

第 10 章 机制设计与收入分配

1. 参考答案:

(1) 对于细心的司机, (x, p) 的设计应当是以下优化问题的解:

$$\begin{aligned} & \max_{x,p} \{p - 0.2x\} \\ \text{s.t. } & 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p + x) + 0.8 \times \ln(100000 - p) \\ & \geq 0.2 \times \ln(100000 - 10000) + 0.8 \times \ln(100000) \end{aligned}$$

构造拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L = & p - 0.2x + \lambda[0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p + x) + 0.8 \times \ln(100000 - p) \\ & - 0.2 \times \ln(100000 - 10000) + 0.8 \times \ln(100000)] \end{aligned}$$

对其求一阶条件, 可得:

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 1 + \lambda[-0.2 \times \frac{1}{100000 - 10000 - p + x} - 0.8 \times \frac{1}{100000 - p}] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -0.2 + \lambda[0.2 \times \frac{1}{100000 - 10000 - p + x}] = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p + x) + 0.8 \times \ln(100000 - p) \\ &\quad - 0.2 \times \ln(100000 - 10000) + 0.8 \times \ln(100000) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

由 (2) 可得:

$$\lambda[\frac{1}{100000 - 10000 - p + x}] = 1, \quad (4)$$

代入 (1), 并整理得:

$$\lambda[\frac{1}{100000 - p}] = 1, \quad (5)$$

联立 (4)、(5), 可得: $x = 10000$ 。代入 (3), 可得:

$$P = 100000 - 90000^{0.2} \times 100000^{0.8} \approx 2085.164。$$

即对于细心的司机, 垄断保险公司提供的保费是 2085.164 元, 理赔金为 10000 元。

类似地, 可以得到, 对于粗心的司机, 垄断保险公司提供的保费是 8083.388 元, 理赔金为 10000 元。

(2) 假设在整个市场上, 细心的司机和粗心的司机所占的比例分别为: μ 和 $1 - \mu$,

$0 < \mu < 1$ 。这样, 垄断的保险公司的决策问题为:

$$\max_{x_A, x_B, p_A, p_B} \{ \mu(p_A - 0.2x_A) + (1 - \mu)(p_B - 0.8x_B) \}$$

s.t:

$$\begin{aligned} IC1: & 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p_A + x_A) + 0.8 \times \ln(100000 - p_A) \\ & \geq 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p_B + x_B) + 0.8 \times \ln(100000 - p_B) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} IC2: & 0.8 \times \ln(100000 - 10000 - p_B + x_B) + 0.2 \times \ln(100000 - p_B) \\ & \geq 0.8 \times \ln(100000 - 10000 - p_A + x_A) + 0.2 \times \ln(100000 - p_A) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} IR1: & 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p_A + x_A) + 0.8 \times \ln(100000 - p_A) \\ & \geq 0.2 \times \ln(100000 - 10000) + 0.8 \times \ln(100000) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} IR2: & 0.8 \times \ln(100000 - 10000 - p_B + x_B) + 0.2 \times \ln(100000 - p_B) \\ & \geq 0.8 \times \ln(100000 - 10000) + 0.2 \times \ln(100000) \end{aligned} \quad (9)$$

由机制设计问题的一般求解方法可知在以上四个约束中，只有（6）和（9）是紧的。因此

x_A, p_A, x_B, p_B 是如下规划问题的解：

$$\begin{aligned} & \max_{x_A, x_B, p_A, p_B} \{ \mu(p_A - 0.2x_A) + (1 - \mu)(p_B - 0.8x_B) \} \\ s.t \quad & IC1': 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p_A + x_A) + 0.8 \times \ln(100000 - p_A) \\ & = 0.2 \times \ln(100000 - 10000 - p_B + x_B) + 0.8 \times \ln(100000 - p_B) \\ & IR2: 0.8 \times \ln(100000 - 10000 - p_B + x_B) + 0.2 \times \ln(100000 - p_B) \\ & = 0.8 \times \ln(100000 - 10000) + 0.2 \times \ln(100000) \end{aligned}$$

注意，如上问题并没有解析解，但是对于给定的 μ 和 $1 - \mu$ ，可以用数值方法求解。

（3）如果保险市场是竞争性的，那么若信息完全，容易知道无论是细心还是粗心的司机，都会进行完全保险，并且保险公司将得到零利润（这是一个中级微观经济学中的常见结论，可以参考尼克森或其他任何一本标准教科书）。此时，对于细心司机，保费为 20000 元，理赔费为 100000 元；对于粗心司机，保费为 80000 元，理赔费为 100000 元。

如果不知道司机的类型，则既不存在分离均衡，也不存在混同均衡。此时不同的保险公司之间会相互拆台，当某一公司提出了混同均衡的方案时，另一公司会给出分离均衡方案，反之亦然。其论证过程比较复杂，读者可以参考 Rothchild and Stiglitz, 1976, *Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information*, *Quarterly Journal of Economics*, 90(4), pp. 629-649。

3. 参考答案：

（1）如果用“最高价格密封拍卖”，则每个拍卖者的决策问题为：

$$\begin{aligned} & \max_{b_i} \{ (v_i - b_i) \text{Prob}(b_i \geq b_j) \} \\ & = \max_{b_i} \{ (v_i - b_i) \text{Prob}(v_i \geq b_i^{-1}(b_j)) \} \\ & = \max_{b_i} \{ (v_i - b_i) b_i / k \} \text{ (这一步应用了均匀分布的条件)} \end{aligned}$$

由一阶条件可知：

$$b_i = v_i / 2。$$

即最优报价是其评价的一半。

（2）如果用“次高价格密封拍卖”，可以证明双方令 $b_i = v_i$ ， $i = 1, 2$ 是占优战略。

如果 $b_i > v_i$ ，如果 $b_i \geq b_j$ ， i 赢得拍卖，但效用为负；如果 $b_i < b_j$ ， i 不能赢得拍卖，效用为 0。显然这类战略被 $b_i = v_i$ 占优。如果 $b_i < v_i$ ，则如果 i 赢得了拍卖，则能获得的支付为 $(v_i - b_j)$ ，这和 b_i 无关。不过，更高的 b_i 将能提高其赢得拍卖的概率。由此， $b_i < v_i$ 的战略也被 $b_i = v_i$ 占优。

由以上分析，可以得出结论，在次高价拍卖下，两位拍卖者都会根据其对拍品的真实评价出价。

5. 参考答案：

（1）告缇令的机制让“告发”成为潜在告发者的占有策略，从而让他们自行充当了人民监督员的作用。在面临随时可能被告发的威胁下，富人隐瞒真实财产状况的危险很大，这使得如实上报财产成为他们的最优选择（对于富人来说，这其实有点像拍卖问题的设定）。

（2）在告发不用承担成本，而有潜在收益的时候，告发量会高于社会最优水平。这种过度告发会导致社会的无谓内耗，降低人们的生产积极性，而提高寻租积极性（Baumol, 1990）。为了减少过度告发的情况，应当设置合理的机制，让告发者承担相应的成本，如承担举证义务，在告发不实的情况下受罚等（例如 All-Pay Auction 的设计）。

在法律中，举证原则的设定也有类似的作用。如果“谁主张，谁举证”，让告发者承担举证义务，那么告发者在告发前就必须权衡成本收益，从而减少无谓的告发。而如果让被告发者承担举证义务，那么过度告发就会产生。

（3）告缇令的方法从理论上可以解决官员申报财产问题，找出腐败分子。但其副作用是必须注意的，如果告发者不用负担成本，那么无谓的告发就会盛行，官员们的正常工作将会被干扰。一个更稳妥的方法可能是在增量上实现财产申报，例如在官员想要晋升时，要求申报自己的财产。