**课程名称：微积分（二）**

2013-2014 学年第（2）学期期中　　　　本试卷共 6 道大题，满分 100 分

1，（45 分）计算下列各式，若不存在简要说明理由：

（1）$\int_0^1 \ln x dx$；（2）$V.P.\int_0^3 \frac{1}{1-x}dx$；（3）$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y},\quad z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$；

（4）$D_{(x,z)}F,\quad F=(r,\theta,\varphi)^T, x=r\cos\theta\cos\varphi, y=r\cos\theta\sin\varphi, z=r\sin\theta$　；

（5）$du, d^2u,\quad u(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$；（6）$e^{x+\sin y}$ 的泰勒展式（到 3 阶）。

2，（10 分）若 $f(x)$ 在[0,1]区间上可积，试证明 $\sin(f(x))$ 也可积。

3，（10 分）讨论 $\int_{\pi}^{+\infty}\frac{\sin x}{\sqrt{x}}dx$ 的绝对收敛性和条件收敛性。

4，（10 分）求抛物线 $x^2=2y$ 在 $x\in[2,3]$ 部分的弧长。

5，（15 分）叙述：(1) $\mathbb{R}^n$ 空间中紧致集的定义；(2) $\mathbb{R}^n$ 上函数不一致连续的定义；（3）函数 $f(x,y)$ 在二维空间 $\mathbb{R}^2$ 的紧致集 $x^2+y^2\le 1$ 上连续，试证明其一致连续。

6，（10 分）在四维欧氏空间 $IE^4$ 上，试用拉格朗日乘子法求点 $(a_1,a_2,a_3,a_4)$ 到超平面 $Ax_1+Bx_2+Cx_3+Dx_4=E$ 的距离。