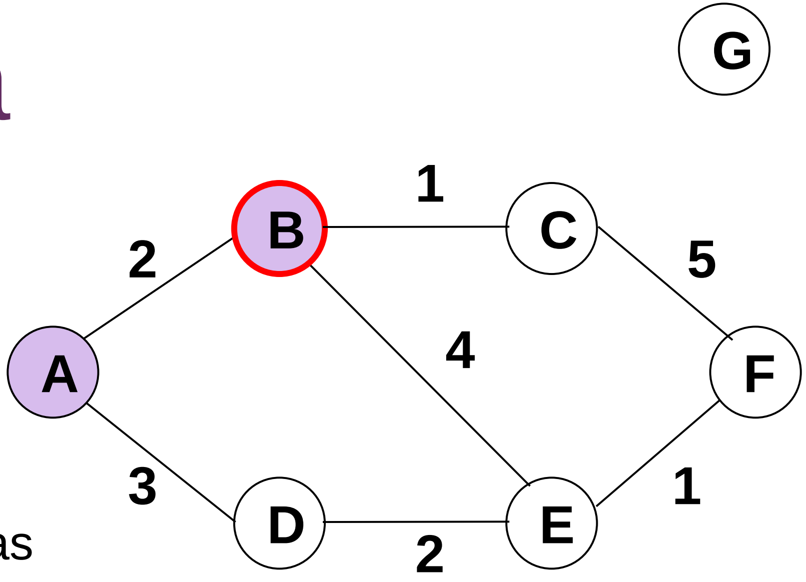
se $d(V_0,x)$ + aresta(x,i) < $d(V_0, i)$

faça

(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x)$ + aresta(x,i)

(ii) c(i) = c(x) + i

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0						

São os vértices C e E

C

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

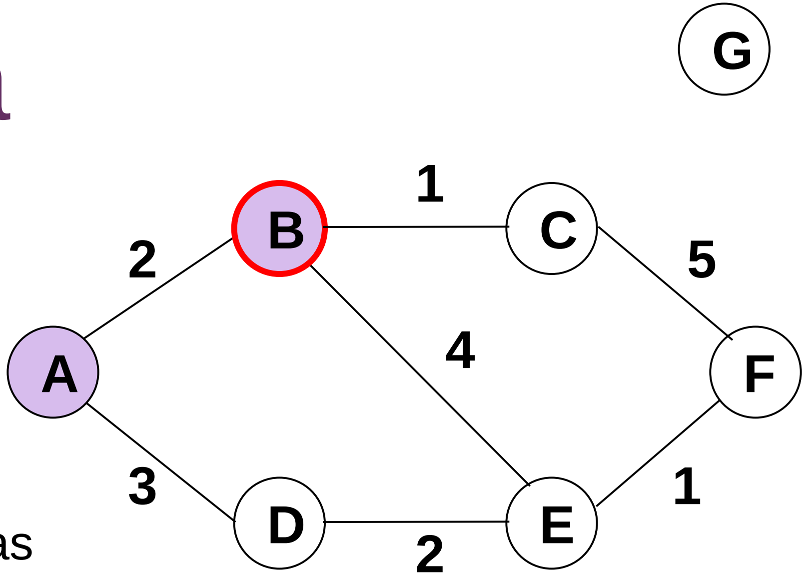
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$

faça

(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$

(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0						

Começando por C

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) Para cada vizinho i não visitado de x

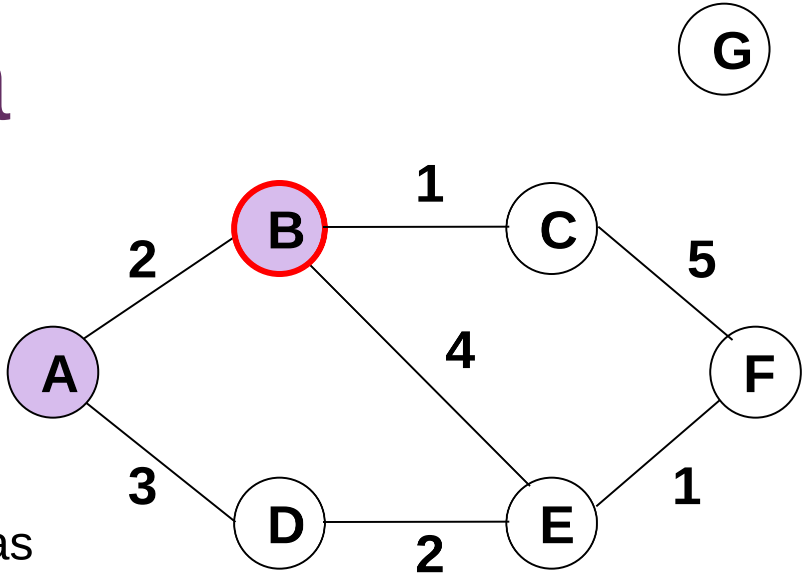
se d(A,B) + aresta(B,C) < d(A,C)

faça

(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$

(ii) c(i) = c(x) + i

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

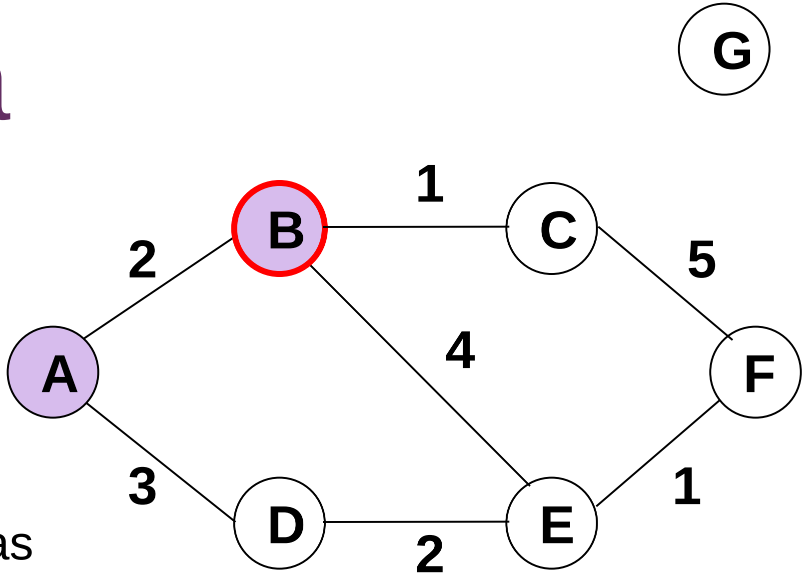
se d(A,B) + aresta(B,C) < d(A,C)

faça

(i) d(A, C) = d(A, B) + aresta(B,C)

(ii) c(C) = c(B) + C

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	-	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB		AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

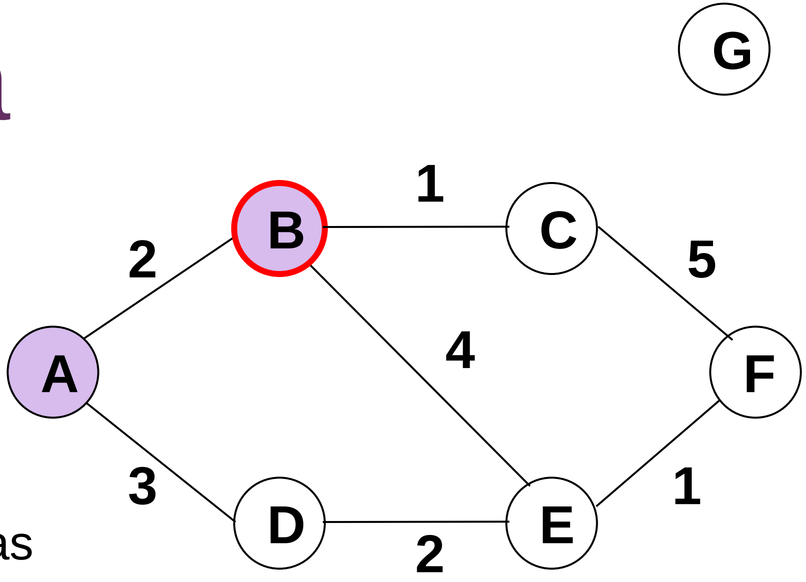
se d(A,B) + aresta(B,C) < d(A,C)

faça

(i) d(A, C) = d(A, B) + aresta(B,C)

(ii) c(C) = c(B) + C

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

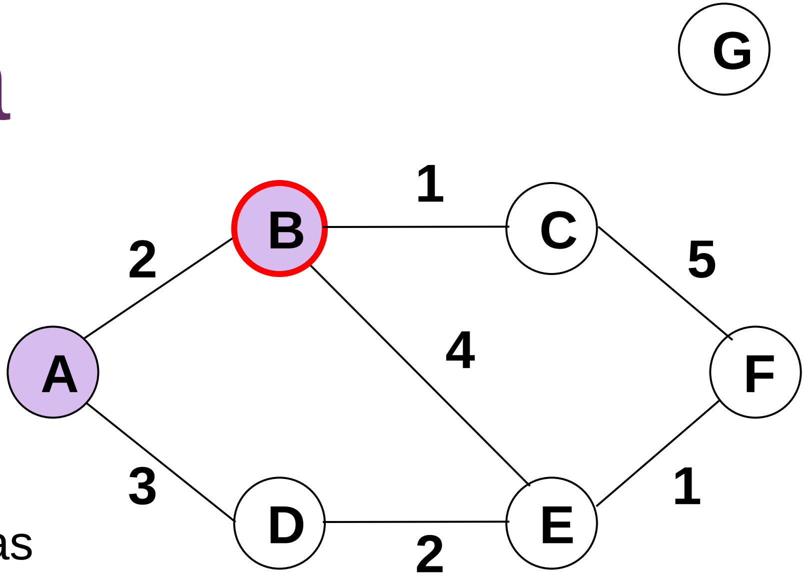
se d(A,B) + aresta(B,C) < d(A,C)

faça

(i) d(A, C) = d(A, B) + aresta(B,C)

(ii) c(C) = c(B) + C

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0						

Agora, para E

C

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

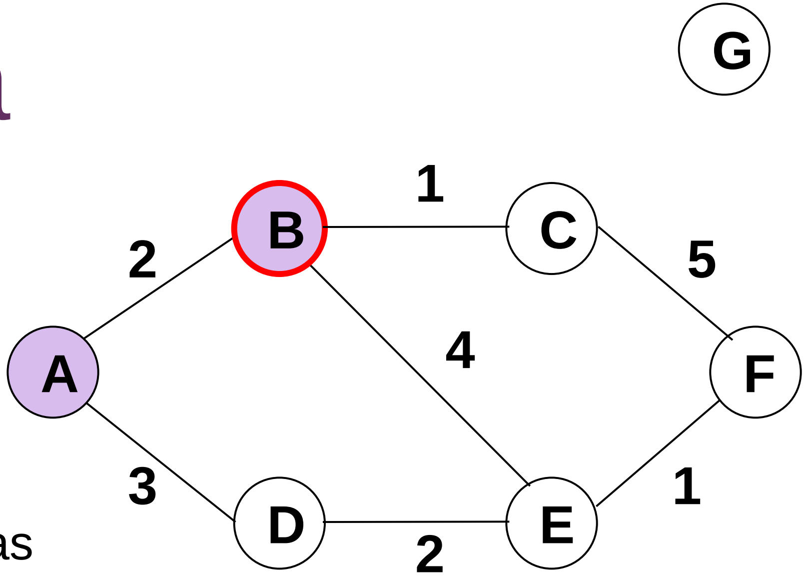
se d(A,B) + aresta(B,E) < d(A,E)

faça

(i) d(A, E) = d(A, B) + aresta(B,E)

(ii) c(E) = c(B) + E

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	-	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD			

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x

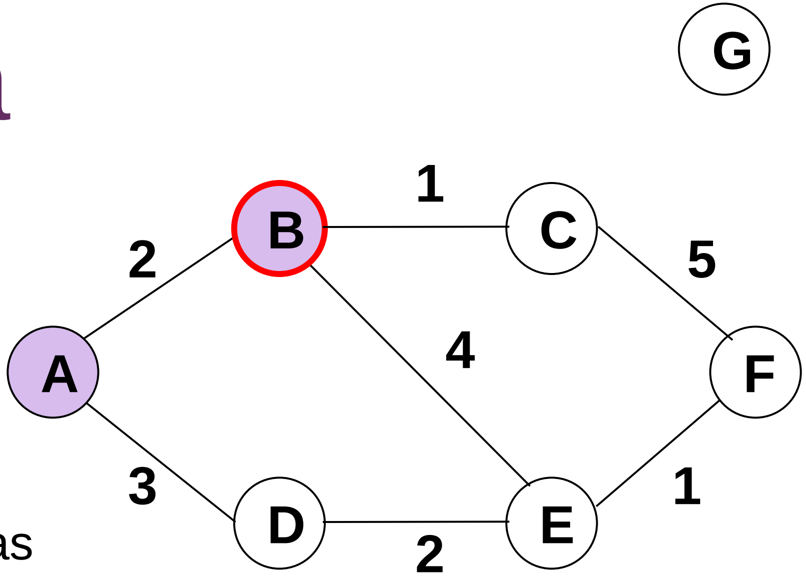
se d(A,B) + aresta(B,E) < d(A,E)

faça

(i) d(A, E) = d(A, B) + aresta(B,E)

(ii) c(E) = c(B) + E

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE		

Algoritmo de Dijkstra

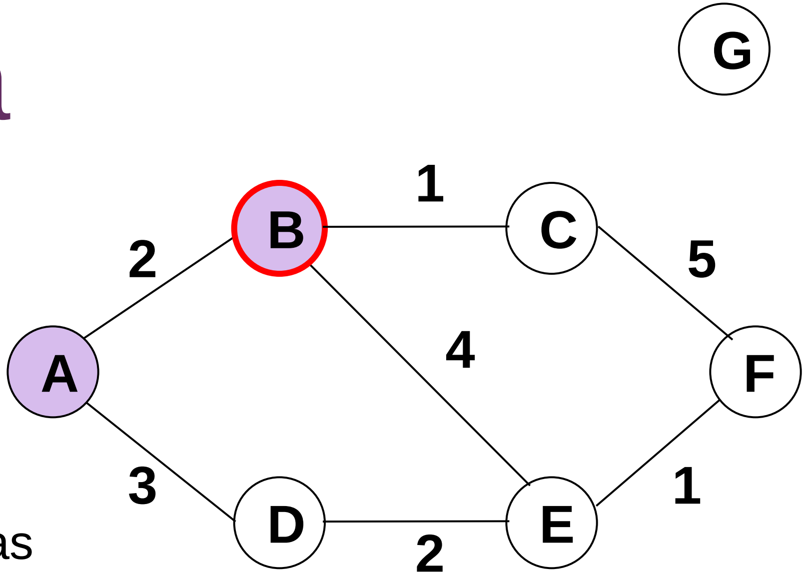
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE		

Algoritmo de Dijkstra

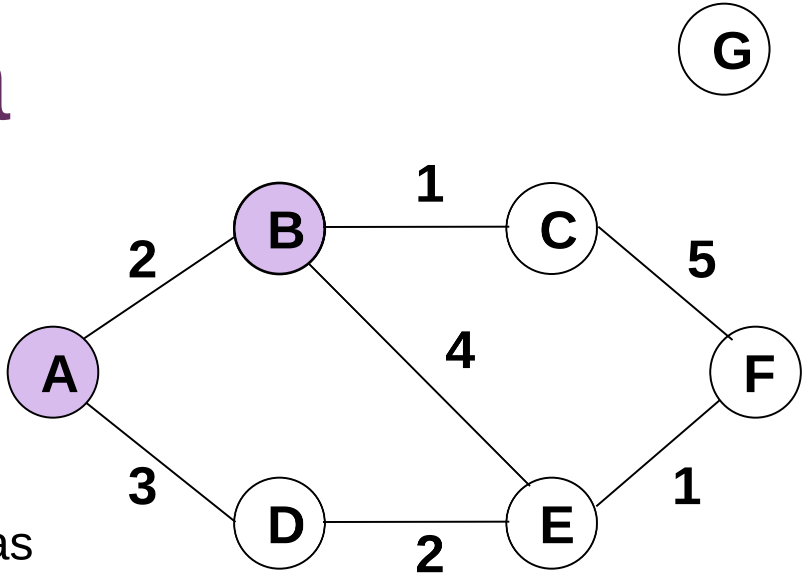
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE		

Algoritmo de Dijkstra

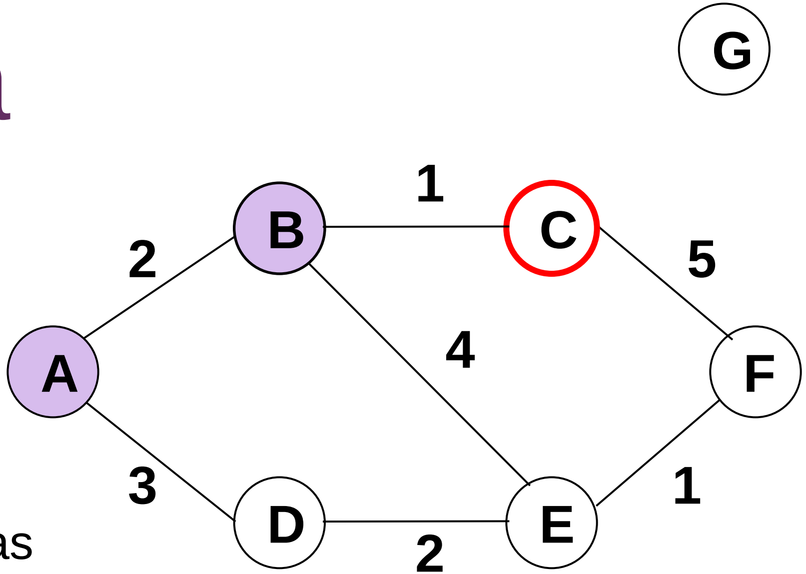
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x)$ + aresta(x,i) < $d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x)$ + aresta(x,i)
(ii) c(i) = c(x) + i

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE		

Algoritmo de Dijkstra

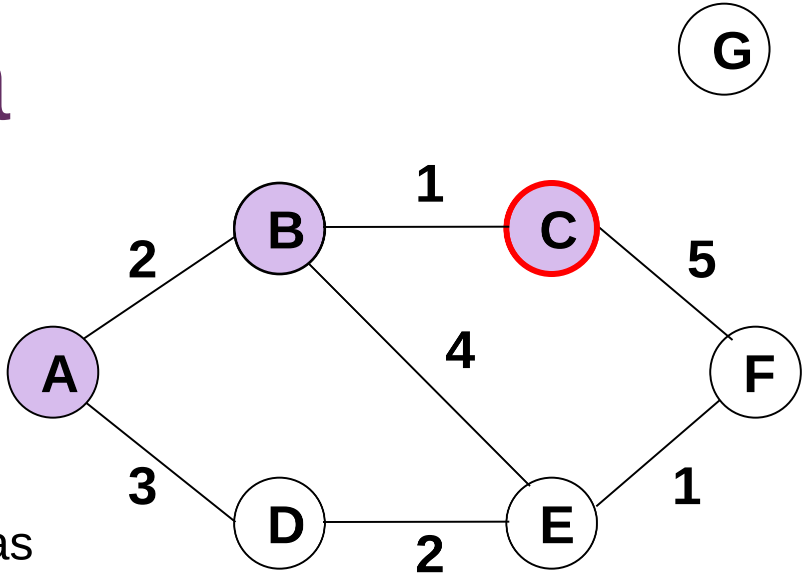
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	-	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE		

Algoritmo de Dijkstra

(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

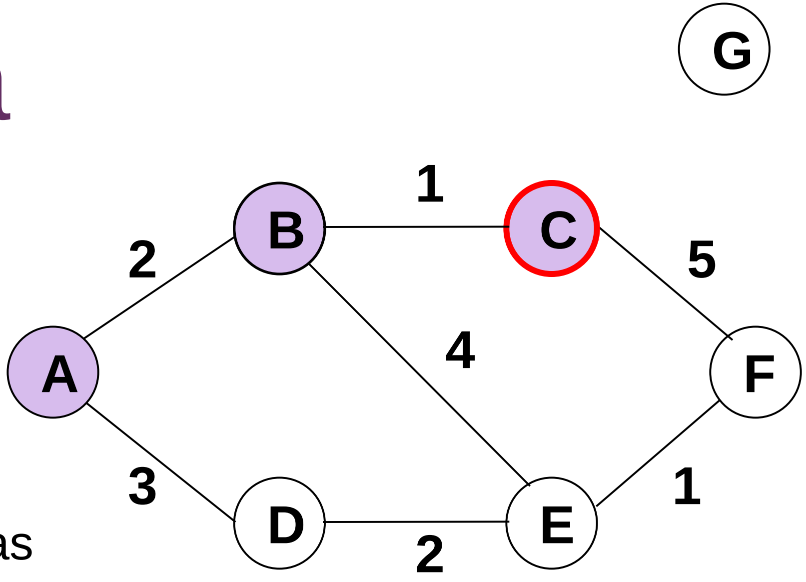
(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$

faça

(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$

(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



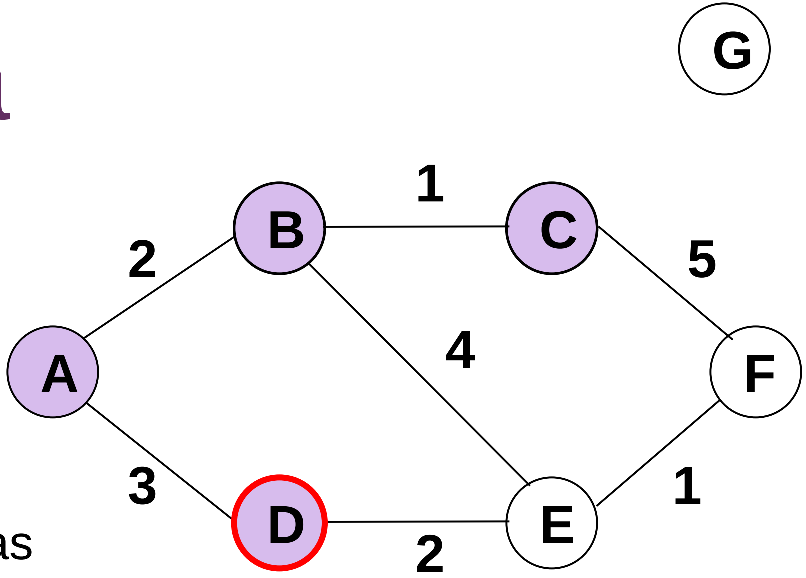
Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	8	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE	ABCF	

Algoritmo de Dijkstra



(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)

Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	8	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE	ABCF	

Algoritmo de Dijkstra

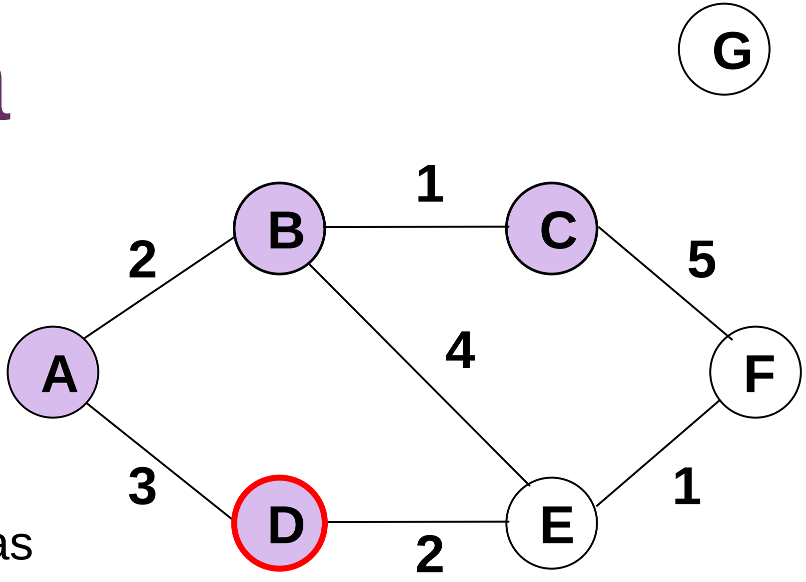
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	6	8	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ABE	ABCF	

Algoritmo de Dijkstra

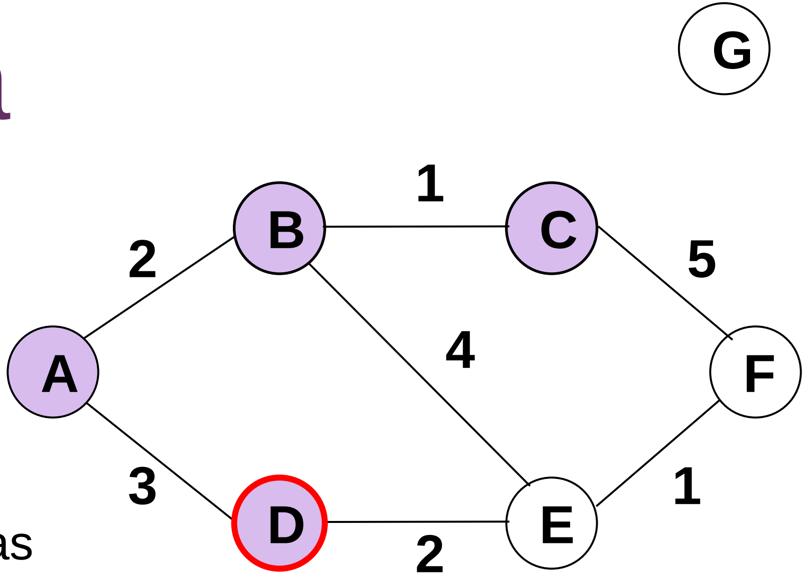
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	5	8	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ADE	ABCF	

Algoritmo de Dijkstra

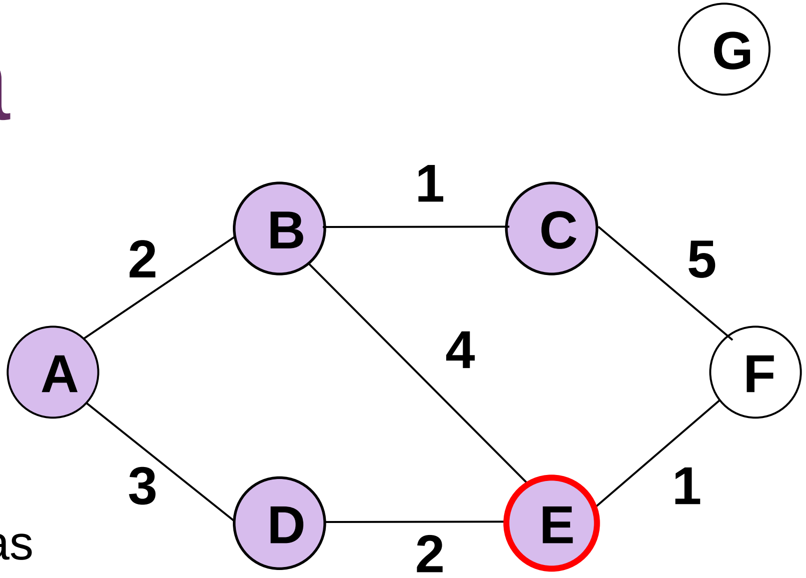
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



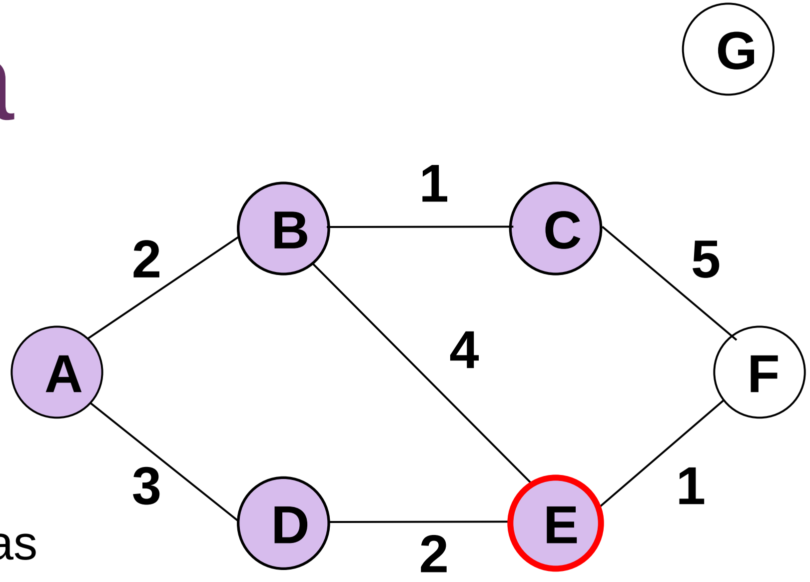
Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	5	8	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ADE	ABCF	

Algoritmo de Dijkstra



(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x)$ + aresta(x,i) < $d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x)$ + aresta(x,i)
(ii) c(i) = c(x) + i

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)

Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	5	8	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ADE	ABCF	

Algoritmo de Dijkstra

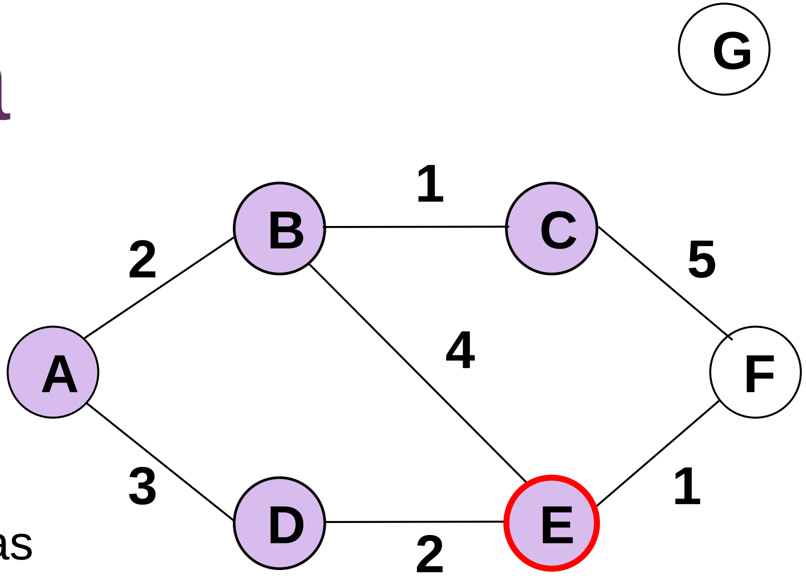
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	5	6	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ADE	ADEF	

Algoritmo de Dijkstra

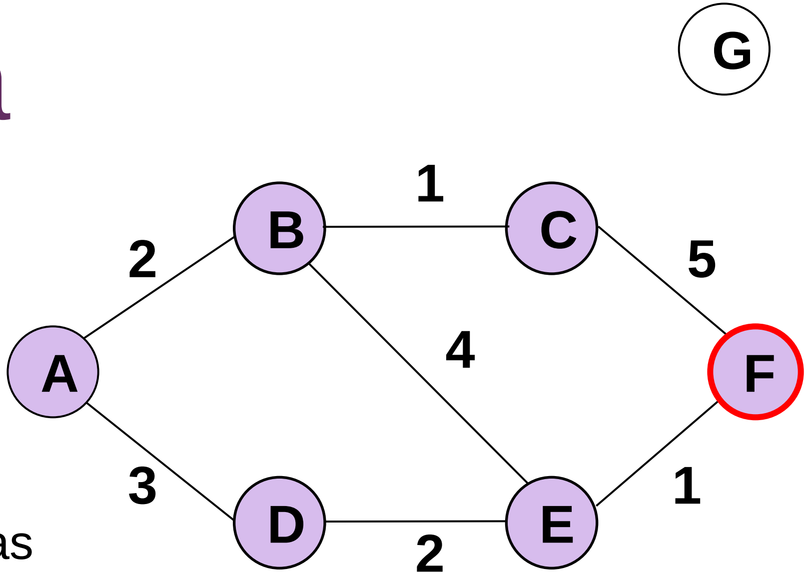
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	5	6	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ADE	ADE F	

Algoritmo de Dijkstra

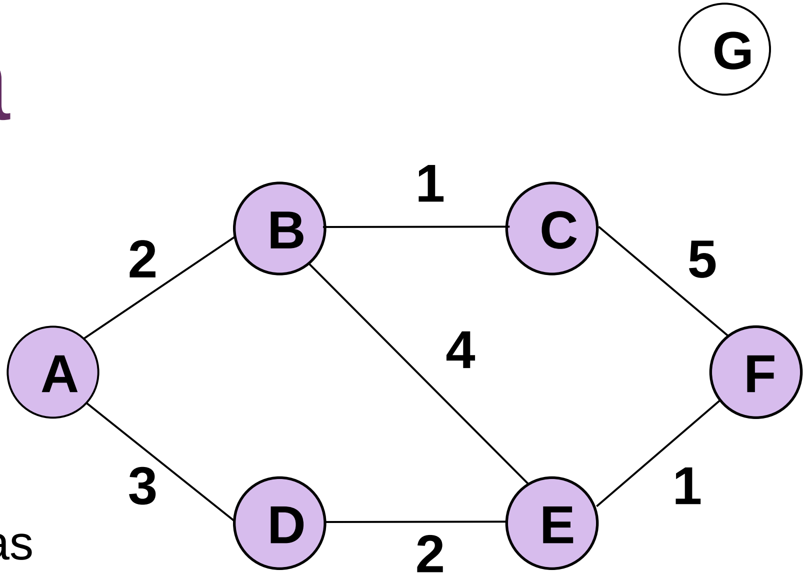
(1) Inicializações

(2) Escolher um vértice não visitado x cuja distância mínima para V_0 seja a menor conhecida. Se x for NULO, termine o algoritmo

(3) Marcar x como visitado

(4) **Para** cada vizinho i não visitado de x
se $d(V_0,x) + aresta(x,i) < d(V_0, i)$
faça
(i) $d(V_0, i) = d(V_0, x) + aresta(x,i)$
(ii) $c(i) = c(x) + i$

(5) Se existirem vértices não visitados voltar para o passo (2)



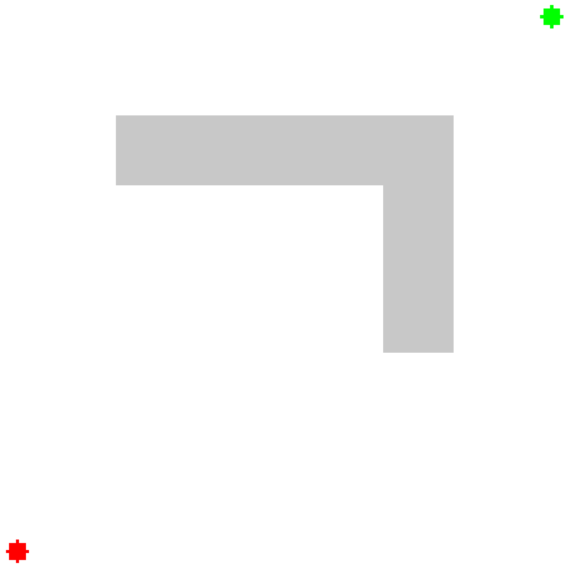
Distâncias

A	B	C	D	E	F	G
0	2	3	3	5	6	-

Caminhos

A	B	C	D	E	F	G
A	AB	ABC	AD	ADE	ADEF	

Dijkstra e movimentação de robôs



OBRIGADO.

Dúvidas?