2020年中国研究生数学建模竞赛F题

飞行器质心平衡供油策略优化研究

某一类飞行器携带有多个油箱，在飞行过程中，通过若干个油箱的联合供油以满足飞行任务要求和发动机工作需求。在任务执行过程中，飞行器的质心变化对飞行器的控制有着重要的影响，各个油箱内油量的分布和供油策略将导致飞行器质心的变化，进而影响到对飞行器的控制。因此，制定各油箱的供油策略是这类飞行器控制的一项重要任务，这里，油箱的供油策略可用其向发动机或其它油箱供油的速度曲线来描述。

假设该类飞行器一共有个油箱，各油箱供油示意图如图1所示：

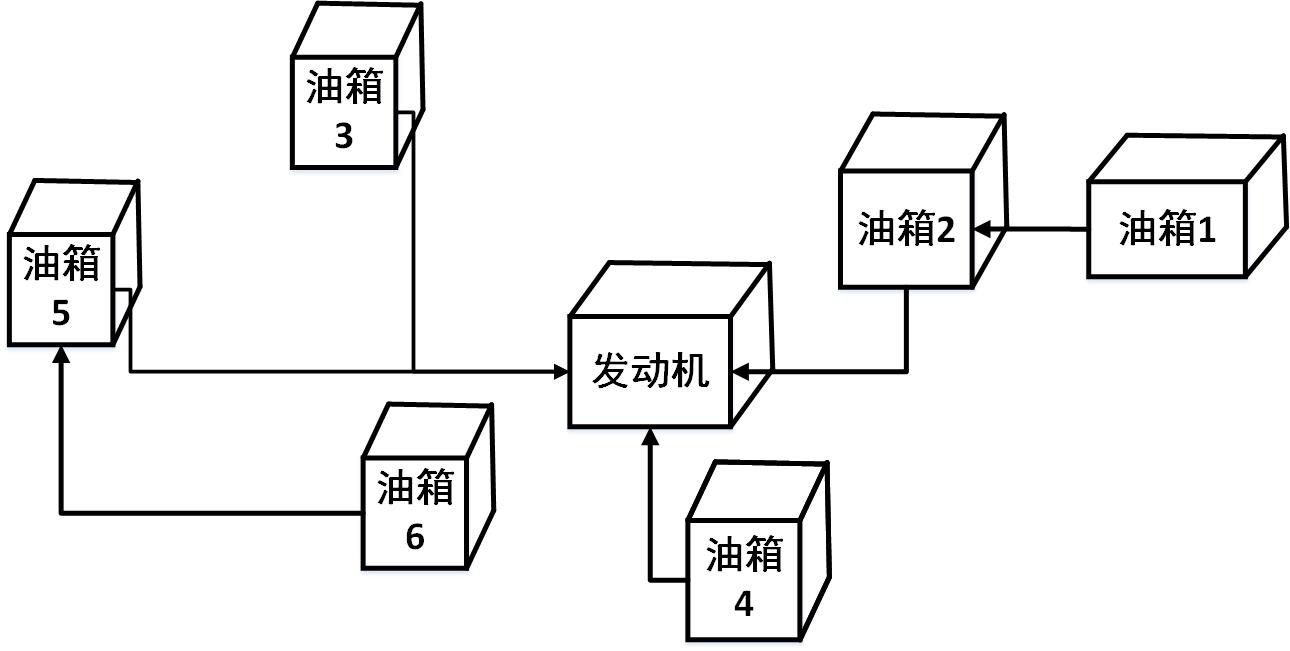


图1：飞行器油箱供油示意图

飞行器的结构（如油箱的位置、形状、尺寸、供油关系、供油速度限制等）影响着油箱的供油策略和飞行器的质心变化。为简化问题，对飞行器的结构和相关供油限制作出以下假设和要求：

1. 油箱均为长方体且固定在飞行器内部（如图1所示），设第个油箱内部长、宽、高分别为,和，。长、宽、高的三个方向与飞行器坐标系的x,y,z轴三个方向平行。

2. 在飞行器坐标系下（坐标系描述见附录），飞行器（不载油）质心为（0，0，0），第个空油箱中心位置为，。飞行器（不载油）总重量为。

3. 第*i*个油箱的供油速度上限为 (>0)，。每个油箱一次供油的持续时间不少于60秒。

4. 主油箱2、3、4、5可直接向发动机供油，油箱1和油箱6作为备份油箱分别为油箱2和油箱5供油，不能直接向发动机供油。

5. 由于受到飞行器结构的限制，至多2个油箱可同时向发动机供油，至多3个油箱可同时供油。

6. 飞行器在执行任务过程中，各油箱联合供油的总量应至少满足发动机的对耗油量的需要（若某时刻供油量大于计划耗油量，多余的燃油可通过其它装置排出飞行器），发动机在每个时刻的耗油速度可用一条耗油速度曲线表示，图2给出了发动机执行某次任务时的计划耗油速度示意图：

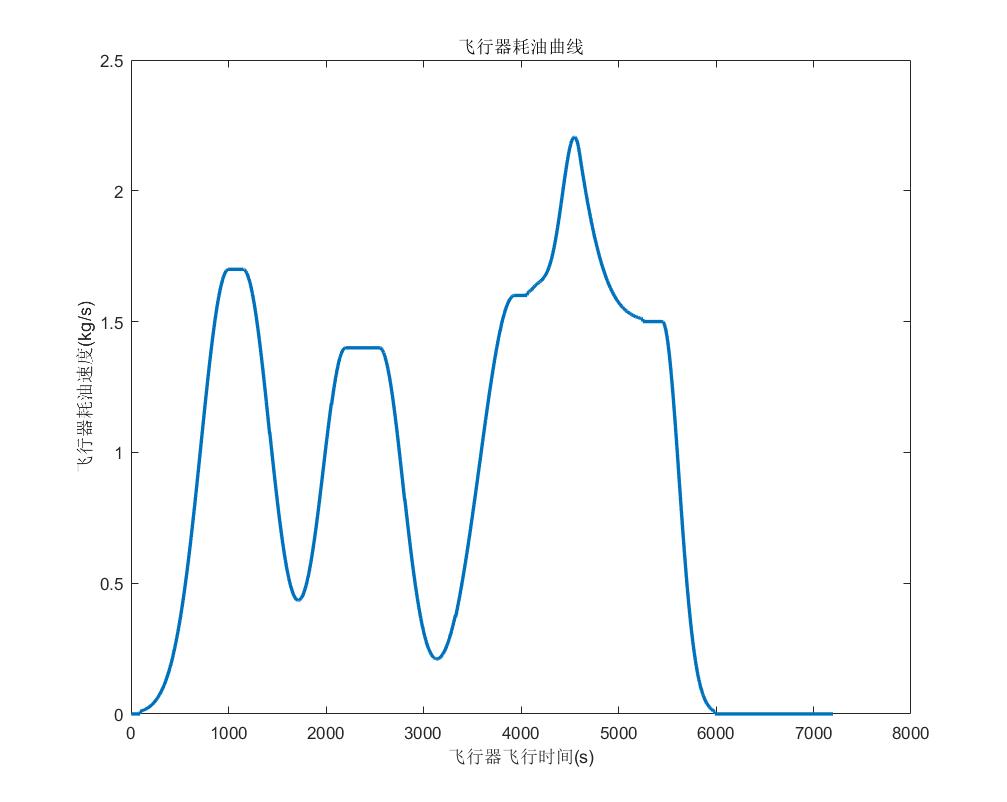


图2: 某次任务中发动机计划耗油速度曲线

7. 飞行器在飞行过程中可能发生姿态改变，主要是飞行航向上的上下俯仰或左右偏转。为简化问题，假设本题目中飞行器姿态的改变仅考虑平直飞与俯仰情况。飞行器的俯仰将导致各油箱相对地面的姿态发生倾斜，在重力作用下，油箱的燃油分布也随之发生变化，从而使得飞行器质心发生偏移。油箱姿态变化示意图如图3所示，左图为飞行器在地面时油箱的状态，右图虚线代表油箱姿态改变后燃油水平面。飞行器姿态变化的相关坐标系约定请参见附录。

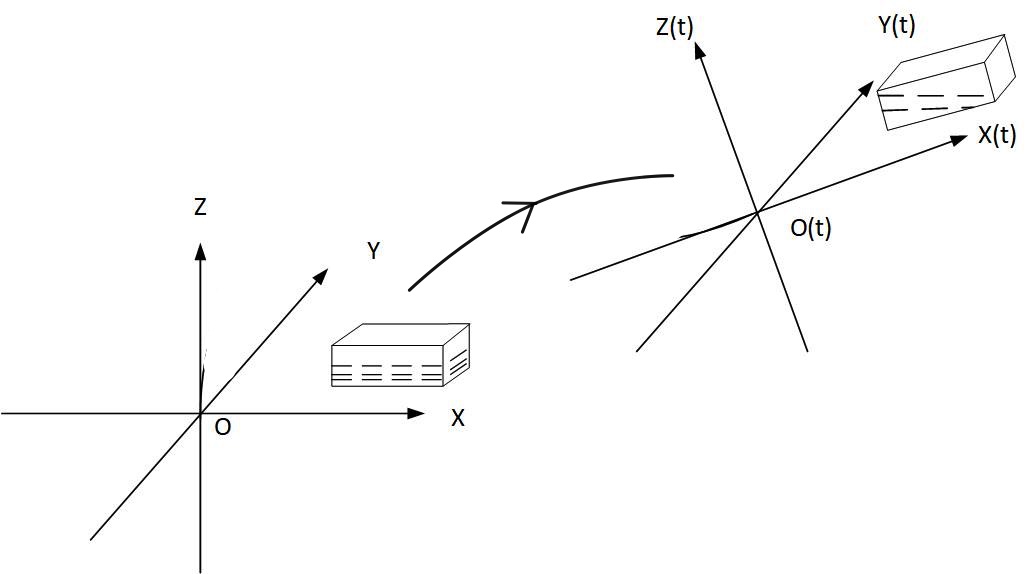


图3：油箱姿态变化示意图

附件1给出了飞行器的相关参数，附件2-附件5给出了该类飞行器在执行某任务过程中飞行和控制的相关数据，请你们团队根据任务要求，建立数学模型，设计算法，**并分析算法的有效性和复杂度**，完成以下问题：

问题1. 附件2给出了某次任务中飞行器的6个油箱的供油速度及飞行器在飞行过程中的俯仰角变化数据，每秒记录一组数据（下同）。请给出该飞行器在此次任务执行过程中的质心变化曲线，并将其质心在飞行器坐标系下的位置数据按时间（每秒一组）先后顺序存入附件6结果表“第一问结果”中。

问题2. 附件3给出了某次任务的飞行器计划耗油速度数据，与飞行器在飞行器坐标系下的理想质心位置数据。根据任务需求，在飞行器始终保持平飞(俯仰角为0)的任务规划过程中，请为飞行器制定该次任务满足条件(1)(6)的6个油箱供油策略，使得飞行器每一时刻的质心位置与理想质心位置的欧氏距离的最大值达到最小, i.e,

。

请给出飞行器飞行过程中6个油箱各自的供油速度曲线和4个主油箱的总供油速度曲线(时间间隔为1s)、以及飞行器瞬时质心与理想质心距离的最大值和4个主油箱的总供油量，并将6个油箱的供油速度数据按时间（每秒一组）先后顺序存入附件6结果表“第二问结果”中。

问题3. 假定初始油量未定，飞行器其他相关参数如附件1所示，附件4给出了某次任务的飞行器计划耗油速度数据，与飞行器在飞行器坐标系下的理想质心位置数据。在飞行器始终保持平飞(俯仰角为0)的任务规划过程中，请为飞行器制定该次任务满足条件(1)(6)的6个油箱初始载油量及供油策略，使得本次任务结束时6个油箱剩余燃油总量至少1m3，并且飞行器每一时刻的质心位置与理想质心位置的欧氏距离的最大值达到最小, i.e,

。

请给出6个油箱的初始载油量、飞行器飞行过程中6个油箱的供油速度曲线和4个主油箱的总供油速度曲线(时间间隔为1s)、以及飞行器质心与理想质心距离的最大值和4个主油箱的总供油量。请将6个油箱的初始油量存入附件6结果表“第三问结果”中的提示位置，并将6个油箱的供油速度数据按时间（每秒一组）先后顺序存入附件6结果表“第三问结果”中。

问题4. 在实际任务规划过程中，飞行器俯仰角随时间变化。附件5给出了飞行器俯仰角的变化数据和耗油速度数据。请为本次任务制定油箱供油策略，使得飞行器瞬时质心与飞行器(不载油)质心的最大距离达到最小，即

。

请绘出飞行器飞行过程中6个油箱各自的供油速度曲线，再将4个主油箱的总供油速度曲线(时间间隔为1s)与计划耗油速度曲线绘于一个图中，给出飞行器瞬时质心与飞行器(不载油)质心的最大距离偏差以及4个主油箱的总供油量，并将6个油箱的供油速度数据按时间（每秒一组）先后顺序存入附件6结果表“第四问结果”中。

**附录**

约定两个坐标系如下：

**惯性坐标系O-XYZ**：飞行器在地面上时，以飞行器（不载油）的质心为原点O，飞行器纵向中心轴为X轴（飞行器在地面上纵向中心轴为水平方向），以飞行器前方为正向，重力方向的反方向为Z轴正向，通过右手法则确定Y轴。

**飞行器坐标系O(t)-X(t)Y(t)Z(t)**：在t时刻，以飞行器（不载油）质心位置为原点O(t)，飞行器纵向中心轴为X(t)轴，以飞行器前方为正向，Y(t)轴垂直于X(t)轴所在的飞行器纵剖面，且O(t)- X(t)Y(t)组成右手坐标系，通过右手法则确定Z(t)轴。

**飞行器t时刻俯仰角：**飞行器坐标系O(t)-X(t)Y(t)Z(t)中的X(t)轴与惯性坐标系O-XYZ中O-XY水平面的夹角，X(t)轴正方向在重力方向分量与重力方向相反时为正。

在本题中，在地面上时 (t=0)的飞行器坐标系与惯性坐标系重合。由于在本问题中不考虑偏航和滚转飞行，所以飞行器坐标系O(t)-X(t)Y(t)Z(t)中的Y(t)轴正向与惯性坐标系O-XYZ中的Y轴正向始终保持一致。本题目附件中涉及坐标系的数据中，除俯仰角外，其他都在飞行器坐标系下给出。