

HTW DRESDEN

FAKULTÄT ELEKTROTECHNIK

Übungsaufgaben

Elektrotechnik für Montageingenieure

Gudrun Flach

July 16, 2019

Contents

1	Einführung	3
1.1	Bedeutung der Elektrotechnik	3
1.2	Fachsprache der Elektrotechnik	3
1.3	Einheiten und Formelgrößen	3
2	Ladung Strom und Spannung	7
2.1	Elektrische Ladung	7
2.2	Leitungseigenschaften	8
2.3	Elektrischer Strom und Stromdichte	9
2.4	Energie im Stromkreis	11
2.5	Potenzial und Spannung	11
2.6	Elektrische Feldstärke	11
2.7	Leistung, Energie und Wirkungsgrad	11
3	Zweipole	12
3.1	Begriff	12
3.2	Bezugspfeile	12
3.3	Passive Zweipole	12
3.4	Aktive Zweipole	19
3.5	Zusammenschaltung von Zweipolen	19
3.6	Knotensatz	28
3.7	Maschensatz	31
3.8	Ersatzzweipole	34
3.9	Anwendungen	34
4	Vierpole	43
4.1	Vierpolbegriff	43
4.2	Lineare Vierpole	43
4.3	Vierpolersatzschaltungen	47
5	Netzwerkberechnungsverfahren	48
5.1	Analyse mit dem vollständigen Kirchhoffschen Gleichungssystem	48
5.2	Zweigstromanalyse	48
5.3	Knotenspannungsanalyse	48
5.4	Überlagerungsverfahren	48
5.5	Übersicht über Berechnungsverfahren	48
5.6	Zusammenfassung und Wiederholung - Grundlagen und Berechnung bei Gleichstrom	48
6	Periodisch zeitabhängige Größen	52
6.1	Sinusförmige Schwingungen	52
6.2	Überlagerung von Sinusgrößen	53
6.3	Zeigerdarstellung	53
6.4	Komplexe Symbole	53
6.5	Darstellung periodischer Größen	54
7	Netzwerke an Sinusspannungen	55
7.1	Grundzweipole an Sinusspannungen	55
7.2	Blindwiderstände und Blindleitwerte	60
7.3	Darstellung im Zeigerdiagramm	61
7.4	Schaltungsberechnung mit Transformation in den komplexen Bildbereich	62
7.5	Ersatzzweipole passiver Netzwerke	62
7.6	Komplexe Netzwerkanalyse	62
7.7	Leistung bei Wechselstrom	69
7.8	Beispiel RC-Filter	75

8 Dreiphasensysteme	76
8.1 Bestandteile des Dreiphasensystems	76
8.2 Sternschaltung	76
8.3 Dreieckschaltung	76
8.4 Leistung bei Wechselstrom	76
9 Schaltvorgänge	78
10 Netzwerke bei veränderlicher Frequenz	81
11 Grundsaltungen der Digitaltechnik	82
12 Vermischtes	85
12.1 Kapazität und Induktivität	85

1 Einführung

1.1 Bedeutung der Elektrotechnik

1.2 Fachsprache der Elektrotechnik

1.3 Einheiten und Formelgrößen

Aufgabe 1.3.1

Bestimmen Sie die Beziehungen der folgenden Größen mit Hilfe ihrer Einheiten:

- $B = f(\Phi, A)$, $[B] = \text{Vs m}^{-2}$, $[\Phi] = \text{Vs}$, $[A] = \text{m}^2$
- $U = f(E, l)$, $[U] = \text{V}$, $[E] = \text{V m}^{-1}$, $[l] = \text{m}$
- $R = f(l, \kappa, A)$, $[R] = \Omega$, $[\kappa] = \text{S m}^{-1}$, $[A] = \text{m}^2$, $[l] = \text{m}$

Lösung Aufgabe 1.3.1

- $B = f(\Phi, A) = \frac{\Phi}{A}$
- $U = f(E, l) = E \cdot l$
- $R = f(l, \kappa, A) = \frac{l}{\kappa \cdot A}$

Aufgabe 1.3.2

Leiten Sie die Definition der Einheit Volt mit den Basiseinheiten des SI-Systems her.

Lösung Aufgabe 1.3.2

$$V \cdot A \cdot s = W \cdot s = N \cdot m = \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2}$$

$$V = \frac{kg \cdot m \cdot m}{A \cdot s^3} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

Aufgabe 1.3.3

Wandeln Sie folgende Maße in SI-Einheiten in Zehnerpotenzdarstellung um:

- $59827.6\mu m$, $0.00045mm$, $0.0026cm$
- $899101km$, $45.23s$, $0.38ms$
- $13000h$, $0.34\mu g$, $120000t$
- $12.5mm^2$, $54km/h$, $13mm/s$
- $0.018kg/l$, $14.5N/cm^2$, $20g/mm^3$

Lösung Aufgabe 1.3.3

- $5.98276 \cdot 10^{-2}m$, $4.5 \cdot 10^{-7}m$, $2.6 \cdot 10^{-5}m$
- $8.99101 \cdot 10^8m$, $45.23s$, $3.8 \cdot 10^{-4}s$
- $4.68 \cdot 10^7s$, $3.4 \cdot 10^{-10}kg$, $1.2 \cdot 10^8kg$
- $1.25 \cdot 10^{-5}m^2$, $15m/s$, $1.3 \cdot 10^{-2}m/s$
- $1.8 \cdot 10^4kg/m^3$, $1.45 \cdot 10^5kg/m \cdot s^2$, $2.0 \cdot 10^7kg/m^3$

Aufgabe 1.3.4

Geben Sie folgende elektrische Größen in SI-Einheiten an:

- elektrische Ladung Q
- elektrische Feldstärke
- elektrischer Widerstand
- elektrischer Leitwert
- Leistung
- Energie
- Kapazität
- Stromdichte
- magnetisches Feld
- Frequenz

Lösung Aufgabe 1.3.4

- elektrische Ladung

$$[Q] = As$$

- elektrische Feldstärke

$$[E] = \frac{V}{m} = \frac{kg \cdot m}{A \cdot s^3}$$

- Elektrischer Widerstand

$$[R] = \frac{V}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$$

- Elektrischer Leitwert

$$[G] = \frac{A}{V} = \frac{A^2 \cdot s^3}{kg \cdot m^2}$$

- Leistung

$$[P] = V \cdot A = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

- Energie

$$[W] = V \cdot A \cdot s = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

- Kapazität

$$[C] = \frac{As}{V} = \frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}$$

- Stromdichte

$$[S] = \frac{A}{m^2}$$

- magnetisches Feld

$$[B] = T = \frac{Vs}{m^2} = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

- Frequenz

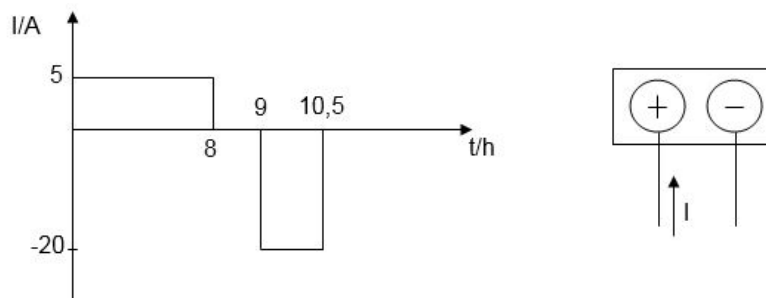
$$[f] = Hz = s^{-1}$$

2 Ladung Strom und Spannung

2.1 Elektrische Ladung

Aufgabe 2.1.1

Ein nicht vollständig geladener Akkumulator (Nennspannung 12 V , Nennkapazität 56 Ah) besitzt zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Kapazität (abgebbare Ladungsmenge) von 10 Ah . An ihm wird der angegebene Stromverlauf gemessen.



- Wird der Akku im Zeitintervall $0 \leq t \leq 8\text{ h}$ aufgeladen oder entladen?
- Geben Sie die Kapazität Q nach 8 h , 9 h und $10,5\text{ h}$ an und zeichnen Sie $Q(t)$.
- Ist es richtig, wenn bei Anschluss eines Ladegerätes jeweils die gleichnamigen Pole von Akku und Ladegerät miteinander verbunden werden?

Lösung Aufgabe 2.1.1

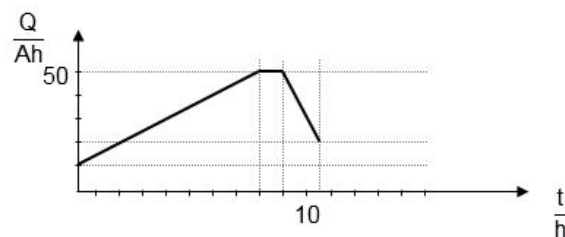
(a) Ja, es fließt Strom in den Akku.

(b)

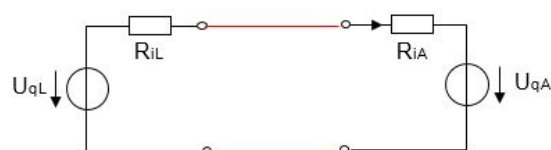
$$Q(t = 8\text{ h}) = I \cdot t + Q_0 = 5\text{ A} \cdot 8\text{ h} + 10\text{ Ah} = 50\text{ Ah}$$

$$Q(t = 9\text{ h}) = I \cdot t + Q(t = 8\text{ h}) = 0\text{ A} \cdot 1\text{ h} + 50\text{ Ah} = 50\text{ Ah}$$

$$Q(t = 10,5\text{ h}) = I \cdot t + Q(t = 9\text{ h}) = -20\text{ A} \cdot 1,5\text{ h} + 50\text{ Ah} = 20\text{ Ah}$$



(c) Ja, Strom beim Laden fließt in den Akku.



2.2 Leitungseigenschaften

Aufgabe 2.2.1

In einem Kupferdraht von 1 mm Durchmesser fließt ein Strom von 1.5 A. Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit der Elektronen?

Hinweis: In Cu ist die Dichte der quasifreien Elektronen $n = 8.5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Lösung Aufgabe 2.2.1

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e \cdot \Delta V}{\Delta t} = \frac{n \cdot e \cdot A \cdot \Delta s}{\Delta t} = n \cdot e \cdot A \cdot v$$

$$v = \frac{I}{n \cdot e \cdot A} = \frac{1.5 \text{ A cm}^3}{8.5 \cdot 10^{22} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2} = \frac{1.5 \text{ cm}}{136.17 \text{ s}} = 0.011 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 39.65 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$$

2.3 Elektrischer Strom und Stromdichte

Aufgabe 2.3.1

Ein Strom ($I = 1\text{ A}$) fließt durch einen Leiter mit drei abgestuften Querschnitten: $A_1 = 4\text{ cm}^2$, $A_2 = 2\text{ cm}^2$ und $A_3 = 1\text{ cm}^2$.

- Welche Stromdichte stellt sich in jedem Leiterteil ein?
- Skizzieren Sie eine solche Anordnung und tragen Sie ausgewählte Stromlinien (z.B. $\Delta I = 0.25\text{ A}$) ein.
- Handelt es sich um ein homogenes Strömungsfeld (oder nicht)?
- Welche Richtung hat die Stromdichte?

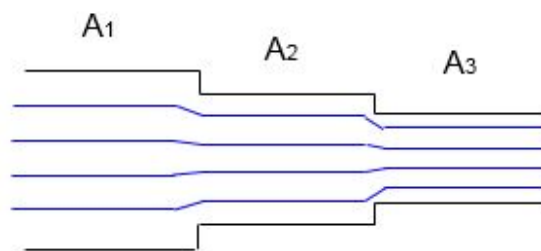
Lösung Aufgabe 2.3.1

(a)

$$S_1 = \frac{I}{A_1} = \frac{1\text{ A}}{4\text{ cm}^2} = 0.25 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$

$$S_2 = \frac{I}{A_2} = \frac{1\text{ A}}{2\text{ cm}^2} = 0.5 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$

$$S_3 = \frac{I}{A_3} = \frac{1\text{ A}}{1\text{ cm}^2} = 1 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$



(b)

- Das Strömungsfeld ist abschnittsweise homogen, an den Querschnittsänderungen ist es inhomogen.
- die Richtung der Flächennormalen (Stromlinien)

Aufgabe 2.3.2

Ein Kleintrafo soll primärseitig $0.5A$ aufnehmen und auf der Sekundärseite $5A$ abgeben. Um die Isolation der Wicklung (z.B. Lack, Seide, Kunststoff) thermisch nicht zu überlasten, darf eine Stromdichte von $4 \frac{A}{mm^2}$ nicht überschritten werden.

Berechnen Sie die Mindestdurchmesser der Drähte.

Lösung Aufgabe 2.3.2

$$S = \frac{I}{A} = \frac{I}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4I}{\pi S}}$$

$$d_p = \sqrt{\frac{4I_p}{\pi S_{max}}} = \sqrt{\frac{2Amm^2}{\pi 4A}} = 0.4mm$$

$$d_s = \sqrt{\frac{4I_s}{\pi S_{max}}} = \sqrt{\frac{20Amm^2}{\pi 4A}} = 1.26mm$$

2.4 Energie im Stromkreis**2.5 Potenzial und Spannung****2.6 Elektrische Feldstärke****2.7 Leistung, Energie und Wirkungsgrad****Aufgabe 2.7.1**

Ein Raum ist mit 16 A abgesichert. Eingeschaltet ist ein Heißwasserspeicher mit 2 kW, 4 Lampen mit je 60 W und ein weiteres Gerät mit einer Leistungsaufnahme von 400 W. Ist es möglich, noch ein Heizgerät mit 1.5 kW in Betrieb zu nehmen?

Lösung Aufgabe 2.7.1

$$I = \frac{P_{ges}}{U}$$

$$P_{ges} = 2kW + 4 \cdot 60W + 400W + 1.5kW = 4.14kW$$

$$I = \frac{4.14kW}{230V} = 18A$$

Das Heizgerät kann nicht in Betrieb genommen werden.

3 Zweipole

3.1 Begriff

3.2 Bezugspfeile

3.3 Passive Zweipole

Aufgabe 3.3.1

Zwischen den beiden Adern einer in der Erde liegenden Fernsprechleitung von 0.6 mm Durchmesser und 150 m Einfachlänge (Kupfer) ist ein Kurzschluss entstanden. Zur Bestimmung des Fehlerortes wird von der einen Seite der Doppelleitung her der Widerstand $R_1 = 10.85\Omega$ und von der anderen Seite her $R_2 = 13.02\Omega$ gemessen.

- (a) In welcher Entfernung von der einen Seite befindet sich die Schadenstelle?
 (b) Wie groß ist der Übergangswiderstand?

Lösung Aufgabe 3.3.1

(a)

$$\begin{aligned}
 R_1 - R_2 &= \frac{4 \cdot 2 \cdot l_x}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} - \frac{4 \cdot 2 \cdot l_y}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} = \frac{4 \cdot 2}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} (l_x - l_y) = \frac{4 \cdot 2}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} (l - 2 \cdot l_y) \\
 \frac{(R_1 - R_2) \kappa_{Cu} \cdot \pi d^2}{8} &= l - 2 \cdot l_y \\
 l_y &= 0.5 \cdot \left(l - \frac{(R_1 - R_2) \kappa_{Cu} \cdot \pi d^2}{8} \right) \\
 l_y &= 0.5 \cdot \left(150\text{m} - \frac{(-2.17\Omega) 56\text{Sm} \cdot \pi 0.36\text{mm}^2}{8\text{mm}^2} \right) = 83.6\text{m} \\
 l_x &= l - l_y = 66.4\text{m}
 \end{aligned}$$

(b) Wie groß ist der Übergangswiderstand?

$$R_{ue} = R_1 - R_x = 10.85\Omega - \frac{4 \cdot 132.8\text{m} \cdot \text{mm}^2}{56\text{Sm} \cdot \pi \cdot 0.36\text{mm}^2} = 10.85\Omega - 8.4\Omega = 2.45\Omega$$

Aufgabe 3.3.2

Zur Feststellung der Schadensstelle einer in der Erde liegenden Doppelleitung (Kupfer, 0.6mm Durchmesser) wurden bei einer Temperatur des Erdreiches von 5°C von beiden Seiten her die Widerstände $R_1 = 8.55\Omega$ und $R_2 = 14.24\Omega$ gemessen. Bei 5°C beträgt der Gesamtwiderstand 17.79Ω .

- (a) Wie groß ist der Übergangswiderstand des Kurzschlusses?
 (b) In welcher Entfernung befindet sich der Schaden?

Lösung Aufgabe 3.3.2

(a)

$$R_1 = R_1^* + R_{ue} \quad R_2 = R_2^* + R_{ue} \quad R_{ges} = R_1^* + R_2^*$$

$$R_{ue} = \frac{R_1 + R_2 - R_{ges}}{2} = \frac{8.55\Omega + 14.24\Omega - 17.79\Omega}{2} = 2.5\Omega$$

(b)

$$\ell = \frac{R \cdot A}{2\rho} \quad \text{mit} \quad R = \frac{R_1 + R_{ue}}{1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta}$$

$$R = \frac{8.55\Omega - 2.5\Omega}{1 + 3.9 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (-15\text{K})} = 6.42\Omega \quad \ell = \frac{6.42\Omega \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0.6\text{mm})^2}{2 \cdot 17.8 \frac{\text{m}\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}} = 51.08\text{m}$$

Aufgabe 3.3.3

In einem Glastrog stehen in 3 cm Abstand 2 Kupferplatten von $5\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ in einer 10%igen Lösung von Kupfersulfat ($\kappa = 3.2 \frac{\text{S}}{\text{m}}$).

Wie groß ist der Widerstand zwischen den Platten?

Lösung Aufgabe 3.3.3

$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A} = \frac{3\text{cm}}{3.2 \frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot 40\text{cm}^2} = \frac{300\text{cm}^2}{128\text{Scm}^2} = 2.34\Omega$$

Aufgabe 3.3.4

Eine Christbaumkette für eine Anschlussspannung von 230 V besteht aus gleichen Lampen mit den Bemessungsdaten $14\text{ V}/3\text{ W}$.

- (a) Wie viele Lampen sind erforderlich?
- (b) Welche Spannung und welche Betriebsleistung hat jede Lampe? (Widerstandsänderungen durch Temperatureinfluss bleiben unberücksichtigt)
- (c) Eine Lampe ist zerstört und wird durch einen Widerstand ersetzt: Wie groß muss er sein, damit die übrigen Lampen bei einer Netzspannung von 235 V mit ihren Bemessungsdaten betrieben werden?
- (d) Wie groß ist die Gesamtleistung von Lampen und Widerstand?
- (e) Welche Leistung nimmt der Widerstand auf?

Lösung Aufgabe 3.3.4

- (a) Die Lampen werden in Reihe geschaltet und über jeder dürfen maximal 14 V abfallen.

$$\frac{U_{ges}}{N} < 14\text{ V} \rightarrow N > \frac{U_{ges}}{14\text{ V}} = \frac{230\text{ V}}{14\text{ V}} = 16.43$$

17 Lampen sind erforderlich.

- (b)

$$U_B = \frac{230\text{ V}}{17} = 13.53\text{ V}; P_B = \frac{U_B^2}{R_L} = \frac{(13.53\text{ V})^2}{\frac{U_N^2}{P_N}} = 2.8\text{ W}$$

- (c)

$$U_R = 235\text{ V} - 16 \cdot 14\text{ V} = 11\text{ V}; \text{ I für Nennleistung: } I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{3}{14}\text{ A} = 0.241\text{ A}$$

$$R = \frac{U_R}{I_N} = \frac{11\text{ V}}{0.241\text{ A}} = 51.33\Omega$$

- (d)

$$P_{ges} = 235\text{ V} \cdot 0.241\text{ A} = 56.635\text{ W}$$

- (e)

$$P_R = 11\text{ V} \cdot 0.241\text{ A} = 2.651\text{ W}$$

Aufgabe 3.3.5

Zwei Widerstände aus verschiedenen Materialien sollen in einen Isolierblock eingegossen und dadurch auf gleicher Temperatur gehalten werden. Für eine Ausgangstemperatur $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ betragen die Temperaturkoeffizienten der Materialien $\alpha_1 = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ und $\alpha_2 = -1.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$.

Wie groß müssen die einzelnen Widerstände R_1 und R_2 bei $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ sein, damit der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung unabhängig von der Temperatur $R = 60 \Omega$ beträgt?

Lösung Aufgabe 3.3.5

$$R_{1,20} (1 + \alpha_{1,20} \Delta\vartheta) + R_{2,20} (1 + \alpha_{2,20} \Delta\vartheta) = 60 \Omega$$

$$R_{1,20} + R_{2,20} + (R_{1,20} \alpha_{1,20} + \alpha_{2,20} R_{2,20}) \Delta\vartheta = 60 \Omega$$

Für Temperaturunabhängigkeit muss Klammerausdruck 0 sein.

$$R_{1,20} \alpha_{1,20} + \alpha_{2,20} R_{2,20} = 0$$

$$R_{1,20} \alpha_{1,20} = -\alpha_{2,20} R_{2,20}$$

$$\frac{R_{1,20}}{R_{2,20}} = -\frac{\alpha_{2,20}}{\alpha_{1,20}} = -\frac{-1.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}}{4.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}} = 0.25$$

$$R_{1,20} = 0.25 R_{2,20}$$

$$0.25 R_{2,20} + R_{2,20} = 60 \Omega$$

$$R_{2,20} = 48 \Omega$$

$$R_{1,20} = 12 \Omega$$

Aufgabe 3.3.6

Für Messzwecke soll ein von der Temperatur unabhängiger Widerstand $R = 300 \Omega$ gewickelt werden. Zur Verfügung stehen:

- Chromnickeldraht:
 $\rho = 1.1 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$, $\alpha_{20} = 0.15 \cdot 10^{-3} K^{-1}$, Durchmesser $d = 0.3 \text{ mm}$
- Konstantandraht:
 $\rho = 0.5 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$, $\alpha_{20} = -0.03 \cdot 10^{-3} K^{-1}$, Durchmesser $d = 0.2 \text{ mm}$

Welche Drahtlängen werden von beiden Materialien bei Reihenschaltung von zwei Teilwiderständen benötigt?

Lösung Aufgabe 3.3.6

$$R_{300} = R_{C20} (1 + \alpha_{C20} \cdot \Delta\vartheta) + R_{K20} (1 + \alpha_{K20} \cdot \Delta\vartheta)$$

$$R_{300} = R_{C20} + R_{C20} \cdot \alpha_{C20} \cdot \Delta\vartheta + R_{K20} + R_{K20} \cdot \alpha_{K20} \cdot \Delta\vartheta$$

$$R_{300} = R_{C20} + R_{K20} + \Delta\vartheta (R_{C20} \cdot \alpha_{C20} + R_{K20} \cdot \alpha_{K20})$$

Bedingung für Temperaturunabhängigkeit:

$$R_{C20} \cdot \alpha_{C20} + R_{K20} \cdot \alpha_{K20} = 0 \text{ bzw. } \frac{R_{C20}}{R_{K20}} = -\frac{\alpha_{K20}}{\alpha_{C20}} = 0.2$$

damit:

$$R_{C20} + R_{K20} = 0.2 \cdot R_{K20} + R_{K20} = 300\Omega; \quad R_{K20} = 250\Omega; \quad R_{C20} = 50\Omega$$

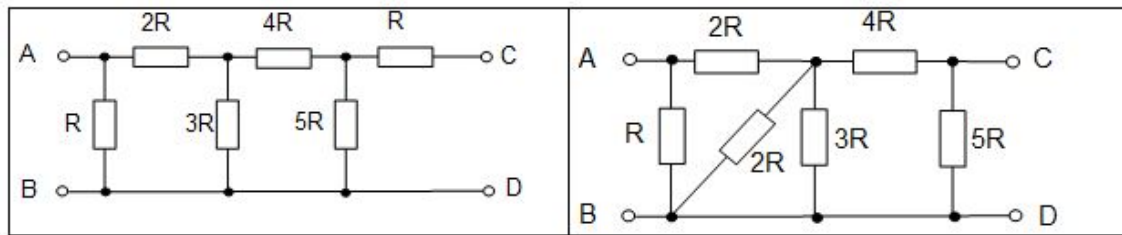
$$\ell = \frac{R \cdot A}{\rho}$$

$$\ell_K = \frac{R_{K20} \frac{\pi}{4} d_K^2}{\rho_K} = 15.71 \text{ m}$$

$$\ell_C = \frac{R_{C20} \frac{\pi}{4} d_C^2}{\rho_C} = 3.21 \text{ m}$$

Aufgabe 3.3.7

Berechnen Sie den Widerstand der Netzwerke jeweils zwischen den Klemmen AB und CD.

**Lösung Aufgabe 3.3.7**

Schaltung 1:

$$R_{AB} = R \parallel (2R + 3R \parallel (4R + 5R)) = R \parallel (2R + 3R \parallel 9R) = R \parallel \frac{17}{4}R = \frac{17}{21}R = 0.81R$$

$$R_{CD} = R + 5R \parallel (4R + 3R \parallel (2R + R)) = R + 5R \parallel (4R + 3R \parallel 3R) = R + 5R \parallel 5.5R = 3.62R$$

Schaltung 2:

$$R_{AB} = R \parallel (2R + 2R \parallel 3R \parallel (4R + 5R)) = R \parallel (2R + 2R \parallel 3R \parallel 9R) = R \parallel \frac{52}{17}R = 0.75R$$

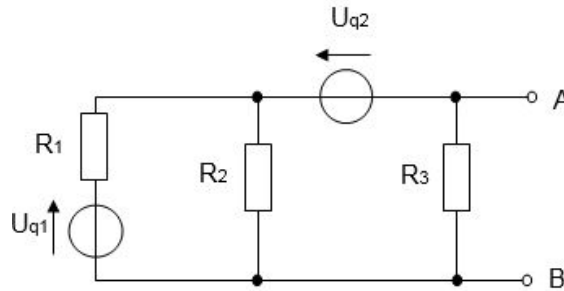
$$R_{CD} = 5R \parallel (4R + 3R \parallel 2R \parallel (2R + R)) = 5R \parallel (4R + 3R \parallel 2R \parallel 3R) = 5R \parallel 4.857R = 2.46R$$

3.4 Aktive Zweipole

3.5 Zusammenschaltung von Zweipolen

Aufgabe 3.5.1

Gegeben ist $U_{q1} = 1\text{ V}$, $U_{q2} = 4\text{ V}$, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ und $R_3 = 20\ \Omega$.



- (a) Berechnen Sie für die Klemmen A-B des aktiven Zweipols die Leerlaufspannung U_ℓ , den Innenwiderstand R_i und den Kurzschlussstrom I_k .
- (b) Weisen Sie nach, dass $I_k = \frac{U_\ell}{R_i}$ gilt.

Lösung Aufgabe 3.5.1

- (a) U_ℓ mit Überlagerungssatz:

$$U_{\ell 1} = -U_{q1} \frac{R_2 || R_3}{R_1 + R_2 || R_3} = -1\text{ V} \frac{\frac{20}{3}\ \Omega}{\frac{35}{3}\ \Omega} = -0.571\text{ V}$$

$$U_{\ell 2} = U_{q2} \frac{R_3}{R_1 || R_2 + R_3} = 4\text{ V} \frac{20\ \Omega}{\frac{70}{3}\ \Omega} = 3.43\text{ V}$$

$$U_\ell = U_{\ell 1} + U_{\ell 2} = -0.571\text{ V} + 3.43\text{ V} = 2.86\text{ V}$$

Innenwiderstand:

$$R_{iAB} = R_3 || R_2 || R_1 = 2.86\ \Omega$$

I_K mit Überlagerungssatz:

$$I_{K1} = \frac{U_{q2}}{R_1 || R_2} = \frac{6}{5}\text{ A}$$

$$I_{K2} = -\frac{U_{q1}}{R_1} = \frac{6}{5}\text{ A}$$

$$I_K = I_{K1} + I_{K2} = \frac{6}{5}\text{ A} + \frac{6}{5}\text{ A} = 1\text{ A}$$

- (b)

$$I_K = \frac{U_\ell}{R_{iAB}} = \frac{2.86\text{ V}}{2.86\ \Omega} = 1\text{ A}$$

Aufgabe 3.5.2

Für einen aktiven Zweipol ist die folgende Kennliniengleichung gegeben:

$$I(U) = -0.8S \cdot U + 2A$$

- (a) Durch welche 3 Parameter kann ein aktiver Zweipol beschrieben werden?
- (b) Geben Sie die Werte dieser Parameter für den gegebenen Zweipol an!

Lösung Aufgabe 3.5.2

- (a) Leerlaufspannung, Kurzschlussstrom I_K , Innenwiderstand R_i
- (b) $I_K = 2A$; $U_q = 2,5V$; $R_i = 1,25\Omega$

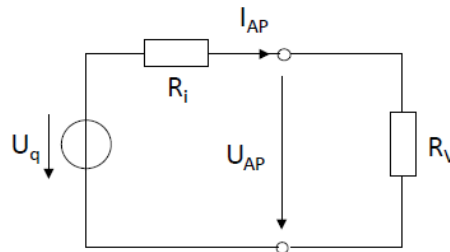
Aufgabe 3.5.3

An diesen Zweipol wird ein Verbraucherwiderstand angeschlossen. Dabei stellt sich ein Arbeitspunkt von $(2V; 0.4A)$ ein.

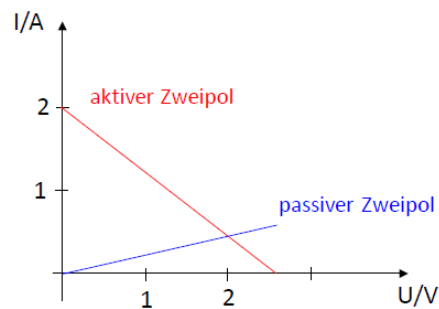
- Wie groß ist der Verbraucherwiderstand?
- Zeichnen Sie eine Ersatzschaltung für den Stromkreis!
- Zeichnen Sie quantitativ die Kennlinien der Quelle und des Verbrauchers!
- Welcher Verbraucherwiderstand muss für den Anpassungsfall gewählt werden?
- Welche Leistung wird in beiden Fällen am Lastwiderstand umgesetzt?
- Welcher Wirkungsgrad wird jeweils erzielt?

Lösung Aufgabe 3.5.3

(a) $R_V = \frac{U_{AP}}{I_{AP}} = 5\Omega$



(b)



(c)

(d) $R_A = R_i = 1,25\Omega$

(e) mit $R_V = 5\Omega \rightarrow P_{AP} = 0,4A \cdot 2V = 0,8W$; mit $R_V = 1,25\Omega \rightarrow P_A = 1,25W$

(f) $\eta_{AP} = 0,8$; $\eta_A = 0,5$

Aufgabe 3.5.4

Die Parameter einer Spannungsquelle sollen durch 2 Messungen ermittelt werden. Dazu wird je ein Widerstand an die Klemmen angeschlossen und die Klemmengrößen (U_{kl} und I) werden gemessen:

- Messung 1: $U_{kl1} = 12V$ und $I_1 = 12A$
- Messung 2: $U_{kl2} = 18V$ und $I_2 = 6A$

- (a) Bestimmen Sie die Parameter der Spannungsquelle.
(b) Welche Größe haben die beiden Widerstände?

Lösung Aufgabe 3.5.4

- (a) Maschensatz:

$$I_1 \cdot R_i + U_{kl1} - U_q = 0$$

$$I_2 \cdot R_i + U_{kl2} - U_q = 0$$

$$R_i = \frac{U_{kl1} - U_{kl2}}{I_2 - I_1} = \frac{12V - 18V}{6A - 12A} = 1\Omega$$

$$U_q = I_1 \cdot R_i + U_{kl1} = 12A \cdot 1\Omega + 12V = 24V$$

$$I_K = \frac{U_q}{R_i} = 24A$$

- (b)

$$R_1 = \frac{U_{kl1}}{I_1} = \frac{12V}{12A} = 1\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_{kl2}}{I_2} = \frac{18V}{6A} = 3\Omega$$

Aufgabe 3.5.5

Gegeben ist ein aktiver Zweipol mit $U_q = 24\text{ V}$ und $R_i = 10\ \Omega$.

- Berechnen Sie die angebotene Leistung!
- Wie groß muss ein Lastwiderstand bemessen werden, damit an ihm die maximale Leistung umgesetzt wird? Berechnen Sie für diesen Fall U_a , U_i , I , P_a und P_i !
- In welchem Bereich darf sich der Lastwiderstand R_a bewegen, wenn angenommen wird, dass der aktive Zweipol mit maximal 3 W belastet werden darf?
- Berechnen Sie für den Fall, dass der gerade noch zulässige Lastwiderstand angeschlossen wird, U_a , U_i , I , P_a , P_i und η !

Lösung Aufgabe 3.5.5

(a)

$$P = \frac{U_q^2}{4R_i} = \frac{(24\text{V})^2}{4 \cdot 10\Omega} = 14.4\text{W}$$

(b)

$$R_L = R_i$$

$$U_a = \frac{U_q}{2} = 12\text{V}; \quad U_i = \frac{U_q}{2} = 12\text{V}; \quad I = \frac{U_q}{2R_i} = 1.2\text{A}$$

$$P_a = U_a \cdot I = 14.4\text{W}; \quad P_i = U_i \cdot I = 14.4\text{W}$$

(c)

$$P_{amax} = I^2 \cdot R_a = \left(\frac{U_q}{R_i + R_a} \right)^2 \cdot R_a$$

$$P_{amax} (R_i + R_a)^2 = U_q^2 \cdot R_a$$

$$P_{amax} R_i^2 + 2P_{amax} R_i R_a + P_{amax} R_a^2 - U_q^2 R_a = 0$$

$$R_a^2 + R_a \left(\frac{2P_{amax} R_i - U_q^2}{P_{amax}} \right) + R_i^2 = 0$$

$$R_a^2 + R_a (-172\Omega) + 100\Omega^2 = 0$$

$$R_{a1,2} = 86\Omega \pm 85.43\Omega; \quad R_{a1} = 171.43\Omega; \quad R_{a2} = 0.57\Omega$$

Der Lastwiderstand darf nicht kleiner als 171.43Ω werden.

(d)

$$U_a = U_q \frac{R_{amin}}{R_{amin} + R_i} = 24\text{V} \frac{171.43\Omega}{181.43\Omega} = 22.7\text{V}$$

$$U_i = U_q \frac{R_i}{R_{amin} + R_i} = 24\text{V} \frac{10\Omega}{181.43\Omega} = 1.3\text{V}$$

$$I = \frac{U_q}{R_{amin} + R_i} = \frac{24\text{V}}{181.43\Omega} = 0.13\text{A}$$

$$P_a = U_a \cdot I = 22.7\text{V} \cdot 0.13\text{A} = 3\text{W}$$

$$P_i = U_i \cdot I = 1.3\text{V} \cdot 0.13\text{A} = 0.17\text{W}$$

$$\eta = \frac{P_a}{P_a + P_i} = \frac{3\text{W}}{3.17\text{W}} = 95\%$$

Aufgabe 3.5.6

An einem aktiven Zweipol wird mit einem Voltmeter mit einem Innenwiderstand von $90\text{ k}\Omega$, bei ansonsten unbelasteten Klemmen eine Spannung von 13.5 V gemessen. Bei der Messung des Kurzschlussstromes mit einem Amperemeter, dessen Innenwiderstand vernachlässigbar ist, wurden 1.5 mA gemessen. Berechnen Sie die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand des aktiven Zweipols.

Lösung Aufgabe 3.5.6

$$U_{Kl} = 13.5\text{ V} = U_q \frac{90\text{ k}\Omega}{90\text{ k}\Omega + R_i}$$

$$I_K = 1.5\text{ mA} = U_q \frac{U_q}{R_i} \rightarrow R_i = \frac{U_q}{1.5\text{ mA}}$$

$$13.5\text{ V} = U_q \frac{90\text{ k}\Omega}{90\text{ k}\Omega + \frac{U_q}{1.5\text{ mA}}}$$

$$U_q = 15\text{ V}$$

$$R_i = \frac{U_q}{1.5\text{ mA}} = 22.5\text{ m}\Omega$$

Aufgabe 3.5.7

An einer linearen Quelle mit der Leerlaufspannung $U_\ell = 23.12 \text{ V}$ wird die Klemmenspannung $U_{kl} = 22.29 \text{ V}$ gemessen, wenn ein Strom $I = 1.77 \text{ A}$ fließt.

- (a) Wie groß sind U_q , R_i , I_k , G_i der Quelle?
- (b) Wie groß ist die Klemmenspannung bei $I = 2.52 \text{ A}$?
- (c) Wie groß sind Strom und Leistung bei einer Klemmenspannung $U_{kl} = 21.4 \text{ V}$?

Lösung Aufgabe 3.5.7

(a)

$$U_q = U_\ell = 23.12 \text{ V}$$

$$R_i = \frac{U_q - U_{kl}}{I} = \frac{23.12 \text{ V} - 22.29 \text{ V}}{1.77 \text{ A}} = 0.47 \Omega$$

$$I_k = \frac{U_q}{R_i} = \frac{23.12 \text{ V}}{0.47 \Omega} = 49.2 \text{ A}$$

$$G_i = \frac{1}{R_i} = 2.13 \text{ S}$$

(b)

$$U_{kl} = U_q - I \cdot R_i = 23.12 \text{ V} - 2.52 \text{ A} \cdot 0.47 \Omega = 21.9 \text{ V}$$

(c)

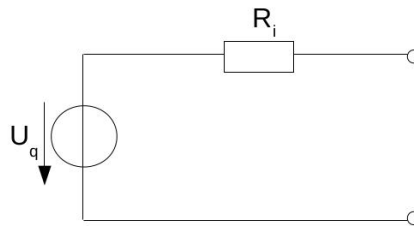
$$I = \frac{U_q - U_{kl}}{R_i} = 3.66 \text{ A}$$

$$P = U_{kl} \cdot I = 21.4 \text{ V} \cdot 3.66 \text{ A} = 78,324 \text{ W}$$

Aufgabe 3.5.8

Ein 12V-Bleiakkumulator hat den Kurzschlussstrom $I_k = 60\text{ A}$.

- (a) Zeichnen Sie die Ersatzschaltung und geben Sie die Kennliniengleichung an.
- (b) Wie groß ist der Innenwiderstand R_i ?
- (c) Welche Leistung wird im Akkumulator bei Kurzschluss umgesetzt?

Lösung Aufgabe 3.5.8

(a)

$$I(U) = -5S \cdot U + 60A$$

(b)

$$R_i = \frac{12V}{60A} 0.2\Omega$$

(c)

$$P_K = 12V \cdot 60A = 720W$$

Aufgabe 3.5.9

- (a) Welche maximale Leistung kann einer Batterie ($U_q = 9\text{ V}$, $R_i = 4\ \Omega$) entnommen werden?
- (b) Welcher Belastungswiderstand ist dafür anzuschließen?
- (c) In welchen Arbeitspunkten gibt die Batterie die Leistung $P = 0.5\text{ W}$ ab?

Lösung Aufgabe 3.5.9

(a)

$$P_{Vmax} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_i} = \frac{81\text{V}^2}{16\Omega} = 5.0625\text{W}$$

(b)

$$R_V = R_i = 4\Omega$$

(c)

$$P_V = I \cdot U_{Kl} = I \cdot (U_q - IR_i) = I \cdot U_q - I^2 R_i$$

$$I^2 - I \frac{U_q}{R_i} + \frac{P_V}{R_i}$$

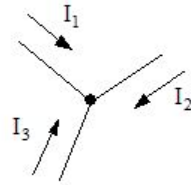
$$I_{1,2} = -\frac{U_q}{2R_i} \pm \sqrt{\left(\frac{U_q}{2R_i}\right)^2 - \frac{P_V}{R_i}} = 1.125\text{A} \pm \sqrt{1,265625 - 0.125\text{A}} = 1.125\text{A} \pm 1.068\text{A}$$

$$I_1 = 2.193\text{A}; I_2 = 0.057\text{A}; U_1 = \frac{0.5\text{W}}{2.193\text{A}} = 0.228\text{V}; U_2 = \frac{0.5\text{W}}{0.057\text{A}} = 8.772\text{V}$$

3.6 Knotensatz

Aufgabe 3.6.1

Gegeben ist folgender Knoten.



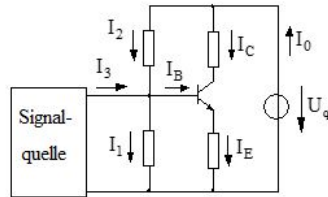
- (a) Berechnen Sie I_3 für $I_1 = 5\text{ A}$ und $I_2 = 3\text{ A}$.
- (b) Zeichnen Sie die tatsächliche Bewegungsrichtung der Ladungsträger ein, unter der Annahme, dass es sich dabei um Elektronen handelt.

Lösung Aufgabe 3.6.1

Aufgabe 3.6.2

In der folgenden Schaltung sind die folgenden Ströme gemessen worden:

- $I_0 = 1.1 \text{ mA}$
- $I_1 = 0.09 \text{ mA}$
- $I_2 = 0.1 \text{ mA}$
- $I_3 = 2 \text{ }\mu\text{A}$

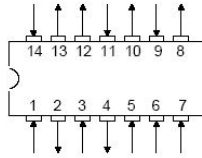


Berechnen Sie die Ströme I_B , I_C und I_E .

Lösung Aufgabe 3.6.2

Aufgabe 3.6.3

An einem integrierten Schaltkreis (siehe Abbildung) sind die Ströme I_1 bis I_{13} an den entsprechenden Pins bekannt.



Berechnen Sie den Strom I_{14} !

Lösung Aufgabe 3.6.3

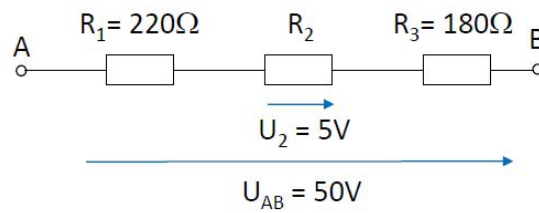
3.7 Maschensatz

Aufgabe 3.7.1

Drei Widerstände sind in Reihe geschaltet. Es betragen $R_1 = 220\Omega$; $R_3 = 180\Omega$. An R_2 liegt die Spannung $U_2 = 5V$, an der Reihenschaltung die Spannung $U_{AB} = 50V$ an.

- (a) Wie groß sind I , R_2 und R_{ges} ?
 (b) Wie groß sind P_{AB} und die Teileleistungen?

Lösung Aufgabe 3.7.1



(a)

$$I = \frac{U_{AB} - U_2}{R_1 + R_3} = \frac{45V}{400\Omega} = 0.1125A$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{5V}{0.1125A} = 44.44\Omega$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 = 444.44\Omega$$

(b)

$$P_{AB} = U_{AB} \cdot I = 50V \cdot 0.1125A = 5.625W$$

$$P_1 = I^2 \cdot R_1 = 2.78W$$

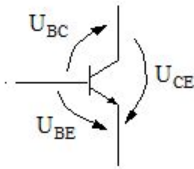
$$P_2 = I \cdot U_2 = 0.5625W$$

$$P_3 = I^2 \cdot R_3 = 2.28W$$

Aufgabe 3.7.2

Zwischen den Anschlüssen eines Transistors wurden in einer (hier nicht mit gezeichneten) Schaltung die folgenden Spannungen gemessen:

- $U_{CE} = 10\text{ V}$, $U_{BC} = -9.3\text{ V}$

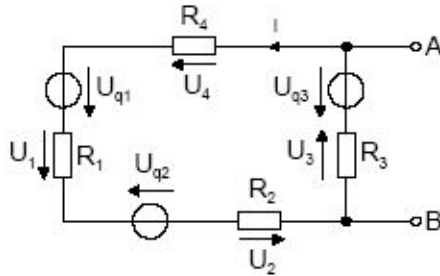


Wie groß ist die Spannung U_{BE} ?

Lösung Aufgabe 3.7.2

Aufgabe 3.7.3

Gegeben sind $U_{q1} = 3\text{ V}$, $U_{q2} = 18\text{ V}$, $U_{q3} = 7.5\text{ V}$, $R_1 = 1.5\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 4.5\ \Omega$ und $R_4 = 3\ \Omega$. Berechnen Sie die Ströme und Spannungen an den Widerständen sowie die Spannung U_{AB} .

**Lösung Aufgabe 3.7.3**

3.8 Ersatzzweipole

3.9 Anwendungen

Aufgabe 3.9.1

Eine Lampe mit den Kennwerten 30 W und 6 V soll an eine Spannungsquelle von 110 V angeschlossen werden. Welchen Wert muss der Vorschaltwiderstand haben?

Lösung Aufgabe 3.9.1

- aus den Kennwerten: Widerstand, Strom durch Reihenschaltung

$$R_L = \frac{U^2}{P} = 1,2\Omega \quad I = \frac{P}{U} = 5A$$

- Spannung über R_V

$$U_{R_V} = 110V - 6V = 104V$$

- Vorwiderstand

$$R_V = \frac{U_{R_V}}{I} = \frac{104V}{5A} = 20,8\Omega$$

Aufgabe 3.9.2

Zu einem Widerstand von 650Ω soll parallel ein zweiter gelegt werden, so dass bei der angelegten Spannung $U = 125V$ ein Gesamtstrom von $0,2\text{ A}$ fließt. Wie groß sind dieser Widerstand und die Teilströme?

Lösung Aufgabe 3.9.2

- Widerstand der Parallelschaltung

$$R_{ges} = \frac{U}{I_{ges}} = \frac{125V}{0,2A} = 625\Omega (= R || R_p)$$

- Berechnung R_p

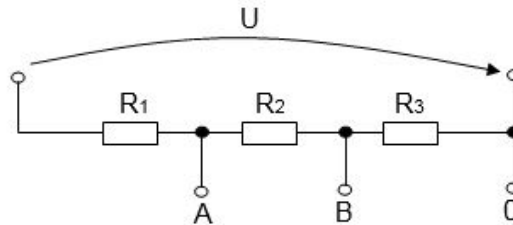
$$R_{ges} = \frac{R \cdot R_p}{R + R_p} \quad R_p = \frac{R \cdot R_{ges}}{R - R_{ges}} = \frac{650 \cdot 625}{650 - 625} \Omega = 16,25k\Omega$$

- Berechnung der Teilströme

$$I_R = I \frac{R_p}{R_p + R} = 0,2A \frac{25}{26} = 0,192A \quad I_{R_p} = I \frac{R}{R_p + R} = 0,2A \frac{1}{26} = 0,008A$$

Aufgabe 3.9.3

Der gegebene Spannungsteiler besteht aus den Widerständen $R_1 = 120\Omega$, $R_2 = 330\Omega$ und $R_3 = 270\Omega$. Die konstante Spannung U beträgt 48 V .

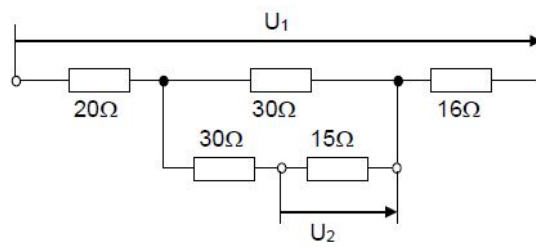


- (a) Welche Spannungen stellen sich an den Klemmen A/0 und B/0 bei unbelastetem Spannungsteiler ein?
- (b) Ein Belastungswiderstand $R_L = 470\Omega$ wird abwechselnd an die Klemmen A/0, B/0, A/B angeschlossen. Welche Ersatzwiderstände ergeben sich in den drei Fällen für die Schaltung?
- (c) Welche Stärke hat der Gesamtstrom und welche Leistung wird ohne Belastung und in den drei Belastungsfällen von der Schaltung aufgenommen?

Lösung Aufgabe 3.9.3

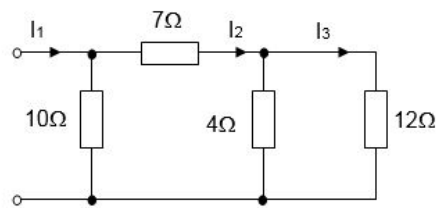
Aufgabe 3.9.4

Welchen Wert hat das Spannungsverhältnis $\frac{U_2}{U_1}$ in der angegebenen Schaltung?

**Lösung Aufgabe 3.9.4**

Aufgabe 3.9.5

Berechnen Sie das Stromverhältnis $\frac{I_1}{I_3}$!

**Lösung Aufgabe 3.9.5**

Aufgabe 3.9.6

Berechnen Sie in der angegebenen Schaltung alle Ströme und Spannungen.

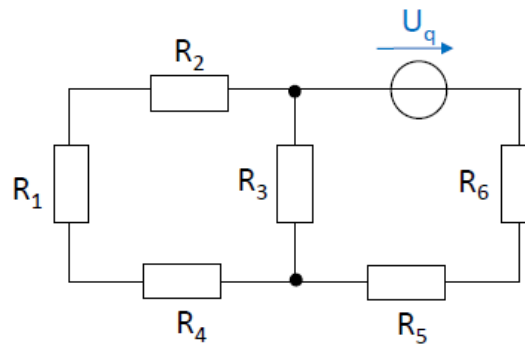
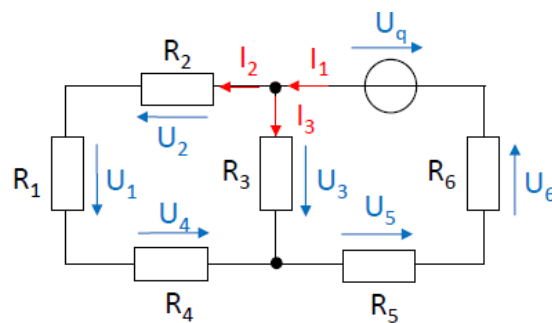
(a) allgemein

(b) zahlenwertmäßig für folgende Werte:

$$R_1 = 100\Omega, R_2 = 100\Omega, R_3 = 300\Omega, R_4 = 100\Omega, R_5 = 100\Omega, R_6 = 50\Omega$$

$$U_q = 30V$$

(c) Berechnen Sie allgemein und zahlenwertmäßig den Ersatzwiderstand der Schaltung.

**Lösung Aufgabe 3.9.6**

(a)

$$I_1 = \frac{U_q}{R_{ers}} \quad I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad I_3 = I_1 \frac{R_1 + R_2 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_1 = I_2 R_1 \quad U_2 = I_2 R_2 \quad U_3 = I_3 R_3 \quad U_4 = I_2 R_4 \quad U_5 = I_1 R_5 \quad U_6 = I_1 R_6$$

(b)

$$I_1 = \frac{30V}{300\Omega} = 0,1A \quad I_2 = I_1 \frac{300}{600} = 0,05A \quad I_3 = I_1 \frac{300}{600} = 0,05A$$

$$U_1 = 5V \quad U_2 = 5V \quad U_3 = 15V \quad U_4 = 5V \quad U_5 = 10V \quad U_6 = 5V$$

(c) Ersatzwiderstand an den Klemmen der Quelle

$$R_{ers} = R_3 \parallel (R_1 + R_2 + R_4) + R_5 + R_6 = 300\Omega$$

Aufgabe 3.9.7

Ein Spannungsmesser (Drehspulinstrument) hat den Messbereich $U_1 = 60\text{mV}$ und den inneren Widerstand $R_i = 20\Omega$. Der Messbereich soll auf a) 1,5 V, b) 3 V, c) 15 V d) 75 V und e) 300 V erweitert werden. Welche Vorschaltwiderstände sind erforderlich?

Lösung Aufgabe 3.9.7

$$\frac{U_1}{U_{mess}} = \frac{R_i}{R_i + R_V} \quad R_i + R_V = R_i \frac{U_{mess}}{U_1}$$

$$R_V = R_i \left(\frac{U_{mess}}{U_1} - 1 \right)$$

$$(a) \quad R_V = 20\Omega \left(\frac{1,5\text{V}}{0,06\text{V}} - 1 \right) = 480\Omega$$

$$(b) \quad R_V = 20\Omega \left(\frac{3\text{V}}{0,06\text{V}} - 1 \right) = 980\Omega$$

$$(c) \quad R_V = 20\Omega \left(\frac{15\text{V}}{0,06\text{V}} - 1 \right) = 4980\Omega$$

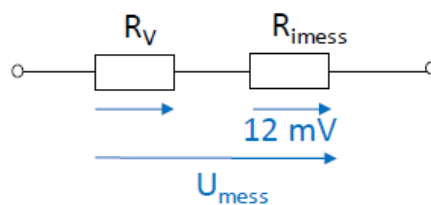
$$(d) \quad R_V = 20\Omega \left(\frac{75\text{V}}{0,06\text{V}} - 1 \right) = 24980\Omega$$

$$(e) \quad R_V = 20\Omega \left(\frac{300\text{V}}{0,06\text{V}} - 1 \right) = 99980\Omega$$

Aufgabe 3.9.8

Ein Messinstrument, dessen Zeiger bei 5mA voll ausschlägt, wenn an dem Messinstrument die Spannung $U_1 = 12\text{mV}$ liegt, soll als Spannungsmesser für die Messbereiche 15mV , 150mV , 1.5V und 15V verwendet werden.

- Zeichnen Sie eine Ersatzschaltung des erweiterten Messgerätes!
- Wie groß ist der innere Widerstand des Instrumentes?
- Welche Vorschaltwiderstände sind zu verwenden?
- Wie groß sind die jeweiligen Gesamtwiderstände?

Lösung Aufgabe 3.9.8

-
- $R_i = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{12\text{mV}}{5\text{mA}} = 2,4\Omega$
- $R_V = 2,4\Omega \left(\frac{15\text{mV}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 0,6\Omega$
 $R_V = 2,4\Omega \left(\frac{150\text{mV}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 69,6\Omega$
 $R_V = 2,4\Omega \left(\frac{1,5\text{V}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 717,6\Omega$
 $R_V = 2,4\Omega \left(\frac{15\text{V}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 7197,6\Omega$
- $R_{ges} = R_i + R_V$
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 0,6\Omega = 3\Omega$
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 69,6\Omega = 72\Omega$
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 717,6\Omega = 720\Omega$
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 7197,6\Omega = 7200\Omega$

Aufgabe 3.9.9

Wie groß ist ein Widerstand, wenn bei stromrichtiger Messung eine Spannung von 64 V und ein Strom von 15 mA gemessen wurden und der Strommesser einen Widerstand von $10\ \Omega$ hat?

Lösung Aufgabe 3.9.9

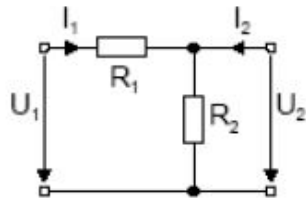
4 Vierpole

4.1 Vierpolbegriff

4.2 Lineare Vierpole

Aufgabe 4.2.1

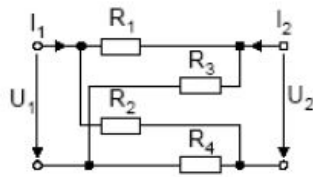
Bestimmen Sie für die gegebene Schaltung die Widerstandsmatrix.



Lösung Aufgabe 4.2.1

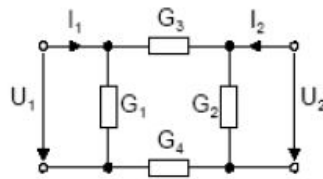
Aufgabe 4.2.2

Bestimmen Sie die Z-Parameter der Brückenschaltung mit $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 2\Omega$ und $R_4 = 4\Omega$

**Lösung Aufgabe 4.2.2**

Aufgabe 4.2.3

Bestimmen Sie die Leitwertparameter des Vierpols mit $G_1 = G_2 = 40 \text{ mS}$, $G_3 = G_4 = 20 \text{ mS}$.

**Lösung Aufgabe 4.2.3**

Aufgabe 4.2.4

Ermitteln Sie die A-Parameter eines doppelten Spannungsteilers und vergleichen Sie diese mit den Ergebnissen einer Kettenschaltung zweier einfacher Spannungsteiler.

Lösung Aufgabe 4.2.4

4.3 Vierpolersatzschaltungen

5 Netzwerkberechnungsverfahren

5.1 Analyse mit dem vollständigen Kirchhoffschen Gleichungssystem

5.2 Zweigstromanalyse

5.3 Knotenspannungsanalyse

5.4 Überlagerungsverfahren

5.5 Übersicht über Berechnungsverfahren

5.6 Zusammenfassung und Wiederholung - Grundlagen und Berechnung bei Gleichstrom

Aufgabe 5.6.1

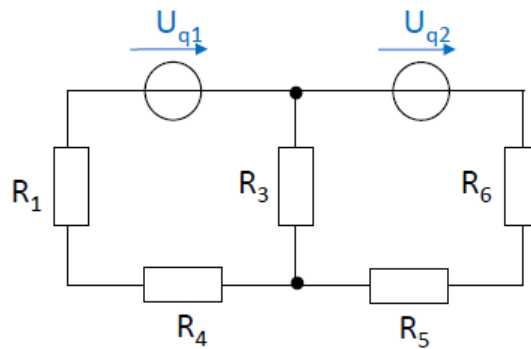
Berechnen Sie in der angegebenen Schaltung alle Ströme und Spannungen.

(a) allgemein

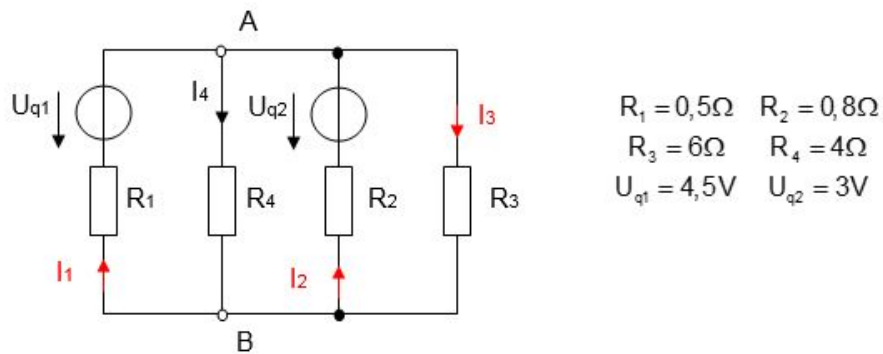
(b) zahlenwertmäßig für folgende Werte:

$$R_1 = 100\Omega, R_3 = 220\Omega, R_4 = 47\Omega, R_5 = 100\Omega, R_6 = 470\Omega$$

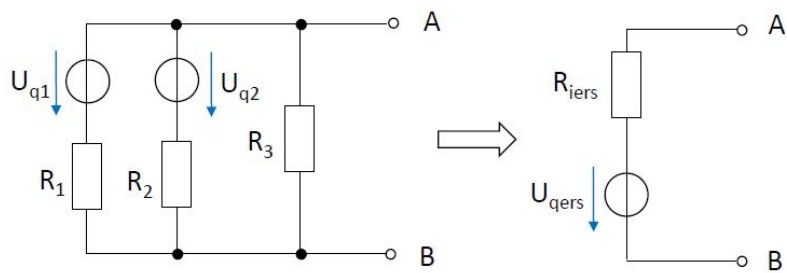
$$U_{q1} = 6V, U_{q2} = 10V$$



Lösung Aufgabe 5.6.1

Aufgabe 5.6.2

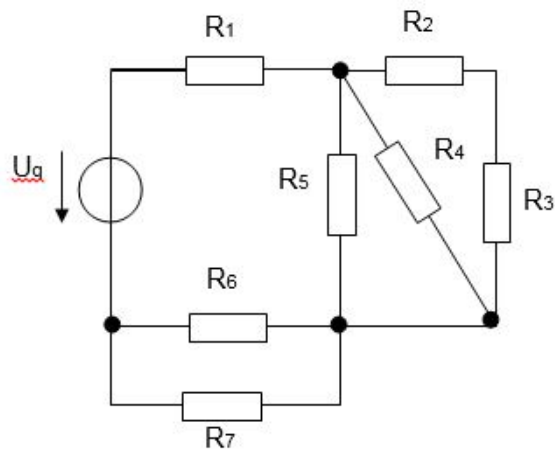
Berechnen Sie mit der Zweipoltheorie U_4 und I_4 am Widerstand R_4 .

Lösung Aufgabe 5.6.2

$$R_{iers} = R_1 || R_2 || R_3 = 0.29\Omega$$

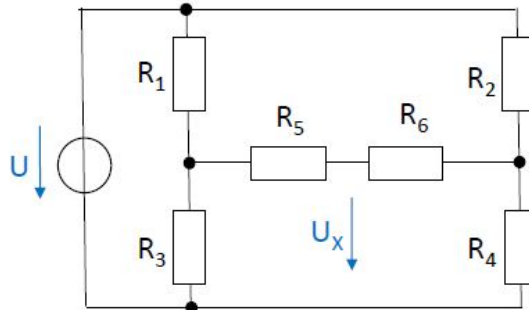
Aufgabe 5.6.3

Geben Sie das Gleichungssystem zur Berechnung der Zweigströme an!

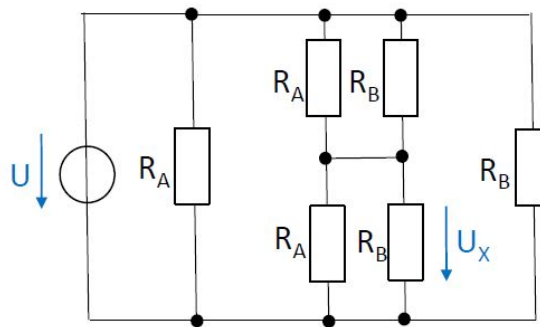
**Lösung Aufgabe 5.6.3**

Aufgabe 5.6.4

Für die dargestellte Schaltung soll folgendes gelten: $U = 12V$, $R_1 = R_4 = R_5 = 9\Omega$ und $R_2 = R_3 = R_6 = 18\Omega$. Berechnen Sie die Spannung U_X .

**Lösung Aufgabe 5.6.4**

Stern-Dreieck-Umwandlung erforderlich, aus R_1, R_3 und R_5 bzw. aus R_2, R_4 und R_6 wird je eine Dreieckschaltung mit $R_\Delta = 3R_Y$ berechnet.



$$R_A = 27\Omega, R_B = 54\Omega, R_{ges} = R_A || R_B || (R_A || R_B + R_A || R_B) = 12\Omega$$

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = 1A, I_P = I_{ges} \frac{18}{54} = \frac{1}{3}A$$

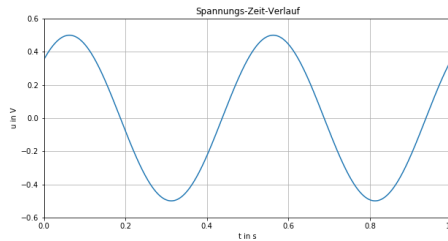
$$U_X = I_P \cdot 18\Omega = 6V$$

6 Periodisch zeitabhängige Größen

6.1 Sinusförmige Schwingungen

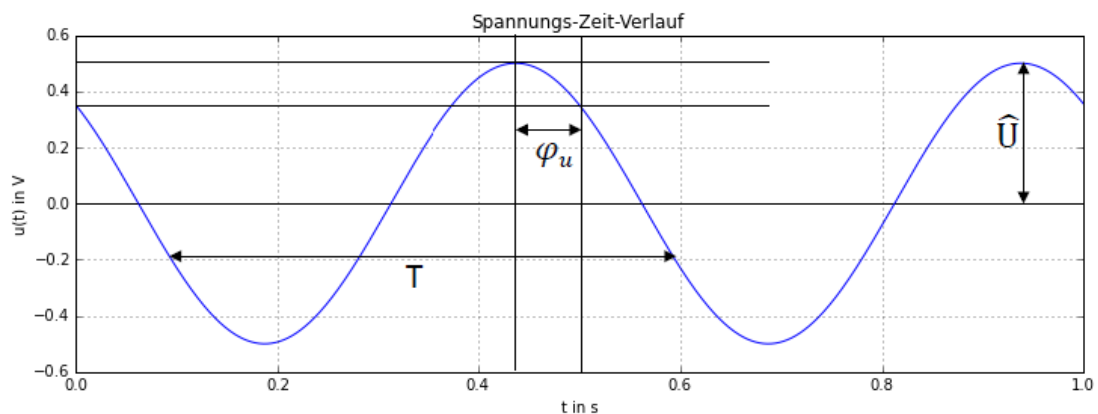
Aufgabe 6.1.1

Folgender Zeitverlauf einer sinusförmigen Spannung ist bekannt:



- Markieren Sie den Spitzenwert und die Periodendauer in der Abbildung!
- Geben Sie die Bildungsvorschrift für $u(t)$ allgemein an!
- Ermitteln Sie die Kenngrößen aus der Abbildung!
- Geben Sie die Bildungsvorschrift für $u(t)$ konkret an!

Lösung Aufgabe 6.1.1



-
- $u(t) = \hat{U} \cos(2\pi f t + \varphi_u)$
- $\hat{U} = 0,5V$; $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5S} = 2Hz$; $\frac{\varphi_u}{2\pi} = \frac{1,2}{9,2}$; $\varphi_u = 0,26\pi \approx \frac{\pi}{4}$
- $u(t) = 0,5V \cos\left(2\pi 2Hz t - \frac{\pi}{4}\right)$

6.2 Überlagerung von Sinusgrößen

6.3 Zeigerdarstellung

6.4 Komplexe Symbole

Aufgabe 6.4.1

Berechnen Sie in zweckmäßiger Weise für die komplexen Größen $\underline{A} = 1 + 4j$ und $\underline{B} = 3 - 5j$

- (a) $\underline{A} + \underline{B}$
- (b) $\underline{A} - \underline{B}$
- (c) $\underline{A} \cdot \underline{B}$
- (d) $\underline{A}/\underline{B}$
- (e) \underline{A}^2
- (f) $\sqrt{\underline{A}}$
- (g) $j\underline{A}$
- (h) \underline{A}/j
- (i) $|\underline{A}|$

Geben Sie das Ergebnis in Exponential- und kartesischer Form an.

Lösung Aufgabe 6.4.1

6.5 Darstellung periodischer Größen

7 Netzwerke an Sinusspannungen

7.1 Grundzweipole an Sinusspannungen

Aufgabe 7.1.1

Gegeben ist ein Kondensator $C = 100 \mu F$.

- (a) Wie groß sind der komplexe Widerstand, der komplexe Leitwert, der Wechselstromwiderstand, der Wirk- und der Blindwiderstand bei Netzfrequenz $f = 50 \text{ Hz}$.
- (b) Welcher Strom fließt bei Netzspannung (230 V) durch den Kondensator.

Lösung Aufgabe 7.1.1

Aufgabe 7.1.2

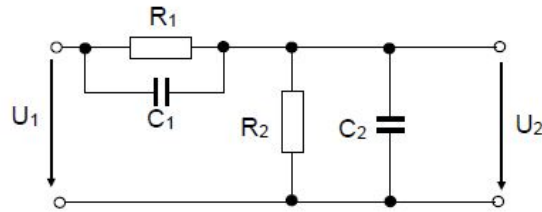
Der komplexe Widerstand \underline{Z} von vier linearen passiven Zweipolen bei Betrieb mit einer Wechselspannung vorgegebener Frequenz sei $\underline{Z}_1 = 30 \, \Omega$, $\underline{Z}_2 = j10 \, \Omega$, $\underline{Z}_3 = 30 \, \Omega + j10 \, \Omega$, $\underline{Z}_4 = 30 \, \Omega - j10 \, \Omega$

- (a) Zeichnen Sie die Widerstandsoperatoren quantitativ in die komplexe Widerstandsebene ein.
- (b) Berechnen Sie Betrag und Phase von \underline{Z} und überprüfen Sie die Ergebnisse anhand von a).
- (c) Geben Sie möglichst einfache Reihenersatzschaltungen für $f = 50 \, \text{Hz}$ an.
- (d) Ermitteln Sie die fließenden Ströme I für $U = 230 \, \text{V}$.

Lösung Aufgabe 7.1.2

Aufgabe 7.1.3

Unter welcher Bedingung ist das Verhältnis der Effektivwerte der Ausgangs- und Eingangsspannung des gegebenen Spannungsteilers frequenzunabhängig?

**Lösung Aufgabe 7.1.3**

Aufgabe 7.1.4

Ein Widerstand $R = 2.2 \text{ k}\Omega$ und ein verlustloser Kondensator mit $C = 1.2 \text{ nF}$ liegen parallel an einer Spannungsquelle. Der Gesamtstrom hat gegenüber der Spannung die Phasenverschiebung 80° .

- (a) Welche Frequenz hat die sinusförmige Wechselspannung?
- (b) Welcher Widerstand in Reihe zu einem Kondensator würde gleiche Beträge für Strom und Phasenverschiebung bewirken?

Lösung Aufgabe 7.1.4

(a)

$$\underline{Y} = Y e^{j\varphi_Y} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2} e^{j\arctan \omega CR}$$

$$\arctan \omega CR = 80^\circ$$

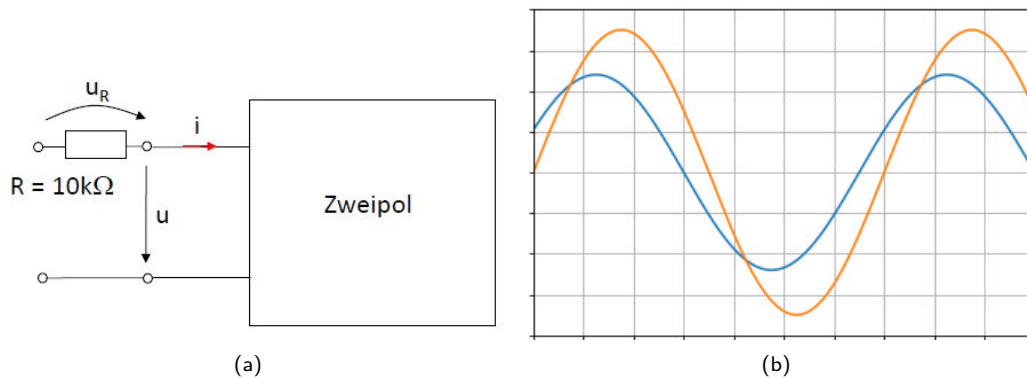
$$\omega CR = \tan 80^\circ = 5.67$$

$$f = \frac{5.67}{2\pi \cdot 1.2 \text{ nF} \cdot 2.2 \text{ k}\Omega} = 342 \text{ kHz}$$

- (b) Welcher Widerstand in Reihe zu einem Kondensator würde gleiche Beträge für Strom und Phasenverschiebung bewirken?

Aufgabe 7.1.5

Die Sinusspannungen u_R und u werden mit einem Oszilloskop gemessen (siehe Abbildung), dessen Horizontalablenkung auf $1\mu s/div$ und dessen Vertikalablenkung auf $2V/div$ eingestellt sind.



- Welche Amplitude, welchen Effektivwert, welche Frequenz und welchen Nullphasenwinkel haben die Spannungen u_R und u ? Geben Sie die komplexen Spannungen an.
- Bestimmen Sie den komplexen Widerstand des unbekannten Zweipols.
- Geben Sie die Reihenersatzschaltung des Zweipols an.

Lösung Aufgabe 7.1.5

7.2 Blindwiderstände und Blindleitwerte

Aufgabe 7.2.1

Ein passiver Zweipol hat bei einer Frequenz von $f = 1\text{kHz}$ einen komplexen Widerstand von $\underline{Z} = Z e^{j\varphi_Z}$ mit $Z = 2,92\text{k}\Omega$ und $\varphi_Z = -70^\circ$.

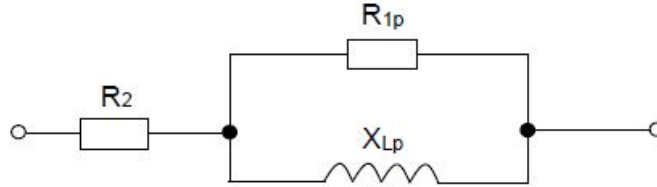
- (a) Stellen Sie den Zweipol als eine einfache Ersatzschaltung dar!
- (b) Ermitteln Sie die Bauelementewerte!
- (c) Bei welcher Frequenz halbiert sich der Betrag des komplexen Widerstandes?
- (d) Skizzieren Sie den Widerstandsoperator \underline{Z} für $f = 1\text{kHz}$ und die unter c) ermittelte Frequenz!

Lösung Aufgabe 7.2.1

7.3 Darstellung im Zeigerdiagramm

Aufgabe 7.3.1

In der gegebenen Schaltung betragen $R_{1p} = 120 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $L_p = 15 \text{ mH}$ und $f = 400 \text{ Hz}$.



- Welche Phasenverschiebung wird durch die Schaltung bewirkt?
- Wie groß ist der Scheinwiderstand der Schaltung?
- Welche Kapazität ist in Reihe zu schalten, damit $\varphi = 0$ wird?
- Welche Spannungen liegen an R_2 , der Parallelschaltung aus R_{1p} und X_{Lp} und der Gesamtschaltung, wenn die Gesamtstromstärke 0.1 A beträgt?
- Für die Schaltung ist ein Zeigerbild mit allen Teilspannungen bzw. Teilströmen zu zeichnen.

Lösung Aufgabe 7.3.1

(a)

$$\underline{Z} = R_2 + \frac{R_{1p}j\omega L_p}{R_{1p} + j\omega L_p} = R_2 + \frac{R_{1p}j\omega L_p (R_{1p} - j\omega L_p)}{R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2} = R_2 + \frac{(\omega L_p)^2 + jR_{1p}^2\omega L_p}{R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{R_2 (R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2) + (\omega L_p)^2 + jR_{1p}^2\omega L_p}{R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2}$$

$$\varphi_Z = \arctan \frac{R_{1p}^2\omega L_p}{R_2 (R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2) + (\omega L_p)^2} = 59.65$$

(b)

$$\underline{Z} = 30.78\Omega + j37.77\Omega; \quad Z = \sqrt{30.78^2 + 37.77^2}\Omega = 48.72\Omega$$

(c)

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot 37.77}F = 10.53\mu F$$

(d)

$$U_{R2} = I \cdot R_2 = 2V$$

$$U_{ges} = I \cdot Z = 4.872V$$

- Für die Schaltung ist ein Zeigerbild mit allen Teilspannungen bzw. Teilströmen zu zeichnen.

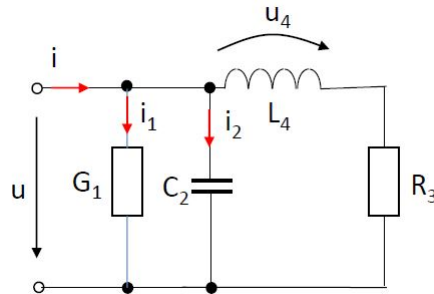
7.4 Schaltungsberechnung mit Transformation in den komplexen Bildbereich**7.5 Ersatzzweipole passiver Netzwerke****7.6 Komplexe Netzwerkanalyse****Aufgabe 7.6.1**

Stellen Sie das komplexe Gleichungssystem für die Knotenspannungsanalyse zur Berechnung der Knotenspannungen \underline{U}_{10} , \underline{U}_{20} , \underline{U}_{30} mit $u_{q1} = \sqrt{2}U_{q1}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ und $u_{q2} = \sqrt{2}U_{q2}\cos(\omega t)$ auf.

Lösung Aufgabe 7.6.1

Aufgabe 7.6.2

Die Schaltung wird an der zeitabhängigen Spannung $u = 5V \cdot \cos(6283s^{-1} \cdot t)$ betrieben. Gegeben sind : $G_1 = 1mS$, $C_2 = 120nF$, $R_3 = 1,5k\Omega$, und $L_4 = 159mH$.

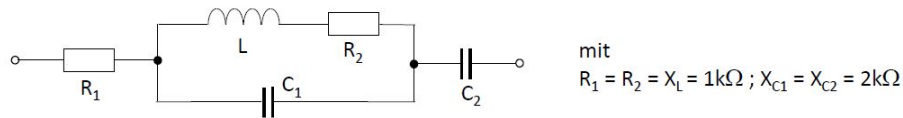


- (a) Welche Amplitude, welchen Effektivwert, welche Frequenz und welchen Nullphasenwinkel hat die Spannung u ?
- (b) Bestimmen Sie den komplexen Ersatzleitwert der Schaltung für die Frequenz der Klemmenspannung.
- (c) Berechnen Sie den Strom i_2 und die Spannung u_4 .
- (d) Stellen Sie die Größen u , i_2 und u_4 in einem Liniendiagramm dar.

Lösung Aufgabe 7.6.2

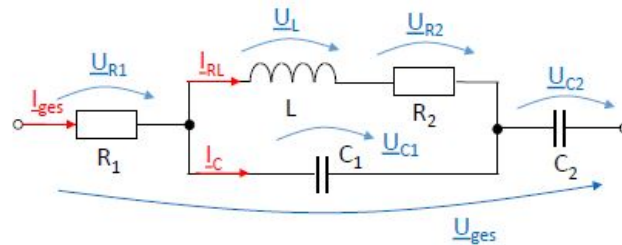
Aufgabe 7.6.3

Gegeben ist folgende Schaltung. Bei Betrieb mit der Frequenz f_B gelten folgende Werte:



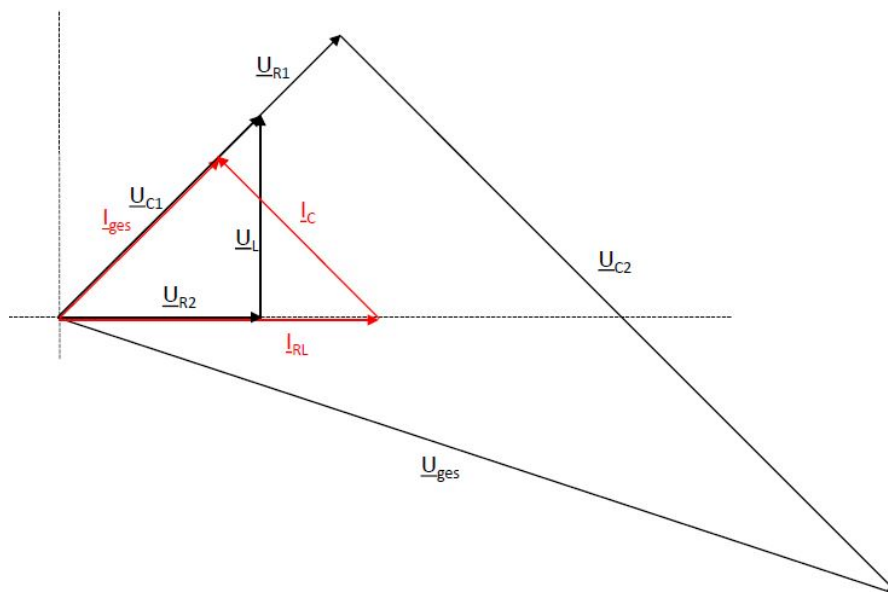
- Tragen Sie in der Schaltung alle Ströme und Spannungen ein!
- Geben Sie folgende Verhältnisse an (Beträge): $\frac{U_L}{U_{R2}}$, $\frac{U_L}{U_{C1}}$ und $\frac{I_{C1}}{I_{RL}}$
- Konstruieren Sie das Zeigerbild des Gesamtstromes und der Gesamtspannung mit den vorgegebenen Zeigern $\underline{I}_{RL} = I_{RL}e^{j0}$ und $\underline{U}_{R2} = U_{R2}e^{j0}$ unter Beachtung der Größenverhältnisse!
- Geben Sie den Typ des Zweipols an (induktiv/kapazitiv)!

Lösung Aufgabe 7.6.3



-
-

$$\frac{U_L}{U_{R2}} = 1 \quad \frac{U_L}{U_{C1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{I_{C1}}{I_{RL}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

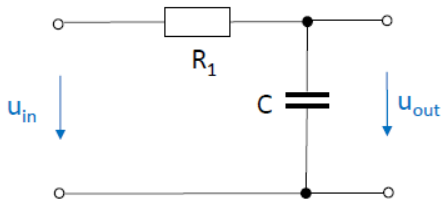


-

(d) kapazitiv

Aufgabe 7.6.4

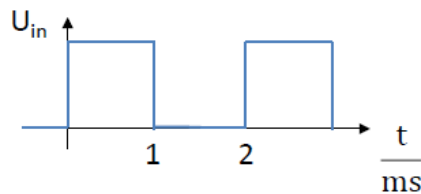
Gegeben ist die folgende Schaltung:



mit:

- $R_1 = 200\Omega$
- $C = 1\mu F$

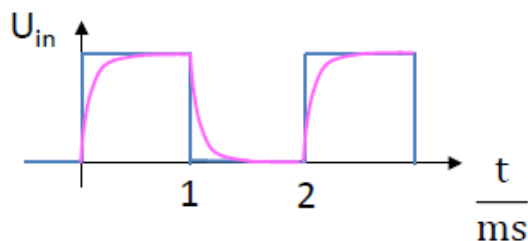
- (a) Welches Bauelement zeigt frequenzabhängiges Verhalten?
- (b) Welche Größe beschreibt dieses Verhalten?
- (c) Wie wird diese Größe berechnet?
- (d) Berechnen Sie diese Größe für eine Frequenz von 159 Hz?
- (e) Am Eingang dieser Schaltung liegt das dargestellte Signal u_{in} an.



Welche Größe beschreibt das Zeitverhalten der Schaltung und wie wird diese berechnet?
Tragen Sie in die Abbildung die Spannung u_{out} unter Beachtung der Größen R und C ein!

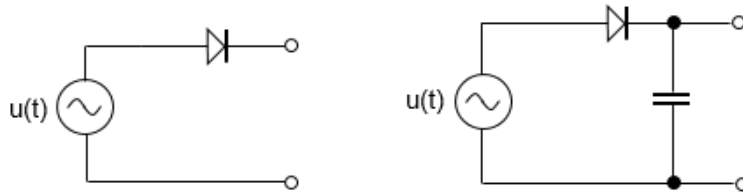
Lösung Aufgabe 7.6.4

- (a) Kondensator
- (b) Blindwiderstand (Scheinwiderstand)
- (c) $X_C = \frac{1}{\omega C}$
- (d) $X_C = \frac{1}{2\pi \frac{1000}{2\pi} 10^{-6}} \Omega = 1k\Omega$
- (e) Zeitverhalten: Zeitkonstante $\tau = RC = 0,2ms$ Nach $t = 5\tau$ ist Endwert erreicht.

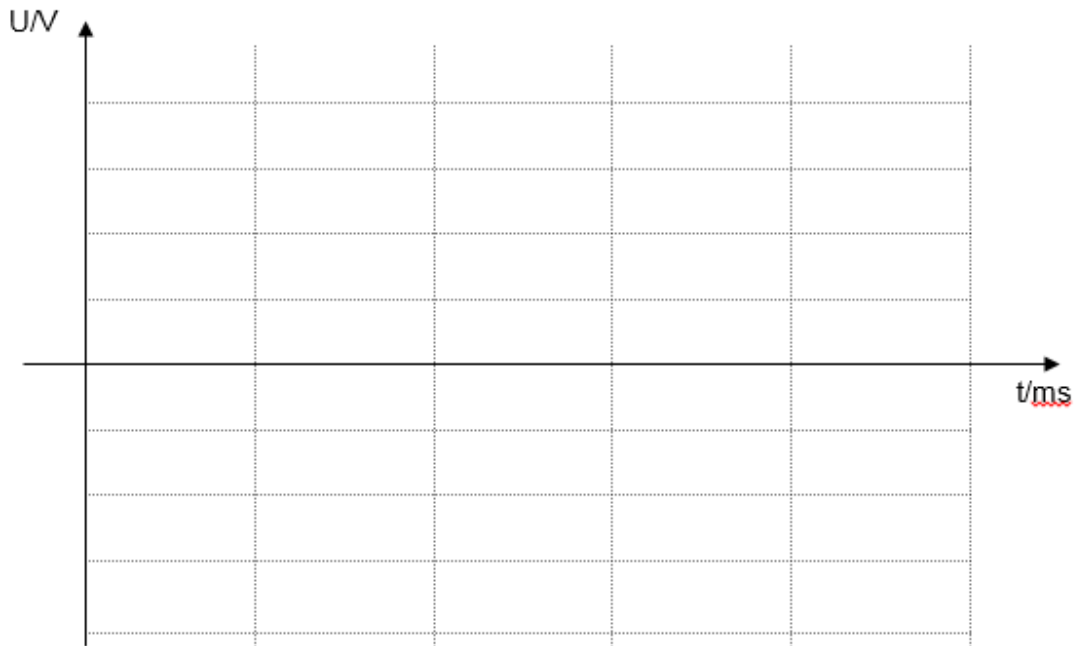


Aufgabe 7.6.5

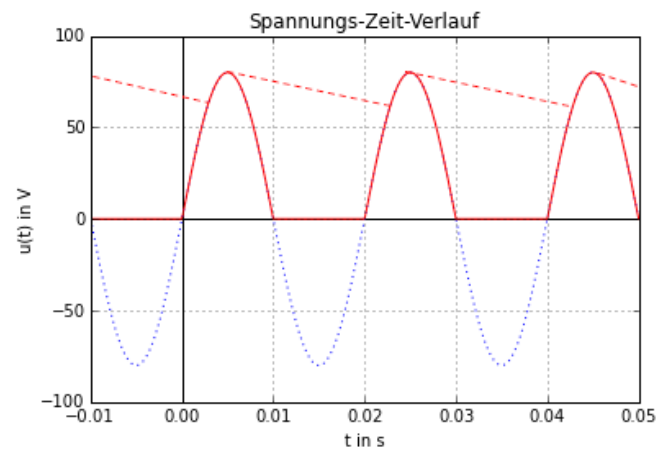
Eine Wechselspannung $u(t) = 80V \cdot \sin(2\pi 50Hz \cdot t)$ wird über die folgenden Schaltungen an einen Verbraucher angelegt.



- (a) Wie werden diese Schaltungen bezeichnet?
- (b) Tragen Sie in das Diagramm die sinusförmige Eingangsspannung und die Spannung an den Ausgangsklemmen der Schaltung (1) und (2) ein. Nehmen Sie bei (2) an, dass sich der Kondensator in 10ms um 25% annähernd linear entlädt. Beschriften Sie die Achsen mit den konkreten Werten.

**Lösung Aufgabe 7.6.5**

- (a) Einweggleichrichter, Einweggleichrichter mit Glättungskondensator



- (b)
- punktiert - Eingangsspannung
 - durchgehend - Ausgangsspannung ohne Kondensator
 - gestrichelt - Ausgangsspannung mit Kondensator

7.7 Leistung bei Wechselstrom

Aufgabe 7.7.1

Ein Verbraucher liegt an der Netzwechselspannung mit $U = 230\text{ V}$ und nimmt einen Strom von $I = 3\text{ A}$ auf. Die Spannung eilt dem Strom um $\varphi = 35^\circ$ voraus. Wie groß sind Wirkleistung, Blindleistung, Scheinleistung und der Leistungsfaktor des Verbrauchers?

Lösung Aufgabe 7.7.1

Aufgabe 7.7.2

Eine Bohrmaschine mit dem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0.9$ wird an der Netzsteckdose ($U = 230 \text{ V}$) betrieben und nimmt eine Wirkleistung $P = 1 \text{ kW}$ auf. Wie groß ist der Strom I ?

Lösung Aufgabe 7.7.2

Aufgabe 7.7.3

Ein Elektromotor hat einen Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0.5$. Er wird mit der Netzwechselspannung $U = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$ betrieben, wobei er die Wirkleistung $P = 700 \text{ W}$ aufnimmt. Durch Parallelschalten eines Kondensators soll der Leistungsfaktor auf $\cos \varphi = 0.9$ erhöht werden.

- (a) Welchen Strom I nimmt der Motor ohne Kondensator auf?
- (b) Wie groß muss die Kapazität des Kondensators sein?
- (c) Wie groß ist der Strom bei einem parallelgeschalteten Kondensator?
- (d) Wie groß ist die kompensierte Blindleistung?

Lösung Aufgabe 7.7.3

(a)

$$I = \frac{S}{U} = \frac{P}{\cos \varphi \cdot U} = \frac{700 \text{ W}}{0.5 \cdot 230 \text{ V}} = 6.09 \text{ A}$$

(b)

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 1400 \text{ VA}; \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 1212.44 \text{ var}$$

$$S_{\text{komp}} = \frac{P}{\cos \varphi} = 777.77 \text{ VA}; \quad Q_{\text{komp}} = \sqrt{S_{\text{komp}}^2 - P^2} = 338.85 \text{ var}$$

$$Q_C = 338.85 \text{ var} - 1212.44 \text{ var} = -873.6 \text{ var}$$

$$C = \frac{|Q_C|}{U^2 \omega} = \frac{873.6}{16.62} 10^{-6} \text{ F} = 52,56 \mu\text{F}$$

(c)

$$I_{\text{komp}} = \frac{S_{\text{komp}}}{U} = \frac{777.77}{230} \text{ A} = 3.38 \text{ A}$$

(d)

$$|Q_C| = 873.6 \text{ var}$$

Aufgabe 7.7.4

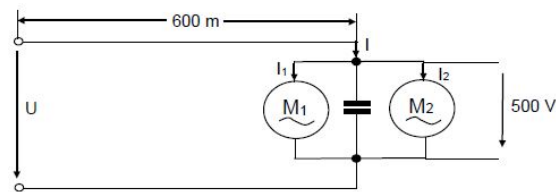
An einer Spannung von 224 V liegt parallelgeschaltet eine größere Anzahl von Glühlampen, durch die ein Gesamtstrom von 12.5 A fließt, und ein Elektromotor, der einen Strom von 8.9 A aufnimmt. Der Gesamtstrom beträgt 20.6 A . Welche Wirkleistung verbrauchen Motor und Lampen und welchen Leistungsfaktor hat der Motor?

Lösung Aufgabe 7.7.4

Aufgabe 7.7.5

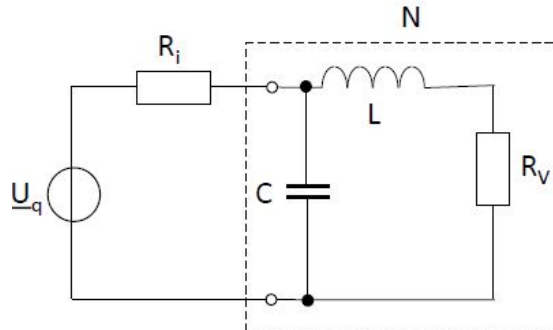
Zwei Motoren liegen parallel an einer Klemmenspannung von 500 V (50 Hz). Der eine leistet 33 kW bei $\eta = 0.82$ und $\cos \varphi = 0.65$, der andere 26 kW bei $\eta = 0.78$. Der Gesamtleistungsfaktor beträgt 0.5 .

- (a) Berechnen Sie die Teilströme I_1 und I_2 und den Gesamtstrom I .
- (b) Wie groß ist der Leistungsfaktor des zweiten Motors?
- (c) Wie groß ist die Spannung U am Beginn der 600 m langen Zuleitung von 50 mm^2 Kupfer?
- (d) Wie groß werden der Gesamtleistungsfaktor und der Gesamtstrom, wenn den Motoren ein Kondensator von $800\text{ }\mu\text{F}$ zugeschaltet wird?

**Lösung Aufgabe 7.7.5**

Aufgabe 7.7.6

Berechnen Sie den Strom \underline{I} und die Wirkleistung des Netzes N für: $U_q = 10V$, $f = 1kHz$, $R_i = 50\Omega$, $R_V = 100\Omega$, $C = 2\mu F$ und $L = 5mH$.

**Lösung Aufgabe 7.7.6**

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{ges}}$$

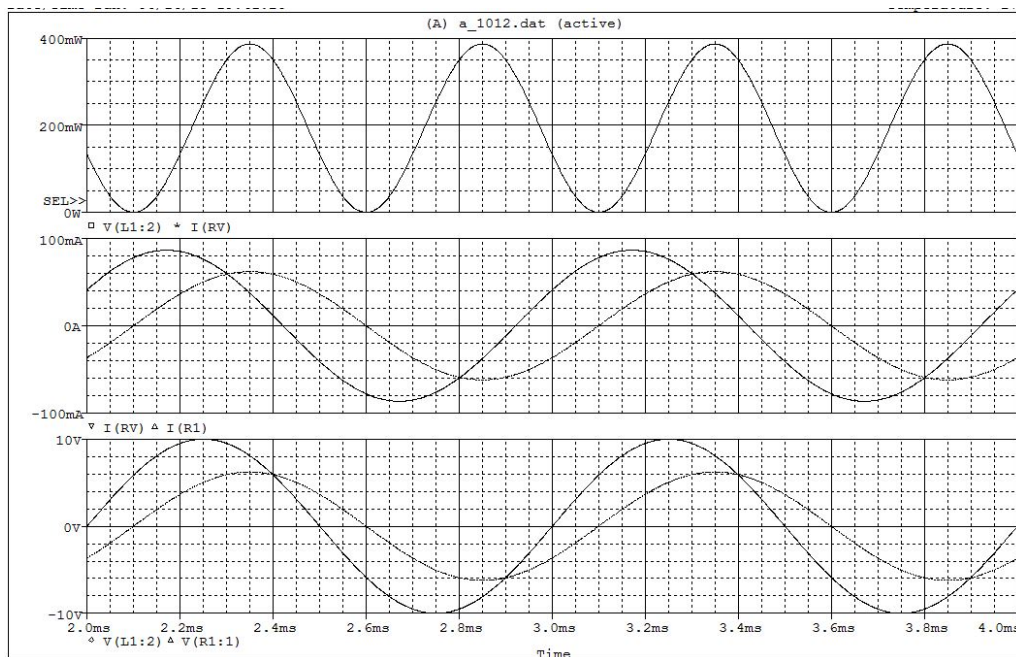
mit

$$\underline{Z}_{ges} = R_i + \frac{\frac{1}{j\omega C} (R_V + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R_V + j\omega L} = R_i + \frac{R_V + j\omega L}{1 + j\omega C R_V - \omega^2 L C} = R_i + \frac{R_V + j\omega L}{1 - \omega^2 L C + j\omega C R_V}$$

$$\underline{Z}_{ges} = 50\Omega + \frac{100\Omega + j31.4\Omega}{0.605 + j1.26} = 50\Omega + 74.86\Omega e^{-j46} = (101.1 + j54.7\Omega) = 114.9\Omega e^{j28.4}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{ges}} = \frac{10V}{114.9\Omega e^{j28.4}} = 87mA e^{-j28.4}$$

$$P = I^2 \cdot \Re\{\underline{Z}_N\} = 7569 \cdot 10^{-6} A^2 \cdot 51.1\Omega = 387mW$$



7.8 Beispiel RC-Filter

8 Dreiphasensysteme

8.1 Bestandteile des Dreiphasensystems

8.2 Sternschaltung

8.3 Dreieckschaltung

8.4 Leistung bei Wechselstrom

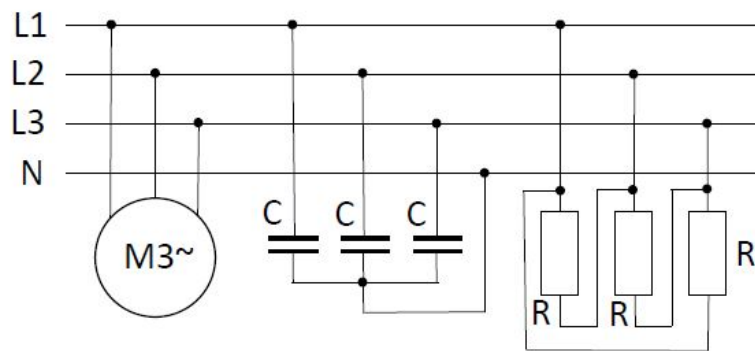
Aufgabe 8.4.1

An einem Drehstromnetz mit einer Nennspannung von $U_N = 400V$ und einer Frequenz von $f = 50Hz$ werden folgende Verbraucher parallel betrieben:

- ein mit Bemessungsleistung belasteter Drehstromasynchronmotor mit den Bemessungsdaten $P_b = 40kW$, $U_b = 400V$, $N_b = 987min^{-1}$, $\eta_b = 0.85$, $\cos\varphi_b = 0.82$
- eine Kondensatorbatterie mit 3 Kondensatoren zu je $C = 200\mu F$ in Sternschaltung
- eine elektrische Heizung mit 3 Widerständen zu je $R = 40\Omega$ in Dreieckschaltung.

- (a) Zeichnen Sie ein Schaltbild der Gesamtanordnung.
- (b) Berechnen Sie die aus dem Netz entnommene Wirk-, Blind- und Scheinleistung sowie den Leiterstrom getrennt für die Verbraucher 1 - 3.
- (c) Berechnen Sie die gesamte Wirk-, Blind- und Scheinleistung sowie den Leiterstrom bei parallelem Betrieb der Verbraucher am Netz.

Lösung Aufgabe 8.4.1



(a)

(b) Verbraucher 1:

$$P_1 = \frac{P_b}{\eta_b} = \frac{40kW}{0.85} = 47.06kW; \quad S_1 = \frac{P_1}{\cos\varphi_b} = \frac{47.06kW}{0.82} = 57.4kVA; \quad Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 32.86kvar$$

Verbraucher 2:

$$P_2 = 0; \quad S_2 = Q_2 = 3 \frac{U_N^2}{3} \omega C = U_N^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 200\mu F = 10.05kvar$$

Verbraucher 3:

$$P_3 = S_3 = 3 \frac{U_N^2}{R} = 12kW \quad Q_3 = 0$$

(c) Die Blindleistung von Verbraucher 2 ist kapazitiv \rightarrow negatives Vorzeichen.

$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3 = 59.06 kW; \quad Q_{ges} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 22.81 kvar; \quad S_{ges} = \sqrt{P_{ges}^2 + Q_{ges}^2} = 63.31 kVA$$

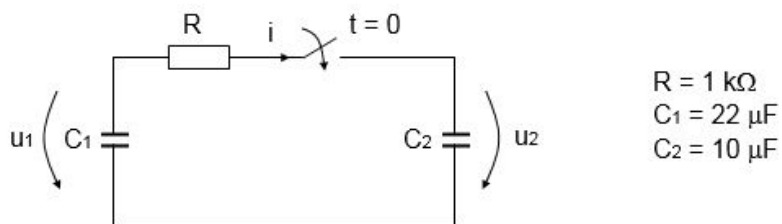
$$I_L = \frac{S_{ges}}{\sqrt{3} U_N} = \frac{63.31 kVA}{\sqrt{3} \cdot 400 V} = 91.38 A$$

9 Schaltvorgänge

Aufgabe 9.0.1

Der Grundzweipol C_1 sei zum Zeitpunkt $t = 0$ auf die Spannung $U_{1,0} = 480 \text{ V}$ geladen und der Grundzweipol C_2 ist ungeladen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter geschlossen.

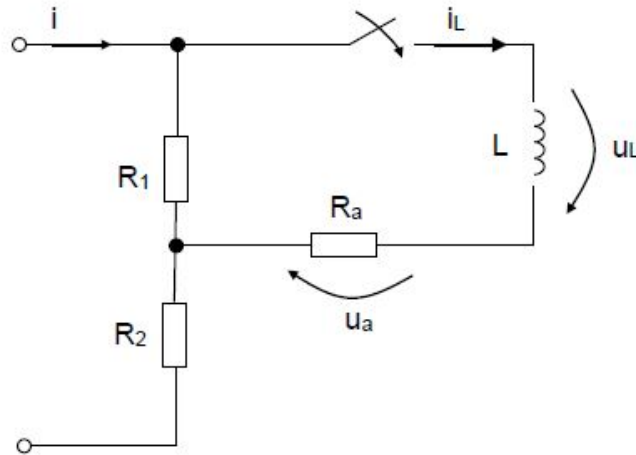
- (a) Welchen Wert hat die Zeitkonstante τ des Übergangsvorgangs?
- (b) Berechnen Sie mit Differenzialgleichungen die Zeitfunktionen $i(t)$, $u_1(t)$ und $u_2(t)$ und skizzieren Sie diese für $-\tau \leq t \leq 5\tau$.



Lösung Aufgabe 9.0.1

Aufgabe 9.0.2

Ein induktiver Verbraucher mit den Daten $L = 0.1 \text{ H}$ und $R_a = 2 \Omega$ wird über einen Spannungsteiler $R_1 = 4 \Omega$ und $R_2 = 12 \Omega$ an eine Gleichspannungsquelle von $U_q = U = 100 \text{ V}$ geschaltet.

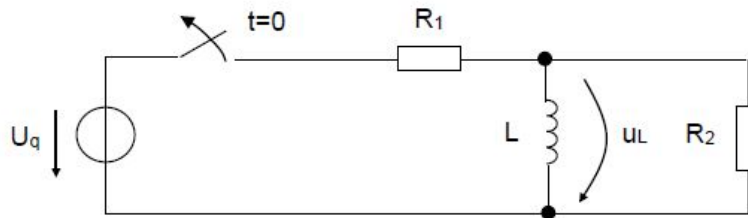


Es ist der Ausgleichsvorgang, bezogen auf i_L , u_L , und i , am Eingang des Spannungsteilers zu ermitteln und graphisch darzustellen.

Lösung Aufgabe 9.0.2

Aufgabe 9.0.3

Die dargestellte Schaltung enthält eine Spule mit der Induktivität $L = 120 \text{ mH}$ sowie die Wirkwiderstände $R_1 = 24 \Omega$ und $R_2 = 48 \Omega$. Die Versorgungsspannung beträgt $U = 36 \text{ V}$. Im Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter geöffnet.



Es ist der zeitliche Verlauf der an der Spule liegenden Spannung $u(t)$ anzugeben und graphisch darzustellen.

Lösung Aufgabe 9.0.3

10 Netzwerke bei veränderlicher Frequenz

11 Grundsaltungen der Digitaltechnik

Aufgabe 11.0.1

Gegeben ist die unten stehende Wahrheitstabelle.

- (a) Bestimmen Sie die disjunktive Normalform (DNF) der Schaltfunktion.
- (b) Vereinfachen Sie die Schaltfunktion mit Hilfe eines KV-Diagramms.
- (c) Verwirklichen Sie die Logik nur mit NAND-Gattern (zwei oder drei Eingänge).
- (d) Verwirklichen Sie die Logik nur mit NOR-Gattern (zwei oder drei Eingänge).

d	c	b	a	y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Lösung Aufgabe 11.0.1

Aufgabe 11.0.2

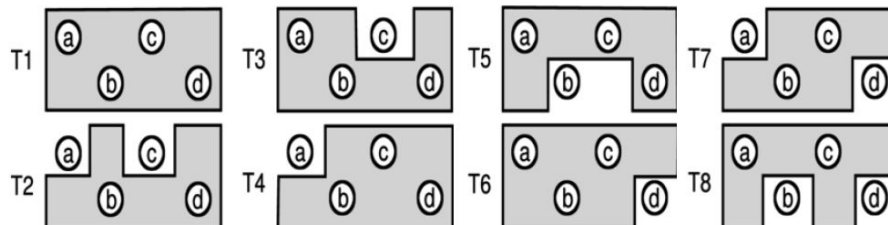
Der Ausgang y einer digitalen Schaltung soll genau dann den Zustand 1 annehmen, wenn mindestens zwei ihrer drei Eingänge a , b und c im Zustand 0 sind.

- (a) Stellen Sie die zugehörige Wahrheitstabelle auf.
- (b) Vereinfachen Sie die Schaltfunktion.
- (c) Zeichnen Sie die Schaltung.

Lösung Aufgabe 11.0.2

Aufgabe 11.0.3

Eine Anlage muß verschiedene Stanzteile aus Blech (T1 bis T8) unterscheiden, um sie anschließend richtig behandeln zu können. Die Teile werden dabei von einem Förderband unter eine Gruppe von Sensoren transportiert. Die Sensoren (a, b, c, d) liefern an ihrem Ausgang den logischen Zustand NULL, wenn darunter Blech festgestellt wird. Die Teile T2, T4, T6 und T8 müssen lackiert werden. Es ist eine digitale Schaltung zu entwerfen, deren Ausgang die Lackiereinrichtung einschaltet ($y = 1$: Lackieren).



- Stellen Sie die vollständige Wahrheitstabelle auf.
- Vereinfachen Sie die Schaltfunktion mit Hilfe einer KV-Tafel und geben Sie die vereinfachte Funktion an.
- Entwerfen Sie eine geeignete Schaltung mit digitalen Gattern.

Lösung Aufgabe 11.0.3

12 Vermischtes

12.1 Kapazität und Induktivität

Aufgabe 12.1.1

Ein Plattenkondensator (Bild 1) mit der Plattenfläche $A = 0.15 \text{ m}^2$ und dem Plattenabstand $d = 1.2 \text{ mm}$ sowie Luft als Dielektrikum liegt an der Spannung $U = 180 \text{ V}$. In den Plattenraum wird nach Bild 2 eine $d_1 = 0.7 \text{ mm}$ starke Isolierstoffplatte mit der Permittivitätszahl $\epsilon_r = 4.5$ eingebracht. (Die Spannung bleibt unverändert $U = 180 \text{ V}$.)

- (a) Welche Energie W_1 wird beim Einbringen der Isolierstoffplatte von der Spannungsquelle abgegeben?
- (b) Um welchen Wert W_2 steigt dabei die im Kondensator gespeicherte Energie?

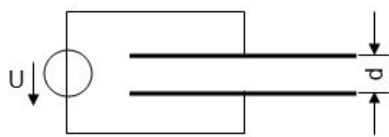


Bild 1

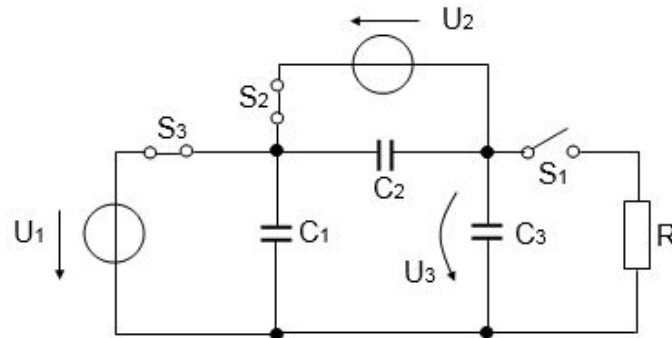


Bild 2

Lösung Aufgabe 12.1.1

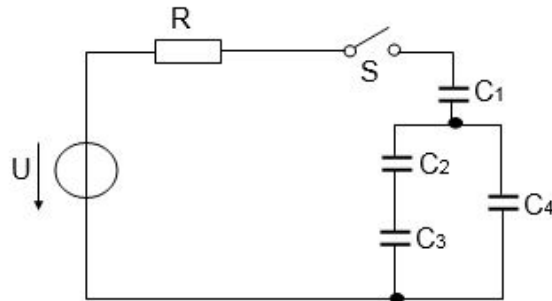
Aufgabe 12.1.2

Die im Bild dargestellten Kondensatoren haben die Kapazitäten $C_1 = 80 \mu F$, $C_2 = 50 \mu F$ und $C_3 = 20 \mu F$. Am Kondensator C_1 liegt die Spannung $U_1 = 100 V$ und am Kondensator C_2 die Spannung $U_2 = 20 V$. Welche Energie W wird nach dem Schließen des Schalters S dem Widerstand R zugeführt?

**Lösung Aufgabe 12.1.2**

Aufgabe 12.1.3

In der im Bild gegebenen Schaltung haben die Kondensatoren die Kapazitäten $C_1 = 450 \text{ nF}$, $C_2 = 300 \text{ nF}$, $C_3 = 600 \text{ nF}$ und $C_4 = 100 \text{ nF}$. Sie sind nicht aufgeladen. Die vorhandene Spannungsquelle liefert $U = 120 \text{ V}$. Welche Spannungen U_1 bis U_4 stellen sich nach dem Schließen des Schalters S an den einzelnen Kondensatoren ein?

**Lösung Aufgabe 12.1.3**

Aufgabe 12.1.4

Es stehen 50 m Draht von 1.5 mm äußerem Durchmesser zur Verfügung. Welche Induktivität entsteht, wenn ein Pappzylinder von 3 cm Durchmesser damit einlagig bewickelt wird?

Lösung Aufgabe 12.1.4

Aufgabe 12.1.5

Welche Energie ist zum Aufbau des magnetischen Feldes einer eisenlosen Ringspule von folgenden Abmessungen notwendig:

- mittlerer Durchmesser 28 cm
- 800 Windungen
- mittlerer Windungsdurchmesser 6 cm

Es wird ein Strom von 3 A eingespeist.

Lösung Aufgabe 12.1.5