Xiao Yuan

随机变重

0-1 分布 二項分布 泊松分布 几何分布和負二項分 布

连续型随机变

量 分布函数

概率密度 均匀分布

指数分布 伽马分布

不同分布的关系 正态分布

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

第二章: 随机变量及其分布1

Xiao Yuan¹

¹Center on Frontiers of Computing Studies, Peking University, Beijing 100871, China xiaoyuan@pku.edu.cn

February 27, 2024

¹讲义内容基于三本参考教材以及网络素材(□)(圖)(圖)(圖) ■ のQ()

目录



概率统计

Xiao Yuan

1 随机变量

2 离散随机变量

- 0-1 分布
- 二项分布
- 泊松分布
- 几何分布和负二项分布

3 连续型随机变量

- 分布函数
- 概率密度
- 均匀分布
- ■指数分布
- 伽马分布
- 不同分布的关系
- 正态分布
- 4 随机变量的函数分布
 - 离散随机变量
 - 连续随机变量

目录



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

概率密度

1 随机变量

- 0-1 分布
- ■二项分布
- 泊松分布
- 几何分布和负二项分布

- ■分布函数
- ■概率密度
- ■均匀分布
- ■指数分布
- 伽马分布
- ■不同分布的关系
- ■正态分布

- ■离散随机变量
- 连续随机变量



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

随机变量



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变

分布函数

均匀分布

指数分布

不同分布的关

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

随机变量

对于样本空间 $S = \{e\}$ 和样本点 e,随机变量 X = X(e) 为定义在 S 上的实、单值函数

■ 随机变量为定量化和数量化描述随机现象。例如:降雨量的大小、硬币正反面、产品品质等



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分布

连续型随机变

量

概率密度

均匀分布 指数分布

你马分布 不同分布的关

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

随机变量

- 随机变量为定量化和数量化描述随机现象。例如:降雨量的大小、硬币正反面、产品品质等
- 随机变量一般用大写字母 X、Y、Z表示



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变

概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量 随机变量

- 随机变量为定量化和数量化描述随机现象。例如:降雨量的大小、硬币正反面、产品品质等
- 随机变量一般用大写字母 X、Y、Z表示
- 随机变量和事件的关系: 对于取值 x, 定义事件 $A = \{e : X(e) = x\}$, 则有 P(A) = P(X = x).



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
凡内分布和负二项分

连续型随机变

概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布 不同分布的关系

高散随机变量 连续随机变量

随机变量

- 随机变量为定量化和数量化描述随机现象。例如:降雨量的大小、硬币正反面、产品品质等
- 随机变量一般用大写字母 X、Y、Z表示
- 随机变量和事件的关系: 对于取值 x, 定义事件 $A = \{e : X(e) = x\}$, 则有 P(A) = P(X = x).
- 相反,对于任意事件 A,是否总是可以对随机变量取特定的值 I 使得 $P(A) = P(X \in I)$?



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布

相級分布 伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

随机变量

- 随机变量为定量化和数量化描述随机现象。例如:降雨量的大小、硬币正反面、产品品质等
- 随机变量一般用大写字母 X、Y、Z表示
- 随机变量和事件的关系: 对于取值 x, 定义事件 $A = \{e : X(e) = x\}$, 则有 P(A) = P(X = x).
- 相反,对于任意事件 A,是否总是可以对随机变量取特定的值 I 使得 $P(A) = P(X \in I)$?
- 随机变量和样本空间划分的关系?



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1 分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项%

连续型随机变

概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量 随机变量

- 随机变量为定量化和数量化描述随机现象。例如:降雨量的大小、硬币正反面、产品品质等
- 随机变量一般用大写字母 X、Y、Z表示
- 随机变量和事件的关系: 对于取值 x, 定义事件 $A = \{e : X(e) = x\}$, 则有 P(A) = P(X = x).
- 相反,对于任意事件 A,是否总是可以对随机变量取特定的值 I 使得 $P(A) = P(X \in I)$?
- 随机变量和样本空间划分的关系?
- 随机变量分为离散和连续随机变量

目录



概率统计

Xiao Yuan

离散随机变量

概率密度

2 离散随机变量

- 0-1 分布
- 二项分布
- 泊松分布
- 几何分布和负二项分布

- ■分布函数
- ■概率密度
- ■均匀分布
- ■指数分布
- 伽马分布
- ■不同分布的关系
- ■正态分布

- ■离散随机变量
- 连续随机变量

Xiao Yuan

防劫亦果

随机变量

离散随机变量

0-1 分布

二项分布

泊松分布

几何分布和负二邓

布

连续型随机变

量

-

分布函数

概率密度

孙石八古

指数分布

伽马分布

不同分布的关

正态分布

随机变量的函数分布

离散随机变量

海经防机容易

离散随机变量

Xiao Yuan

随如亦品

离散随机变量 0-1 分布 二项分布 泊松分布 几何分布和负二项分

连续型随机变

並

排水溶液

16 6 6 6

~1 ~1 71 ~

伽马分布

不同分布的关

随机变量的函数分布

高散随机变量

內肤近如文里

离散随机变量

取值至多可数的随机变量为离散型的随机变量

■ 给定随机变量取值 $X \in \{x_1, x_2, ...\}$, $p_i = P(X = x_i)$ 为随机变量 X 的概率分布, $\{p_k\}$ 为概率分布列(或概率分布律),简称分布列(或分布律)

Xiao Yuan

离散随机变量

离散随机变量

- 给定随机变量取值 $X \in \{x_1, x_2, ...\}$, $p_i = P(X = x_i)$ 为 随机变量 X 的概率分布, {pk} 为概率分布列(或概率分 布律)、简称分布列(或分布律)
- $\{p_k\}$ 满足 $p_i \ge 0$ 和 $\sum_i p_i = 1$

Xiao Yuan

防劫亦果

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布 几何分布和负二项分

连续型随机变

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函 数分布

离散随机变量

离散随机变量

- 给定随机变量取值 $X \in \{x_1, x_2, ...\}$, $p_i = P(X = x_i)$ 为 随机变量 X 的概率分布, $\{p_k\}$ 为概率分布列(或概率分布律),简称分布列(或分布律)
- $\{p_k\}$ 满足 $p_i \ge 0$ 和 $\sum_i p_i = 1$
- 例:某人骑自行车从学校到火车站,一路上要经过3个独立的交通灯,设各灯工作独立,且设各灯为红灯的概率为p,0<p<1,以X表示首次停车时所通过的交通灯数,求X的概率分布列

Xiao Yuan

防却亦果

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布 几何分布和负二项分

连续型随机变 品

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽及公布

指致分布 你马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布

离散随机变量 连续随机变量

离散随机变量

- 给定随机变量取值 $X \in \{x_1, x_2, ...\}$, $p_i = P(X = x_i)$ 为 随机变量 X 的概率分布, $\{p_k\}$ 为概率分布列(或概率分布律),简称分布列(或分布律)
- $\{p_k\}$ 满足 $p_i \ge 0$ 和 $\sum_i p_i = 1$
- ■例:某人骑自行车从学校到火车站,一路上要经过3个独立的交通灯,设各灯工作独立,且设各灯为红灯的概率为p,0<p<1,以X表示首次停车时所通过的交通灯数,求X的概率分布列

$$P(X = 0) = p$$
, $P(X = 1) = (1 - p)p$,
 $P(X = 2) = (1 - p)^2 p$, $P(X = 3) = (1 - p)^3 p$.

Xiao Yuan

随机亦品

离散随机变量
0-1 分布
二项分布
泊松分布
几何分布和負二项分

连续型随机变 量

分布函數 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函 数分布

离散随机变量 连续随机变量

离散随机变量

取值至多可数的随机变量为离散型的随机变量

- 给定随机变量取值 $X \in \{x_1, x_2, ...\}$, $p_i = P(X = x_i)$ 为 随机变量 X 的概率分布, $\{p_k\}$ 为概率分布列(或概率分布律),简称分布列(或分布律)
- $\{p_k\}$ 满足 $p_i \ge 0$ 和 $\sum_i p_i = 1$
- 例:某人骑自行车从学校到火车站,一路上要经过3个独立的交通灯,设各灯工作独立,且设各灯为红灯的概率为p,0<p<1,以X表示首次停车时所通过的交通灯数,求X的概率分布列

$$P(X = 0) = p$$
, $P(X = 1) = (1 - p)p$,
 $P(X = 2) = (1 - p)^2 p$, $P(X = 3) = (1 - p)^3 p$.

• 给定 $\lambda > 0$ 和概率分布 $P(X = k) = c\lambda^k/k!$, k = 1, 2, ...,

求 c

Xiao Yuan

0-1 分布

0-1 (两点) 分布

随机变量 X 的取值只有两个,为 0 或 1,记 p = P(X = 1), 则称 X 服从参数为 p 的 0-1 分布, 或两点分布, 或伯努利 (Bernoulli) 分布, 记为 $X \sim B(1, p)$

Xiao Yuan

随机变重

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变

分布函数

均匀分布

指数分布 伽马分布

不同分布的关

随机变量的函

高散随机变量

0-1 (两点) 分布

随机变量 X 的取值只有两个,为 0 或 1,记 p=P(X=1),则称 X 服从参数为 p 的 0-1 分布,或两点分布,或伯努利 (Bernoulli) 分布,记为 $X \sim B(1,p)$

■ 例:检查产品的质量是否合格,对新生婴儿的性别进行 登记,检验种子是否发芽以及前面多次讨论过的"抛硬 币"试验都可以用(0-1)分布的随机变量来描述

Xiao Yuan

随机变:

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
1内分布和负二项分

连续型随机变 量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

0-1 (两点) 分布

随机变量 X 的取值只有两个,为 0 或 1,记 p=P(X=1),则称 X 服从参数为 p 的 0-1 分布,或两点分布,或伯努利 (Bernoulli) 分布,记为 $X \sim B(1,p)$

- 例:检查产品的质量是否合格,对新生婴儿的性别进行 登记,检验种子是否发芽以及前面多次讨论过的"抛硬 币"试验都可以用(0-1)分布的随机变量来描述
- 一个随机试验,设 A 是一随机事件,且 P(A) = p, (0 。若仅考虑事件 <math>A 发生与否,定义一个服从参数为 p 的 0-1 分布的随机变量:

$$X = \begin{cases} 1 & A$$
发生 $0 & A$ 不发生

■ 只有两个可能结果的试验, 称为伯努利试验



概率统计

Xiao Yuan

二项分布

n重伯努利试验

设试验只有两个可能的结果: $A \to A$, 且 P(A) = p, 0 ,将试验独立地重复进行 <math>n 次,则称这一串重复的 独立试验为 n 重伯努利试验



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量 0-1 分布 二項分布

泊松分布 几何分布和負二項 古

连续型随机型

近 供 坐 随 机 3

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布

伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量

n重伯努利试验

设试验只有两个可能的结果: $A \rightarrow A$, $A \rightarrow A$, $A \rightarrow A$, $A \rightarrow B$, $A \rightarrow$

二项分布

记随机变量 X 为 n 重伯努利试验中 A 发生的次数,则 $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k},\ k=0,1,2\ldots,n,\ 称\ X$ 为服从 参数为 n,p 的二项分布,记作 $X\sim B(n,p)$



概率统计

Xiao Yuan

二项分布

n重伯努利试验

设试验只有两个可能的结果: $A \to A$, 且 P(A) = p, 0 ,将试验独立地重复进行 <math>n 次,则称这一串重复的 独立试验为 n 重伯努利试验

二项分布

记随机变量 X 为 n 重伯努利试验中 A 发生的次数、则 参数为 n, p 的二项分布、记作 $X \sim B(n, p)$

■ 容易验证 $\sum_{k} P(X=k) = 1$



概率统计

Xiao Yuan

二项分布

n重伯努利试验

设试验只有两个可能的结果: $A \to A$, 且 P(A) = p, 0 ,将试验独立地重复进行 <math>n 次,则称这一串重复的 独立试验为 n 重伯努利试验

二项分布

记随机变量 X 为 n 重伯努利试验中 A 发生的次数、则 参数为 n, p 的二项分布、记作 $X \sim B(n, p)$

- \blacksquare 容易验证 $\sum_{k} P(X=k) = 1$
- 已知 $X \sim B(n,p)$, P(X=k) 的最大值取值为 X = [(n+1)p]



概率统计

Xiao Yuan

泊松分布

泊松分布

随机变量 X 取值为非负整数, 当 $P(X = k) = e^{-\lambda \frac{\lambda}{ll}}$, $k = 0, 1, ..., \lambda > 0$ 时, 称 X 服从参数为 λ 的泊松分布、记 $X \sim \pi(\lambda)$



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

0-1 分布 二项分布 泊松分布

泊松分布 几何分布和负二项: 布

连续型随机变 量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函 数分布

离散随机变量 连结随机变量

泊松分布

随机变量 X 取值为非负整数,当 $P(X=k)=e^{-\lambda \frac{\lambda^k}{k!}}$, $k=0,1,\ldots,\ \lambda>0$ 时,称 X 服从参数为 λ 的泊松分布,记 $X\sim\pi(\lambda)$

- 描述了单位时间、单位空间等(均匀可能性)事件发生 的次数概率
- 例:假设我们每时每刻看到流星的概率是均匀随机,那 么我们在一个晚上看到的流星数量服从泊松分布



概率统计

Xiao Yuan

随机变量 离散随机变量 0-1分布 二项分布

泊松分布 几何分布和负二项: 布

连续型随机变 量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函数分布 高数随机变量

泊松分布

随机变量 X 取值为非负整数,当 $P(X=k)=e^{-\lambda \frac{\lambda^k}{k!}}$, $k=0,1,\ldots,\ \lambda>0$ 时,称 X 服从参数为 λ 的泊松分布,记 $X\sim\pi(\lambda)$

- 描述了单位时间、单位空间等(均匀可能性)事件发生 的次数概率
- 例:假设我们每时每刻看到流星的概率是均匀随机,那 么我们在一个晚上看到的流星数量服从泊松分布
- 例:假设每个人每时每刻生病的概率是均匀随机,那么 我们在一年生病的次数服从泊松分布



概率统计

Xiao Yuan

随机变量 离散随机变量 0-1 分布

二項分布 泊松分布 凡何分布和負二項分 布

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函数分布 高散随机变量

泊松分布

随机变量 X 取值为非负整数,当 $P(X=k)=e^{-\lambda \frac{\lambda^k}{k!}}$, $k=0,1,\ldots,\ \lambda>0$ 时,称 X 服从参数为 λ 的泊松分布,记 $X\sim\pi(\lambda)$

- 描述了单位时间、单位空间等(均匀可能性)事件发生 的次数概率
- 例:假设我们每时每刻看到流星的概率是均匀随机,那 么我们在一个晚上看到的流星数量服从泊松分布
- 例:假设每个人每时每刻生病的概率是均匀随机,那么 我们在一年生病的次数服从泊松分布
- π(λ) 概率最大为 X = [λ]



概率统计

Xiao Yuan

随机亦

惠散随机变量

0-1 分布

二项分布 泊松分布

泊松分布 几何分布和負二項: 布

连续型随机变

分布函数

概率密度 均匀分布

指数分布

個 与分布 不同分布的关: 正 為分布

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

二项分布与泊松分布的关系

对于二项分布 $P_{B,n}(X=k) \sim B(n,p_n)$,考虑 $n \to \infty$ 且 $\lim_{n\to\infty} np_n = \lambda$,则对于任意 $k = 0,1,\ldots$,有

$$\lim_{n\to\infty} P_{B,n}(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$
 (1)

Proof: 已知
$$P_B(X=k) = \binom{n}{k} p_n^k (1-p_n)^{n-k}$$
 和 $\lambda_n = p_n n$, 我们有

$$P_{B}(X=k) = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} \left(\frac{\lambda_{n}}{n}\right)^{k} \left(1 - \frac{\lambda_{n}}{n}\right)^{n-k},$$

$$= \frac{\lambda_{n}^{k}}{k!} \left(1 - \frac{\lambda_{n}}{n}\right)^{n-k} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{k-1}{n}\right),$$
(1)

注意到
$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda_n}{n}\right)^{n-k}=e^{-\lambda}$$
 和 $\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{k-1}{n}\right)=1$,



概率统计

Xiao Yuan

泊松分布

■ 例:某种疾病的发病率为 1/1000,某社区有 5000 个成 年人, 求发病人数为 k 的概率



概率统计

Xiao Yuan

泊松分布

■ 例:某种疾病的发病率为 1/1000,某社区有 5000 个成 年人, 求发病人数为 k 的概率 记发病人数为随机变量 $X \sim B(5000, 1/1000)$,则 $P(X = k) = \binom{n}{k} p_n^k (1 - p_n)^{n-k} \approx e^{-5 \frac{5^k}{k!}}$



概率统计

Xiao Yuan

离散随机变量 0-1分布 二項分布 泊松分布

连续型随机变量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

正志分布 随机变量的函 数分布

交分布 高散随机变量 连续随机变量 ■ 例:某种疾病的发病率为 1/1000,某社区有 5000 个成年人,求发病人数为 k 的概率记发病人数为随机变量 $X \sim B(5000, 1/1000)$,则 $P(X = k) = \binom{n}{k} p_n^k (1 - p_n)^{n-k} \approx e^{-5\frac{5k}{14}}$.

考虑时间 t 分为 n 段,假设每一段时间事件 A 发生概率为 p_n ,则 t 时间事件 A 发生的次数服从二项分布 $B(n,p_n)$ 。注意到当 n 很大时,事件 A 发生的概率将变小,假设 $p_n \propto \lambda/n$,那么我们有

$$\lim_{n\to\infty} B(n, p_n) = \pi(\lambda) \tag{3}$$

也即是, 泊松分布可以理解为均匀可能性发生的事件, 在单位时间内发生次数的分布。



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

the the total and the

0-1分布

泊松分布

几何分布和負二項分 布

连续型随机变

量

公布高新

概率密度

均匀分布

指数分布

不同分布的

随机变量的函数八五

高散随机变量

几何分布

重复伯努利试验直到事件 A 发生,记随机变量 X 为事件不发生次数,则 $P(X=k)=p(1-p)^k,\ k=0,1,\ldots,$,称 X 服从参数 p 的几何分布,记作 $X\sim G(p)$



概率统计

Xiao Yuan

几何分布和负二项分

几何分布

重复伯努利试验直到事件 A 发生,记随机变量 X 为事件不发生次数,则 $P(X = k) = p(1 - p)^k$, k = 0, 1, ..., 称 X 服从参数 p 的几何分布,记作 $X \sim G(p)$

几何分布的无记忆性: P(X > m + n | X > n) = P(X > m)



概率统计

Xiao Yuan

随机变-

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布 几何分布和负二项分

连续型随机型

量 分布函数

概率密度 均匀分布 指對分布

伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量

几何分布

重复伯努利试验直到事件 A 发生,记随机变量 X 为事件不发生次数,则 $P(X=k)=p(1-p)^k,\ k=0,1,\ldots,,\$ 称 X 服从参数 p 的几何分布,记作 $X\sim G(p)$

几何分布的无记忆性: P(X > m + n | X > n) = P(X > m)

负二项分布 (帕斯卡分布)

重复伯努利试验直到事件 A 发生 r 次,记随机变量 X 为事件不发生次数,则 $P(X=k)=\binom{k+r-1}{r-1}p^r(1-p)^k$, $k=0,1,\ldots,$,称 X 服从参数 r,p 的负二项分布,记作 $X\sim NB(r,p)$ 。注意到 G(p)=NB(1,p)



概率统计

Xiao Yuan

几何分布和负二项分

几何分布

重复伯努利试验直到事件 A 发生,记随机变量 X 为事件不发生次数,则 $P(X = k) = p(1 - p)^k$, k = 0, 1, ..., 称 X 服从参数 p 的几何分布, 记作 $X \sim G(p)$

几何分布的无记忆性: P(X > m + n | X > n) = P(X > m)

负二项分布(帕斯卡分布)

重复伯努利试验直到事件 A 发生 r 次,记随机变量 X 为事件不发生次数, 则 $P(X=k) = {k+r-1 \choose r-1} p^r (1-p)^k$, $k=0,1,\ldots,$, 称 X 服从参数 r,p 的负 二项分布,记作 $X \sim NB(r,p)$ 。注意到 G(p) = NB(1,p)

例:从生产线上随机抽产品进行检测、设产品的次品率为p,0<p<1、 若查到一只次品就得停机检修,则已检测产品数X服从G(p)。若查到r次停机、则已检测产品中良品数 Y 服从 NB(r, p)

目录



概率统计

Xiao Yuan

连续型随机变

- - 0-1 分布
 - ■二项分布
 - 泊松分布
 - 几何分布和负二项分布
- 3 连续型随机变量
 - 分布函数
 - 概率密度
 - 均匀分布
 - ■指数分布
 - 伽马分布
 - 不同分布的关系
 - 正态分布
- - ■离散随机变量
 - 连续随机变量



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

0-1 分布 二項分布 泊松分布

连续型随机变

量分布函数

概率密度

指数分布

不同分布的:

随机变量的函数公布

高散随机变量 法经随机变量

分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x, 函数 $F(x) := P(X \le x)$ 为 x 的概率分布函数



概率统计

Xiao Yuan

分布函数

分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x, 函数 $F(x) := P(X \le x)$ 为 x 的 概率分布函数

分布函数的性质

■ 非负性: $F(x) \in [0,1]$ 且满足 $F(-\infty) = 0$ 和 $F(\infty) = 1$



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
1-10円分布和负二项分

连续型随机变

量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 你马分布

随机变量的函数公布

离散随机变量 海经随机变量

分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x,函数 $F(x) := P(X \le x)$ 为 x 的概率分布函数

分布函数的性质

■ 非负性: $F(x) \in [0,1]$ 且满足 $F(-\infty) = 0$ 和 $F(\infty) = 1$

■ 单调性: F(x) 单调不减



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二項分布
泊松分布
几何分布和負二項分

连续型随机变

量 分布函数

概率密度 均匀分布 指数分布

伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函 数分布

离散随机变量 连续随机变量

分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x, 函数 $F(x) := P(X \le x)$ 为 x 的 概率分布函数

分布函数的性质

■ 非负性: $F(x) \in [0,1]$ 且满足 $F(-\infty) = 0$ 和 $F(\infty) = 1$

■ 单调性: *F*(*x*) 单调不减

■ 右连续: $\lim_{\varepsilon \to 0^+} F(x + \varepsilon) = F(x)$



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二項分布
治松分布
几何分布和負二項分

连续型随机型

量分布函数

概率密度 均匀分布

指数分布

不同分布的天京 正态分布

随机变量的函数分布 高数随机变量

离散随机变量 连续随机变量

分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x,函数 $F(x) := P(X \le x)$ 为 x 的概率分布函数

分布函数的性质

■ 非负性: $F(x) \in [0,1]$ 且满足 $F(-\infty) = 0$ 和 $F(\infty) = 1$

■ 单调性: *F*(*x*) 单调不减

■ 右连续: $\lim_{\varepsilon \to 0^+} F(x + \varepsilon) = F(x)$

■ 是否左连续?



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量
0-1分布
二項分布
泊松分布
几何分布和負二項分

连续型随机变 量

董 分布函数

概率密度 均匀分布 指数分布

伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函 数分布

离散随机变量 连续随机变量 分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x, 函数 $F(x) := P(X \le x)$ 为 x 的概率分布函数

分布函数的性质

■ 非负性: $F(x) \in [0,1]$ 且满足 $F(-\infty) = 0$ 和 $F(\infty) = 1$

■ 单调性: F(x) 单调不减

■ 右连续: $\lim_{\varepsilon \to 0^+} F(x + \varepsilon) = F(x)$

■ 是否左连续?

■ 离散随机变量的分布函数一般是跳跃的



概率统计

Xiao Yuan

分布函数

分布函数

考虑随机变量 X 和实变量 x, 函数 F(x) := P(X < x) 为 x 的 概率分布函数

分布函数的性质

■ 非负性: $F(x) \in [0,1]$ 且满足 $F(-\infty) = 0$ 和 $F(\infty) = 1$

■ 单调性: *F*(*x*) 单调不减

■ 右连续: $\lim_{\varepsilon \to 0^+} F(x + \varepsilon) = F(x)$

■ 是否左连续?

■ 离散随机变量的分布函数一般是跳跃的

写出上述离散随机变量的分布函数



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

重粉 随机亦

0-1 分布

二项分布

泊松分布 几何分布和自二和

连续型随机变

量

分布函引

概率密度

均匀分

E 7 A 4

不同分布的

正态分布

随机变量的函数分布

离散随机变量

连续随机变量

概率密度

对于随机变量 X,若存在 f(x) 使得 $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$,则 X 为连续型随机变量,F(x) 为分布函数,f(x) 为概率密度函数



概率统计

Xiao Yuan

概率密度

概率密度

对于随机变量 X, 若存在 f(x) 使得 $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t) dt$, 则 X 为连续型随机变量,F(x) 为分布函数,f(x) 为概率密度函数

概率密度的性质

■ 非负性: f(x) ≥ 0

■ 归一性: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量 0-1 分布 二项分布 泊松分布

泊松分布 几何分布和负二項: 布

连续型随机变量

童 分布函数

概率密度 均匀分布

相致分布 伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量 概率密度

对于随机变量 X,若存在 f(x) 使得 $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t) dt$,则 X 为连续型随机变量,F(x) 为分布函数,f(x) 为概率密度函数

概率密度的性质

■ 非负性: f(x) ≥ 0

■ 归一性: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

任意满足以上性质的函数 f(x) 都可以用来定义概率密度和分布函数。



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量 0-1 分布 二项分布 泊松分布

泊松分布 凡何分布和负二項分 布

连续型随机变

型 分布函数 概率密度 均匀分布

指数分布 伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布 高数随机变量

概率密度

对于随机变量 X, 若存在 f(x) 使得 $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$, 则 X 为连续型随机变量,F(x) 为分布函数,f(x) 为概率密度函数

概率密度的性质

■ 非负性: $f(x) \ge 0$

■ 归一性: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

任意满足以上性质的函数 f(x) 都可以用来定义概率密度和分布函数。

概率密度和概率的关系为 $P(x_1 < X \le x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ 其中 $x_2 \ge x_1$,因此, P(X = a) = 0。

同时,在 f(x) 的连续点我们有 F(x) = f(x).



概率统计

Xiao Yuan

概率密度

■ 概率密度刻画了在无穷小时间内事件发生的概率大小, 与物体的密度类似。



概率统计

Xiao Yuan

概率密度

■ 概率密度刻画了在无穷小时间内事件发生的概率大小, 与物体的密度类似。

■ 当分布函数 F(x) 不连续时,不对应连续性随机变量



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二项分布
治松分布
几何分布和负二项分布

量

概率密度

均匀分布

伽马分布

不同分布的 正态分布

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

- 概率密度刻画了在无穷小时间内事件发生的概率大小, 与物体的密度类似。
- 当分布函数 F(x) 不连续时,不对应连续性随机变量
- 我们可以随意改变概率密度函数在有限个点的值而不影响对应的分布函数



概率统计

Xiao Yuan

随机变:

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分
布

连续型随机变 量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量 ■ 概率密度刻画了在无穷小时间内事件发生的概率大小, 与物体的密度类似。

- 当分布函数 F(x) 不连续时,不对应连续性随机变量
- 我们可以随意改变概率密度函数在有限个点的值而不影响对应的分布函数
- 例: 一银行服务需要等待,设等待时间 X (分钟)的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x/10}/10 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ 某人到银行办理业务,写出等待时间的随机变量的分布函数。若他等待超过 30 分钟后就离开,写出对应的分布函数,判断是否是离散型还是连续型随机变量。



概率统计

Xiao Yuan

幼妇分布

均匀分布

假设随机变量 X 取值范围为 (a, b), 概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & x \in (a,b) \\ 0 & else \end{cases}$$
 则称 X 为区间 (a,b) 上的均匀
分布,记为 $X \sim U(a,b)$



概率统计

Xiao Yuan

幼妇分布

均匀分布

假设随机变量 X 取值范围为 (a,b), 概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & x \in (a,b) \\ 0 & else \end{cases}$ 则称 X 为区间 (a,b) 上的均匀 分布,记为 $X \sim U(a,b)$

■ 例: (1) 在区间 (-1,2) 上随机取一数 X, 试写出 X 的概率密度。并 求 P(X>0) 的值; (2) 若在该区间上随机取 10 个数, 求 10 个数中 恰有两个数大于 0 的概率。



概率统计

Xiao Yuan

随机变:

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变 量

並分布函数

均匀分布 指数分布 伽马分布

不同分布的关系 正态分布

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

均匀分布

假设随机变量 X 取值范围为 (a,b),概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & x \in (a,b) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$ 则称 X 为区间 (a,b) 上的均匀分布,记为 $X \sim U(a,b)$

例: (1) 在区间 (-1,2) 上随机取一数 X, 试写出 X 的概率密度。并求 P(X>0) 的值; (2) 若在该区间上随机取 10 个数,求 10 个数中恰有两个数大于 0 的概率。

(1)
$$P(X > 0) = 2/3$$
 (2) $B(10, P(X > 0))$



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变 量

分中函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函数分布 离数随机变量

离散随机变量 连续随机变量

均匀分布

假设随机变量 X 取值范围为 (a,b),概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & x \in (a,b) \\ 0 & else \end{cases}$$
 则称 X 为区间 (a,b) 上的均匀
分布,记为 $X \sim U(a,b)$

- 例: (1) 在区间 (-1,2) 上随机取一数 X, 试写出 X 的概率密度。并 求 P(X>0) 的值; (2) 若在该区间上随机取 10 个数,求 10 个数中 恰有两个数大于 0 的概率。
 - (1) P(X > 0) = 2/3 (2) B(10, P(X > 0))
- 例: 某车站每天从早上 6 点开始,每隔 30 分钟有一班车开往上海。 王先生在早上 6:20 过 X 分钟到达车站,设 X 服从 (0,50) 上的均匀 分布,(1) 求王先生候车时间不超过 15 分钟的概率;(2) 如果王先 生一月中有两次按此方式独立地去候车,求他一次候车不超过 15 分 钟、另一次候车大于 10 分钟的概率。



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布 几何分布和负二项分

连续型随机变 量

概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

随机变量的函数分布 antiment

离散随机变量 连续随机变量

均匀分布

假设随机变量 X 取值范围为 (a,b), 概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & x \in (a,b) \\ 0 & else \end{cases}$$
 则称 X 为区间 (a,b) 上的均匀
分布,记为 $X \sim U(a,b)$

- 例: (1) 在区间 (-1,2) 上随机取一数 X, 试写出 X 的概率密度。并求 P(X>0) 的值; (2) 若在该区间上随机取 10 个数, 求 10 个数中恰有两个数大于 0 的概率。
 - (1) P(X > 0) = 2/3 (2) B(10, P(X > 0))
- 例: 某车站每天从早上 6 点开始,每隔 30 分钟有一班车开往上海。 王先生在早上 6:20 过 X 分钟到达车站,设 X 服从 (0,50) 上的均匀 分布,(1) 求王先生候车时间不超过 15 分钟的概率;(2) 如果王先 生一月中有两次按此方式独立地去候车,求他一次候车不超过 15 分 钟,另一次候车大于 10 分钟的概率。
 - $(1) \ 0.5 \ (2) \ 2*1/2*3/5 = 3/5$



概率统计

Xiao Yuan

指針分布

指数分布

对于 $\lambda > 0$,概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & else \end{cases}$ 的随机变量 X 为指数分布,记作 $X \sim \text{Exp}(\lambda)$



概率统计

Xiao Yuan

随机亦品

离散随机变量 0-1 分布 二项分布 泊松分布

布

量

概率密度

均匀分布

不同分布的关

随机变量的函 数分布

高散随机变量 连续随机变量

指数分布

对于 $\lambda > 0$,概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & else \end{cases}$ 的随机变量 X 为指数分布,记作 $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

■ 指数分布的特征为无记忆性(等价),也即是 $P(X > x_0 + x | X > x_0) = P(X > x)$ 证明只需要注意到 $P(X > x) = e^{-\lambda x}$.



概率统计

Xiao Yuan

随机亦量

离散随机变量 0-1分布 二项分布

泊松分布 几何分布和負二項 布

连续型随机变 量

分布函數 概率密度

均匀分布 指数分布 伽马分布

不同分布的关系正态分布

随机变量的函数分布 abbing量

高散随机变量 连续随机变量

指数分布

对于 $\lambda > 0$,概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$ 的随机变量 X 为指数分布,记作 $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

- 指数分布的特征为无记忆性 (等价), 也即是 $P(X > x_0 + x | X > x_0) = P(X > x)$ 证明只需要注意到 $P(X > x) = e^{-\lambda x}$.
- 例:考虑从 t=0 到任意时间 t 内事件 A 发生的次数服从泊松分布 $\pi(\lambda t)$, 那么从 t=0 开始事件 A 发生的时间从什么分布?



概率统计

Xiao Yuan

指針分布

指数分布

对于 $\lambda > 0$,概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & else \end{cases}$ 的随机变量 X 为指数分布,记作 $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

- 指数分布的特征为无记忆性 (等价), 也即是 $P(X > x_0 + x | X > x_0) = P(X > x)$ 证明只需要注意到 $P(X > x) = e^{-\lambda x}$.
- 例:考虑从 t=0 到任意时间 t 内事件 A 发生的次数服 从泊松分布 $\pi(\lambda t)$, 那么从 t=0 开始事件 A 发生的时 间从什么分布?
 - 记 A 第一次发生的时间为 X, 则 $P(X \le x) = 1 e^{-\lambda x}$, 也即是 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$

伽马分布



概率统计

Xiao Yuan

伽马分布

伽马分布

对于 $\alpha, \lambda > 0$, 概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{(\alpha-1)}\lambda^{\alpha}e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)} & x > 0\\ 0 & else \end{cases}$ 机变量 X 为伽马分布、记作 $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$

• 这里
$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \alpha > 0$$
 且 $\Gamma(n) = (n-1)!$

伽马分布



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量 0-1 分布 二项分布 泊松分布

24 44 Fil Bd In 1

量

初中四级 概率密度 均匀分布

指数分布

正态分布

数分布 高散随机变量

高散随机变量 连续随机变量

伽马分布

对于 $\alpha, \lambda > 0$,概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{(\alpha-1)}\lambda^{\alpha}e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)} & x > 0 \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$ 的随机变量 X 为伽马分布,记作 $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$

- 这里 $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \alpha > 0$ 且 $\Gamma(n) = (n-1)!$
- 例:考虑从 t=0 到任意时间 t 内事件 A 发生的次数服从泊松分布 $\pi(\lambda t)$,那么从 t=0 开始事件 A 发生 n 次的时间从什么分布?

伽马分布



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布

连续型随机变

分布函数 概率密度

均匀分布 指数分布 **伽马分布**

不同分布的关系正态分布

随机变量的函数分布 高数随机变量

高散随机变量 连续随机变量

伽马分布

对于 $\alpha, \lambda > 0$,概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{(\alpha-1)}\lambda^{\alpha}e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)} & x > 0 \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$ 的随机变量 X 为伽马分布,记作 $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$

- 这里 $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \alpha > 0$ 且 $\Gamma(n) = (n-1)!$
- 例:考虑从 t=0 到任意时间 t 内事件 A 发生的次数服从泊松分布 $\pi(\lambda t)$,那么从 t=0 开始事件 A 发生 n 次的时间从什么分布?

记 A 发生 n 次的时间为 X, 则
$$P(X \le x) = 1 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda x)^k e^{-\lambda x}}{k!}$$
, 也即是 $f(x) = P(x) = \frac{x^{(n-1)} \lambda^n e^{-\lambda x}}{(n-1)!}$

不同分布的关系



概率统计

Xiao Yuan

不同分布的关系

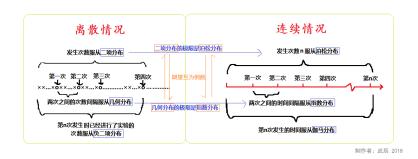


Figure: 二项分布、几何分布、负二项分布、泊松分布、指数分布、 伽马分布的关系 (from https://zhuanlan.zhihu.com/p/32932782)

正态分布



概率统计

Xiao Yuan

正态分布

正态分布

对于实数 μ 和 $\sigma > 0$, 称概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 随机变量满足为正态 (Guass) 分布, 记作 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

正态分布



概率统计

Xiao Yuan

随机变:

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变 量

分布函数 概率密度 均匀分布

均匀分布 指数分布 伽马分布

正态分布

随机变量的函数分布 离数随机变量

离散随机变量 连续随机变量

正态分布

对于实数 μ 和 $\sigma > 0$,称概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 的随机变量满足为正态 (Guass) 分布,记作 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

- 归一性: $\int f(x)dx = 1$. 首先 $\int f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-t^2/2}$. 记 $\alpha = \int e^{-t^2/2}$, 注意到 $\alpha^2 = 2\pi$ 得证。
- 对称性: f(x) 关于 x = µ 对称
- 最大值: $f(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$
- $\blacksquare \lim_{|x|\to\infty} f(x) = 0$
- N(0,1) 为标准正态分布

正态分布的性质



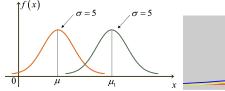
概率统计

Xiao Yuan

正态分布

称 μ 为位置参数 (决定对称轴位置). 当固定 σ 时,改变 μ 只会平移正态分布的位置

■ σ 为尺度参数 (决定曲线分散性). 当固定 μ 时, σ 越大, 曲线的峰越低,落在 μ 附近的概率越小,取值就越分散, p σ 是反映 X 的取值分散性的一个指标。



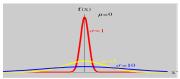


Figure: 正态分布的参数性质



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

直勘 随 却 亦 引

0-1 公布

二项分布

泊松分布

and the material and

进狭型随机发

量

分布函:

概率密度

均匀分

10 90,77 1

即均分中

正态分布

随机变量的运

高散随机变量

连续随机变量

标准正态分布

N(0,1) 的分布为标准正态分布,且有概率密度 $\psi(x) = rac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ 和分布函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} rac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-s^2/2} ds$



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量

0-1 分布 二項分布

泊松分布 几何分布和負二項

连续型随机变

进头坐随机交

分布函数

机平省及

指数公准

伽马公布

不同分布

正态分布

随机变量的 函数分布

高散随机变量

连续随机变量

标准正态分布

N(0,1) 的分布为标准正态分布,且有概率密度 $\psi(x)=rac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$ 和分布函数 $\Phi(x)=\int_{-\infty}^xrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-s^2/2}ds$

■ 注意 $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$



概率统计

Xiao Yuan

正态分布

标准正态分布

N(0,1) 的分布为标准正态分布, 且有概率密度 $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ 和分布函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-s^2/2} ds$

- 注意 $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$
- 对于随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$



概率统计

Xiao Yuan

正态分布

标准正态分布

N(0,1) 的分布为标准正态分布,且有概率密度 $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-x^2/2}$ 和分布函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-s^2/2} ds$

- 注意 $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$
- 对于随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$
- 对于随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 我们有 $P(a < X \le b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$

标准正态分布



概率统计

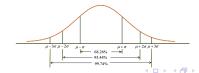
Xiao Yuan

正态分布

标准正态分布

N(0,1) 的分布为标准正态分布,且有概率密度 $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-x^2/2}$ 和分布函数 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-s^2/2} ds$

- 注意 $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$
- 对于随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 、 $\frac{X-\mu}{} \sim N(0.1)$
- 对于随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 我们有 $P(a < X \le b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$
- 一些常用的结论有: $\Phi(1) \Phi(-1) = 0.6826$, $\Phi(2) - \Phi(-2) = 0.9544, \ \Phi(3) - \Phi(-3) = 0.9974$





Xiao Yuan

随机变量

0-1 分布 二項分布 泊松公布

泊松分布 几何分布和負二項: 布

连续型随机变

量

概率密度

均匀分布

指数分

伽马分布

正态分布

随机变量的函数分布

离散随机变量

连续随机变量

• 例: 一批钢材长度 $X(cm) \sim N(\mu, \sigma)$ (1) 若 $\mu = 100$, $\sigma = 2$, 求这批钢材长度小于 97.8cm 的概率; (2) 若 $\mu = 100$, 要使这批钢材的长度至少有 90% 落在区间 (97.103) 内、问 σ 至多取何值?



Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布

泊松分布 几何分布和負二項分 布

连续型随机变量

重 分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布

离散随机变量 连续随机变量

- 例: 一批钢材长度 $X(cm) \sim N(\mu, \sigma)$ (1) 若 $\mu = 100$, $\sigma = 2$, 求这批钢材长度小于 97.8cm 的概率; (2) 若 $\mu = 100$, 要使这批钢材的长度至少有 90% 落在区间 (97,103) 内,问 σ 至多取何值?
 - (1) P(X < 97.8) = 0.1357 (2) $\sigma \le 1.8237$
- 例:设一天中经过一高速公路某一入口的重型车辆数 X 近似服从 $N(\mu, \sigma^2)$,已知有 25% 的天数超过 400 辆,有 33% 的天数不到 350 辆,求 μ, σ



Xiao Yuan

随机变量

0-1 分布 二项分布 泊松分布

连续型随机变

量 分布函数

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布 不同分布的关系

随机变量的函 数分布

正态分布

离散随机变量 连续随机变量

- 例: 一批钢材长度 $X(cm) \sim N(\mu, \sigma)$ (1) 若 $\mu = 100$, $\sigma = 2$, 求这批钢材长度小于 97.8cm 的概率; (2) 若 $\mu = 100$, 要使这批钢材的长度至少有 90% 落在区间 (97,103) 内,问 σ 至多取何值? (1) P(X < 97.8) = 0.1357 (2) $\sigma < 1.8237$
- 例:设一天中经过一高速公路某一入口的重型车辆数 X 近似服从 $N(\mu,\sigma^2)$,已知有 25% 的天数超过 400 辆,有 33% 的天数不到 350 辆,求 μ,σ $\mu\approx 369.7,\sigma\approx 44.8$

目录



概率统计

Xiao Yuan

概率密度

随机变量的函 数分布

- 0-1 分布
- ■二项分布
- 泊松分布
- 几何分布和负二项分布

- ■分布函数
- ■概率密度
- ■均匀分布
- ■指数分布
- 伽马分布
- ■不同分布的关系
- ■正态分布

4 随机变量的函数分布

- 离散随机变量
- 连续随机变量



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

0-1 分布 二項分布

泊松分布 几何分布和负二项 布

连续型随机变

量

机率密度

均匀分平指数分平

你马分布 不同分布的:

随机变量的高

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量

问题

问题:已知随机变量 X 的概率分布,且已知 Y=g(X),求 Y 的概率分布。



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量
0-1分布
二项分布
治松分布
几何分布和负二项分

连续型随机变

量 分布函数

概率密度

指数分布

伽马分布 不同分布的关

随机变量的函数分布

离散随机变量

问题

问题: 已知随机变量 X 的概率分布,且已知 Y = g(X),求 Y 的概率分布。

■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 Y = 2X 服从什么分布?



概率统计

Xiao Yuan

随机变-

离散随机变量
0-1分布
二项分布
泊松分布
几何分布和负二项%

连续型随机变量

が中四級 概率密度 均匀分布

相級力型 伽馬分布 不同分布的关系

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量

问题

问题:已知随机变量 X的概率分布,且已知 Y = g(X),求 Y的概率分布。

■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 Y = 2X 服从什么分布?

$$Y \in \{-2, 0, 2\}, P(Y = -2) = P(X = -1) = 0.2,$$

 $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.5, P(Y = 2) = P(X = 1) = 0.3$



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布

泊松分布 几何分布和負二項 布

连续型随机变 量

分布函數 概率密度 均匀分布 指数分布

指数分布 伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量

问题

问题: 已知随机变量 X 的概率分布,且已知 Y = g(X),求 Y 的概率分布。

■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 Y = 2X 服从什么分布?

$$Y \in \{-2, 0, 2\}, P(Y = -2) = P(X = -1) = 0.2,$$

 $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.5, P(Y = 2) = P(X = 1) = 0.3$

离散随机变量函数的概率分布

对于随机变量 X, 若 Y = g(X) 为离散随机变量,则可以首先 找出 Y 的所有可能值,再找出每个值对应的等价事件来求出 概率



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变

0-1 分布 二项分布

泊松分布 几何分布和負二項

连续型随机型

量

分布函数

初午四尺

指数分布

你 与分布 てロハヤム

不同分布的: 正态分布

随机变量的运

高散随机变量 连续随机变量 ■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 $Y = X^2$ 服从什么分布?



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量 0-1分布 二项分布

泊松分布 几何分布和負二項: 亦

连续型随机变

堂

概率密度

均匀分布

指数分布

不同分布的

随机变量的运

离散随机变量

■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 $Y = X^2$ 服从什么分布?

 $Y \in \{0,1\}, P(Y=0) = P(Y=1) = 0.5$



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

點 放 随 机 尖 重
0-1 分布
二項分布
泊松分布
几何分布和負二項分

连续型随机变 量

少布函数

均匀分布

伽马分布 不同分布的 4

随机变量的运

高散随机变量 连续随机变量 ■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 $Y = X^2$ 服从什么分布?

 $Y \in \{0,1\}, P(Y=0) = P(Y=1) = 0.5$

■ 例: 已知离散型随机变量 X 服从的泊松分布 $\pi(\lambda)$, 求 $Y = (X-1)^2$ 服从什么分布?



概率统计

Xiao Yuan

随机变量 离散随机变量

0-1 分布 二項分布 泊松分布

泊松分布 几何分布和负二项分 布

连续型随机变 量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布

指数分布 伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量 ■ 例: 随机变量 $X \in \{-1,0,1\}$ 满足分布 p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3,则随机变量 $Y = X^2$ 服从什么分布?

$$Y \in \{0,1\}, P(Y=0) = P(Y=1) = 0.5$$

• 例: 已知离散型随机变量 X 服从的泊松分布 $\pi(\lambda)$, 求 $Y = (X-1)^2$ 服从什么分布?

$$X = 0, Y = 1, X = 1, Y = 0, X = 2, Y = 1, X = 3, Y = 4,$$

•••

因此,
$$P(Y=0) = P(X=1) = e^{-1}\lambda$$
, $P(Y=1) = P(X=0) + P(X=2) = e^{-1}(1+\lambda^2/2)$, $P(Y=(x-1)^2) = P(X=x)$, $\forall x \geq 3$.



概率统计

Xiao Yuan

■ 例: 随机变量 X ∈ {-1,0,1} 满足分布 $p(-1) = 0.2, p(0) = 0.5, p(1) = 0.3, \text{ 则随机变量 } Y = X^2$ 服从什么分布?

 $Y \in \{0,1\}, P(Y=0) = P(Y=1) = 0.5$

■ 例:已知离散型随机变量 X 服从的泊松分布 $\pi(\lambda)$, 求 $Y = (X - 1)^2$ 服从什么分布? X = 0, Y = 1, X = 1, Y = 0, X = 2, Y = 1, X = 3, Y = 4

因此,
$$P(Y=0) = P(X=1) = e^{-1}\lambda$$
, $P(Y=1) = P(X=0) + P(X=2) = e^{-1}(1 + \lambda^2/2)$, $P(Y=(x-1)^2) = P(X=x)$, $\forall x \ge 3$.

■ 例: 已知 X ~ N(0,1), Y = [|X|], 求 Y 的概率分布。



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

0-1 分布 二项分布 泊松分布

连续型随机变

量

分布函数

均匀分布

指数分布 伽马分布

不同分布的

随机变量的运

离散随机变量

连续随机变量

■ 例:随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$,求 Y = |X| 的概率密度



概率统计

Xiao Yuan

.....

商掛陆扣亦

0-1 分布

二项分布

白松分布

连续型随机当

量

报惠宗彦

幼妇会在

指数分布

不同公本的

不 向 分 布 的 正 态 分 布

随机变量的函数八左

惠散随机查量

连续随机变量

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$, 求 Y = |X| 的概率密度 $Y \in (0,4)$, 同时 $f_Y(Y = y) = f_X(X = -y) + f_Y(X = y) = 1/4$, 因此 有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/4 & y \in (0,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$



概率统计

Xiao Yuan

0-1 分布 二項分布 泊於分布

泊松分布 几何分布和負二項 布

建 坐 地 机 文

分 中 函 致 概率密度

均匀分布

指数分布

不同分布的:

随机变量的;

高散随机变量

连续随机变量

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & else \end{cases}$, 求 Y = |X| 的概率密度 $Y \in (0,4)$, 同时 $f_Y(Y = y) = f_X(X = -y) + f_Y(X = y) = 1/4$, 因此 有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/4 & y \in (0,4) \\ 0 & else \end{cases}$ 考虑任意概率密度 $f_X(x)$ 的情况。

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$, 求 Y = 2X 的概率密度



概率统计

Xiao Yuan

海娃随机容量

• 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & else \end{cases}$, 求 Y = |X| 的概率密度 $Y \in (0,4)$, 同时 $f_Y(Y=y) = f_X(X=-y) + f_Y(X=y) = 1/4$, 因此 有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/4 & y \in (0,4) \\ 0 & else \end{cases}$ 考虑任意概率密度 fx(x) 的情况。

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & else \end{cases}$, 求 Y = 2X 的概率密度 同理, $Y \in (-8,8)$, 因此有 $f_Y(Y=y) = f_X(X=y/2) = 1/8$, 因此有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/8 & y \in (-8,8) \\ 0 & else \end{cases}$?



概率统计

Xiao Yuan

海娃随机容量

• 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$, 求 Y = |X| 的概率密度

 $Y \in (0,4)$, 同时 $f_Y(Y=y) = f_X(X=-y) + f_Y(X=y) = 1/4$, 因此 有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/4 & y \in (0,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$

考虑任意概率密度 fx(x) 的情况。

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & else \end{cases}$, 求 Y = 2X 的概率密度 同理, $Y \in (-8,8)$, 因此有 $f_Y(Y=y) = f_X(X=y/2) = 1/8$, 因此有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/8 & y \in (-8,8) \\ 0 & else \end{cases}$?

连续随机变量函数的概率密度

对于连续随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$,若 Y = g(X) 为连续型随机变 量,则Y的概率密度为 $f_Y(y) = \sum_{g(x)=Y} f_X(x)$?



概率统计

Xiao Yuan

海娃随机容量

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$, 求 Y = 2X 的概率密度 同理, $Y \in (-8,8)$, 因此有 $f_Y(Y=y) = f_X(X=y/2) = 1/8$, 因此有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/8 & y \in (-8,8) \\ 0 & else \end{cases}$?

连续随机变量函数的概率密度

对于连续随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$,若 Y = g(X) 为连续型随机变 量,则Y的概率密度为 $f_Y(y) = \sum_{\sigma(x)=Y} f_X(x)$?

为什么上述分析是错误的?



概率统计

Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量
0-1分布
二項分布
泊松分布
几何分布和負二項分

连续型随机变

坚 分布函數 概率密度 均匀分布 指數分布 伽马分布

随机变量的函数分布

高散随机变量 连续随机变量 ■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 1/8 & x \in (-4,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$, 求 Y = 2X 的概率密度 同理, $Y \in (-8,8)$,因此有 $f_Y(Y = y) = f_X(X = y/2) = 1/8$,因此有 $f_Y(y) = \begin{cases} 1/8 & y \in (-8,8) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$?

连续随机变量函数的概率密度

对于连续随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$, 若 Y = g(X) 为连续型随机变量,则 Y 的概率密度为 $f_Y(y) = \sum_{g(x)=Y} f_X(x)$?

为什么上述分析是错误的?

连续随机变量函数的概率密度

概率可以相加, 密度不能直接相加。



概率统计

Xiao Yuan

随机亦是

离散随机变

二项分布

旧松分中 几何分布和負二項 布

连续型随机或

量

加州四级

均匀分布

和以为中

不同分布的

随机变量的,

数分布

高散随机变量

连续随机变量

■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} x/8 & x \in (0,4) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$, 求 $Y = X^2$ 的概率密度



概率统计

Xiao Yuan

随机变

离散随机变量 0-1分布 二项分布 泊松分布

布

廷级型随机交量

分布函数 概率密度 均匀分布 指数分布 伽马分布

伽马分布 不同分布的关系 正态分布

随机变量的函数分布 ^{高数随机变量}

高散随机变量 连续随机变量 ■ 例: 随机变量 X 概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} x/8 & x \in (0,4) \\ 0 & else \end{cases}$, 求 $Y = X^2$ 的概率密度

我们注意到概率密度仅仅反应了连续变量在某个无穷小区间 $[x,x+\delta x]$ 的概率 $P(X\in [x,x+\delta x])=f(x)dx$. 因此考虑随机变量 Y 在 $[y,y+\delta y]$ 区间的概率 $P_Y(Y\in y,y+\delta y)=f_Y(y)dy$, 对应于随机变量 X 在 $I=[\sqrt{y},\sqrt{y+\delta y}]$, 对应概率

$$P_X(x \in I) = \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{y+\delta y}} \frac{x}{8} dx = \frac{x^2}{16} \Big|_{\sqrt{y}}^{\sqrt{y+\delta y}} = \frac{1}{16} \delta y$$

也即是
$$f_Y(y) = \begin{cases} 1/16 & y \in (0, 16) \\ 0 & else \end{cases}$$

一般的结论



概率统计

Xiao Yuan

随机变

5 再入 随 心 文 里 0-1 分布 二項分布 泊松分布 几何分布和負二項分

连续型随机变

量 分布函数

概率密度均匀分布

他 马分布

随机变量的运

京粉 所 机 专 录

连续随机变量

连续随机变量的函数分布

设X的概率密度为 $f_X(x)$,函数g(x)严格单调且其反函数h(y)有连续导数,则Y=g(X)也是一个随机变量,且概率密度为

$$f_{Y}(y) = \begin{cases} f_{X}(h(y)) \cdot |h'(y)| & y \in (\alpha, \beta) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$$
 (4)

其中 $\alpha = \min\{g(-\infty), g(+\infty)\}$ 和 $\beta = \max\{g(-\infty), g(+\infty)\}$

一般的结论



概率统计

Xiao Yuan

海娃随机容量

连续随机变量的函数分布

设X的概率密度为 $f_X(x)$,函数g(x)严格单调且其反函数 h(y) 有连续导数,则 Y = g(X) 也是一个随机变量,且概率密 度为

$$f_{Y}(y) = \begin{cases} f_{X}(h(y)) \cdot |h'(y)| & y \in (\alpha, \beta) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$
 (4)

其中 $\alpha = \min\{g(-\infty), g(+\infty)\}$ 和 $\beta = \max\{g(-\infty), g(+\infty)\}$

proof: 不妨假设 g(x) 严格单调上升,则 g'(x), h'(y) > 0, $\alpha = g(-\infty), \beta = g(+\infty).$ 考虑 $Y \in (\alpha, \beta)$ 的分布函数为

$$F_Y(y) = P(Y \le y) = P(g(X) \le Y) = P(X \le h(y)) = F_X(h(y))$$

因此

$$f_Y(y) = F'_Y(y) = f_X(h(y))' \cdot h'(y)$$



Xiao Yuan

随机变量

离散随机

U-1 分布 二項分布 泊於公布

几何分布和负二项

连续型随机变

更

分布函数

均匀分布

指数分布

不同分布的:

正态分布

随机变量的函数分布

高散随机变量

连续随机变量

• 例:设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y = aX + b(a \neq 0)$, 求 Y 的概率 密度



Xiao Yuan

防扣亦品

随机发重

0-1 分布

泊松分布

几何分布和负二项分

连续型随机变

量

分布函数

概率密度

均匀分布

指数分布

不同公本的

不 向 分 布 的 大

随机变量的函数分布

高散随机变:

连续随机变量

■ 例: 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y = aX + b(a \neq 0)$, 求 Y 的概率 密度

$$y = g(x) = ax + b$$
, $g'(x) = a \neq 0$, $x = h(y) = (y - b)/a$,

$$f_{Y}(y) = f_{X}(h(y)) \cdot |h'(y)| = f_{X}((y-b)/a)/|a|$$
$$= \frac{1}{|a|\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{((y-b)/a-\mu)^{2}}{2\sigma^{2}}}$$

也即是
$$Y \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$$



Xiao Yuan

连续随机变量

• 例:设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y = aX + b(a \neq 0)$, 求 Y 的概率 密度

$$y = g(x) = ax + b$$
, $g'(x) = a \neq 0$, $x = h(y) = (y - b)/a$,

$$f_{Y}(y) = f_{X}(h(y)) \cdot |h'(y)| = f_{X}((y-b)/a)/|a|$$
$$= \frac{1}{|a|\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{((y-b)/a-\mu)^{2}}{2\sigma^{2}}}$$

也即是
$$Y \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$$

■ 例:设 $X \sim U(-\pi/2, \pi/2)$, 求 $Y = \sin X$ 的概率密度



Xiao Yuan

随机变量

के सेट कर देव जो

0-1 分布

一個万年 泊松分布

几何分布和负二项分 布

连续型随机变

量

均匀分布

伽马分布

不 內分布 的 天市 正态分布

随机变量的函数分布 a数随机变量

连续随机变量

• 例:设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y = aX + b(a \neq 0)$, 求 Y 的概率 密度

$$y = g(x) = ax + b$$
, $g'(x) = a \neq 0$, $x = h(y) = (y - b)/a$,

$$f_{Y}(y) = f_{X}(h(y)) \cdot |h'(y)| = f_{X}((y-b)/a)/|a|$$
$$= \frac{1}{|a|\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{((y-b)/a-\mu)^{2}}{2\sigma^{2}}}$$

也即是 $Y \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$

■ 例: 设 $X \sim U(-\pi/2, \pi/2)$, 求 $Y = \sin X$ 的概率密度 $y = g(x) = \sin x$, $g'(x) = \cos x > 0$, $x = h(y) = \arcsin y$, $h'(y) = 1/\sqrt{1-y^2}$ 因此 $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} & y \in (-1,1) \\ 0 & \textit{else} \end{cases}$

例子



概率统计

Xiao Yuan

起和文主

市掛陆扣

0-1 分布

二项分布

泊松分布

几何分布和负二项 布

连续型随机变

量

分布函数

概率密度

均匀分布

伽马分布

不同分布的关 正态分布

随机变量的函数分布

高散随机变量

连续随机变量

• 例:设 $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, F(x) 为 X 的分布函数,求 F(x), 以及证明 $Y = F(X) \sim U(0,1)$



Xiao Yuan

地心又主

0-1 分布 二项分布 泊松分布 几何分布和负二项分

连续型随机变

量

概率密度 幼勾分布

均匀分布 指数分布

你与分布 不同分布的关;

随机变量的函数公布

高散随机变量

连续随机变量

■ 例: 设 $X \sim \text{Exp}(\lambda)$, F(x) 为 X 的分布函数, 求 F(x), 以及证明 $Y = F(X) \sim U(0,1)$ 首先我们有 $Y = F(X) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda X} & X > 0 \\ 0 & X < 0 \end{cases}$ 也即是 Y 的

取值范围为 [0,1]。当 $y \le 0$,我们有 $F_Y(y) = 0$,当 $y \ge 1$ 我们有 $F_Y(y) = 1$ 。对于 $y \in (0,1)$,

$$F_{Y}(y) = P(Y \le y) = P(1 - e^{-\lambda X} \le y),$$

$$= P(e^{-\lambda X} \ge 1 - y),$$

$$= P(X \le -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - y)),$$

$$= 1 - e^{\lambda \left[-\frac{1}{\lambda} \ln(1 - y)\right]},$$

$$= y$$



Xiao Yuan

随机变量

离散随机变量

二項分布 泊松分布 凡何分布和負二項分

几何分布和負二項布

连续型随机变

亚 公布五社

概率密度

均匀分布

指数分布

不同分布的

随机变量的函数公布

京粉防机专业

连续随机变量

■ 例:设 $X \sim N(0,1)$, $Y = X^2$, 求 Y 的概率密度



Xiao Yuan

随机变量

离散随机变 0-1 分布

二項分布 泊松分布 日何公本私名一四公

几何分布和負二項分布

连续型随机变

更

分中函数

概率密度

均匀分布

伽马分布

不同分布的关 正态分布

随机变量的函数分布

高散随机变生

连续随机变量

■ 例: 设 $X \sim N(0,1)$, $Y = X^2$, 求 Y 的概率密度 已知 $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$, Y 的取值范围为 $[0,\infty)$,

$$F_{Y}(y) = P(Y \le y) = P(X^{2} \le y),$$

= $2P(X \in (0, \sqrt{y})),$
= $2(P(X \le \sqrt{y}) - 1/2),$ (5)

因此
$$f_Y(y) = f_X(\sqrt{y})y^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi y}}e^{-y/2}$$