

0.1 Identificação de frequências

Vimos na seção sobre o PLL-Multitaxa que este é um método com grande eficácia no rastreamento de frequências, entretanto precisamos saber onde elas estão, e isto o método não nos diz. Seria possível por exemplo utilizá-lo como um filtro de partículas e largar PLLs aleatoriamente pelo espectro do sinal, entretanto temos algumas formas de obter boas ideias de onde estão as componentes mais relevantes do sinal. Uma delas é a DFT ou a STFT com janelamento para reduzir o espalhamento pelo espectro, desta forma podemos identificar regiões do espectro onde sabemos que temos energia relevante, sem saber no entanto a localização exata da componente, ou as componentes as quais pertence esta energia. Outro método visto na revisão foi o de Prony, do qual se fez uso no trabalho [3]. Neste trabalho utilizaram da otimização via RLS para resolver o problema da predição linear e calcularam as raízes do polinômio característico do modelo Auto-Regressivo do sinal, assim puderam obter as componentes relevantes com certa precisão.

Neste mesmo trabalho, posteriormente se faz uso do RLS novamente para estimar a amplitude e fase de cada uma das componentes, alimentando o RLS com sinais senoidais em quadratura de modo que o filtro estimado fosse a amplitude de senoides e cossenoides [obs: Vou colocar uma diagrama disso depois].

Nesta seção faremos a exposição de um método baseado no trabalho [3] com algumas modificações.

0.1.1 Solução em predição linear

O método planteado na seção de Análise de Prony visa encontrar os coeficientes w_m tais que:

$$u[k] = \sum_{m=1}^M w_m u[k - m] \quad (1)$$

Que ao final vimos que é o equivalente a encontrar a matriz de autocorrelação e o vetor de correlação cruzada do sinal $u[k]$ na forma:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{r}_{du} \quad (2)$$

Onde desta vez o sinal de referência $d[k]$ ganha um caráter especial uma vez que é $u[k + 1]$. Esta equação pode ser resolvida utilizando o método de Levinson–Durbin, para um determinado conjunto de dados. Mas também pode ser resolvida com os filtros adaptativos a cada iteração, fazendo um rastreamento online destes parâmetros.

0.1.2 Solução em RLS e NLMS

Como vimos anteriormente, o RLS faz uma estimação da matriz \mathbf{R}_{uu}^{-1} a cada iteração e geralmente é o método que nos vai dar menor MSE e em menos tempo, entretanto ele tem algumas deficiências:

- Se a matriz \mathbf{R}_{uu} é singular ou não é bem ajustada, podemos ter problemas numéricos significativos, como a ordem dos elementos da matriz ser muito desbalanceada ou grande demais. Isso é bastante notável em nosso problema de estudo, pois em geral não sabemos a ordem do sistema que estamos analisando, se este sistema tem uma ordem pequena e o estimamos com um filtro grande, a matriz \mathbf{R}_{uu} certamente será singular. Algo que podemos fazer para minimizar este problema é a adição de ruído.
- Em geral é mais lento para reagir a variações no sistema que o LMS e NLMS.
- Tem uma complexidade computacional consideravelmente maior.
- Sua convergência é de certa forma caótica, perturbando o cálculo das raízes.

Devemos também destacar que tanto o RLS quanto o NLMS se beneficiam de ordens de filtro próximas a quantidade de amostras por ciclo da fundamental. Isto se deve ao fato de que quanto menor são as variações dos sinais dentro do buffer \mathbf{U} mais singular é a matriz de autocorrelação.

Fazendo uma simulação com os harmônicos de 1 até 7, com a amplitude igual ao inverso de sua ordem e ruído gaussiano com $\sigma = 0.02$, comparamos os resultados da divisão do menor pelo maior autovalor da matriz de autocorrelação estimada do sinal com diferentes valores de amostragem e ordem da matriz:

	M=16	M=64
f0x16	1.3e-03	2.1e-04
f0x64	2.7e-04	8.6e-05

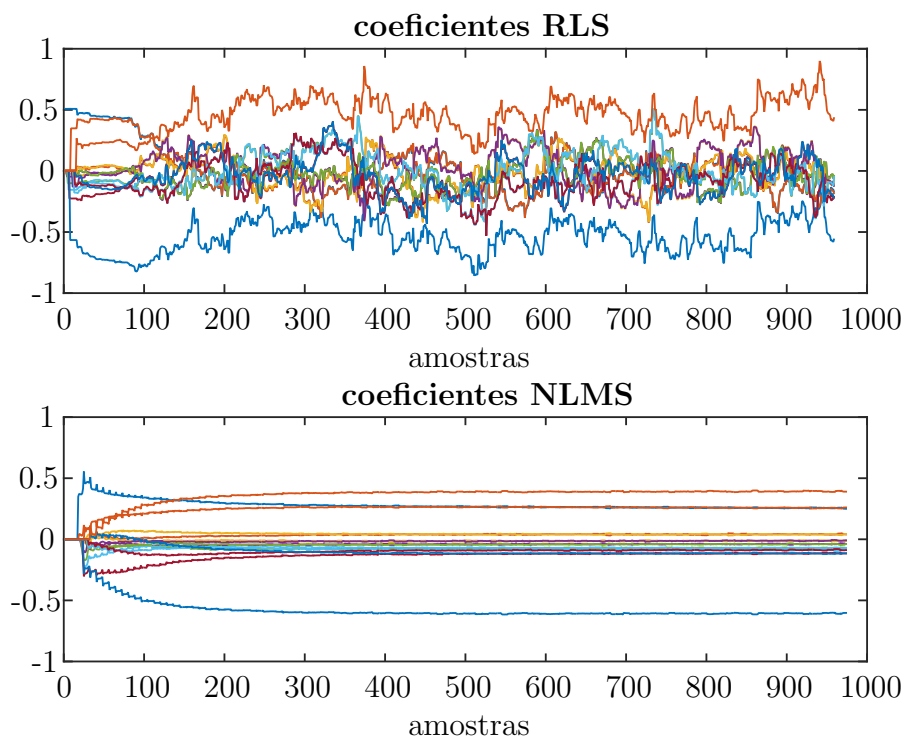


Figura 1: Convergência dos coeficientes RLS e NLMS na presença dos harmônicos 1, 3, 5 e 7; $M=16$

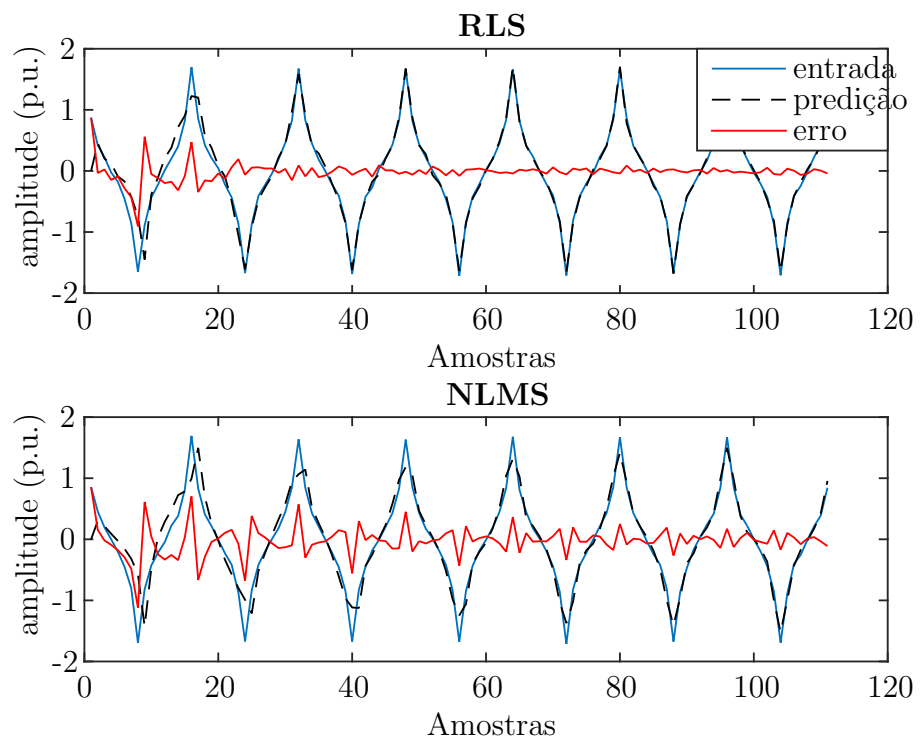


Figura 2: Convergência do RLS e NLMS na presença dos harmônicos 1, 3, 5 e 7; $M=16$