

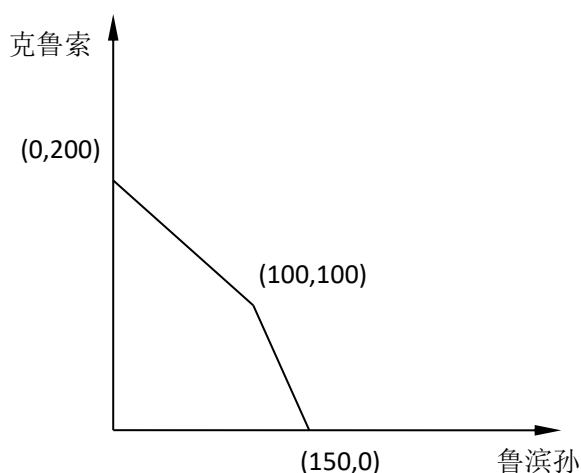
第 5 章 讨价还价与耐心

1. 参考答案:

(1) 如果平均分配, 则两人各得 50 公斤玉米和 50 公斤土豆。此时, 鲁滨孙和克鲁索的效用分别为 75 和 100。考虑另外一种分配, 鲁滨孙得 100 公斤玉米, 克鲁索得 100 公斤土豆, 则两人的效用都为 100。相对于平均分配, 这种配置方法在不损害克鲁索效用的前提下让鲁滨孙的效用得到了改进, 实现了帕累托改进。因此简单平均分配并不是帕累托最优。

(2) 如果不谈判, 鲁滨孙的期望效用为 $0.8 \times (100 + 50) + 0.2 \times 0 = 120$, 克鲁索的期望效用为: $0.8 \times 0 + 0.2 \times (100 + 100) = 40$ 。此即为两人的威胁点。

(3) 效用可行性前沿如下:



(注意, 如果所有物资都归鲁滨孙, 鲁滨孙的效用为 150; 如果所有物资都归克鲁索, 克鲁索的效用为 200。这样我们可以得到可行性前沿和横轴、纵轴的交点分别为 $(150, 0)$, $(0, 200)$ 。考虑从 $(150, 0)$ 开始, 考虑鲁滨孙和克鲁索之间效用的替代关系。由于相对来说克鲁索对土豆的评价更高, 鲁滨孙每让给克鲁索 1 单位土豆, 他自己减少 0.5 单位效用, 但克鲁索可以获得 1 单位效用。直到克鲁索拥有所有的土豆, 此时两人的效用组合为 $(100, 100)$ 。此后, 鲁滨孙只能减少玉米了, 由此他和克鲁索的效用替代关系是 1: 1。因此帕累托可行边界如上所示。)

同时可以写出帕累托边界 (Pareto Frontier) 对应的方程为:

$$u_2 = \begin{cases} 300 - 2u_1, & u_1 \leq 100 \\ 200 - u_1, & 100 < u_1 \leq 150 \end{cases}$$

(4) 纳什谈判问题为:

$$\begin{aligned} & \max_{u_1, u_2} (u_1 - 120)(u_2 - 40) \\ & u_2 = \begin{cases} 300 - 2u_1, & u_1 \leq 100 \\ 200 - u_1, & 100 < u_1 \leq 150 \end{cases} \end{aligned}$$

解得: $u_1 = 125$, $u_2 = 50$ 。

进一步的，求解：

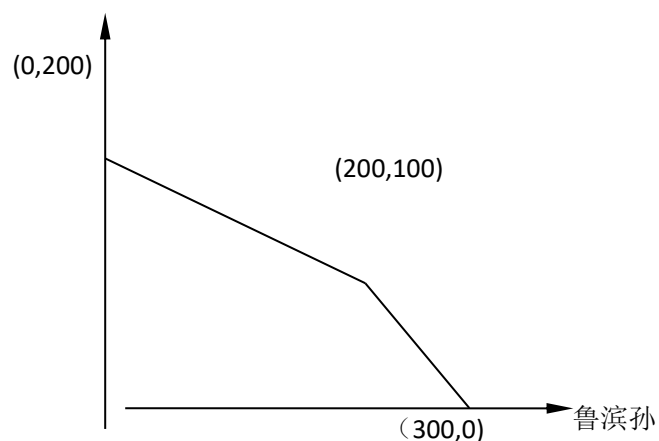
$$\begin{cases} C_1 + P_1 / 2 = 125 \\ C_2 + P_2 = 50 \\ C_1 + C_2 = 100 \\ P_1 + P_2 = 100 \end{cases}$$

从而解得： $C_1 = 100$ ， $C_2 = 0$ ， $P_1 = 50$ ， $P_2 = 50$ 。

（5）当鲁滨孙悟出新的烹调方法后，效用函数变成了 $U_1 = 2C + P$ 。这时对应的帕累托效用前沿是将之前的帕累托前沿横向拉升，宽度变成原来的 2 倍。容易知道对应的方程为：

$$u_2 = \begin{cases} 300 - 2u_1, & u_1 \leq 200 \\ 200 - u_1, & 200 < u_1 \leq 300 \end{cases}$$

克鲁索



$$u_2 = \begin{cases} 300 - u_1, & u_1 \leq 200 \\ 200 - 0.5u_1, & 200 < u_1 \leq 300 \end{cases}$$

纳什谈判问题为：

$$\max_{u_1, u_2} (u_1 - 240)(u_2 - 40)$$

$$u_2 = \begin{cases} 300 - u_1, & u_1 \leq 200 \\ 200 - 0.5u_1, & 200 < u_1 \leq 300 \end{cases}$$

解得： $u_1 = 250$ ， $u_2 = 50$ 。

$$\begin{cases} 2C_1 + P_1 = 250 \\ C_2 + P_2 = 50 \\ C_1 + C_2 = 100 \\ P_1 + P_2 = 100 \end{cases}$$

从而解得： $C_1 = 100$ ， $C_2 = 0$ ， $P_1 = 50$ ， $P_2 = 50$ 。其结果是和之前一样的。

这说明了纳什谈判的一个特性，即谈判结果不随效用函数的线性变换而变化。

3. 参考答案：

(1) 按照经典的讨价还价理论，此时李四只能被动接受张三的任何分配方案。因此均衡的结果为张三提出全得，即 $x=100$ ， $y=0$ ，李四被迫接受。这一均衡显然是和现实严重不符的。

(2) 如果李四的效用形式为 $u=y+a(y-x)$ ，则张三为保证李四的效用不小于 0，必须至少给予其 $y = \frac{a}{2a+1}$ ，自己得： $x = 100 - \frac{a}{2a+1}$ 。显然， a 越大，均衡时需要留给李四的份额就越高，而张三留给自己的份额就越少。

5. 参考答案：

谈判的顺利达成，前提是双方都确切知道对手的谈判力和可接受的底线。而现实中，这种假设可能不成立。正是由于这种对对手的不了解导致了“非理性”的战争的存在。