

UMA ABORDAGEM EVOLUCIONÁRIA PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM JANELA DE TEMPO

Humberto César Brandão de Oliveira ¹

Germano Crispim Vasconcelos ²

Guilherme Bastos Alvarenga ³

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco ^{1,2}

CIn - Centro de Informática

Caixa Postal 7851 - CEP 50732-970 - Recife (PE)

UFLA – Universidade Federal de Lavras ³

DCC - Departamento de Ciência da Computação

Caixa Postal 37 - CEP 37200-000 - Lavras (MG)

humberto.brandao@gmail.com ¹

gcv@cin.ufpe.br ²

bastos@dcc.ufla.br ³

Resumo: Problemas de Roteamento de Veículos vêm sendo cada vez mais estudados para obter maior economia nos gastos com o transporte de pessoas e mercadorias. Em específico, o Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT) tem a particularidade de considerar o tempo de disponibilidade dos consumidores em suas restrições, tratando assim uma característica bastante comum nos problemas de coleta ou entrega do mundo real. Usando a distância total como principal objetivo, este trabalho implementa um eficiente algoritmo evolucionário no tratamento do PRVJT e realiza uma extensiva comparação experimental do seu desempenho com os melhores resultados encontrados na literatura.

Palavras-Chave: Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo, Otimização Combinatória, Algoritmos Evolucionários, Meta-heurísticas.

Abstract: Vehicle Routing Problems have been extensively analyzed to reduce the costs of transportation of people and products. More particularly, the Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW) imposes the condition of customer time availability in its constraints, introducing in the application a very common characteristic in real world picking up and delivery problems. Using minimization of the total distance as the main objective to be fulfilled, this work implements an efficient evolutionary algorithm in the treatment of the VRPTW problem and compares its performance with the best results found in the literature so far.

Keywords: Vehicle Routing Problem with Time Windows, Combinatorial Optimization, Evolutionary Algorithm, Meta-heuristics.

1 Introdução

Custos com o transporte de mercadorias vêm ganhando uma atenção especial nas últimas décadas, onde a minimização dos gastos é um grande foco para empresas que visam sobreviver e crescer no mercado competitivo atual. Os resultados da literatura vêm contribuindo de maneira significativa no Problema de Roteamento de Veículos (PRV). Como este problema no mundo real apresenta particularidades, foi proposta uma subdivisão desta classe de problemas a fim de se estudar de maneira mais específica algumas destas situações presentes em instâncias reais. Uma delas é a consideração da capacidade de carga do veículo e o tempo em que os consumidores devem ser atendidos (janela de tempo), tendo apenas um depósito central de mercadorias. Esta instância em particular passou a ser formalmente conhecida como o Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT).

Como descrito em [Steiner et al. (2000)], pode-se citar muitos trabalhos de roteamento de veículos, sendo este é um dos assuntos mais estudados na área de Pesquisa Operacional [Bodin et al. (1983)].

Segundo [Alvarenga e Mateus (2004)], os custos relacionados ao transporte de pessoas e mercadorias são elevados, com tendência ao crescimento, motivado pela expansão atual das fronteiras comerciais de todo tipo de negócio. Pesquisas sugerem que de 10% a 15% do valor final das mercadorias comercializadas correspondem ao custo de seu transporte. O custo de distribuição de mercadorias nos Estados Unidos em 1997 foi estimado em 400 bilhões de dólares. Deste valor estima-se que 45 bilhões representam desperdícios, podendo chegar a representar até 30% do valor de um produto [King & Mast (1997)]. Uma parcela destes custos pode ser reduzida com o tratamento de diversos problemas de roteamento de veículos, onde o PRVJT é um caso particular importante. Este trabalho propõe um eficiente algoritmo evolucionário para PRVJT e compara seu desempenho com os melhores resultados publicados na literatura. Na Seção 2, o PRVJT é descrito. A Seção 3 apresenta o novo de algoritmo para a solução do problema proposto neste trabalho e Seções 4, 5, 6 e 7 fazem considerações sobre os elementos e as características consideradas no algoritmo proposto. A Seção 8 comenta sobre a base de testes usada para comparação de desempenho e a Seção 9 descreve os resultados alcançados. Finalmente, a Seção 10 analisa os resultados obtidos e apresenta considerações sobre possíveis evoluções do trabalho.

2 Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT)

O Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT), é uma generalização do bem conhecido Problema de Roteamento de Veículos (PRV), introduzido por [Dantzig e Ramser (1959)]. No PRV a frota de veículos deve visitar, efetuar um serviço, em um determinado número de consumidores. Todos os veículos iniciam e terminam em um único depósito. Para cada par de consumidores ou consumidor e depósito, existe um custo associado. Este custo denota o quanto é dispendioso um o veículo se deslocar de um consumidor ao outro. Cada consumidor deve ser visitado exatamente uma vez. Adicionalmente, cada consumidor demanda uma determinada quantidade de bens empregados (denotado como peso da carga). Para todos os veículos da frota, têm-se um limite superior de carga suportado (capacidade de carga). No caso mais básico, todos os veículos são do mesmo tipo e contam com a mesma capacidade. Então basicamente, o objetivo do PRV é encontrar o conjunto de consumidores atendidos por cada veículo da frota de maneira a diminuir os custos com o transporte [Larsen (1999)].

Em adição ao PRV, no PRVJT cada consumidor tem uma janela de tempo associada. Seu objetivo é descrever o tempo de início e término de atendimento, sendo que o veículo deve iniciar o serviço neste intervalo. Caso ele chegue antes do tempo descrito pelo início da janela de tempo, o mesmo deve esperar para que inicie o serviço. Um tempo é gasto pelo veículo junto ao consumidor, visto que este presta serviços (tempo de serviço). Tanto no PRV como no PRVJT encontram-se vários tipos de objetivos de minimização na literatura. Pode-se a priori considerar somente a distância total percorrida (como neste trabalho). Outra forma de encontrar o menor custo é determinar o conjunto mínimo de rotas possíveis, e somente depois minimizar a distância total percorrida. Alguns autores também consideram a minimização do tempo de atendimento a todos os consumidores.

2.1 Modelo Matemático para o PRVJT

Conforme [Larsen (1999)], o Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo pode ser formulado da seguinte maneira: Um conjunto de veículos idênticos, representado pelo conjunto $V = \{1, \dots, M\}$, necessita realizar coletas ou entregas em uma região. Os N consumidores dentro desta região estão representados pelo conjunto C , que são vértices de um grafo $G = (C, A)$. Adicionalmente, incluem-se dois outros vértices, o vértice 0 representa o depósito central de onde partirão todos os veículos. Para facilitar a representação matemática do problema, se duplica o vértice do depósito central, ou seja, o vértice $N + 1$ também representará o depósito central, significando no problema o vértice de chegada de todos os veículos. As variáveis t_{ij} e c_{ij} representam respectivamente o tempo e a distância necessários para ir do vértice i ao vértice j . Cada consumidor i também está associado a uma demanda, ou seja, uma quantidade de encomenda q_i . Além disso, cada consumidor deverá ser atendido por um único veículo, não sendo permitido a divisão de uma encomenda por dois ou mais veículos.

Quanto à janela de tempo, definida como o intervalo $[a_i, b_i]$, indica que a partir do instante inicial a_i é permitido o início da coleta ou entrega no consumidor i . Caso a chegada do veículo no consumidor i se dê antes do instante a_i , o veículo deverá esperar. O veículo nunca poderá chegar depois do instante b_i , pois viola a restrição de tempo do problema. Este tipo de restrição de tempo é conhecido na literatura como janela de tempo rígida (*hard time window*). Os veículos são idênticos e possuem uma capacidade máxima de carga Q . A variável de decisão x_{ijv} determina se o veículo v faz o percurso do consumidor i para o consumidor j , recebendo o valor 1, se verdadeiro, e 0 em caso contrário.

Pode-se agora definir matematicamente o problema de otimização como:

$$\text{Minimize } \sum_{v \in V} \sum_{i \in G} \sum_{j \in G} c_{ij} x_{ijv} \text{ sujeito a:} \quad (1)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in G} x_{ijv} = 1; \forall i \in C \quad (2)$$

$$\sum_{i \in C} q_i \sum_{j \in G} x_{ijv} \leq Q; \forall v \in V \quad (3)$$

$$\sum_{j \in G} x_{0jv} = 1; \forall v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i \in G} x_{i(N+1)v} = 1; \forall v \in V \quad (5)$$

$$\sum_{i \in G} x_{ihv} - \sum_{j \in G} x_{hjh} = 0; \forall h \in C, \forall v \in V \quad (6)$$

$$s_{iv} + ts_i + t_{ij} - K(1 - x_{ijv}) \leq s_{jv}; \forall i, j \in G, \forall v \in V \quad (7)$$

$$a_i \leq s_{iv} \leq b_i; \forall i \in G, \forall v \in V \quad (8)$$

$$x_{ijv} \in \{0, 1\}; \forall i, j \in G, \forall v \in V \quad (9)$$

A fórmula 2 garante que somente um veículo v chega a cada consumidor i . Cada veículo v atenderá somente um conjunto de consumidores cuja demanda total não ultrapasse a sua capacidade Q (fórmula 3). As fórmulas 4 e 5 garantem que cada veículo v parte e retorna ao depósito central, respectivamente. A fórmula descrita por 6 indica a continuidade das rotas, ou seja, se um veículo chega a um consumidor ele deverá sair do mesmo para o consumidor seguinte, perfazendo todos os trechos entre consumidores. A restrição de tempo (com relação ao início da janela de tempo) é garantida pela fórmula 7, onde o instante de chegada de um veículo v a um consumidor $j(s_{jv})$ não poderá ocorrer antes do tempo de chegada no consumidor anterior $i(s_{iv})$ mais o tempo de serviço no primeiro (ts_i), mais o tempo de percurso no trecho (i, j) que é t_{ij} . É assumida uma velocidade constante tal que o tempo de percurso t_{ij} é igual a distância entre i e j . A constante K sendo suficientemente grande garante que a equação seja somente uma restrição efetiva quando x_{ijv} seja igual a 1, ou seja,

quando o veículo v percorra a trecho (i, j) . O respeito ao fim da janela de tempo do consumidor é garantido pela fórmula 8, onde o instante de chegada de um veículo v em um consumidor i está dentro do limite da janela do mesmo. A fórmula 9 garante a integralidade das variáveis do problema. Observa-se no modelo apresentado, um custo associado a cada arco do grafo, geralmente a distância do consumidor i ao consumidor j . Considera-se neste modelo a minimização da distância total percorrida por todos os veículos da solução do PRVJT (fórmula 1).

2.2 Complexidade do PRVJT

O PRVJT é um problema dito NP¹ completo [Lenstra e Kan (1981)]. Como em todos os problemas NP difíceis, apenas soluções em instâncias de ordem reduzidas podem ser encontradas utilizando algoritmos exatos [Cormen et. Al. (1999)]. Para contornar este problema, heurísticas e meta-heurísticas são utilizadas para encontrar soluções em tempo polinomial para o PRVJT, mas não garantindo que tais soluções sejam ótimas.

3 Algoritmo Evolucionário Solução do PRVJT

Pesquisas nas últimas décadas mostram que a teoria da evolução das espécies [Darwin (1859)] abstraída para âmbitos computacionais pode produzir bons resultados em problemas de otimização combinatória nas mais diversas áreas.

A computação, ao longo destes anos, vem propondo variações sobre esta teoria formando o conjunto dos Algoritmos Evolucionários, que se baseiam na evolução gradativa de indivíduos de uma população, não necessariamente seguindo fielmente a teoria de Darwin, como no Algoritmo Genético [Eiben e Smith (2003)].

O sistema evolucionário mais conhecido pelo meio acadêmico é o Algoritmo Genético, que tem como base principal a teoria da evolução das espécies de Darwin. Este clássico sistema é representado pela Figura 1.

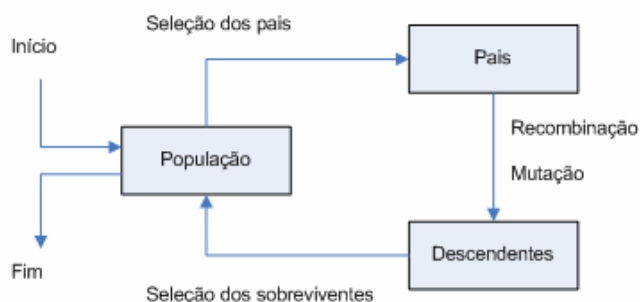


Figura 1 - Esquema geral de um algoritmo genético [Eiben e Smith (2003)]

Uma variação do Algoritmo Genético é sua representação sem os operadores de recombinação, gerando assim um tipo de algoritmo evolucionário [Eiben e Smith (2003)], identificado pela Figura 2, que também é capaz de convergir indivíduos de uma população para ótimos locais, e eventualmente para ótimos globais.

¹ *Non-deterministic Polynomial* - algoritmos exponenciais no tempo de execução têm sua função de complexidade descrita da forma $O(c^n)$, onde $c > 1$. Este grupo contém problemas cujos melhores algoritmos conhecidos são não-polinomiais [Cormen et. Al. (1999)].

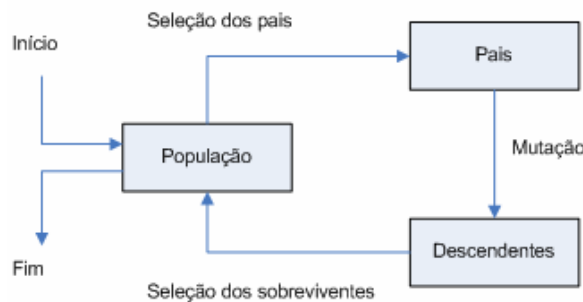


Figura 2 - Esquema geral de um algoritmo evolucionário

4 População Inicial

4.1 Heurística Utilizada para a Construção da População Inicial

Para a construção da população inicial do Algoritmo Evolucionário este trabalho utilizou a heurística *Push-Forward Insertion Heuristic* (PFIH), introduzida em [Solomon (1987)]. Como citado em [Larsen (1999)], o PFIH possui uma estratégia construtiva eficiente para calcular o custo de um novo consumidor em uma rota. Este custo é calculado de acordo com sua posição geográfica, com o fim de sua janela de tempo e o ângulo existente entre ele e o depósito central.

O PFIH é descrito da seguinte maneira: Considere uma rota qualquer R_q com m consumidores, $R_q = (C_1, \dots, C_m)$, onde C_1 é o primeiro consumidor atendido e C_m é o último. O depósito central é considerado como C_0 e também C_{m+1} . Considere também, $[a_1, b_1]$ e $[a_m, b_m]$ os intervalos que definem a janela de tempo do primeiro e último consumidor, respectivamente. Lembrando que o intervalo corresponde ao horário inicial e final dentre os quais o veículo deve chegar ao consumidor. A chegada pode acontecer antes, porém será necessário esperar para o início do serviço. A viabilidade de inserir um novo consumidor na rota R_q é testada inserindo-o entre cada par de consumidores, sendo a posição de menor aumento na distância percorrida na rota R_q viável selecionada. Se o consumidor C_j é inserido entre o consumidor C_0 e C_1 , o tempo de chegada t_1 ao consumidor C_1 , irá sofrer um deslocamento para frente, podendo causar o mesmo para todos os consumidores seguintes (*Push Forward*). Como o veículo pode estar aguardando em algum consumidor da rota R_q , é possível que o valor do deslocamento neste consumidor seja zero. A partir deste consumidor, o tempo de chegada do veículo nos consumidores seguintes permanece inalterado.

O algoritmo PFIH inicia uma rota com um único consumidor i , escolhido conforme seu custo de inicialização, dado pela equação 10.

$$custo_i = \left[-\alpha d_{0i} + \beta b_i + \gamma \frac{p_i}{360} d_{0i} \right] \quad (10)$$

Onde:

- $\alpha = 0.7$; $\beta = 0.1$; $\gamma = 0.2$;
- d_{0i} = distância do depósito central ao consumidor i ;
- b_i = limite superior da janela de tempo de chegada ao consumidor i ;
- p_i = ângulo da coordenada polar do consumidor i , referente ao depósito central;

Os valores para os parâmetros α , β e γ foram definidos empiricamente em [Solomon (1987)].

A partir do primeiro consumidor escolhido, conforme a equação 10, os demais são testados um a um, entre cada posição possível na rota em construção. A posição e o consumidor que resultarem no menor acréscimo da distância total percorrida, sem violação de capacidade e janela de tempo é escolhido. Após não mais haver consumidores possíveis para inserção na rota em construção, esta é encerrada e inicia-se novamente o mesmo processo com uma nova rota vazia, sendo o primeiro consumidor aquele de menor custo de acordo com o cálculo da fórmula 10, dentre os que ainda não foram roteados.

4.2 Estratégia para Promover Variabilidade na População do Algoritmo

A execução do algoritmo PFIH sobre uma determinada instância gera apenas uma solução. Em contra partida, a população de um Algoritmo Evolucionário deve iniciar-se apresentando diversidade entre seus indivíduos. Para alcançar tal diversidade, foram utilizadas algumas alterações sobre o algoritmo original do PFIH.

- Variação sobre os parâmetros α , β e γ , dando-lhes valores aleatórios no intervalo de 0 a 1.
- Eliminação da fórmula 10 na determinação da ordem dos indivíduos as serem roteados, construindo esta fila de maneira totalmente aleatória [Alvarenga e Mateus (2004)].

Tais estratégias são eficientes na geração de indivíduos diferentes. A segunda é capaz de gerar uma população com maior diversidade genética, mas em consequência disso, traz consigo o fato de produzir, com mais frequência, indivíduos de má qualidade (com um alto valor em sua função objetivo), se comparados com os resultados da fórmula original. Para um bom funcionamento do Algoritmo Evolucionário, fica proposto uma dosagem dentre tais variações para poder assim construir uma população de variabilidade genética capaz de não se prender facilmente a mínimos locais. Este trabalho utilizou 10% dos indivíduos seguindo a fórmula original do PFIH, 60% utilizando a variação sobre os parâmetros α , β e γ , e 30% utilizando a estratégia da fila de roteamento para o algoritmo PFIH totalmente aleatória. Foi utilizada uma população de 30 indivíduos.

Os indivíduos neste trabalho foram representados por um vetor de rotas, onde cada rota possui um vetor de veículos a serem atendidos.

5 Critérios de Seleção

Este trabalho implementou duas estratégias de seleção:

- Método do torneio;
- Método da roleta giratória.

Para a seleção dos pais, utilizou-se a estratégia da roleta. Já na seleção dos sobreviventes, a técnica utilizada foi o torneio entre dois indivíduos, considerando que a também utilização da roleta neste caso ocasionaria em um grande custo computacional, já que todas as probabilidades devem ser recalculadas sempre que se preservar um indivíduo para a nova população [Eiben e Smith (2003)].

6 Operadores de Mutação

Para a alteração genética sobre os indivíduos da população, três classes de operadores testadas neste trabalho se adaptaram bem ao Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo:

- Operadores de migração, transferindo consumidores, um a um (seção 6.1);
- Operadores com pontos de corte, transferindo conjuntos de consumidores (seção 6.2);
- Operador que combina outros operadores com a prévia retirada de alguns consumidores das rotas da solução (seção 6.3).

6.1 Operadores de Migração

A idéia básica desta classe de operadores é migrar consumidores de uma determinada posição em uma rota para outra posição, não sendo necessário que a migração escolha uma nova posição na mesma rota, podendo admitir que a migração seja feita para outra rota da solução.

Admita R_1 e R_2 como solução S_1 do PRVJT, onde C_0 representa o depósito central:

$$S_1: \quad R_1 = \{C_0, C_4, C_5, C_8, C_0\}, \\ R_2 = \{C_0, C_1, C_2, C_3, C_7, C_6, C_0\}$$

Migrando o consumidor C_7 para R_1 temos, por exemplo, S_2 como nova solução:

$$S_2: \quad R_1 = \{C_0, C_4, C_5, C_8, C_7, C_0\}$$

$$R_2 = \{C_0, C_1, C_2, C_3, C_6, C_0\}$$

Outro exemplo seria a migração do consumidor C_7 (na solução S_3) para outra posição, na mesma rota R_2 , gerando a solução S_4 :

$$S_3: \quad R_1 = \{C_0, C_4, C_5, C_8, C_0\}, \\ R_2 = \{C_0, C_1, C_2, C_3, C_7, C_6, C_0\}$$

Migrando o consumidor C_7 para outra posição na mesma rota R_2 temos:

$$S_4: \quad R_1 = \{C_0, C_4, C_5, C_8, C_0\} \\ R_2 = \{C_0, C_7, C_1, C_2, C_3, C_6, C_0\}$$

Para garantir a viabilidade das soluções, admite-se que tais mutações não violam nenhuma das restrições de carga ou janela de tempo.

Este operador foi implementado com duas versões. A primeira oferece apenas intensificação, onde a nova solução é avaliada e caso seja melhor que a solução atual, o consumidor é realmente migrado. A outra versão garante apenas que a nova solução não fere nenhuma restrição, mas admite tanto a diversificação, quanto a intensificação como novas soluções para o PRVJT.

6.2 Operadores de Corte

Esta classe de operadores visa migrar todo um subconjunto de rota para outras rotas já existentes. Admite-se que um corte é efetuado em uma posição de uma das rotas, onde todos os consumidores, ou da esquerda, ou da direita do corte serão migrados para outras rotas, não necessariamente todos migrados para a mesma rota. Caso a inserção destes consumidores em novas rotas não seja possível por sempre violar uma restrição do PRVJT, uma nova rota é criada para o consumidor.

Admite-se S_5 como solução do PRVJT, onde C_0 representa o depósito central:

$$S_5: \quad R_1 = \{C_0, C_4, C_5, C_8, C_0\}, \\ R_2 = \{C_0, C_1, C_2, C_3, C_7, C_6, C_0\}$$

Suponha que o corte seja efetuado em R_2 , na posição 4, retirando os consumidores da direita da rota: $R_2 = \{C_0, C_1, C_2, C_3 \parallel C_7, C_6 \parallel C_0\}$. O subconjunto de consumidores $\{C_6, C_7\}$ será migrado para R_1 ou será criada uma nova rota para abrigá-los. Um exemplo de nova solução para o PRVJT pode ser visto na solução S_6 .

$$S_6: \quad R_1 = \{C_0, C_4, C_5, C_8, C_7, C_6, C_0\}, \\ R_2 = \{C_0, C_1, C_2, C_3, C_0\}$$

Exatamente como os operadores de migração, este classe de operadores foi implementada em duas versões. Uma admitindo somente intensificação, e a outra admitindo qualquer outra solução válida para o PRVJT.

6.3 Operador Combinado com Retirada de Consumidores

Este operador trabalha em conjunto com os operadores de migração e corte. Sua idéia básica é retirar n consumidores da solução a ser alterada, posteriormente promover uma alteração genética na solução parcial, através de outros operadores de mutação, e enfim retornar com os consumidores previamente retirados até a nova solução.

Esta técnica diminui o espaço de busca enquanto quando se aplicada um operador a uma solução incompleta do PRVJT. Com isso este operador possui a característica de fugir com mais facilidade de mínimos locais, se comparado com a aplicação destes operadores em uma solução completa do PRVJT.

7 Múltiplos Reinícios no Algoritmo Evolucionário

Esta pesquisa se baseava na estratégia de executar, para cada instância, o algoritmo evolucionário por um longo período de tempo ([Oliveira et.Al. (2004)], [Oliveira et.Al. (2005)]). Este trabalho encontrou melhores resultados com curtas execuções e diversos reinícios do sistema. O somatório do tempo das múltiplas execuções (em média 17 minutos e 35 segundos) é menor que o tempo utilizado anteriormente para cada instância, que era fixado em 30 minutos.

8 Base de Testes

Existe uma grande quantidade de publicações utilizando heurísticas e meta-heurísticas na resolução do PRVJT. Para descobrir a qualidade e robustez dos algoritmos, estes são aplicados sobre as instâncias de Solomon [Solomon (1987)], justamente pelo fato de haver um maior número de resultados publicados sobre elas, possibilitando portanto fácil comparação e análise.

Os testes deste trabalho foram executados sobre as 56 instâncias de Solomon com 100 consumidores cada, podendo ser encontradas na web: http://neo.lcc.uma.es/radiaeb/WebVRP/data/instances/solomon/solomon_100.zip.

As instâncias de Solomon são divididas em seis classes: R1, R2, C1, C2, RC1 e RC2. As instâncias dos tipos R1 e R2 apresentam consumidores com as coordenadas euclidianas totalmente aleatórias. Já as instâncias dos tipos C1 e C2, apresentam os consumidores de maneira aglomerada (em *clusters*). As instâncias dos tipos RC1 e RC2 apresentam um misto das duas primeiras características (esparcos e aglomerados). Uma característica entre os tipos R1, C1 e RC1 é que suas instâncias possibilitam que poucos consumidores sejam atendidos por um veículo, necessitando de um número maior de veículos para atender toda a demanda. Já os tipos R2, C2 e RC2 apresentam na solução poucos veículos, assim atendendo uma grande quantidade de consumidores em cada rota.

9 Resultados Obtidos

Para a avaliação dos resultados encontrados neste trabalho, o mesmo foi comparado aos resultados de outras publicações que também utilizam a distância total como primeiro objetivo na minimização do Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo ([Taillard (1993)], [Rousseau et. Al. (1999)], [Tan et.Al. (2001)], [Alvarenga e Mateus (2004)] e [Alvarenga (2005)]). O trabalho de alguns autores, especificamente [Rouchat e Taillard (1995)], [Cordeau et.Al. (2000)] e [Shaw (1998)], aparecem como detentores dos melhores resultados em determinadas instâncias, mesmo tendo como minimização principal o número de veículos. Isso acontece pelo fato de que esta minimização também pode encontrar a melhor distância conhecida, mesmo não sendo seu objetivo principal.

Os melhores resultados deste trabalho sobre as 56 instâncias de Solomon são apresentados individualmente na seção 9.1. Uma comparação entre autores de mesmo objetivo sobre o PRVJT (neste caso, a minimização da distância total) é apresentada na seção 9.2 através de suas médias dos resultados nas classes do problema, onde estes resultados podem ser comparados entre autores e comparados com a união dos melhores resultados da literatura. Por fim, o conjunto dos melhores resultados da literatura na minimização da distância total para o PRVJT pode ser visto na seção 9.3.

As distâncias representadas nas seções 9.1, 9.2 e 9.3 são calculadas através do somatório do deslocamento euclidiano de todos os veículos para o atendimento de seus respectivos consumidores. As distâncias euclidianas podem ser obtidas porque as instâncias de Solomon fornecem os pontos euclidianos (x,y) de todos os consumidores e do depósito central.

Este trabalho é referenciado na seção de resultados para fins de comparação pelo rótulo [Oliveira et.Al. (2005)].

9.1 Resultados na minimização de distância do PRVJT

Nesta seção são descritos os melhores resultados encontrados neste trabalho num total de 5 execuções para todas as instâncias de Solomon. Em média, cada resultado foi coletado em um tempo de 17 minutos e 35 segundos utilizando um computador Pentium 4, 2.4GHz, com 1024 MB de memória RAM, sistema operacional Slackware 10.0 (*kernel linux 2.4.26*) sobre a Máquina Virtual Java JRocket.

Instância	Número de veículos	Distância total	Instância	Número de veículos	Distância total
R101	20	1643,34	R201	5	1149,39
R102	18	1476,67	R202	5	1042,35
R103	14	1224,2	R203	5	876,95
R104	11	997,66	R204	4	736,66
R105	16	1371,76	R205	6	960,07
R106	13	1250,28	R206	4	887,9
R107	11	1087,13	R207	4	811,93
R108	10	957,2	R208	3	707,01
R109	13	1154,31	R209	5	860,11
R110	12	1100,51	R210	6	912,48
R111	12	1072,77	R211	4	761,75
R112	11	977,03	-	-	-
C101	10	828,94	C201	3	591,56
C102	10	828,94	C202	3	591,56
C103	10	828,06	C203	3	591,17
C104	10	824,78	C204	3	590,6
C105	10	828,94	C205	3	588,88
C106	10	828,94	C206	3	588,49
C107	10	828,94	C207	3	588,29
C108	10	828,94	C208	3	588,32
C109	10	828,94	-	-	-
RC101	17	1656,62	RC201	8	1267,27
RC102	15	1484,91	RC202	6	1096,75
RC103	12	1281,11	RC203	5	941,31
RC104	11	1162	RC204	4	788,66
RC105	16	1548,93	RC205	7	1162,39
RC106	14	1402,44	RC206	5	1067,46
RC107	14	1247,55	RC207	5	970,78
RC108	11	1140,72	RC208	4	779,84

Tabela 1 – Resultados do Algoritmo Evolucionário sobre as 56 instâncias de Solomon

9.2 Comparação por classes do PRVJT

Esta seção apresenta seis tabelas para comparação entre alguns resultados publicados. Cada tabela possui a média dos veículos encontrados respectivos a cada classe do problema, seguido da média das distâncias e também é apresentado um percentual a que cada algoritmo está dos melhores resultados publicados na literatura (considerando os melhores resultados já atualizados: vide seção 9.3) na minimização da distância total. Os resultados destacados são os obtidos por este trabalho.

Trabalho	Veículos	Distância	%Distância
Melhores publicados	13,17	1181,80	-
[Taillard (1993)]	12,17	1209,35	2,3312 %
[Rousseau et. Al. (1999)]	12,83	1201,10	1,6331 %
[Tan et.Al. (2001)]	13,83	1260,71	6,6771 %
[Alvarenga e Mateus (2004)]	13,33	1200,05	1,5443 %
[Alvarenga (2005)]	13,25	1183,40	0,1352 %
[Oliveira et.Al. (2005)]	13,42	1192,74	0,9257 %

Tabela 2 – Comparação dos resultados: Classe R1

Trabalho	Veículos	Distância	%Distância
Melhores publicados	4,91	882,33	-
[Taillard (1993)]	2,82	980,27	11,0996 %

[Rousseau et. Al. (1999)]	3,18	966,94	9,5888 %
[Tan et.Al. (2001)]	3,82	1058,52	19,9681 %
[Alvarenga e Mateus (2004)]	4,64	910,17	3,1548 %
[Alvarenga (2005)]	5,55	900,02	2,0040 %
[Oliveira et.Al. (2005)]	4,64	882,42	0,0095 %

Tabela 3 - Comparação dos resultados: Classe R2

Trabalho	Veículos	Distância	%Distância
Melhores publicados	10,00	828,38	-
[Taillard (1993)]	10,00	828,38	0,0000 %
[Rousseau et. Al. (1999)]	10,00	828,38	0,0000 %
[Tan et.Al. (2001)]	10,11	858,81	3,6734 %
[Alvarenga e Mateus (2004)]	10,00	828,38	0,0000 %
[Alvarenga (2005)]	10,00	828,38	0,0000 %
[Oliveira et.Al. (2005)]	10,00	828,38	0,0000 %

Tabela 4 - Comparação dos resultados: Classe C1

Trabalho	Veículos	Distância	%Distância
Melhores publicados	3,00	589,86	-
[Taillard (1993)]	3,00	589,86	0,0000 %
[Rousseau et. Al. (1999)]	3,00	594,01	0,7036 %
[Tan et.Al. (2001)]	3,25	617,10	4,6180 %
[Alvarenga e Mateus (2004)]	3,00	589,86	0,0000 %
[Alvarenga (2005)]	3,00	589,86	0,0000 %
[Oliveira et.Al. (2005)]	3,00	589,86	0,0000 %

Tabela 5 - Comparação dos resultados: Classe C2

Trabalho	Veículos	Distância	%Distância
Melhores publicados	12,75	1339,24	-
[Taillard (1993)]	11,50	1389,22	3,7320 %
[Rousseau et. Al. (1999)]	12,50	1370,26	2,3162 %
[Tan et.Al. (2001)]	13,63	1447,06	8,0508 %
[Alvarenga e Mateus (2004)]	13,00	1344,89	0,4219 %
[Alvarenga (2005)]	12,88	1341,67	0,1813 %
[Oliveira et.Al. (2005)]	13,75	1365,54	1,9638 %

Tabela 6 - Comparação dos resultados: Classe RC1

Trabalho	Veículos	Distância	%Distância
Melhores publicados	5,75	1008,23	-
[Taillard (1993)]	3,38	1117,44	10,8323 %
[Rousseau et. Al. (1999)]	3,75	1113,29	10,4207 %
[Tan et.Al. (2001)]	7,00	1169,41	15,9869 %
[Alvarenga e Mateus (2004)]	6,00	1032,88	2,4453 %
[Alvarenga (2005)]	6,50	1015,90	0,7608 %
[Oliveira et.Al. (2005)]	5,50	1009,31	0,1072 %

Tabela 7 - Comparação dos resultados: Classe RC2

9.3 Melhores resultados da literatura para o PRVJT na minimização de distância

Esta seção apresenta a Tabela 8 com os melhores resultados minimizando a distância para o PRVJT. Os resultados destacados são os obtidos por este trabalho.

Instância	Veículos	Distância	Autor	Instância	Veículos	Distância	Autor
R101	20	1642,88	[Alvarenga e Mateus (2004)]	R201	5	1148,48	[Alvarenga (2005)]
R102	18	1472,62	[Alvarenga e Mateus (2004)]	R202	9	1042,35	[Oliveira et.AL. (2005)]
R103	14	1213,62	[Rouchat e Taillard (1995)]	R203	5	876,94	[Oliveira et.AL. (2005)]
R104	11	986,10	[Alvarenga (2005)]	R204	4	736,66	[Oliveira et.AL. (2005)]
R105	15	1360,78	[Alvarenga (2005)]	R205	5	960,07	[Oliveira et.AL. (2005)]
R106	13	1241,52	[Alvarenga (2005)]	R206	4	887,9	[Oliveira et.AL. (2005)]
R107	11	1076,13	[Alvarenga (2005)]	R207	4	811,93	[Oliveira et.AL. (2005)]
R108	10	948,57	[Alvarenga (2005)]	R208	3	707,01	[Oliveira et.AL. (2005)]
R109	13	1151,84	[Alvarenga (2005)]	R209	5	860,11	[Oliveira et.AL. (2005)]
R110	11	1080,36	[Rouchat e Taillard (1995)]	R210	6	912,48	[Oliveira et.AL. (2005)]
R111	12	1053,5	[Alvarenga (2005)]	R211	4	761,75	[Oliveira et.AL. (2005)]
R112	10	953,63	[Rouchat e Taillard (1995)]	-	-	-	-
C101	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	C201	3	591,56	[Rouchat e Taillard (1995)]
C102	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	C202	3	591,56	[Rouchat e Taillard (1995)]
C103	10	828,06	[Rouchat e Taillard (1995)]	C203	3	591,17	[Rouchat e Taillard (1995)]
C104	10	824,78	[Rouchat e Taillard (1995)]	C204	3	590,6	[Rouchat e Taillard (1995)]
C105	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	C205	3	588,88	[Rouchat e Taillard (1995)]
C106	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	C206	3	588,49	[Rouchat e Taillard (1995)]
C107	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	C207	3	588,29	[Rouchat e Taillard (1995)]
C108	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	C208	3	588,32	[Rouchat e Taillard (1995)]
C109	10	828,94	[Rouchat e Taillard (1995)]	-	-	-	-
RC101	15	1623,58	[Rouchat e Taillard (1995)]	RC201	8	1267,27	[Oliveira et.AL. (2005)]
RC102	14	1466,84	[Alvarenga (2005)]	RC202	6	1096,75	[Oliveira et.AL. (2005)]
RC103	11	1261,67	[Shaw (1998)]	RC203	5	941,31	[Oliveira et.AL. (2005)]
RC104	10	1135,48	[Cordeau et.AL. (2000)]	RC204	4	788,66	[Oliveira et.AL. (2005)]
RC105	16	1518,6	[Alvarenga e Mateus (2004)]	RC205	7	1161,32	[Oliveira et.AL. (2005)]
RC106	13	1377,35	[Alvarenga e Mateus (2004)]	RC206	7	1059,88	[Alvarenga (2005)]
RC107	12	1212,83	[Alvarenga e Mateus (2004)]	RC207	5	970,78	[Oliveira et.AL. (2005)]
RC108	11	1117,53	[Alvarenga e Mateus (2004)]	RC208	4	779,84	[Oliveira et.AL. (2005)]

Tabela 8 – Melhores resultados da literatura para o PRVJT na minimização da distância total

10 Conclusão e Sugestões para Trabalhos Futuros

Neste trabalho foi apresentado um algoritmo evolucionário para tratar o PRVJT. Este algoritmo é semelhante ao algoritmo genético com a diferença de não possuir operadores de recombinação (cruzamento).

O desempenho do algoritmo evolucionário proposto neste trabalho mostra-se altamente satisfatório uma vez que foram alcançados resultados relevantes se comparado aos melhores resultados publicados na literatura.

Este trabalho encontrou melhores resultados nas classes R2, C2 e RC2, onde em 27 instâncias superou ou igualou os resultados em 25 delas, sendo inferior apenas nas instâncias RC101 e RC206. Isso demonstra que o algoritmo mostra-se melhor adaptado para instâncias onde o número de veículos é pequeno, atendendo um número maior de consumidores em cada rota.

O algoritmo deve ser aprimorado em relação às classes R1, C1 e RC1, onde em 29 instâncias, o algoritmo evolucionário igualou os melhores resultados da literatura em apenas nove delas (classe C1).

O algoritmo proposto em [Alvarenga (2005)] que combina o Algoritmo Genético com Particionamento de Conjunto (*Set Partitioning*) alcançou melhores resultados onde o número de veículos é maior (classes C1, R1 e RC1). Uma proposta para trabalhos futuros seria identificar quais configurações e operadores deste trabalho influenciam para bons resultados nas classes C2, R2 e RC2 e criar um algoritmo capaz de se comportar bem para todas as classes de problemas, mesclando as duas abordagens.

Referências

- [Alvarenga e Mateus (2004)] G. B. Alvarenga, G. R. Mateus. A Two-Phase Genetic and Set Partitioning Approach for the Vehicle Routing Problem with Time Windows, Fourth International Conference on Hybrid Intelligent Systems (HIS04), IEEE Computer Society Press, (2004).
- [Alvarenga (2005)] G. B. Alvarenga, Um algoritmo híbrido para os problemas de Roteamento de Veículos Estático e Dinâmico com Janela de Tempo., Tese de Doutorado. Departamento de Ciência da Computação. Universidade Federal de Minas Gerais, (2005).
- [Bodin et.Al. (1983)] L. Bodin, B. Golden, , A. Assad, M. Ball. Routing and scheduling of vehicles and crews - the state of the art, Comput. Oper. Res. 10, 63-211, (1983).
- [Cordeau et.Al. (2000)] J. F. Cordeau, G. Laporte, and A. Mercier; A Unified Tabu Search Heuristic for Vehicle Routing Problems with Time Windows, Working Paper CRT-00-03, Centre for Research on Transportation, Montreal, Canada, (2000).
- [Cormen et.Al. (1999)] T. H. Cormen; C. E. Leiserson; R. L. Rivest; Introduction to algorithms, The MIT Press, (1999).
- [Darwin (1859)] C. Darwin; On The Origin of Species, 1st edition, Harward University Press, MA, (1859).
- [Dantzig e Ramser (1959)] G. B. Dantzig, R. H. Ramser; The Truck Dispatching Problem Management Science, 6, 80 (1959).
- [Eiben e Smith (2003)] .E. Eiben; J. E. Smith. Introduction to Evolutionary Computing, Natural Computing Series, MIT Press, Springer, Berlin, (2003).
- [King & Mast (1997)] G. F. King; C.F. Mast; Excess Travel: Causes, Extent and Consequences; Transportation Research Record 1111, 126-134, (1997).
- [Larsen (1999)] J. Larsen; Parallelization of the vehicle routing problem with time windows, Phd Thesis, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, (1999).
- [Lenstra e Kan (1981)] J. Lenstra; A. Rinnooy Kan; Complexity of vehicle routing and scheduling problems. Networks 11. 221-227. (1981).
- [Oliveira et.Al. (2004)] H.C.B. de Oliveira, M.M. de Souza, G.B. Alvarenga, R.M.A. Silva, “Uma adaptação do Algoritmo Genético no Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo”, Infocomp Journal of Computer Science, pp. 51-58, (2004).
- [Oliveira et.Al. (2005)] H.C.B. de Oliveira, G.B. Alvarenga, G.C. Vasconcelos, “Algoritmo Evolucionário no Tratamento do Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo”, Submetido para o I Encontro Norte Nordeste de Pesquisa Operacional, (2005).
- [Rouchat e Taillard (1995)] Y. Rouchat and E. D. Taillard; Probabilistic Diversification and Intensification in Local Search for Vehicle Routing, Journal of Heuristics 1, 147-167, (1995).
- [Rousseau et. Al. (1999)] L. M. Rousseau, M. Gendreau, G. Pesant; Using Constraint-based Operators with Variable Neighborhood Search to Solve the Vehicle Routing Problem with TimeWindows, Presented at the CP-AI-OR’99Workshop, February 25.-26., University of Ferrara, Italy, (1999).
- [Shaw (1998)] P. Shaw; Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems, In Principles and Practice of Constraint Programming - CP98, Lecture Notes

in Computer Science, 417-431, M. Maher and J.-F. Puget (eds), Springer-Verlag, New York, (1998).

[Solomon (1987)] M. M. Solomon; Algorithms for the Vehicle Routing Problem and Scheduling Problem with Time Window Constraints, (1987).

[Steiner et al. (2000)] M. T. A. Steiner; L. V. S. Zamboni, D. M. B. Costa; C. Carnieri; A. L. da Silva. O Problema de Roteamento no Transporte Escolar. Pesquisa Operacional. Volume 20 nº1 Rio de Janeiro. Junho (2000).

[Taillard (1993)] E. Taillard. Parallel iterative search methods for vehicle routing problems Networks, 23(8), p. 661-674. (1993).

[Tan et al. (2001)] K. C. Tan, L. H. Lee, Q. L. Zhu, K. Ou. Heuristic methods for vehicle routing problem with time windows, Artificial Intelligence in Engineering, 15, 281-295, (2001).