



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CIUDAD GUZMÁN

TESIS DE INGENIERÍA

Adaptación de algoritmo de imágenes hiperespectrales para la generación óptima de cubos.

Autor:

Oscar Guillermo Bacilio
Ramirez

Asesor Externo:

M.C. Jairo Salazar Vázquez

Asesor Interno:

M.C. Felipe Alfonso Ordoñez García

*Una tesis presentada en cumplimiento de los requisitos para obtener el grado de
Ingeniero en Sistemas Computacionales*

en la

Academia de Sistemas Computacionales
Departamento de Sistemas Computacionales

Número de Control: 12290722

Agosto 2017

Dedicada a todos aquellos que me motivaron a lo largo de mi vida para llegar a obtener mi título como ingeniero.

Oscar G. Bacilio R.

Resumen

Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán
Departamento de Sistemas Computacionales

Ingeniero en Sistemas Computacionales

Adaptación de algoritmo de imágenes hiperespectrales para la generación óptima de cubos.

por Oscar Guillermo Bacilio Ramirez

La tesis presenta la modificación realizada sobre el procedimiento CTIS (*Espectrómetro de imágenes por tomografía computarizada*) para la obtención de imágenes hiperespectrales de una cámara diseñada por el M.C. Jairo Salzar Vázquez. Se implementaron distintas soluciones y combinación de las mismas para obtener mejoras en imágenes captadas. Dentro de la teoría se explica el método principal para la captura de la imagen hiperespectral y la extracción de imágenes por rango espectral, además las series de fourier (en específico Daubechies), el método de Malvar (que dentro implementa el mosaico de Bayer) y el Blur y Sharpener de Matlab. El resultado se obtuvo aplicando varios de los mencionados métodos consiguiendo como solución una imagen por espectro con más claridad y eliminación de ruido.

Abstract

City Guzman Institute of Technology

Computer Systems Department

Engineering degree

Hyperspectral imagery improvement.

by Oscar Guillermo Bacilio Ramirez

The present thesis presents the modification made on the CTIS (*Computed tomography imaging spectrometer*) procedure for the obtaining of hyperspectral images of a camera designed by M.C Jairo Salzar Vazquez. Different solutions and combinations of the same were implemented to obtain improvements in captured images. Within the theory, there's the explanation of the main method for the capture of the hyperspectral image and the extraction of images by spectral range, in addition to the Fourier series (in Daubechies specific), the Malvar method (within which the Bayer mosaic is implemented) and The Blur and Sharpener of Matlab. The best result was applying several of the mentioned methods obtaining a solution one image per spectrum with more clarity and elimination of noise.

Dedicatoria

A Dios:

Por haber permitido que llegara a este punto y conservarme con salud y bienestar y por tener en sus planes el logro de mis objetivos académicos.

A mi Madre:

Por su apoyo incondicional y su fe en mi. Agradezco infinitamente el haberme forjado en lo que soy, en haberme cuidado y constante interés por mi bienestar mental y físico.

Al M.C Jairo Salazar Vázquez:

Por haber creído en mí, y ayudado de forma atenta con gran disponibilidad durante la realización de la presente tesis.

Al Dr. Andrés Méndez Vázquez:

Por haber accedido a que se realizará la presente tesis en colaboración del Tecnológico de Ciudad Guzmán (ITCG) y el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav) unidad Guadalajara.

Al M.C Felipe Alfonso Ordoñez García:

Por haber sido parte de los primeros pasos dados en la ciencia. Además permitirme conocer personal del Cinvestav con los que realice la presente tesis.

A la Dra. María Guadalupe Sánchez Cervantes:

Por ser quien me motivó a realizar un proyecto de investigación con el cual aumentó mi interés por el área científica.

A la alumna y gran amiga Andrea Pérez:

Por siempre estar exhortando a dar lo mejor de mi, y reflejar en sus palabras la fe que tenía en que llegaré lejos mientras de siempre lo mejor de mí mismo de forma constante.

Índice

Resumen	ii
Dedicatoria	iv
Índice	v
Índice de Figuras	vii
Índice de Tablas	viii
1 Introducción	1
1.1 Conceptos introductorios	1
1.2 Motivación	2
1.3 Descripción del problema	3
1.4 Hipótesis	3
1.5 Objetivos	3
1.5.1 Objetivo General	3
1.5.2 Objetivos específicos	3
1.6 Contribuciones originales	4
1.7 Organización del documento	4
2 Marco teórico	5
2.1 Imágenes espectrales	5
2.1.1 Espectro electromagnético	5
2.1.2 Firmas espectrales	6
2.1.3 Imagen espectral	7
2.1.4 Imagen Multiespectral	8
2.1.5 Imagen Hiperespectral	9
2.2 CTIS	10
2.2.1 Calibración espacial	11
2.2.2 Calibración espectral	12
2.2.3 Medición de slit espectral e interpolación cromática	12
2.2.4 Calibración hiperespectral	13
2.2.4.1 Teoría de reconstrucción CTIS	13
2.2.4.2 Calibración espacial hiperespectral	13
2.2.4.3 Medición de imágenes hiperespectrales	14
2.2.4.4 Interpolación cromática espacial y reconstrucción	14

2.3	Mosaico de Bayer[11]	15
2.4	Método de Malvar, He y Cutler	15
2.5	Gaussian blur[20]	16
2.6	Sharpender[21]	16
2.7	GPA	17
2.7.1	Transformada de Fourier	17
2.7.1.1	Series de Fourier [9]	17
2.7.2	Transformadas de Wavalet	18
2.7.2.1	Daubechies	19
3	Propuesta	21
3.1	Proceso	21
4	Resultados	23
4.1	Imágenes obtenidas	23
5	Conclusiones	29
6	Glosario	31

Listado de Figuras

2.1	Se muestran los vectores eléctricos (E) y magnéticos (M), perpendiculares entre ellos, de una onda electromagnética. La longitud de onda (λ) corresponde a la distancia entre dos crestas consecutivas. [4]	6
2.2	Diagrama del espectro electromagnético [6].	8
2.3	Firmas espetrales de suelo, vegetación y agua. [7].	8
2.4	Detección de sanidad en vegetales [4].	9
2.5	Detección espectral de anomalías en animales. [8].	9
2.6	Imagen hiperespectral, multiespectral y espectral.	10
2.7	Longitudes de onda [2].	10
2.8	Proyecciones paralelas de difracción [3].	11
2.9	Estructura CTIS. [3]	12
2.10	Patrón de Bayer.	15
2.11	Onda cuadrada representación de serie de Fourier con 11 y 101 términos como en la ecuación 2.18 [9].	18
2.12	Comparación entre transformada de Fourier y Wavelet [15].	19
2.13	Daubachies y función wavelet [16].	20
3.1	Esquema de resultados.	22
4.1	Imagen obtenida con cámara hiperespectral.	24
4.2	Slices originales.	25
4.3	Comparación de resultados en imagen 870-845.	26
4.4	Imagen obtenida con cámara hiperespectral.	27
4.5	Proceso para MSBD en extracción 870-845.	28
5.1	Proceso para MSBD en extracción 870-845.	30

Lista de Tablas

2.1	Espectro visible[5].	6
2.2	Descripción de las regiones del espectro electromagnético ($1\mu m = 10^{-6}$ m y $1\text{ nm} = 10^{-9}\text{m}$)[4].	7

Capítulo 1

Introducción

Conceptos introductorios

Desde la antigüedad el ser humano ha intentado clasificar todo en su alrededor con la ayuda de los cinco sentidos que posee. Uno de los principales sentidos con el que una persona clasifica es la vista, tomándola como referencia de mayor confianza.

Con el avance de la tecnología dentro del área científica y específicamente en el área de la visión se han realizado bastantes descubrimientos que demuestran lo limitado que es la visión humana, y a pesar de ello el sentido de la vista sigue siendo el principal referente para la apreciación de lo que rodea al ser humano. Como se describe después en el Capítulo 2 la visión humana percibe en un rango visible dentro del espectro electromagnético(vea Figura 2.2), limitando la visión humana. Cuando se capta mediante la vista un objeto, en sí lo que se ve es la reflectancia energética rebotada en dicho objeto con longitud de onda electromagnética dentro del espectro visible. Un claro ejemplo es cuando el sol transmite energía que llega a la superficie la cual toma 3 acciones; reflejar, absorber o transmitir(vea Capítulo 2.1.2) donde la energía que es reflejada es la que se puede identificar mediante sensores de ondas electromagnéticas (como el ojo humano que ve en el rango visible del espectro electromagnético).

El presente trabajo está basado en las imágenes hiperespectrales tomadas mediante la utilización de un Espéctrometro de Imágenes de Tomografía Computalizada(en inglés *Computed Tomography Imaging Spectrometer CTIS*), aplicado a un proyecto en proceso que consiste en la creación de un dispositivo CTIS a bajo costo [1]. Los dispositivos CTIS dan una imagen con alto-rango-dinámico (en inglés *high-dynamic-range HDR*) en 2D con referencias espetrales superposicionadas que mediante reconstrucción e interpolación cromática (Capítulo 2.2.4.4) se podrá generar el cubo espectral de imágenes. El cubo de

imágenes espectrales en conjunto forma una imagen hiperespectral. En otras palabras se tendrá una imagen de referencia y N imágenes a diferente espectro, siendo N el número de distintos longitudes de onda captadas.

Las imágenes hiperespectrales tomadas mediante un dispositivo CTIS tienden a ser generadas con bastante ruido, ya que la reconstrucción es un proceso difícil. Tomando en cuenta las referencias de imágenes contenidas en una sola toma con propiedades superposicionadas la extracción de imagen por espectro se vuelve una tarea delicada. [17][18][22]

Los filtros tienen una gran importancia en el proyecto ya que poseen la finalidad de eliminar ruido a las imágenes resultantes. Los filtros en 2D tradicionales toman en cuenta pixel por pixel, y determinan una corrección a cada pixel con base en la cercanía en escala de canales de color con los pixeles vecinos. Tomando en cuenta que se trata de un cubo de datos, se deberá presentar de forma distinta a los tradicionales filtros para mejorar la calidad de la imagen hiperespectral.

Motivación

Analizar imágenes tomadas en diferentes espectros ha ayudado a la ciencia desde la identificación de componentes químicos a las anomalías de éstos. De forma que puedan determinar qué objeto se captó y en qué estado se encuentra. Gracias a estos acercamientos importantes puede aplicarse en diversas áreas, tales como en control de calidad, geología, minería, agricultura, industria, etc[13]. El Maestro en Ciencias Jairo Salazar ha estado trabajando en la elaboración de una cámara hiperespectral de bajo costo[1] permitiendo de tal forma el alcance de esta tecnología a científicos que no tengan el recurso para comprar una cámara hiperespectral, ya que en el mercado el precio de una cámara hiperespectral básica es bastante elevado comenzando desde los 25 mil USD.

Lograr tener resultados positivos en este proyecto es un gran reto. Ya que el objetivo principal es brindar una mejora a la calidad en los resultados obtenidos por la nueva cámara. Se pretende que los avances de la presente tesis sean base de una primera mejora al procedimiento de abstracción de las imágenes hiperespectrales y como trabajo a futuro se pueda continuar sobre el mismo. Se pretende que con los avances de la presente tesis se fundamente una base inicial al mejoramiento de la calidad de las imágenes hiperespectrales. Cualquier mejora significará un gran avance, ya que sería la primera aportación de este tipo para dicho proyecto. Los precios de las cámaras hiperespectrales en el mercado están muy elevados por lo que es importante que el proyecto de la nueva

cámara a bajo costo llegue a su cumplimiento logrando accesibilidad en el uso de este tipo de tecnologías.

Descripción del problema

Los resultados obtenidos actualmente por la nueva cámara hiperespectral [1] con la estructura CTIS contienen ruido bastante considerable, por lo que se pretende con el presente proyecto mejorar dichos resultados.

Hipótesis

Aplicando el algoritmo de Malvar-He-Cutler a la imagen Hyperespectral HDR 2D superposiciónada para después reconstruir las imágenes por espectro y a cada una de ellas aplicarle el filtro gaussian blur y shapender, mejorará la calidad visual de las imágenes espetrales.

Objetivos

Objetivo General

Mejorar la calidad del cubo hiperespectral construido con un algoritmo basado en la interpolación cromática espacial, obteniendo mejoras espacial y espectralmente, y eliminación de ruido.

Objetivos específicos

1. Analizar los algoritmos de interpolación cromática y reconstrucción CTIS.
2. Agregar o modificar el algoritmo con fin de obtener resultados deseados en lo espacial, espectral y en suavidez.
3. Comprobar visualmente la eliminación del ruido.
4. Reemplazar el algoritmo utilizado para la generación del cubo por el nuevo algoritmo en caso de haber obtenido mejoras en los resultados.

Contribuciones originales

Después de obtener imagen 2D de la nueva cámara[1] basada en CTIS[3]:

- Aplicar un patrón de Bayer RGGB a imagen 2D.
- Filtrar imagen con algoritmo de Malvar-He-Cutler.

Después de la interpolación cromática y reconstrucción:

- Suavizar imagen con algoritmo PGA basada en transformadas Daubichies.

Organización del documento

En el capítulo 1 se presenta la introducción del proyecto, donde se lleva al lector a un estado de comprensión del enfoque del trabajo. En el capítulo 2 se da al lector el fundamento teórico necesario para que el proyecto sea realizado. En el capítulo 3 se plantean las posibles soluciones que se concluirán para posterior determinar cuál resultado es mejor. En el capítulo 4 se pueden ver los resultados que se obtuvieron, mismos que serán comparados entre ellos mismos para llegar a la conclusión. En el capítulo 5 se da a conocer la conclusión del proyecto con base en los resultados obtenidos y el objetivo planteado en el capítulo 1.

Capítulo 2

Marco teórico

En este capítulo se da un repaso teórico de los temas relevantes dentro del proyecto.

Imágenes espectrales

Las imágenes espectrales son aquellas que reproducen la figura de un objeto en función de la longitud de onda dentro del espectro electromagnético(vea Figura 2.2) que esté reflejando (o emitiendo) el objeto en cuestión. Las cámaras ordinarias *RGB* captan aquellas ondas dentro de los canales rojo, verde y azul del espectro visible (vea tabla 2.1).

Espectro electromagnético

El espectro electromagnético es la distribución energética del conjunto de las ondas electromagnéticas, combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes, transportándose a través del espacio de un lugar a otro. Se le da el nombre de electromagnético ya que se refiere al conjunto de vibraciones magnéticas y eléctricas, tal como se puede observar en la Figura 2.1.

Cuando se logra ver algo, no es directamente el objeto que se ve, sino la radiación electromagnética dentro del rango visual que emite dicho objeto y parte de la energía es absorbida por el objeto, ya que actúan con base en los componentes químicos que lo forman. El espectro electromagnético se divide en rangos(vea tabla 2.2).

También se le dice espectro electromagnético a la radiación electromagnética que absorbe o emite una sustancia. Dicha radiación sirve para identificar la sustancia de manera análoga a una huella dactilar lo cual será explicado en el siguiente subtema 2.1.2. Los

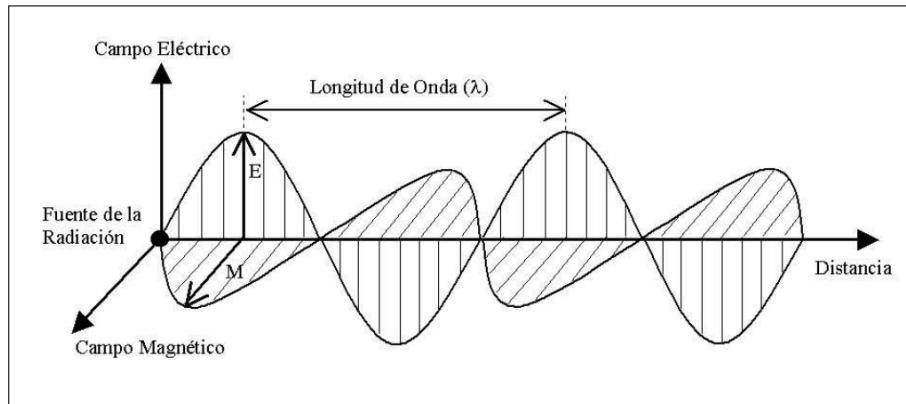


FIGURA 2.1: Se muestran los vectores eléctricos (E) y magnéticos (M), perpendiculares entre ellos, de una onda electromagnética. La longitud de onda (λ) corresponde a la distancia entre dos crestas consecutivas. [4]

Color	Intervalo de longitud de onda (λ)	Intervalo de frecuencia (ν)
Rojo	~ 700 - 635 nm	~ 430 - 480 THz
Naranja	~ 635 - 590 nm	~ 480 - 510 THz
Amarillo	~ 590 - 560 nm	~ 510 - 540 THz
Verde	~ 560 - 520 nm	~ 540 - 580 THz
Cian	~ 520 - 490 nm	~ 580 - 610 THz
Azul	~ 490 - 450 nm	~ 610 - 670 THz
Violeta	~ 450 - 400 nm	~ 670 - 750 THz

TABLA 2.1: Espectro visible[5].

espectros se pueden observar mediante espectroscopios que, además de permitir ver el espectro, permiten realizar medidas sobre el mismo, como son la longitud de onda, la frecuencia y la intensidad de la radiación.

Una cámara digital *RGB* tradicional capta el espectro visible que responde a longitudes de onda 390 nm a 750 nm (vea la tabla 2.1). El objetivo de las cámaras tradicionales es dar como resultado una imagen en el rango de visibilidad humana. Lo interesante es cuando se toma en cuenta otros valores fuera del rango visible. (véase la Figura 2.2)

Firmas espectrales

La firmapectral es la variación de reflectancia de la radiación proveniente de la energía solar cuando tiene contacto con la superficie terrestre reflejada, absorbida y transmitida. La energía es reflejada cuando es rebotada, es absorbida cuando conserva energía provocando calor en el material y es transmitida cuando pasa a través del material. Como se comentó en el capítulo anterior, el espectro electromagnético es dado por la radiación emitida y absorbida por el objeto. Gracias a que cada elemento capturado emite radiación electromagnética recibida del sol de forma diferenciada, es posible mediante un

Región o Banda Espectral	Longitud de onda λ	Características
Rayos Gamma	<0.03 nm	<i>Radiación completamente absorbida por las capas superiores de la atmósfera. No se utilizan en teledetección.</i>
Rayos X	0.03 - 30 nm	<i>La radiación con $\lambda < 0.3 \mu m$ es completamente absorbida por la capa de ozono de la atmósfera.</i>
Ultravioleta (UV)	0.03 - 0.4 μm	<i>Se puede detectar a través de fotodetectores y películas fotosensibles normales (color B/N).</i>
Visible (azul,verde y rojo)	0.4 - 0.5 μm (azul) 0.5 - 0.6 μm (verde) 0.6 - 0.7 μm (rojo)	<i>Radiación solar reflejada que no contiene información acerca de las propiedades térmicas de los materiales. El rango 0.7 a 0.9 μm se puede detectar usando películas fotosensibles (infrarrojo fotográfico).</i>
Infrarrojo reflejado	0.7 - 1.3 μm (IR cercano) 1.3 - 3.0 μm (IR medio)	<i>Corresponden a dos ventanas atmosféricas en la región térmica.</i>
Infrarrojo térmico	3.0 - 5.0 μm 8.0 - 14.0 μm	<i>Radiación de grandes longitudes de onda, capaces de penetrar nubes, nieblas y lluvia.</i>
Radar (región de las microondas)	0.1 - 100 cm	<i>Radiación con las mayores longitudes de onda del espectro. Se utilizan en telecomunicaciones.</i>
Ondas de Radio y TV	>100 cm	

TABLA 2.2: Descripción de las regiones del espectro electromagnético ($1\mu m = 10^{-6} m$ y $1 nm = 10^{-9}m$)[4].

análisis de los datos determinar qué elementos químicos lo forman y determinar qué es lo que se capta, tal como se puede ver en la Figura 2.3. [12]

Otra de las aplicaciones muy comunes es detectar la sanidad de las plantas tomando en cuenta las variables ya mencionadas como se puede observar en un ejemplo en la Figura 2.4. También se han utilizado estas técnicas en detección de sanidad en animales [8] como se ve en la Figura 2.5. [19]

Imagenpectral

Tomando en cuenta que una imagen es la reproducción de una figura por la combinación de los rayos de luz y que el espectro es la radiación electromagnética que es absorbida o emitida, se puede concluir que una imagenpectral es la reproducción de una figura de un objeto por la combinación de radiación emitida en cierta longitud de onda electromagnética (véase la Figura 2.6).

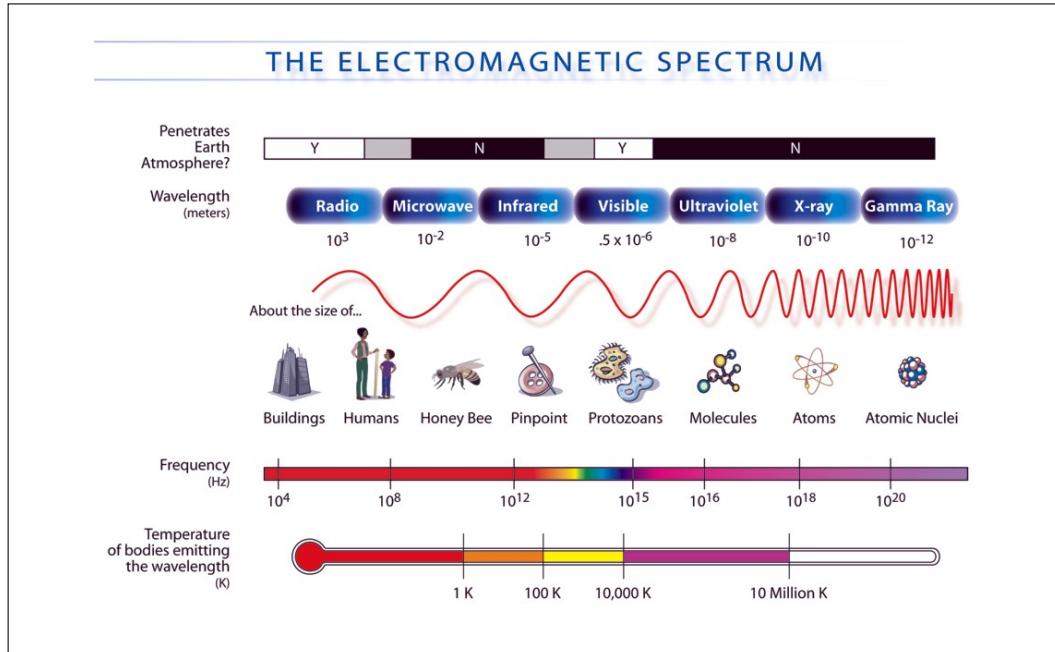


FIGURA 2.2: Diagrama del espectro electromagnético [6].

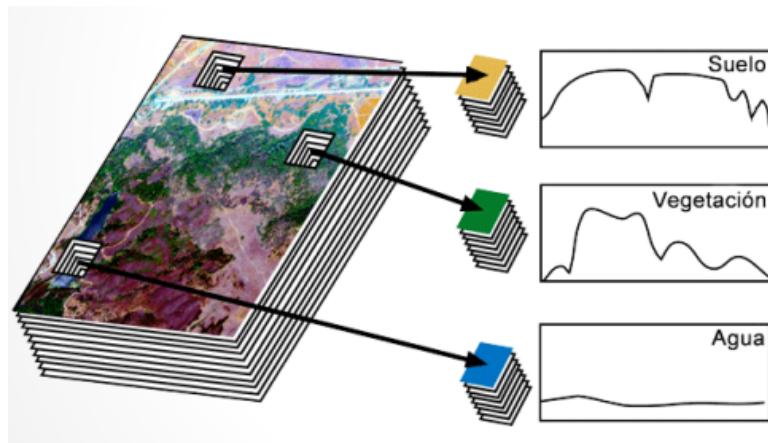


FIGURA 2.3: Firmas espectrales de suelo, vegetación y agua. [7].

Imagen Multiespectral

Las imágenes Multiespectrales son un conjunto de entre 3 a 20 imágenes de las mismas dimensiones (véase Figura 2.6), reproduciendo una figura con base en diferentes rangos de longitud de onda electromagnética (véase la Figura 2.7). Donde no necesariamente tienen que ser contiguas en los rangos tomados. Esto produce un arreglo de imágenes correspondientes a un mismo objeto o toma pero en diferentes longitudes de onda.

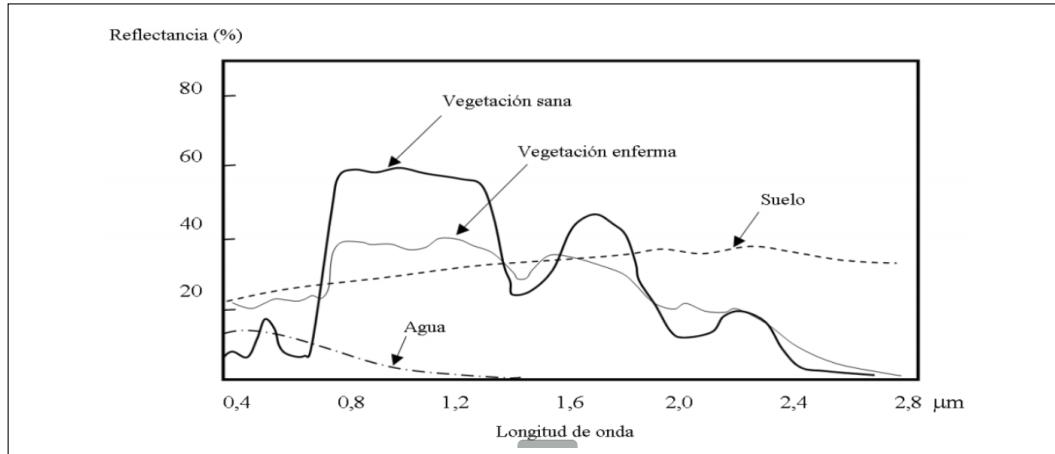


FIGURA 2.4: Detección de sanidad en vegetales [4].

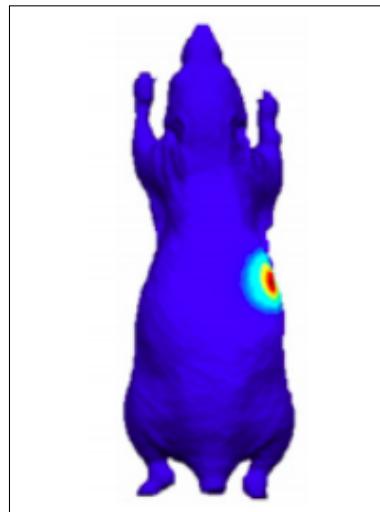


FIGURA 2.5: Detección espectral de anomalías en animales. [8].

Imagen Hiperespectral

El concepto de hiperespectral deriva de la toma de una gran cantidad de espectros de una superficie. Donde cada toma es obtenida para formar un cubo de la imagen.(véase la Figura 2.6)

Tomando en cuenta la información recolectada a lo largo del espectro electromagnético se forma un cubo de datos con el que se puede trabajar ya según la aplicación que se le quiera dar. Usando los principios de CTIS, la forma en que se captura una imagen hiperespectral es obteniendo el contenido spectral de cada pixel en una imagen 2D superpuesta. Esta tecnología divide los datos de la imagen pixel por pixel en bandas estrechas de longitud de onda, dando como resultado un cubo 3D de datos como se muestra en la Figura 2.8.

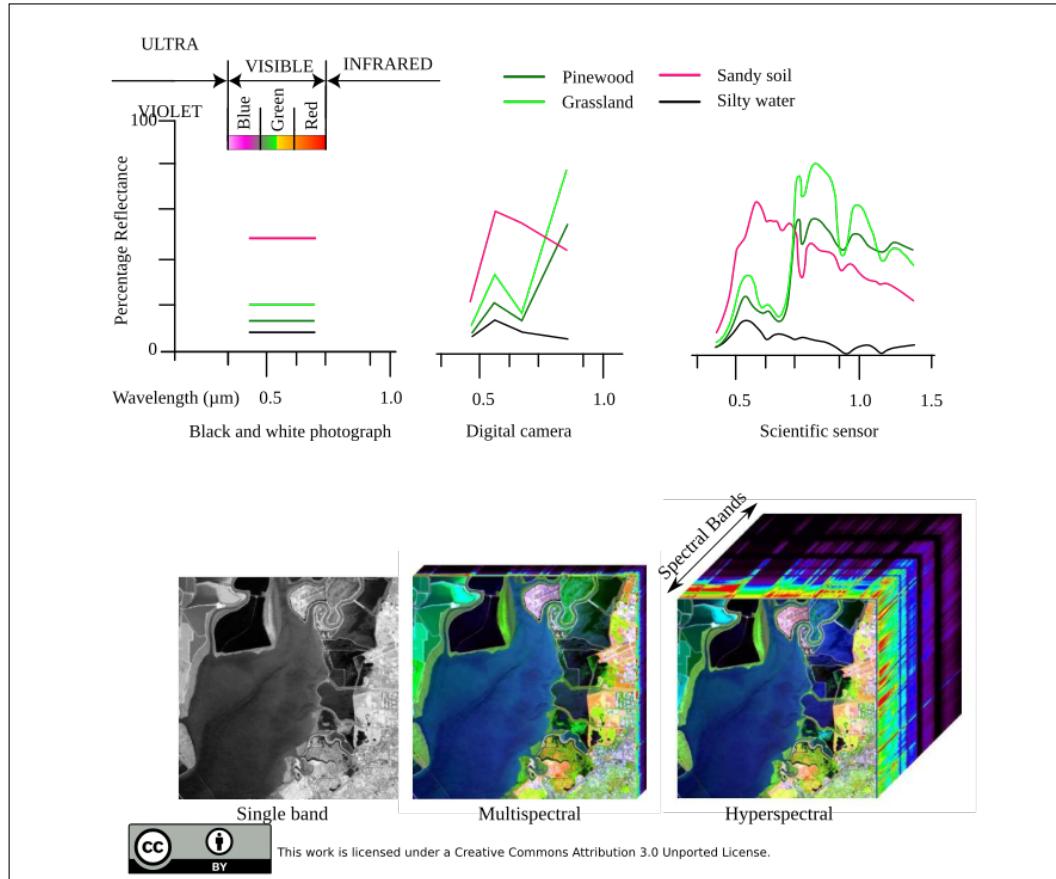


FIGURA 2.6: Imagen hiperespectral, multiespectral y espectral.

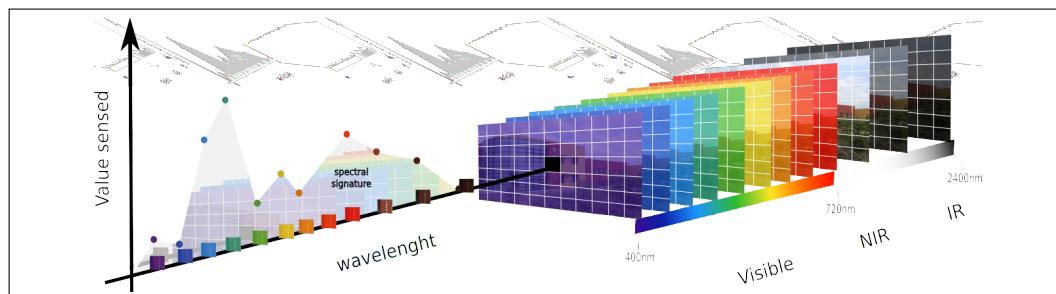


FIGURA 2.7: Longitudes de onda [2].

CTIS

El espectrómetro de imágenes por tomografía computarizada es utilizado para la captura de las imágenes hiperespectrales sin necesidad de escaneo puesto que es obtenido en un *snapshot* que consiste en un único tiempo de integración gracias a un conjunto de detectores. Funciona como si se tratara de dos cámaras en sí, donde una toma la imagen base en un cuadro de visión y la segunda capta la energía a distintas longitudes de onda electromagnética reflectada en el marco tomado. Dando como resultado una imagen de

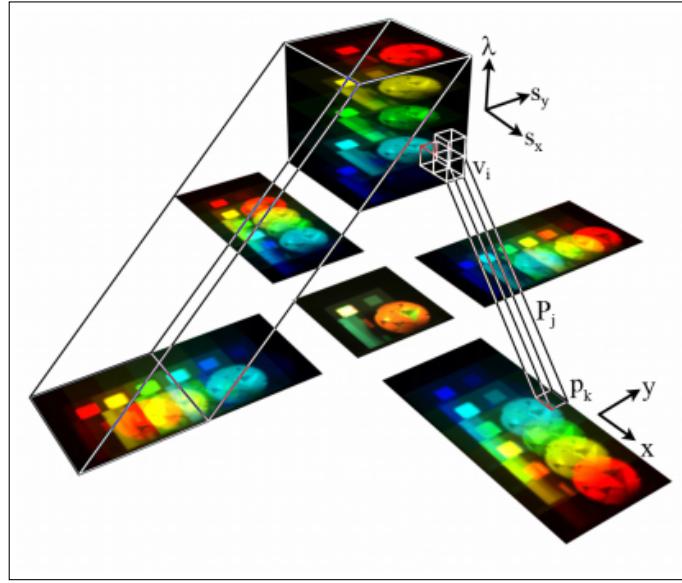


FIGURA 2.8: Proyecciones paralelas de difracción [3].

referencia(zero mode) y los espectros captados a diferentes longitudes de onda basadas en dicha imagen.

Da como resultado una imagen 2D que es una superposición de los espectros, siendo el cubo hiperespectral proyectado de forma paralela en distintos ángulos (vea la Figura 2.8). El cubo formado es compuesto por voxels (V_i), que son una unidad cúbica componente de la imagen hiperespectral definidos por la resolución de la imagen superposicionada.

La estructura del dispositivo CTIS son las presentadas en la Figura 2.9, donde la lente de imagen (*imaging lens*) refleja la imagen a través de la apertura ya sea una imagen o conjunto de imágenes (*slit/square aperture*). La luz divergente es hecha paralela al pasar por la *lente de colimación (collimation lens)*, para después pasar por la rejilla de difracción (*diffraction grating*). La luz difractada y no difractada se vuelven a hacer imágenes mediante el lente de reimagen (*re-imaging lens*). Finalmente el resultante es captado por el sensor.

Calibración espacial

La calibración espacial corrige distorsiones que tenga la imagen obtenida por el dispositivo CTIS. Lo que hace es buscar desalineamientos cuando pasa la luz entre la apertura y la rejilla de difracción.

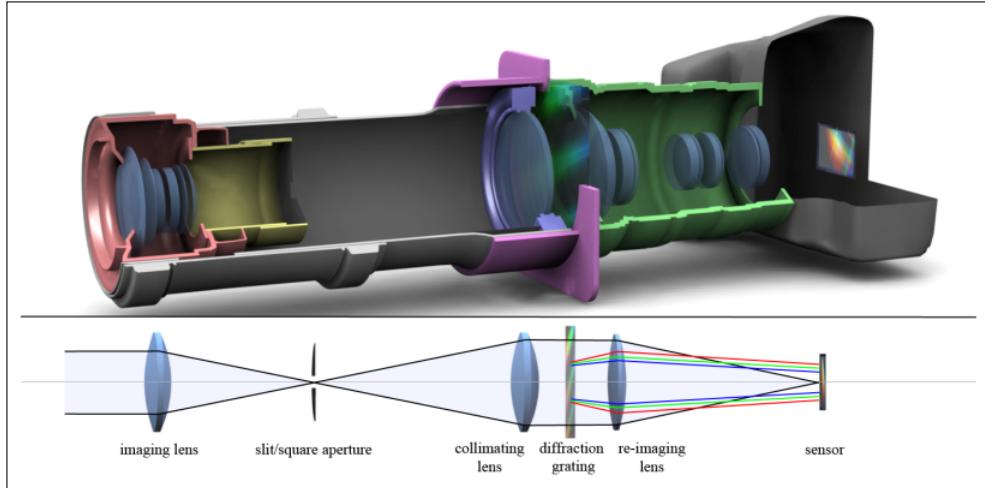


FIGURA 2.9: Estructura CTIS. [3]

Calibración espectral

El objetivo de la calibración espectral es ajustar la sensibilidad espectral de cada canal de color que se determinan identificando un espectro cuando es continuo y conocido con alta precisión.

Medición de slit espectral e interpolación cromática

Para la reconstrucción del verdadero espectro de la medición aplicando la calibración espectral $f(x, y)$ debemos tomar en cuenta las diferentes sensibilidades de los diferentes canales de color en el *filtro Bayer* (*Bayer filter* [11]). Cualquier canal puede ser utilizado para reconstruir un espectro considerando que se tiene una respuesta por cada canal de color. Puesto que la respuesta espectral de cada canal cubre sólo parte del espectro visible y las posiciones de los píxeles de Bayer están entrelazadas, se combinan las mediciones de píxeles de Bayer adyacentes con valores interpolados. Para suprimir ruido los canales con peso (*weight*) $W_{r,g,b}(\lambda)$ donde r, g, b corresponden a los colores rojo(*red*), verde(*green*) y azul(*blue*) basados en la amplitud de su respuesta espectral:

$$W_{r,g,b}(\lambda) = \frac{S_{r,g,b}(\lambda)}{\sum_{c=r,g,b} S_c(\lambda)}. \quad (2.1)$$

después el espectro $M(\lambda)$ de una medida de respuesta $m_{r,g,b}(\lambda)$ es reconstruida con:

$$M(\lambda) = \sum_{c=r,g,b} \frac{m_c(\lambda)}{S_c(\lambda)} w_c(\lambda) = \frac{\sum_{c=r,g,b} m_c(\lambda)}{\sum_{c=r,g,b} S_c(\lambda)} w_c(\lambda). \quad (2.2)$$

con valores interpolados donde fueron necesarios.

Calibración hiperespectral

La calibración hiperespectral consiste en usar la apertura cuadrada, puesto que tomando la apertura *slit* solo se podrá tener una imagen a una cierta longitud de onda. En cambio utilizando la apertura cuadrada se podrá tomar un conjunto de imágenes a lo largo del espectro electromagnético, logrando así el cubo de datos.

Teoría de reconstrucción CTIS

[24] [25] Para la reconstrucción se toma en cuenta una matriz H generada por la proyección paralela (vea capítulo 2.2) que trabaja con el vector \vec{f} que contiene voxels del cubo de datos como se mostró en la Figura 2.8. H es una matriz $M \times N$ donde M es el número de píxeles en la imagen y N el número de voxels en el cubo de datos. Multiplicando la matriz por el vector \vec{f} se obtiene un nuevo vector \vec{g} :

$$\vec{g} = H\vec{f}. \quad (2.3)$$

Cada columna contiene cinco entradas en las posiciones difractadas que son la superior, inferior, a la izquierda, a la derecha y en el centro (zero mode). Como resultado de lo mencionado la matriz H es muy grande por lo que se invierte la ecuación 2.3. Con la matriz H se genera una primera suposición a través de $\vec{f}^0 = H^T \vec{g}$ y se realiza la etapa iterativa de maximización de expectativas:

$$\hat{f}_n^{k+1} = \frac{\hat{f}_n^k}{\sum_{m=1}^M H_{mn}} \sum_{m=1}^M H_{nm}^T \frac{g_m}{(H\hat{f}^k)_m}. \quad (2.4)$$

Calibración espacial hiperespectral

Para calibrar la imagen hiperespectral se deberán tener identificadas las proyecciones correspondientes a cada espectro en las cinco entradas. Con base en la Figura 2.8 se identifica la correspondencia de las proyecciones con base en las coordenadas (x, y) de la imagen plana. Si se deja a P_j como proyecciones del cubo de datos $P_j(s_x, s_y, \lambda) = (x, y)$ construido por los voxels $v_i = (s_{x_i}, s_{y_i}, \lambda_i)$ que da cinco píxeles $p_k = (x_k, y_k)$ con índices $k \in 1 \dots M$. Entonces H puede ser construido mediante las cinco entradas p_{k_1}, \dots, p_{k_5} en la i-ésima columna de H a uno.

Para que esto suceda se necesita determinar la posición de las cinco proyecciones para identificar alguna inclinación que tenga la imagen y poderlo revertir. Se toma una captura siendo P_0 el modo zero y $P_{1..4}(s_x, s_y, \lambda) = (x, y)$ (vea Figura 2.8), se alinean las $P_{1..4}$ en forma de cruz tomando como referencia central a P_0 mediante una interpolación lineal.

Medición de imágenes hiperespectrales

Al tener una imagen hiperespectral CTIS se necesita hacer una medición de las señales a distintas longitudes de onda para de esta forma identificar las características superposicionadas de las diversas longitudes de ondas del espectro electromagnético.

Teniendo la matriz H definida se puede proseguir para la solución de una imagen CTIS. Considerando que la utilización de la ecuación 2.4 da una gran cantidad de ceros se tienen datos y procedimientos innecesarios. Para solucionar esto se propone separar por canal el arreglo de *imagen Bayer* tratando a los dos canales de verde (*green G*) del *arreglo Bayer RGGB*. Se realiza lo mismo con la matriz H para extraer H matrices para cada uno de los cuatro canales *RGGB* solo para las longitudes de onda donde la correspondencia no sea cero.

Interpolación cromática espacial y reconstrucción

La *interpolación cromática (demosaicing)* es el proceso que se realiza a un conjunto de muestras cromáticas tomadas de un sensor de imagen para producir una imagen a color. Una vez realizada la interpolación cromática se podrá hacer la reconstrucción en la imagen CTIS. Para lograr la reconstrucción se realiza una interpolación cromática, similar a la *interpolación cromática* con imágenes RGB. Posterior a ello se hace una interpolación bilineal para obtener los píxeles Bayer. Una interpolación cromática espectral es diferente a las convencionales, por su información en superposición contenida. Con el cubo de datos interpolados cromáticamente se recuperan los píxeles espectrales utilizando la ecuación 2.1. Mediante la configuración *slit* se recolectan los valores por espectro, provocando de esta forma una integral para calcular la información en $S_{r,g,b}^l(\lambda_i)$ en resoluciones bajas:

$$S_{r,g,b}^l(\lambda_i) = \int_{\lambda_i - \frac{r}{2}}^{\lambda_i + \frac{r}{2}} S_{r,g,b}(\lambda) d\lambda. \quad (2.5)$$

Mosaico de Bayer[11]

El mosaico de Bayer es la interpolación en la imagen de dos muestras verdes, una roja y otra azul. Se tomó en cuenta el *patrón Bayer RGGB* dejando en porcentaje 50% de filtros verdes, un 25% de rojos y un 25% de azules en la imagen. La razón por la que se utilizan más muestras verdes es porque el ojo humano es más sensible a ese color.

Siendo el verde que aparece en todas las filas, los colores azul y rojo aparecen por fila uno y después el otro, denominando la fila roja cuando tiene rojo y verde, y fila azul cuando tiene azul y verde. Los verdes pueden aparecer en la posición par o la impar, alterado por el color de fila que se encuentre. La fila con rojo tendría el patrón rojo, verde,rojo,verde,..., y el la fila con azul el patrón verde, azul, verde, azul,...

El patrón está desplegado en la Figura 2.10.

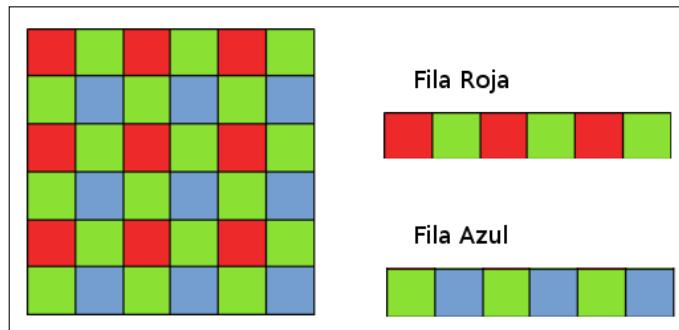


FIGURA 2.10: Patrón de Bayer.

Método de Malvar, He y Cutler

El método propuesto por Malvar, He y Culter deriva de una modificación de la interpolación bilineal e intenta atacar los problemas de la interpolación cromática. El algoritmo propuesto consta de un simple método lineal usando filtros 5x5. Para la interpolación cromática se utilizará la imagen pasada por una matriz de filtros de color (en inglés *Color Filter Array CFA*) Bayer pattern[11].

En localización del azul o rojo pixel, la interpolación bilineal del componente verde es el promedio de sus cuatro vecinos axiales,

$$\hat{G}^{bl}(i, j) = \frac{1}{4}(G(i - 1, j) + G(i + 1, j) + G(i, j - 1) + G(i, j + 1)). \quad (2.6)$$

La interpolación bilineal de los componentes azul y rojo son similares, la diferencia es que toman a sus cuatro vecinos diagonales.

La localización del componente verde en el pixel rojo está estimado como

$$\hat{G}(i, j) = \hat{G}^{bl}(i, j) + \alpha \Delta_R(i, j), \quad (2.7)$$

donde Δ_R es el *Laplaciano* discreto de cinco puntos del canal rojo,

$$\Delta_R(i, j) := R(i, j) - \frac{1}{4}(R(i-2, j) + R(i+2, j) + R(i, j-2) + R(i, j+2)). \quad (2.8)$$

Para estimar el componente rojo en la localización del pixel verde,

$$\hat{R}(i, j) = \hat{R}^{bl}(i, j) + \beta \Delta_G(i, j), \quad (2.9)$$

donde Δ_G es el Laplaciano discreto de nueve puntos del canal verde. Para estimar un componente rojo en una localización de un pixel azul,

$$\hat{B}(i, j) = \hat{B}^{bl}(i, j) + \gamma \Delta_B(i, j), \quad (2.10)$$

donde Δ_B es el discreto Laplaciano de cinco puntos del canal azul.

Los parámetros de α , β y γ controlan el peso de los términos de conexión Laplacianos,

$$\alpha = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{5}{8}, \quad \gamma = \frac{3}{4}. \quad (2.11)$$

Gaussian blur[20]

El desenfoque Gaussiano (Gaussian blur) es un método que utiliza algoritmos matemáticos. Se basa en la función Gaussiana,

$$f(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}} \quad (2.12)$$

que aplicado a las imágenes mezcla poco los colores de los vecinos de los píxeles entre sí. Lo cual ocasiona que se pierdan detalles y se vea incluso borroso. Para la aplicación de esta función en las imágenes utilizadas en el proyecto se utilizó matlab.

Sharpender[21]

La nitidez(sharpender) es el proceso inverso a desenfoque, puesto que intenta dar forma a bordes y a detalles de la imagen. Pretende dar más calidad en la imagen resaltando

pequeños contrastes en los píxeles con respecto a sus vecinos. Para la aplicación de esta función en las imágenes utilizadas en el proyecto se utilizó matlab.

GPA

El algoritmo Análisis General Anterior(en inglés *General Analysis Prior* GAP) para la reducción de ruido impulsivo para imágenes hiperespectrales está basado en la minimización de la variación total.[10]

Transformada de Fourier

Las transformadas de Fourier han jugado un papel importante al referirse a algoritmos de reconstrucción y filtrado de imágenes. A continuación se dará un repaso a las series de Fourier que después serán referenciadas en uno de los algoritmos de filtrado de imágenes utilizado en el presente proyecto.

Series de Fourier [9]

Una función periódica $g(x)$ con un periodo T tal que

$$g(x) = g(x + T), -\infty < x < \infty \quad (2.13)$$

podrá ser representada como una serie de Fourier:

$$g(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n e^{\frac{i2\pi nx}{T}}. \quad (2.14)$$

La función $g(x)$ deberá ser integrable en un periodo y ser continua. La función $g(x)$ deberá tener extremos en un periodo. El coeficiente G_n puede ser determinado por la siguiente relación ortogonal:

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dx e^{\frac{i2\pi(m-n)x}{T}} = \left[\frac{e^{\frac{i2\pi(m-n)x}{T}}}{\frac{i2\pi(m-n)}{T}} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} = T \frac{\sin \pi(m-n))}{\pi(m-n))} = T \delta_{m,n} \quad (2.15)$$

Los coeficientes G_n pueden ser obtenidos como:

$$G_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dx g(x) e^{\frac{-i2\pi nx}{T}}. \quad (2.16)$$

Si $g(x)$ tiene una discontinuidad en $x = x_0$, la expansión de la serie converge a:

$$g(x_0) = \frac{g(x_{0-}) + g(x_{0+})}{2}. \quad (2.17)$$

Todos los términos impares son utilizados, por lo que la expansión de la serie de Fourier queda así:

$$g(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{T}\right) + \frac{2}{3\pi} \sin\left(\frac{6\pi x}{T}\right) + \dots \quad (2.18)$$

Las tramas producidas por la serie converge a una onda cuadrada. En la Figura 2.11 se puede ver como al agregar más términos de la serie se produce la convergencia.

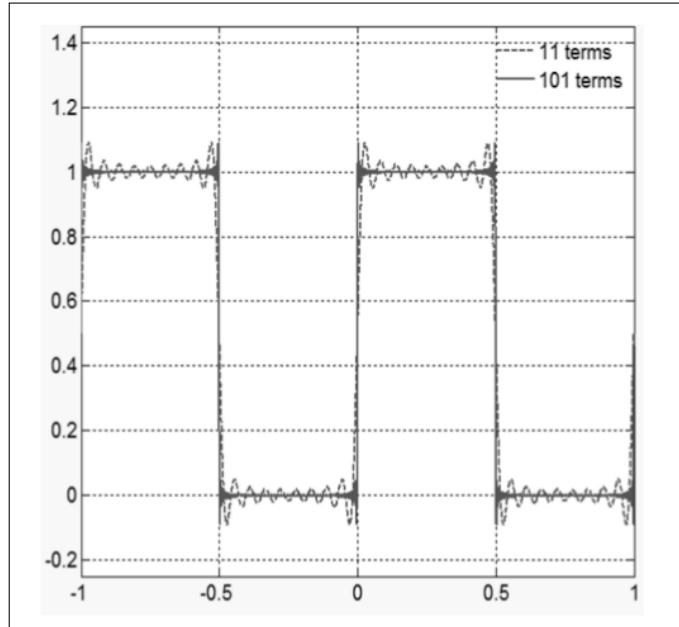


FIGURA 2.11: Onda cuadrada representación de serie de Fourier con 11 y 101 términos como en la ecuación 2.18 [9].

Transformadas de Wavelet

[26][27] Las wavelets son prácticamente mini ondas a diferencia de las infinitas como seno y coseno. La finalidad de que sean cortas es que puedan desvanecer rápidamente, limitadas en tiempo y frecuencia. A diferencia de la transformada de Fourier siendo infinita, la transformada de Wavelet es desarmada usando el mismo wavelet a diferentes escalas en vez de usar la misma frecuencia de seno vea Figura 2.12.

Llame φ una base ortogonal del subespacio por escalación y transición se presenta la ecuación

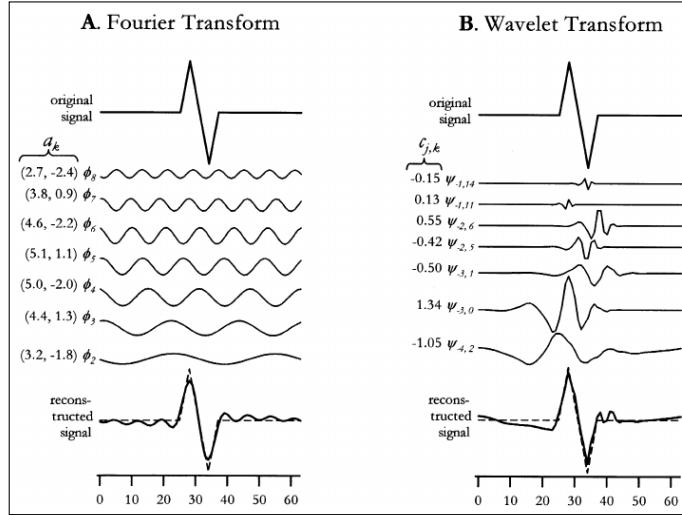


FIGURA 2.12: Comparación entre transformada de Fourier y Wavelet [15].

$$\varphi_{i,j}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k \in \mathbf{Z}} h_k \varphi_{j+1,k}(t), \quad (2.19)$$

siendo las funciones wavelets $\psi_{i,k}(t)$, donde

$$\psi_{i,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k \in \mathbf{Z}} g_k \varphi_{i+1,k}(t). \quad (2.20)$$

Se puede definir una transformada Wavelet como $f(t)$, donde

$$f(t) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} \omega_{j,k} \psi_{J,k}(t) + \sum_{k=0}^{L-1} s_{J,k} \varphi_{J,k}(t). \quad (2.21)$$

Daubechies

[16] Para obtener las transformadas Daubechies es necesario aplicar condiciones de momentos nulos(zero moments) a la función Wavelet que se le llamará función padre. Para hacer esto se deberán tener presentes las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} h_0 + h_1 + h_2 + h_3 = \sqrt{2} \\ h_1 + 2h_2 + 3h_3 = 0 \\ h_0^2 + h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = 1 \\ h_0h_2 + h_1h_3 = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

donde las soluciones serían:

$$h_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}. \quad (2.23)$$

En la Figura 2.13 se puede observar un ejemplo de *wavelength* aplicando las condiciones de momentos nulos en contraste con una función general Wavelet.

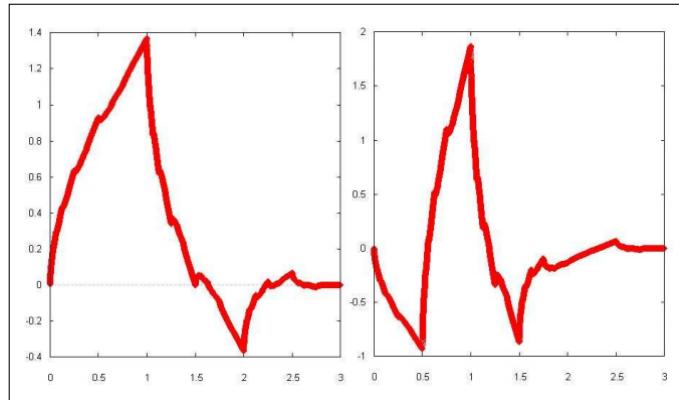


FIGURA 2.13: Daubachies y función wavelet [16].

Capítulo 3

Propuesta

Proceso

Como se pudo capitalizar en el marco teórico del documento, los diversos pasos para llegar al resultado esperado constan de mejoras que se realizarían después de la etapa de obtención de las imágenes hiperespectrales realizadas por la cámara con estructura CTIS. Los métodos (o por decir de otra forma, filtros) son independientes entre sí, por lo que uno de ellos no necesita de la ejecución de otro previo para poderse aplicar. La propuesta se basa en utilizar uno, o combinación de los siguientes métodos encontrando así el mejor camino hacia el resultado esperado:

- Daubichies.
- Slices.
- Mosaic-Malvar.
- Blur-Sharpender.

Donde cada uno de dichas combinaciones será probada por la calidad percibida mediante el ojo humano. Para poder analizar las imágenes se establecieron rutas de resultados que se muestran en la Figura 3.1, donde se utilizaron diversas combinaciones de la teoría mostrada en los capítulos anteriores.

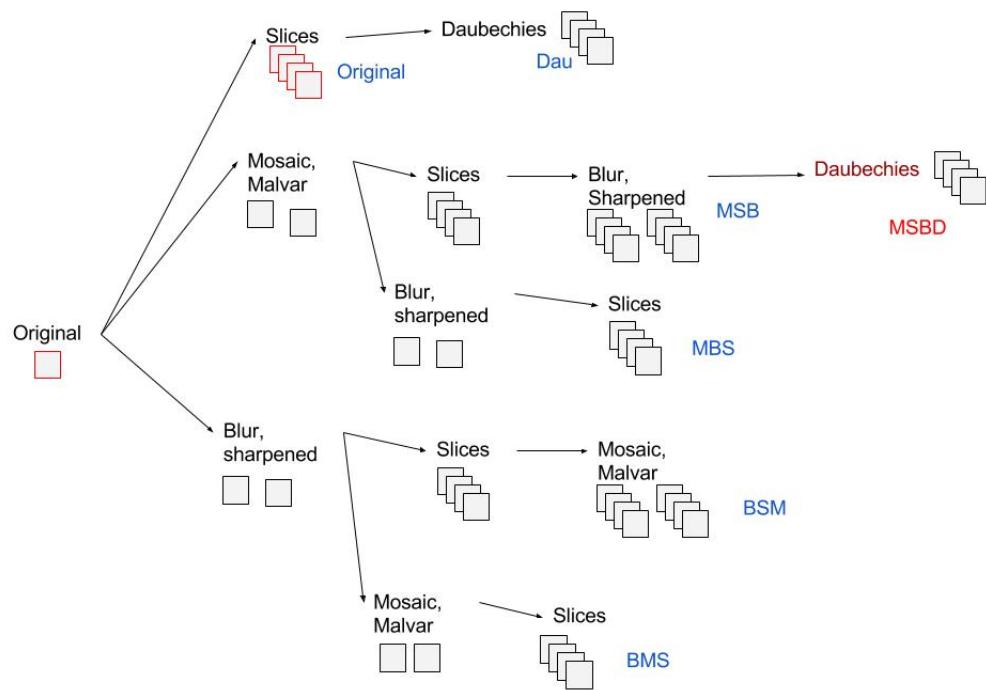


FIGURA 3.1: Esquema de resultados.

Cada cuadro corresponde a una imagen superposicionadas y el conjunto de imágenes a las obtenidas por el procedimiento de abstracción por longitud de onda electromagnética de la imagen superpuestanada.

Capítulo 4

Resultados

Imágenes obtenidas

La Figura 4.4 muestra la imagen HDR captada por la cámara hiperespectral de donde fueron sacadas las diversas imágenes por longitud de onda espectral mostradas en la Figura 4.2. La toma fue adquirida mediante la utilización de la cámara hiperespectral que fue utilizada mediante el uso de un software especializado, controlando dicho aparato. La toma fue una sola, que captó un marco de visión a diversas longitudes de onda.

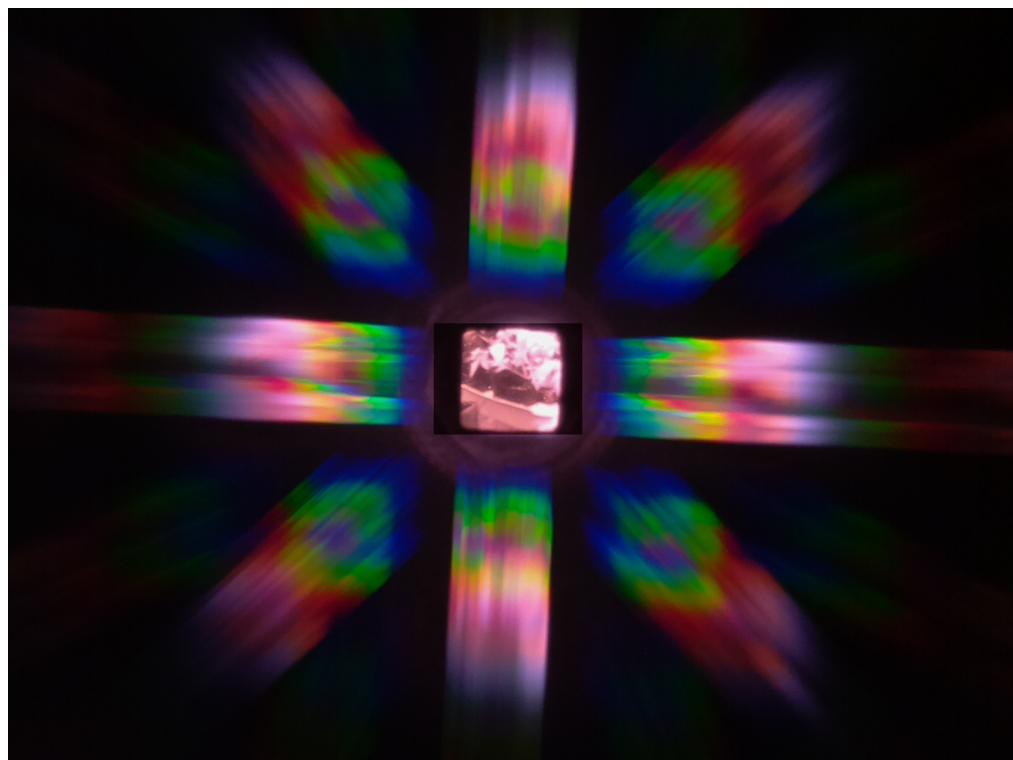


FIGURA 4.1: Imagen obtenida con camara hiperespectral.

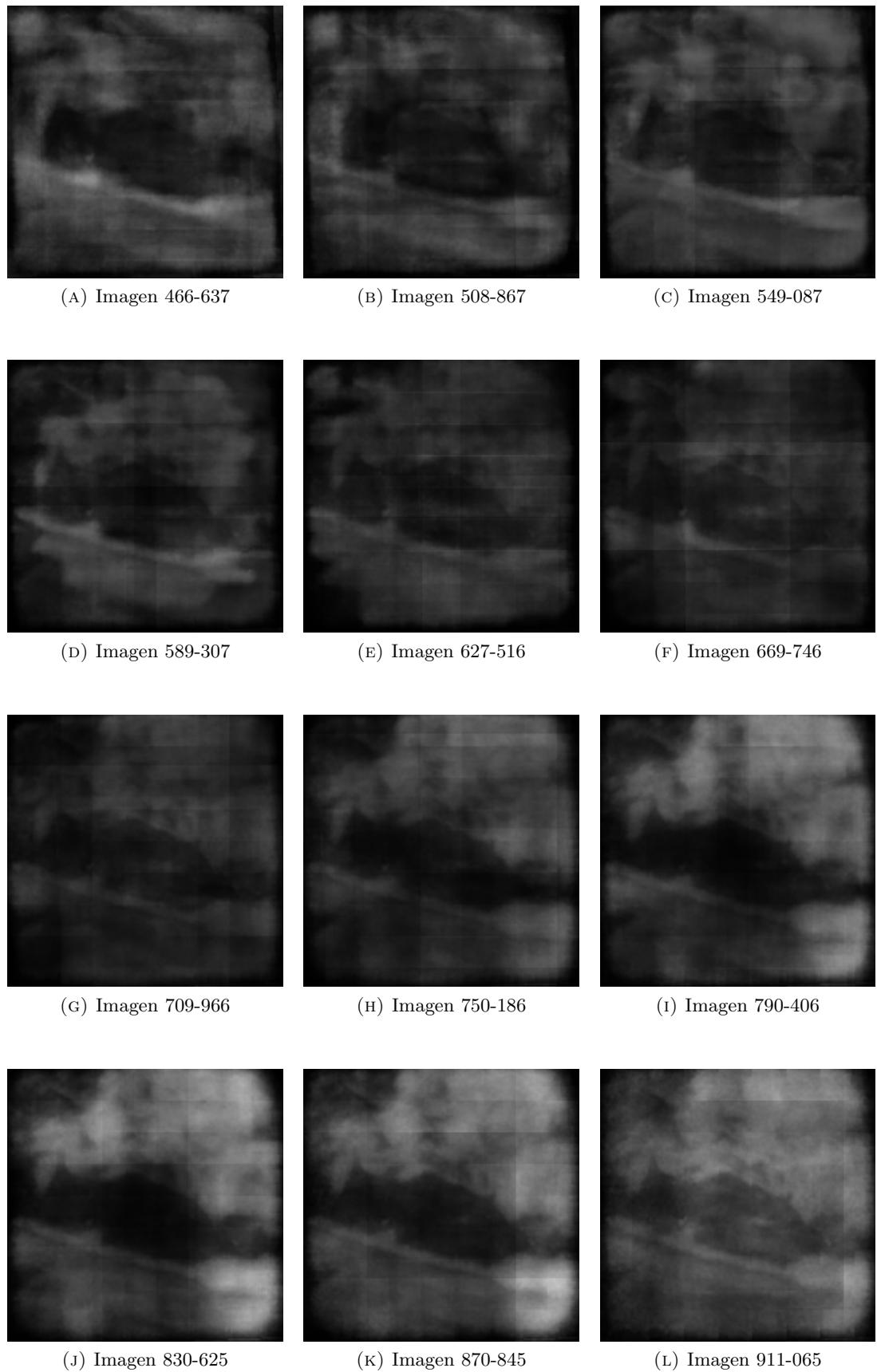


FIGURA 4.2: Slices originales.

Con base en la Figura 3.1 los resultados tomados en consideración fueron el "Dau" que consta en aplicarle a los slices (conjunto de imágenes obtenidas mediante el método de obtención de imágenes por espectro CTIS) de la imagen hiperespectral el filtro utilizando la teoría de Daubichies (capítulo 2.7.2.1), el MSB que consiste en la aplicación a la imagen original el Mosaic-Malvar y a ese resultado convertir la imagen HDR en slices para posterior aplicarle el Blur-Sharpened, además el MBS que de igual manera comienza aplicando el método de Moisac-Malvar seguido por el Blur-Sharpened y a ello después sacar los slices de la imagen hiperespectral, también el BSM que constaba en aplicarle a la imagen original el Blur-Sharpened seguido de sacar los slices y a ellos aplicarle el Mosaic-Malvar y por final se tomó el resultado BMS que era aplicarle a la imagen original el Bayer-Shapened y a ese resultado el Mosaic-Malvar para sacar los slices de la imagen superposición.

Para comparar los resultados se tomaron solo la imagen 870-845. Dichos resultados se muestran en la Figura 4.3.

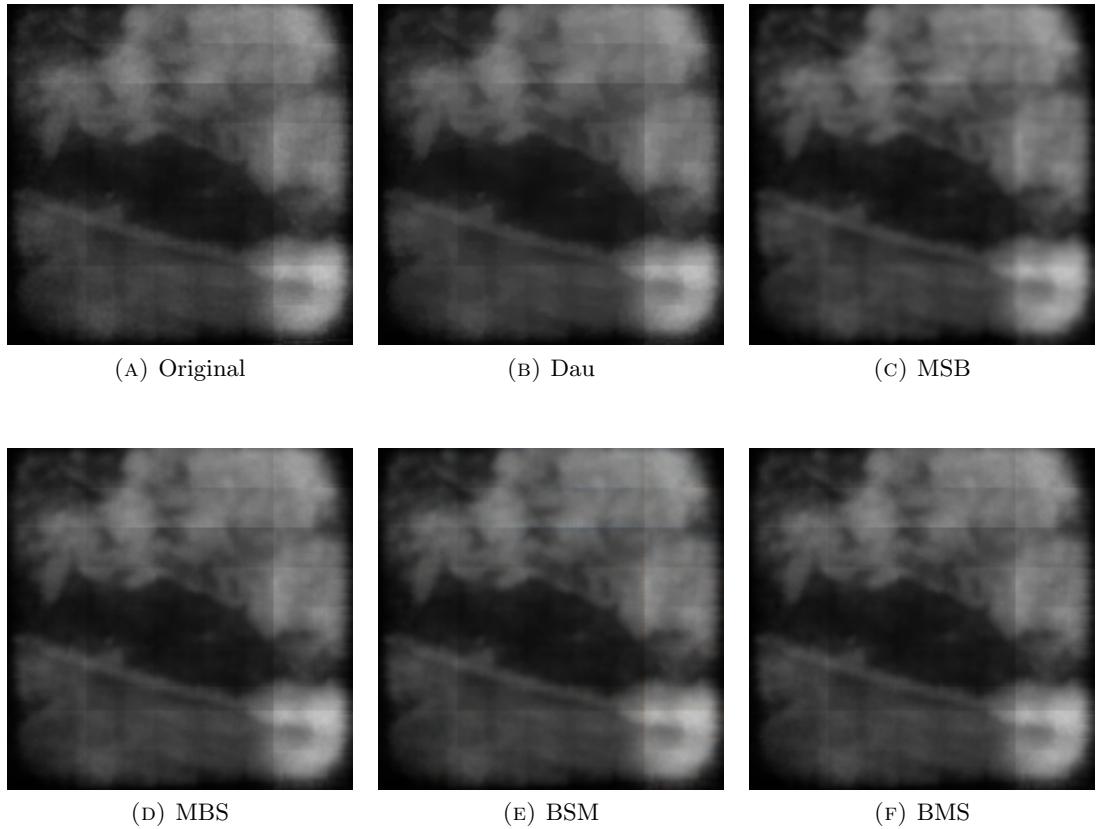


FIGURA 4.3: Comparación de resultados en imagen 870-845.

Los resultados por los que se fueron obteniendo las imágenes se muestran en la Figura 5.1, donde la imagen M es la imagen HDR original sometida a Malvar, MS es el resultado anterior sometido a el procedimiento de extracción de cubos. De ahí los slices se

somente a Blur y sharpened resultando la imagen a comparar MSB. Y para finalizar el procedimiento se somete a la transformadas Daubichies para un último filtro dando como resultado la imagen MSBD.

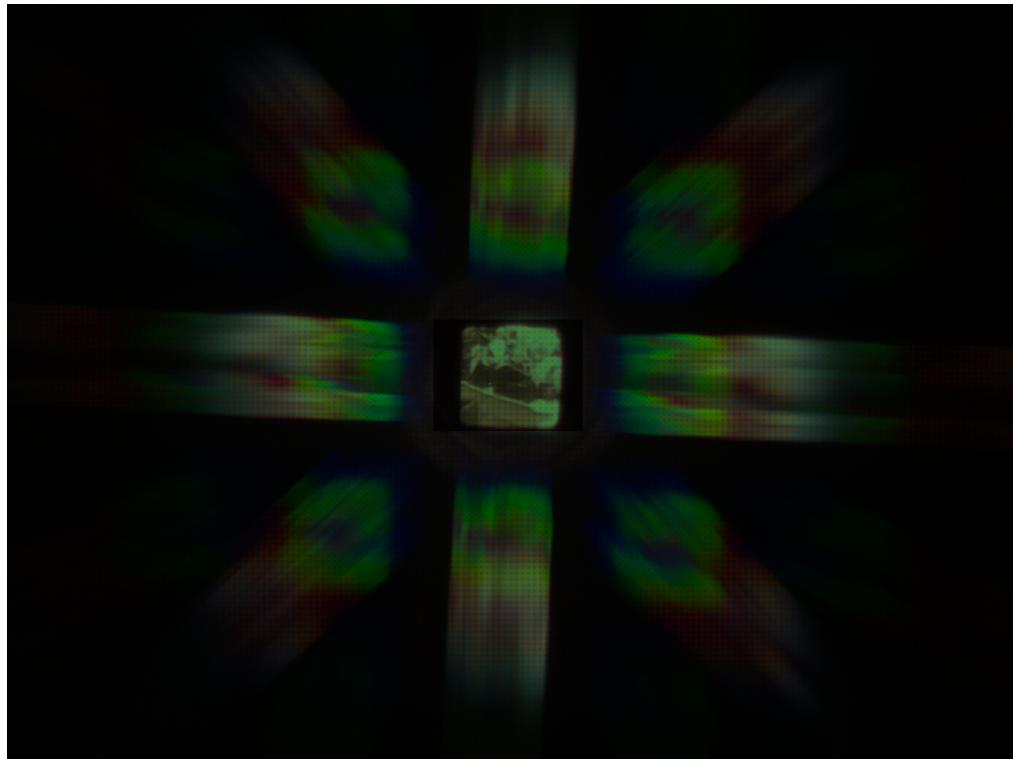
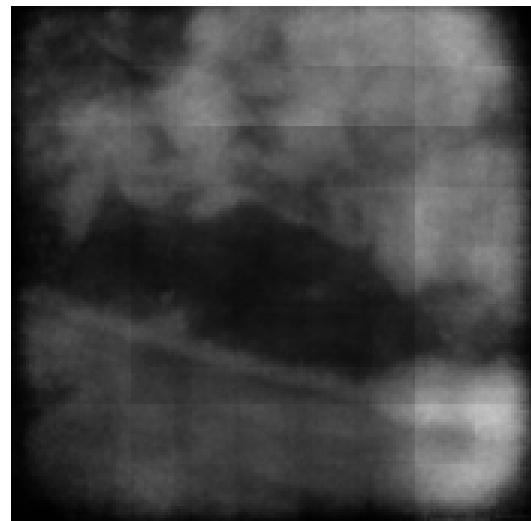
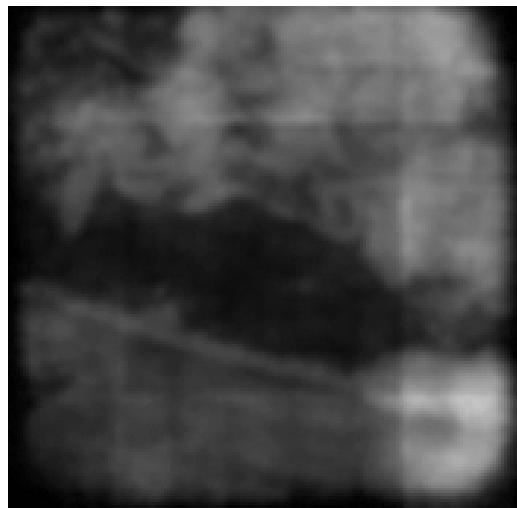


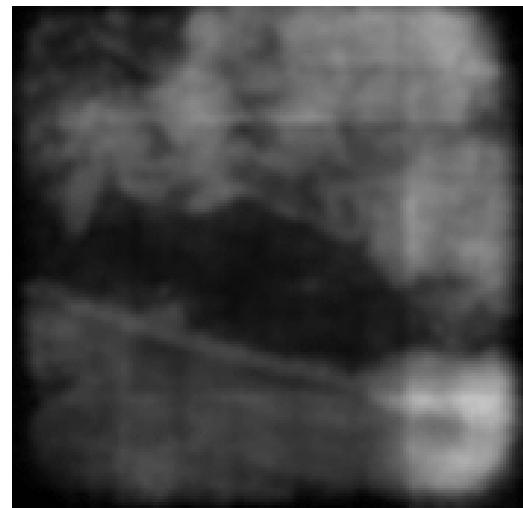
FIGURA 4.4: Imagen obtenida con camara hiperespectral.



(A) MS



(B) MSB



(c) MSBD

FIGURA 4.5: Proceso para MSBD en extracción 870-845.

En las imágenes se muestran los resultados con base en los procedimientos explicados en el capítulo 2 y presentados en la Figura 3.1.

Capítulo 5

Conclusiones

Dentro de la descripción de la Hipótesis se menciona como objetivo lograr una mejora posterior al aplicar el procedimiento CTIS mediante filtrados diversos que puedieran eliminar ruido de las imágenes hiperespectrales resultantes.

Mediante la utilización Mosaico Bayer y método de Malvar (vea [2.4](#)) previo a la generación de imágenes de cubo hiperespectral, se pudo permitir que el resultado tuviera una mejora significante. Después de obtener dicho resultado se aplica el método CTIS para obtener las imágenes y a estas imágenes se le aplica el desenfoque (vea capítulo [2.5](#)) y la nitidez (véa [2.6](#)) como último paso en el proceso.

Posterior a ello se aplicaron las series de Daubichies (vea la sección [2.7.2.1](#)) que fueron descartados ya que no se presentó alguna mejora notable al ser aplicado dejando el desenfoque y la nitidez como pasos definitivos.

La forma en que se comprobó la mejora fue visual, ya que por ser se tenían imágenes sin ruido con las cuales validar. Esto debido a que se trabajó directamente con imágenes abstractas de la cámara ?? con estructura CTIS.

Gracias a la aportación dada el presente proyecto se podrá dar una mejora con la cual será posible obtener un acercamiento a un producto con mayor madurez capaz de dar como resultado imágenes con mayor calidad (conservando detalles y eliminando ruido).

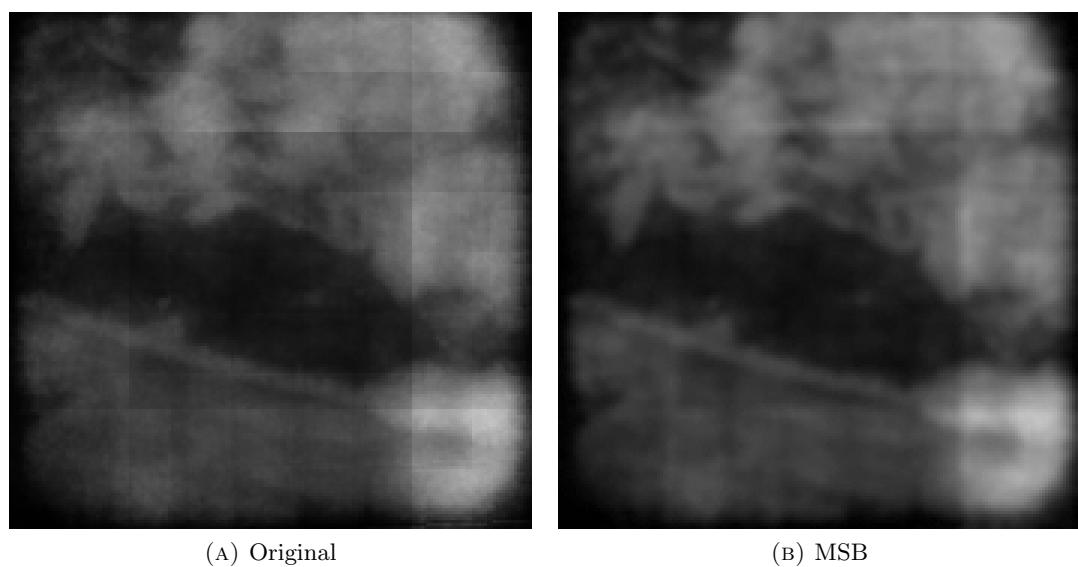


FIGURA 5.1: Proceso para MSBD en extracción 870-845.

Capítulo 6

Glosario

interpolación bilineal

interpolación cromática

Imagen Bayer

Laplaciano

lente de colimación

patrón Bayer RGGB

RGB

RGGB

slit

snapshot

que consiste en un único tiempo de integración gracias a un conjunto de detectores.

Bibliografía

- [1] Jairo Salazar-Vazquez and Andres Mendez-Vazquez. Development of an Open Source and Open Hardware HSI. Non-Released Version. January 2017. Accessed Confidentially.
- [2] Jairo Salazar-Vazquez and Andres Mendez-Vazquez. *FuzzyVD: An algorithm that uses Fuzzy Logic and Fuzzy Systems to estimate the number of endmembers present in a hyperspectral image.* Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Campus Guadalajara. NAFIPS'2015. Seattle, Washington, USA. 2015.
- [3] Ralf Habel, Michael Kudnov and Michael Wimmer. “Practical Spectral Photography”. EUROGRAPHICS 2012 / P. Cignoni, T. Ertl. Volume 31, Number 2. 2012.
- [4] PATRONES DE RESPUESTA ESPECTRAL Jaime Hernández P. y Daniel Montaner F. Lab. Geomática y Ecología del Paisaje (GEP) – Facultad de Ciencias Forestales Universidad de Chile
- [5] Craig F. Bohren (2006). Fundamentals of Atmospheric Radiation: An Introduction with 400 Problems. Wiley-VCH. ISBN 3-527-40503-8.
- [6] Nasa, Dr. Lin Chambers. 2016. Diagram of electromagnetic spectrum. <https://mynasadata.larc.nasa.gov/science-practices/electromagnetic-diagram> Diagram of electromagnetic spectrum courtesy of NASA.<https://mynasadata.larc.nasa.gov/science-practices/electromagnetic-diagram/>
- [7] IMÁGENES HIPERESPECTRALES: ANÁLISIS Y APLICACIONES. Sebastián Quiñones F. Cartógrafo Centro de Ecología Aplicada
- [8] Abhijit J Chaudhari and Felix Darvas and James R Bading and Rex A Moats and Peter S Conti and Desmond J Smith and Simon R Cherry and Richard M Leahy, “Hyperspectral and multispectral bioluminescence optical tomography for small animal imaging,” in Physics in Medicine and Biology, vol. 50, 2005

- [9] Khare, Kedar. (2016) Fourier Optics and Computational Imaging. Retrieved from <https://leseprobe.buch.de/images-adb/54/7a/547af900-58db-497e-89a3-7313a0db3a88.pdf>
- [10] Hemant Kumar Aggarwal. 2014. Hyperspectral Denoising. Retrieved from <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46988-hyperspectraldenoising-zip>
- [11] DIGITAL CAMERA SENSORS. (n.d.). Retrieved February 06, 2017, from <http://www.cambridgeincolour.com/tutorials/camera-sensors.htm>
- [12] NASA. *AVIRIS Airborne Visible / Infrared Imaging Spectrometer*. Free AVIRIS Standard Data Products. United States of America. http://aviris.jpl.nasa.gov/data/free_data.html. Available January 2015.
- [13] Telops. Obtained at March 20th, 2015, Retrieved from <http://www.telops.com/en/media-library/publications>
- [14] Introducción a la Transformada Wavelet DESCOMPOSICIÓN DE SEÑALES. Retrieved from <http://www.exa.unicen.edu.ar/escuelapav/cursos/wavelets/apunte.pdf>
- [15] Spike sorting based on discrete wavelet transform coefficients - Scientific Figure on ResearchGate. 2017. Retrieved from: [url](#)
- [16] Yakovlev, A. S. Window fourier and wavelet transforms. properties and applications of wavelets. Department of Computational Physics, St Petersburg State University, Russia.(Cited on pages 9 and 47.).
- [17] José M. Bioucas-Dias and José M.P. Nascimento. *Hyperspectral Subspace Identification*. IEEE Transactions on geoscience and remote sensing. Vol 46, NO. 8. August, 2008.
- [18] KILPEL E. "Compensation of systematic errors of image and model coordinates". Photogrammetria 37 (1981), 15 – 44.
- [19] SHEPP L. A., VARDI Y., "Maximum Likelihood Reconstruction for Emission Tomography," Medical Imaging, IEEE Transactions on 1, 2 (1982), 113–122.
- [20] Documentation. (n.d.). Retrieved February 06, 2017, from <https://www.mathworks.com/help/images/deblurring-with-a-regularized-filter.html>
- [21] Documentation. (n.d.). Retrieved February 06, 2017, from <https://www.mathworks.com/help/images/ref/imsharpen.html>

- [22] J. M. Bioucas-Dias and J. M. P. Nascimento, "Hyperspectral Subspace Identification," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 46, no. 8, pp. 2435-2445, Aug. 2008.
- [23] C. Li, T. Sun, K. F. Kelly and Y. Zhang, "A Compressive Sensing and Unmixing Scheme for Hyperspectral Data Processing," in IEEE Transactions on Image Processing, vol. 21, no. 3, pp. 1200-1210, March 2012.e
- [24] L. Sun and W. Gao, "Method of selecting the best classification bands from hyperspectral images based on genetic algorithm and rough set," in Proc. of the SPIE conference on Hyperspectral Remote Sensing and Application, R. O. Green and Q. Tong, Eds., vol. 3502, 1998, pp. 179–184.
- [25] A. Ifarraguerri and M. W. Prairie, "Visual method for spectral band selection," IEEE Geosci. Remote Sensing Let., vol. 1, no. 2, pp. 101–106, 2004.
- [26] H. Othman and Shen-En Qian, "Noise reduction of hyperspectral imagery using hybrid spatial-spectral derivative-domain wavelet shrinkage," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 44, no. 2, pp. 397-408, Feb. 2006.
- [27] Richard B. Gomez ; Amin Jazaeri and Menas Kafatos, "Wavelet-based hyperspectral and multispectral image fusion", Proc. SPIE 4383, Geo-Spatial Image and Data Exploitation II, 36 (June 1, 2001).