

北京大学数学科学学院期中考试试题

2012 - 2013 学年 第一学期

考试科目: 数学分析 考试时间: 11 年 11 月 16 日

姓 名: _____ 学 号: _____

本试题共 八 道大题满分 100 分

1. (20) 判断以下结论是否正确并简单说明理由.

(1) 设 E, F 为 R^n 中不交的闭集并且其中之一是紧集, 则 E, F 之间的距离大于 0;

(2) 设 $D \subset R^n$ 是一个有界区域, $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 在 D 一致连续, 则 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 有界.

2. (10) 叙述 $n = 1$ 元函数的一个结果, 使得在 $n > 1$ 时该结果不成立 (说明理由).

3. (10) 求极限

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y^4}{x^2 + y^4};$$

4. (10) 试构造一个定义在 R^2 上的函数, 使得它在 $(0, 0)$ 处的每个方向都存在方向导数并且在该点所有的方向导数构成一个无界集合.

5. (20) 计算

(1) 设 $w = f(x, y, u, v), u = g(x, z), v = h(y, z)$ 都是可微函数, 求 $\frac{\partial w}{\partial x}$ 与 $\frac{\partial w}{\partial z}$;

(2) 求 $f(x, y) = \sin x \ln(1 + y)$ 在 $(0, 0)$ 处的所有三阶偏导数.

6. (10) 抛物面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $x + y + z = 1$ 的交线构成一个椭圆, 试求该椭圆到 $(0, 0, 0)$ 的最大距离.

7. (10) 设 R^3 中的有界区域 D 由曲面 $F(x, y, z) = 0$ 所围, 其中 $F(x, y, z)$ 在 R^3 具有连续的偏导数并且在曲面上每一点的导数都不为零向量. 证明 D 可求体积.

8. (10) 改变累次积分的顺序

$$\int_1^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^x f(x, y) dy.$$