Laborator 6

Test bilateral pentru medie (dispersie necunoscută)

S-au luat aleator 12 bucăți dintr-un aliaj. În urma analizei chimice s-au obținut următoarele procente ale unei substanțe componente: 2.94, 2.75, 2.75, 2.81, 2.90, 2.90, 2.82, 2.95, 3.00, 2.95, 3.00, 3.05 (cantitatea de substanță este normal distribuită). Să se testeze cu un nivel de semnificație $\alpha = 0.05$ dacă procentul mediu este egal cu 2.95.

Formularea testului: $H_0 : \ m = m_0, \quad H_a : \ m \neq m_0.$

```
clear;
m0=2.95;
```

Pragul de semnificație α

```
a=0.05;
```

Statistica (criteriul de testare): $T = \frac{\bar{X}-m_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

```
x=[2.94, 2.75, 2.75, 2.81, 2.90, 2.90, 2.82, 2.95, 3.00, 2.95, 3.00, ...
    3.05];
n=length(x);
ms=mean(x);
s=std(x);
T=(ms-m0)/(s/sqrt(n))
```

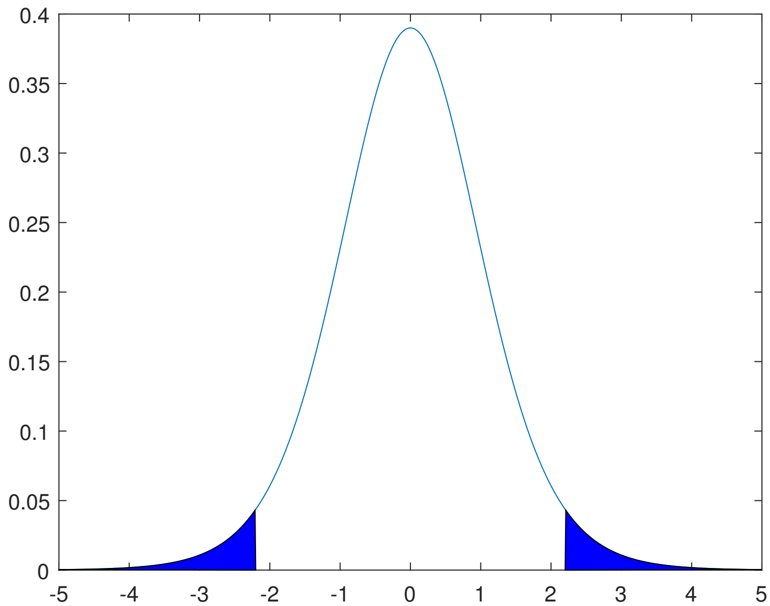
```
T = -1.6853
```

Regiunea critică $(-\infty, -t_{\alpha/2}) \cup (t_{\alpha/2}, \infty)$, unde $t_{\alpha/2}$ = cuantila de ordin $1 - \frac{\alpha}{2}$ a repartiției Student cu $n-1$ grade de libertate

```
ta=tinv(1-a/2,n-1)
```

```
ta = 2.2010
```

```
t=-5:0.01:5;ft=tpdf(t,n-1);
plot(t,ft);
patch([t(t<=-ta),-ta],[ft(t<=-ta),0],'b');
patch([t(t>=ta),ta],[ft(t>=ta),0],'b');
```



Decizia:

- dacă $T \in [-t_{\alpha/2}, t_{\alpha/2}]$ atunci H_0 este acceptată
- dacă $T \in (-\infty, -t_{\alpha/2}) \cup (t_{\alpha/2}, \infty)$ atunci H_0 este respinsă.

```
if abs(T) <= ta
disp('Ipoteza H0 se accepta')
else
disp('Ipoteza H0 se respinge')
end;
```

```
Ipoteza H0 se accepta
```

Interval de încredere pentru medie $\left(\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$

```
e = ta*s/sqrt(n); % marja de eroare
I = [ms-e, ms+e]
```

```
I = 1x2
     2.8385     2.9648
```

Test bilateral pentru dispersie

Un număr de 10 containere au fost umplute cu următoarele cantități de substanță: 10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8 litri (cantitatea de substanță este normal distribuită). Testați ipoteza că dispersia este $\sigma^2 = 0.03$ cu un nivel de semnificație $\alpha = 0.05$.

Formularea testului: $H_0: \ \sigma^2 = \sigma_0^2, \quad H_a: \ \sigma^2 \neq \sigma_0^2.$

```
clear;
s0=sqrt(0.03);
```

Pragul de semnificație α

```
a=0.05;
```

Statistica (criteriul de testare) $\frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2}$

```
x=[10.2, 9.7, 10.1, 10.3, 10.1, 9.8, 9.9, 10.4, 10.3, 9.8];
n=length(x);
s=std(x)
```

```
s = 0.2459
```

```
H=(n-1)*s^2/s0^2
```

```
H = 18.1333
```

Regiunea critică $[0, \chi_1) \cup (\chi_2, \infty)$ unde $\chi_1, \chi_2 =$ cuantilele de ordin $\frac{\alpha}{2}$, respectiv $1 - \frac{\alpha}{2}$ ale repartiției χ^2 cu $n-1$ grade de libertate

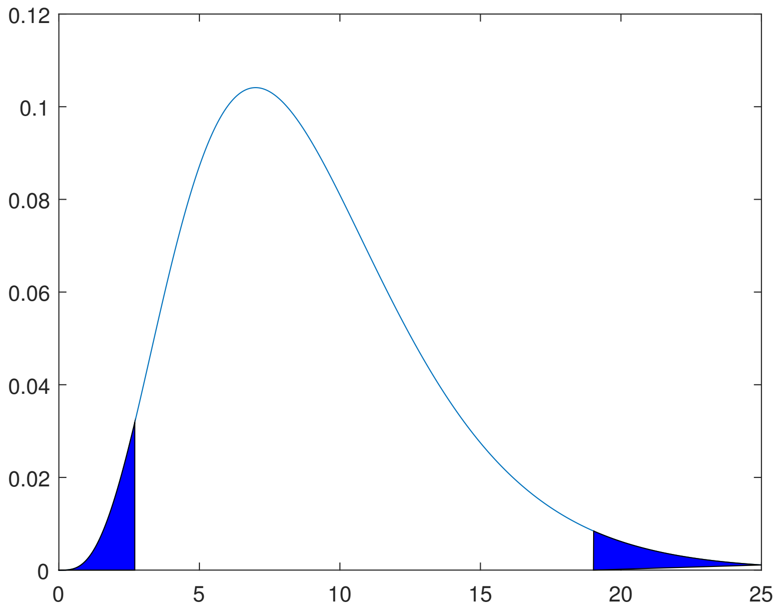
```
h1=chi2inv(a/2,n-1)
```

```
h1 = 2.7004
```

```
h2=chi2inv(1-a/2,n-1)
```

```
h2 = 19.0228
```

```
h=0:0.01:25;fh=chi2pdf(h,n-1);
plot(h,fh);
patch([h(h<=h1),h1],[fh(h<=h1),0],'b');
patch([h(h>=h2),h2],[fh(h>=h2),0],'b');
```



Decizia

```
if H>h1 & H<h2
    disp('ipoteza se accepta')
else
    disp('ipoteza se respinge')
end;
```

```
ipoteza se accepta
```

Interval de încredere pentru dispersie $\left(\frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi_2}, \frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi_1}\right)$

```
I=[(n-1)*s^2/h2 (n-1)*s^2/h1]
```

```
I = 1x2
    0.0286    0.2015
```

Test χ^2 pentru repartiție normală

Presupunem că timpul mediu de asamblare (în minute) pentru un eșantion de 300 de aparate electronice a fost m = 84, cu abaterea medie pătratică = 3. S-a observat că aceste 300 de aparate au fost repartizate astfel: pentru 15 aparate au fost necesare sub 78 de minute, pentru 39 între 78-81 minute, pentru 96 între 81-84 minute, pentru 87 între 84-87, pentru 48 aparate între 87-90 minute și pentru 15 aparate peste 90 minute. Să se testeze la nivel de semnificație de 1% dacă datele anterioare sunt repartizate normal.

Formularea testului:

- H_0 : variabila X urmează o distribuție normală.
- H_1 : variabila X nu urmează o distribuție normală.

```
clear;
m= 84;s = 3;
```

Pragul de semnificație α

```
a = 0.01;
```

Statistica (criteriul de testare) $\chi^2 = \sum_{k=1}^{r} \frac{(f_k - np_k)^2}{np_k}$

```
f = [15,39,96,87,48,15];
r = length(f);
n = sum(f);
x = 78:3:90;
F = [0,normcdf(x,84,3) ,1];
p = F(2:end)-F(1:end-1)
```

```
p = 1x6
    0.0228    0.1359    0.3413    0.3413    0.1359    0.0228
```

```
H = sum((f-n*p).^2./(n*p))
```

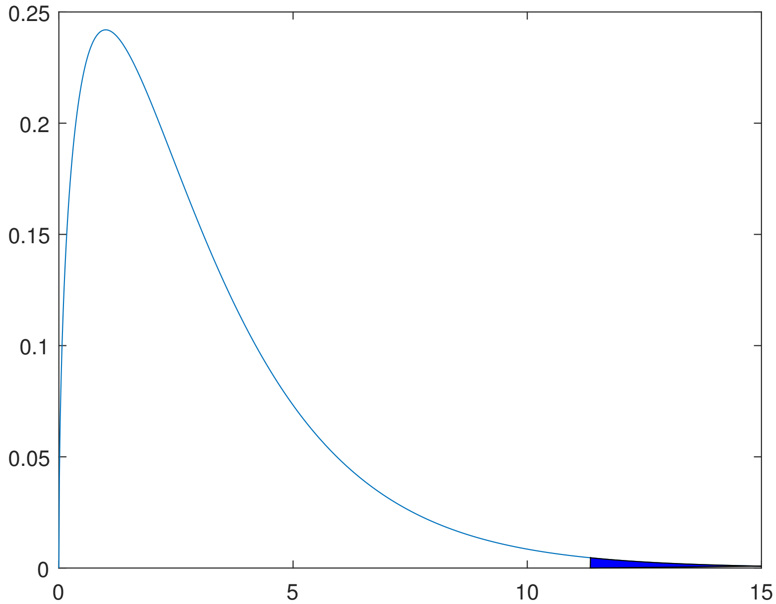
```
H = 23.6597
```

Regiunea critică (χ_α, ∞) unde χ_α = cuantila de ordin $1-\alpha$ ale repartiției χ^2 cu 3 grade de libertate

```
ha = chi2inv(1-a,r-3)
```

```
ha = 11.3449
```

```
h=0:0.01:15;fh=chi2pdf(h,r-3);
plot(h,fh);
patch([h(h>=ha),ha],[fh(h>=ha),0],'b');
```



Decizia

```
if H<ha
    disp('ipoteza se accepta')
else
    disp('ipoteza se respinge')
end;
```

```
ipoteza se respinge
```

Exerciţii

1. Procentul de grăsime al laptelui este o variabilă aleatoare normal distribuită cu $\sigma^2 = 0.09$. Se face un studiu statistic pe un eşantion de volum $n = 10$ şi se obţin rezultatele următoare (în procente): 2.05, 2.1, 2.5, 3, 3.5, 2.75, 2.25, 2.85, 2.9, 3.4. Să se verifice cu un nivel de semnificaţie $\alpha = 0.01$ dacă procentul mediu de grăsime al laptelui este mai mic decât 2.5.

2. Într-o întreprindere consumul de timp pe unitatea de produs (în minute) este normal distribuit $N(20, 3)$. Determinările făcute pe un număr de 25 muncitori dintr-o secţie au condus la un consum mediu de timp pe unitatea de produs de 21 minute. Cu un nivel de semnificaţie $\alpha = 0.05$, acest rezultat indică faptul că muncitorii din secţia respectivă au un consum mediu de timp pe unitatea de produs mai mare decât muncitorii din celelalte secţii?

3. La un magazin s-a primit un lot de sticle de Pepsi. Lotul este admis dacă volumul mediu este de cel puţin 2l. Se face o selecţie de volum $n = 31$ sticle şi se obţine $\bar{X} = 1.89$ l, $s = 0.142$ l. Să se testeze cu un nivel de semnificaţie $\alpha = 0.05$ dacă lotul este admis (se presupune că volumul sticlelor este o variabilă aleatoare cu repartiţie normală).

4. Directorul unei companii afirmă că numărul mediu al reclamaţiilor săptămânale este egal cu 20, în timp ce membrii Consiliului de Administraţie susţin că acesta este mai mare. Se face un studiu timp de 9 săptămâni asupra numărului reclamaţiilor primite şi se obţin următoarele rezultate: 20, 20, 22, 23, 21, 26, 23, 22, 21 (numărul reclamaţiilor săptămânale este normal distribuit). Să se testeze cu un nivel de semnificaţie $\alpha = 0.01$ dacă afirmaţia directorului este adevărată.

5. Un mare comerciant vrea să vadă dacă un anumit produs se vinde la fel (uniform) în 5 dintre magazinele sale. Se constată că într-o saptamână s-au realizat vânzări în mii RON de $43, 29, 52, 34, 48$. Este această informaţie suficientă pentru a considera că există mari diferenţe între cele 5 magazine?

6. O reclamă a fost difuzată în mass-media. Dintr-un eşantion de 800 de persoane au fost 434 care nu au văzut reclama; 329 au văzut o dată; 35 de două ori şi 2 de 3 ori (nimeni mai mult de trei ori). Ne propunem să verificăm la nivel de semnificaţie 5% dacă numărul de vizionări ale reclamei are o repartiţie binomială cu parametru $p = 0.2$.

7. La un campionat mondial de fotbal repartiţia numărului de goluri pe meci este dată în tabelul alăturat. Să se testeze cu nivelul de semnificaţie $\alpha = 0.05$ dacă repartiţia numărului de goluri pe meci este Poisson.

goluri/meci	nr. meciuri
0	8
1	13
2	18
3	11
4	10
5	2
6	2

8. Presupunem că este testată durata de funcţionare a unui tip de becuri (măsurată în ore) pentru un eşantion de 30 de becuri. S-a observat că durata de funcţionare a 9 becuri este sub 1000 de ore, a 12 becuri între 1000 şi 2000 de ore, a 8 becuri între 2000 şi 3000 de ore, iar a unui bec peste 3000 de ore. Să se testeze la nivel de semnificaţie de 0.1% dacă datele prezentate sunt repartizate exponenţial.