

MOwNiT – laboratorium
Rozwiązywanie układów równań liniowych metodami iteracyjnymi

Dany jest układ równań liniowych $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$.

Elementy macierzy \mathbf{A} są zadane wzorem (m, k - parametry zadania podane indywidualnie):

$$\text{a) } \begin{cases} a_{i,i} = k \\ a_{i,j} = \frac{m}{n-i-j+0.5} \end{cases} \quad \text{dla } i \neq j \qquad \text{b) } \begin{cases} a_{i,i} = k \\ a_{i,j} = \frac{1}{|i-j|+m} \end{cases} \quad \text{dla } i \neq j$$

$$\text{c) } \begin{cases} a_{i,i} = k \\ a_{i,j} = (-1)^j \frac{m}{j} \quad \text{dla } j > i \\ a_{i,i-1} = \frac{m}{i} \\ a_{i,j} = 0 \quad \text{dla } j < i-1 \end{cases}$$

Przyjmij wektor \mathbf{x} jako dowolną n -elementową permutację ze zbioru $\{1, -1\}$ i oblicz wektor \mathbf{b} .

Zadanie 1:

Metodą Jacobiego rozwiąż układ równań liniowych $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ (przyjmując jako niewiadomą wektor \mathbf{x}).

Wyznacz liczbę iteracji przyjmując kryterium stopu:

1. $\|\mathbf{x}^{(i+1)} - \mathbf{x}^{(i)}\| < \rho$
2. $\|\mathbf{Ax}^{(i)} - \mathbf{b}\| < \rho$

Obliczenia wykonaj dla różnych rozmiarów układu n , dla różnych wektorów początkowych, a także różnych wartości ρ w kryteriach stopu. (Podaj, jak liczono normę.)
Sprawdź dokładność obliczeń.

Zadanie 2:

Dowolną metodą znajdź promień spektralny **macierzy iteracji** (dla różnych rozmiarów układu – takich, dla których znajdowane były rozwiązania układu). Sprawdź, czy spełnione są założenia o zbieżności metody dla zadanego układu.

Opisz metodę znajdowania promienia spektralnego.

Zadanie 3:

Rozwiąż podane powyżej zagadnienie wykorzystując metodę kolejnych nadrelaksacji SOR.

Eksperymenty wykonaj podobnie jak dla metody Jacobiego. Dodatkowo sprawdź, jak dobór ω wpływa na liczbę iteracji metody oraz otrzymane rozwiązanie.