MOwNiT – laboratorium
Rozwiązywanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi

Dany jest układ równań liniowych **A*x***=**b**.

1) Elementy macierzy **A** o wymiarze $n \times n$ są określone wzorem:

$$\begin{cases} a_{1j} = 1 \\ a_{ij} = \dfrac{1}{i+j-1} \quad dla \;\; i \neq 1 \end{cases} \qquad i, j = 1, \ldots, n$$

Przyjmij wektor ***x*** jako dowolną *n*–elementową permutację ze zbioru { 1, -1 } i oblicz wektor **b**.

Następnie metodą eliminacji Gaussa rozwiąż układ równań liniowych **A*x***=**b** (przyjmując jako niewiadomą wektor ***x***). Przyjmij różną precyzję dla znanych wartości macierzy **A** i wektora **b**. Sprawdź, jak błędy zaokrągleń zaburzają rozwiązanie dla różnych rozmiarów układu (porównaj – zgodnie z wybraną normą – wektory ***x*** *obliczony* z ***x*** *zadany*). Przeprowadź eksperymenty dla różnych rozmiarów układu.

2) Powtórz eksperyment dla macierzy zadanej wzorem:

$$\begin{cases} a_{ij} = \dfrac{2i}{j} \quad dla \;\; j \geq i \\ a_{ij} = a_{ji} \quad dla \;\; j < i \end{cases} \qquad i, j = 1, \ldots, n$$

Porównaj wyniki z tym, co otrzymano w przypadku układu z punktu 1). Spróbuj uzasadnić, skąd biorą się różnice w wynikach. Sprawdź uwarunkowanie obu układów.

3) Powtórz eksperyment dla jednej z macierzy zadanej wzorem poniżej (macierz i parametry podane w zadaniu indywidualnym). Następnie rozwiąż układ metodą przeznaczoną do rozwiązywania układów z macierzą trójdiagonalną. Porównaj wyniki otrzymane dwoma metodami (czas, dokładność obliczeń i zajętość pamięci) dla różnych rozmiarów układu. Przy porównywaniu czasów należy pominąć czas tworzenia układu. Opisz, jak w metodzie dla układów z macierzą trójdiagonalną przechowywano i wykorzystywano macierz A.

a) (*m*,*k* - parametry zadania):

$$\begin{cases} a_{i,i} = k \\ a_{i,i+1} = \dfrac{1}{i+m} \\ a_{i,i-1} = \dfrac{k}{i+m+1} \quad dla \;\; i > 1 \\ a_{i,j} = 0 \quad dla \;\; j < i-1 \;\; oraz \;\; j > i+1 \end{cases} \qquad i, j = 1, \ldots, n$$

b) (*m*,*k* - parametry zadania):

$$\begin{cases} a_{i,i} = -m \cdot i - k \\ a_{i,i+1} = i \\ a_{i,i-1} = \dfrac{m}{i} \quad dla \;\; i > 1 \\ a_{i,j} = 0 \quad dla \;\; j < i-1 \;\; oraz \;\; j > i+1 \end{cases} \qquad i, j = 1, \ldots, n$$