

HTW DRESDEN

FAKULTÄT ELEKTROTECHNIK

# **Übungsaufgaben**

## **Elektrotechnik für Montageingenieure**

*Gudrun Flach*

July 24, 2019

## Contents

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
1.1	Bedeutung der Elektrotechnik . . . . .	3
1.2	Fachsprache der Elektrotechnik . . . . .	3
1.3	Einheiten und Formelgrößen . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Ladung Strom und Spannung</b>	<b>7</b>
2.1	Elektrische Ladung . . . . .	7
2.2	Leitungseigenschaften . . . . .	8
2.3	Elektrischer Strom und Stromdichte . . . . .	9
2.4	Energie im Stromkreis . . . . .	11
2.5	Potenzial und Spannung . . . . .	11
2.6	Elektrische Feldstärke . . . . .	11
2.7	Leistung, Energie und Wirkungsgrad . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Zweipole</b>	<b>12</b>
3.1	Begriff . . . . .	12
3.2	Bezugspfeile . . . . .	12
3.3	Passive Zweipole . . . . .	12
3.4	Aktive Zweipole . . . . .	19
3.5	Zusammenschaltung von Zweipolen . . . . .	19
3.6	Knotensatz . . . . .	28
3.7	Maschensatz . . . . .	31
3.8	Ersatzzweipole . . . . .	34
3.9	Anwendungen . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Vierpole</b>	<b>43</b>
4.1	Vierpolbegriff . . . . .	43
4.2	Lineare Vierpole . . . . .	43
4.3	Vierpolersatzschaltungen . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Netzwerkberechnungsverfahren</b>	<b>48</b>
5.1	Analyse mit dem vollständigen Kirchhoffschen Gleichungssystem . . . . .	48
5.2	Zweigstromanalyse . . . . .	48
5.3	Knotenspannungsanalyse . . . . .	48
5.4	Überlagerungsverfahren . . . . .	48
5.5	Übersicht über Berechnungsverfahren . . . . .	48
5.6	Zusammenfassung und Wiederholung - Grundlagen und Berechnung bei Gleichstrom . . . . .	48
<b>6</b>	<b>Periodisch zeitabhängige Größen</b>	<b>52</b>
6.1	Sinusförmige Schwingungen . . . . .	52
6.2	Überlagerung von Sinusgrößen . . . . .	53
6.3	Zeigerdarstellung . . . . .	53
6.4	Komplexe Symbole . . . . .	53
6.5	Darstellung periodischer Größen . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Netzwerke an Sinusspannungen</b>	<b>55</b>
7.1	Grundzweipole an Sinusspannungen . . . . .	55
7.2	Blindwiderstände und Blindleitwerte . . . . .	60
7.3	Darstellung im Zeigerdiagramm . . . . .	61
7.4	Schaltungsberechnung mit Transformation in den komplexen Bildbereich . . . . .	62
7.5	Ersatzzweipole passiver Netzwerke . . . . .	62
7.6	Komplexe Netzwerkanalyse . . . . .	62
7.7	Leistung bei Wechselstrom . . . . .	69
7.8	Beispiel RC-Filter . . . . .	75

<b>8 Dreiphasensysteme</b>	<b>76</b>
8.1 Bestandteile des Dreiphasensystems . . . . .	76
8.2 Sternschaltung . . . . .	76
8.3 Dreieckschaltung . . . . .	76
8.4 Leistung bei Wechselstrom . . . . .	76
<b>9 Schaltvorgänge</b>	<b>78</b>
<b>10 Netzwerke bei veränderlicher Frequenz</b>	<b>81</b>
<b>11 Grundsaltungen der Digitaltechnik</b>	<b>82</b>
<b>12 Vermischtes</b>	<b>85</b>
12.1 Kapazität und Induktivität . . . . .	85

# 1 Einführung

## 1.1 Bedeutung der Elektrotechnik

## 1.2 Fachsprache der Elektrotechnik

## 1.3 Einheiten und Formelgrößen

### Aufgabe 1.3.1

Bestimmen Sie die Beziehungen der folgenden Größen mit Hilfe ihrer Einheiten:

- $B = f(\Phi, A)$ ,  $[B] = \text{Vs m}^{-2}$ ,  $[\Phi] = \text{Vs}$ ,  $[A] = \text{m}^2$
- $U = f(E, l)$ ,  $[U] = \text{V}$ ,  $[E] = \text{V m}^{-1}$ ,  $[l] = \text{m}$
- $R = f(l, \kappa, A)$ ,  $[R] = \Omega$ ,  $[\kappa] = \text{S m}^{-1}$ ,  $[A] = \text{m}^2$ ,  $[l] = \text{m}$

### Lösung Aufgabe 1.3.1

- $B = f(\Phi, A) = \frac{\Phi}{A}$
- $U = f(E, l) = E \cdot l$
- $R = f(l, \kappa, A) = \frac{l}{\kappa \cdot A}$

**Aufgabe 1.3.2**

Leiten Sie die Definition der Einheit Volt mit den Basiseinheiten des SI-Systems her.

**Lösung Aufgabe 1.3.2**

$$V \cdot A \cdot s = W \cdot s = N \cdot m = \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2}$$

$$V = \frac{kg \cdot m \cdot m}{A \cdot s^3} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

**Aufgabe 1.3.3**

Wandeln Sie folgende Maße in SI-Einheiten in Zehnerpotenzdarstellung um:

- $59827.6\mu m$ ,  $0.00045mm$ ,  $0.0026cm$
- $899101km$ ,  $45.23s$ ,  $0.38ms$
- $13000h$ ,  $0.34\mu g$ ,  $120000t$
- $12.5mm^2$ ,  $54km/h$ ,  $13mm/s$
- $0.018kg/l$ ,  $14.5N/cm^2$ ,  $20g/mm^3$

**Lösung Aufgabe 1.3.3**

- $5.98276 \cdot 10^{-2}m$ ,  $4.5 \cdot 10^{-7}m$ ,  $2.6 \cdot 10^{-5}m$
- $8.99101 \cdot 10^8m$ ,  $45.23s$ ,  $3.8 \cdot 10^{-4}s$
- $4.68 \cdot 10^7s$ ,  $3.4 \cdot 10^{-10}kg$ ,  $1.2 \cdot 10^8kg$
- $1.25 \cdot 10^{-5}m^2$ ,  $15m/s$ ,  $1.3 \cdot 10^{-2}m/s$
- $1.8 \cdot 10^4kg/m^3$ ,  $1.45 \cdot 10^5kg/m \cdot s^2$ ,  $2.0 \cdot 10^7kg/m^3$

**Aufgabe 1.3.4**

Geben Sie folgende elektrische Größen in SI-Einheiten an:

- elektrische Ladung  $Q$
- elektrische Feldstärke
- elektrischer Widerstand
- elektrischer Leitwert
- Leistung
- Energie
- Kapazität
- Stromdichte
- magnetisches Feld
- Frequenz

**Lösung Aufgabe 1.3.4**

- elektrische Ladung

$$[Q] = As$$

- elektrische Feldstärke

$$[E] = \frac{V}{m} = \frac{kg \cdot m}{A \cdot s^3}$$

- Elektrischer Widerstand

$$[R] = \frac{V}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$$

- Elektrischer Leitwert

$$[G] = \frac{A}{V} = \frac{A^2 \cdot s^3}{kg \cdot m^2}$$

- Leistung

$$[P] = V \cdot A = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

- Energie

$$[W] = V \cdot A \cdot s = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

- Kapazität

$$[C] = \frac{As}{V} = \frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}$$

- Stromdichte

$$[S] = \frac{A}{m^2}$$

- magnetisches Feld

$$[B] = T = \frac{Vs}{m^2} = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

- Frequenz

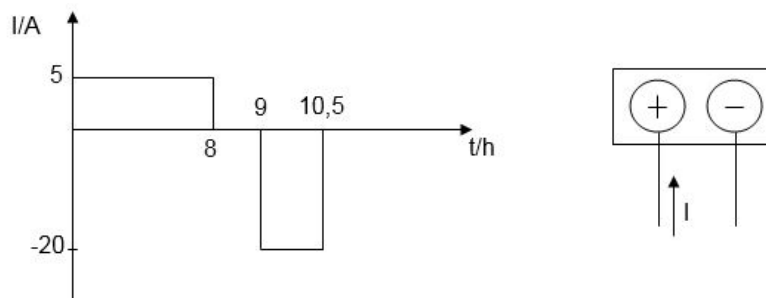
$$[f] = Hz = s^{-1}$$

## 2 Ladung Strom und Spannung

### 2.1 Elektrische Ladung

#### Aufgabe 2.1.1

Ein nicht vollständig geladener Akkumulator (Nennspannung  $12\text{ V}$ , Nennkapazität  $56\text{ Ah}$ ) besitzt zum Zeitpunkt  $t = 0$  eine Kapazität (abgebbare Ladungsmenge) von  $10\text{ Ah}$ . An ihm wird der angegebene Stromverlauf gemessen.



- Wird der Akku im Zeitintervall  $0 \leq t \leq 8\text{ h}$  aufgeladen oder entladen?
- Geben Sie die Kapazität  $Q$  nach  $8\text{ h}$ ,  $9\text{ h}$  und  $10.5\text{ h}$  an und zeichnen Sie  $Q(t)$ .
- Ist es richtig, wenn bei Anschluss eines Ladegerätes jeweils die gleichnamigen Pole von Akku und Ladegerät miteinander verbunden werden?

#### Lösung Aufgabe 2.1.1

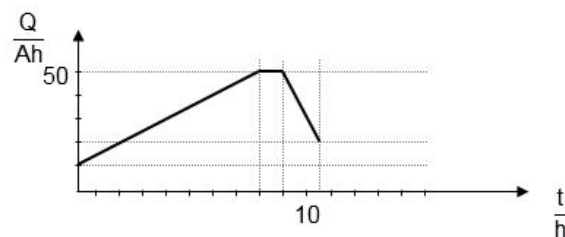
(a) Ja, es fließt Strom in den Akku.

(b)

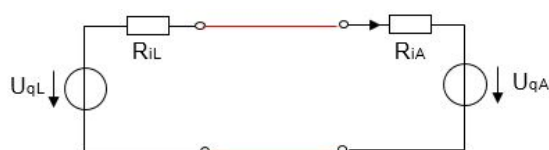
$$Q(t = 8\text{ h}) = I \cdot t + Q_0 = 5\text{ A} \cdot 8\text{ h} + 10\text{ Ah} = 50\text{ Ah}$$

$$Q(t = 9\text{ h}) = I \cdot t + Q(t = 8\text{ h}) = 0\text{ A} \cdot 1\text{ h} + 50\text{ Ah} = 50\text{ Ah}$$

$$Q(t = 10.5\text{ h}) = I \cdot t + Q(t = 9\text{ h}) = -20\text{ A} \cdot 1.5\text{ h} + 50\text{ Ah} = 20\text{ Ah}$$



(c) Ja, Strom beim Laden fließt in den Akku.





## 2.2 Leitungseigenschaften

### Aufgabe 2.2.1

In einem Kupferdraht von 1 mm Durchmesser fließt ein Strom von 1.5 A. Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit der Elektronen?

Hinweis: In Cu ist die Dichte der quasifreien Elektronen  $n = 8.5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

### Lösung Aufgabe 2.2.1

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e \cdot \Delta V}{\Delta t} = \frac{n \cdot e \cdot A \cdot \Delta s}{\Delta t} = n \cdot e \cdot A \cdot v$$

$$v = \frac{I}{n \cdot e \cdot A} = \frac{1.5 \text{ A cm}^3}{8.5 \cdot 10^{22} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2} = \frac{1.5 \text{ cm}}{136.17 \text{ s}} = 0.011 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 39.65 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$$

## 2.3 Elektrischer Strom und Stromdichte

### Aufgabe 2.3.1

Ein Strom ( $I = 1 \text{ A}$ ) fließt durch einen Leiter mit drei abgestuften Querschnitten:  $A_1 = 4 \text{ cm}^2$ ,  $A_2 = 2 \text{ cm}^2$  und  $A_3 = 1 \text{ cm}^2$ .

- Welche Stromdichte stellt sich in jedem Leiterteil ein?
- Skizzieren Sie eine solche Anordnung und tragen Sie ausgewählte Stromlinien (z.B.  $\Delta I = 0.25 \text{ A}$ ) ein.
- Handelt es sich um ein homogenes Strömungsfeld (oder nicht)?
- Welche Richtung hat die Stromdichte?

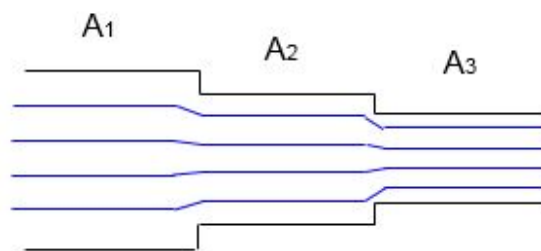
### Lösung Aufgabe 2.3.1

(a)

$$S_1 = \frac{I}{A_1} = \frac{1 \text{ A}}{4 \text{ cm}^2} = 0.25 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$

$$S_2 = \frac{I}{A_2} = \frac{1 \text{ A}}{2 \text{ cm}^2} = 0.5 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$

$$S_3 = \frac{I}{A_3} = \frac{1 \text{ A}}{1 \text{ cm}^2} = 1 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$



(b)

- Das Strömungsfeld ist abschnittsweise homogen, an den Querschnittsänderungen ist es inhomogen.
- die Richtung der Flächennormalen (Stromlinien)

**Aufgabe 2.3.2**

Ein Kleintrafo soll primärseitig  $0.5A$  aufnehmen und auf der Sekundärseite  $5A$  abgeben. Um die Isolation der Wicklung (z.B. Lack, Seide, Kunststoff) thermisch nicht zu überlasten, darf eine Stromdichte von  $4 \frac{A}{mm^2}$  nicht überschritten werden.

Berechnen Sie die Mindestdurchmesser der Drähte.

**Lösung Aufgabe 2.3.2**

$$S = \frac{I}{A} = \frac{I}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4I}{\pi S}}$$

$$d_p = \sqrt{\frac{4I_p}{\pi S_{max}}} = \sqrt{\frac{2Amm^2}{\pi 4A}} = 0.4mm$$

$$d_s = \sqrt{\frac{4I_s}{\pi S_{max}}} = \sqrt{\frac{20Amm^2}{\pi 4A}} = 1.26mm$$

**2.4 Energie im Stromkreis****2.5 Potenzial und Spannung****2.6 Elektrische Feldstärke****2.7 Leistung, Energie und Wirkungsgrad****Aufgabe 2.7.1**

Ein Raum ist mit 16 A abgesichert. Eingeschaltet ist ein Heißwasserspeicher mit 2 kW, 4 Lampen mit je 60 W und ein weiteres Gerät mit einer Leistungsaufnahme von 400 W. Ist es möglich, noch ein Heizgerät mit 1.5 kW in Betrieb zu nehmen?

**Lösung Aufgabe 2.7.1**

$$I = \frac{P_{ges}}{U}$$

$$P_{ges} = 2kW + 4 \cdot 60W + 400W + 1.5kW = 4.14kW$$

$$I = \frac{4.14kW}{230V} = 18A$$

Das Heizgerät kann nicht in Betrieb genommen werden.

### 3 Zweipole

#### 3.1 Begriff

#### 3.2 Bezugspfeile

#### 3.3 Passive Zweipole

##### Aufgabe 3.3.1

Zwischen den beiden Adern einer in der Erde liegenden Fernsprechleitung von  $0.6 \text{ mm}$  Durchmesser und  $150 \text{ m}$  Einfachlänge (Kupfer) ist ein Kurzschluss entstanden. Zur Bestimmung des Fehlerortes wird von der einen Seite der Doppelleitung her der Widerstand  $R_1 = 10.85\Omega$  und von der anderen Seite her  $R_2 = 13.02\Omega$  gemessen.

- (a) In welcher Entfernung von der einen Seite befindet sich die Schadenstelle?  
 (b) Wie groß ist der Übergangswiderstand?

##### Lösung Aufgabe 3.3.1

(a)

$$\begin{aligned}
 R_1 - R_2 &= \frac{4 \cdot 2 \cdot l_x}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} - \frac{4 \cdot 2 \cdot l_y}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} = \frac{4 \cdot 2}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} (l_x - l_y) = \frac{4 \cdot 2}{\kappa_{Cu} \cdot \pi d^2} (l - 2 \cdot l_y) \\
 \frac{(R_1 - R_2) \kappa_{Cu} \cdot \pi d^2}{8} &= l - 2 \cdot l_y \\
 l_y &= 0.5 \cdot \left( l - \frac{(R_1 - R_2) \kappa_{Cu} \cdot \pi d^2}{8} \right) \\
 l_y &= 0.5 \cdot \left( 150 \text{ m} - \frac{(-2.17\Omega) 56 \text{ Sm} \cdot \pi 0.36 \text{ mm}^2}{8 \text{ mm}^2} \right) = 83.6 \text{ m} \\
 l_x &= l - l_y = 66.4 \text{ m}
 \end{aligned}$$

(b) Wie groß ist der Übergangswiderstand?

$$R_{ue} = R_1 - R_x = 10.85\Omega - \frac{4 \cdot 132.8 \text{ m} \cdot \text{mm}^2}{56 \text{ Sm} \cdot \pi \cdot 0.36 \text{ mm}^2} = 10.85\Omega - 8.4\Omega = 2.45\Omega$$

**Aufgabe 3.3.2**

Zur Feststellung der Schadensstelle einer in der Erde liegenden Doppelleitung (Kupfer,  $0.6\text{mm}$  Durchmesser) wurden bei einer Temperatur des Erdreiches von  $5^\circ\text{C}$  von beiden Seiten her die Widerstände  $R_1 = 8.55\Omega$  und  $R_2 = 14.24\Omega$  gemessen. Bei  $5^\circ\text{C}$  beträgt der Gesamtwiderstand  $17.79\Omega$ .

- (a) Wie groß ist der Übergangswiderstand des Kurzschlusses?  
 (b) In welcher Entfernung befindet sich der Schaden?

**Lösung Aufgabe 3.3.2**

(a)

$$R_1 = R_1^* + R_{ue} \quad R_2 = R_2^* + R_{ue} \quad R_{ges} = R_1^* + R_2^*$$

$$R_{ue} = \frac{R_1 + R_2 - R_{ges}}{2} = \frac{8.55\Omega + 14.24\Omega - 17.79\Omega}{2} = 2.5\Omega$$

(b)

$$\ell = \frac{R \cdot A}{2\rho} \quad \text{mit} \quad R = \frac{R_1 + R_{ue}}{1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta}$$

$$R = \frac{8.55\Omega - 2.5\Omega}{1 + 3.9 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (-15\text{K})} = 6.42\Omega \quad \ell = \frac{6.42\Omega \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0.6\text{mm})^2}{2 \cdot 17.8 \frac{\text{m}\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}} = 51.08\text{m}$$

**Aufgabe 3.3.3**

In einem Glastrog stehen in  $3\text{ cm}$  Abstand 2 Kupferplatten von  $5\text{ cm} \times 8\text{ cm}$  in einer 10%igen Lösung von Kupfersulfat ( $\kappa = 3.2 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ).

Wie groß ist der Widerstand zwischen den Platten?

**Lösung Aufgabe 3.3.3**

$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A} = \frac{3\text{cm}}{3.2 \frac{\text{S}}{\text{m}} \cdot 40\text{cm}^2} = \frac{300\text{cm}^2}{128\text{Scm}^2} = 2.34\Omega$$

**Aufgabe 3.3.4**

Eine Christbaumkette für eine Anschlussspannung von  $230\text{ V}$  besteht aus gleichen Lampen mit den Bemessungsdaten  $14\text{ V}/3\text{ W}$ .

- (a) Wie viele Lampen sind erforderlich?
- (b) Welche Spannung und welche Betriebsleistung hat jede Lampe? (Widerstandsänderungen durch Temperatureinfluss bleiben unberücksichtigt)
- (c) Eine Lampe ist zerstört und wird durch einen Widerstand ersetzt: Wie groß muss er sein, damit die übrigen Lampen bei einer Netzspannung von  $235\text{ V}$  mit ihren Bemessungsdaten betrieben werden?
- (d) Wie groß ist die Gesamtleistung von Lampen und Widerstand?
- (e) Welche Leistung nimmt der Widerstand auf?

**Lösung Aufgabe 3.3.4**

- (a) Die Lampen werden in Reihe geschaltet und über jeder dürfen maximal  $14\text{ V}$  abfallen.

$$\frac{U_{ges}}{N} < 14\text{ V} \rightarrow N > \frac{U_{ges}}{14\text{ V}} = \frac{230\text{ V}}{14\text{ V}} = 16.43$$

17 Lampen sind erforderlich.

- (b)

$$U_B = \frac{230\text{ V}}{17} = 13.53\text{ V}; P_B = \frac{U_B^2}{R_L} = \frac{(13.53\text{ V})^2}{\frac{U_N^2}{P_N}} = 2.8\text{ W}$$

- (c)

$$U_R = 235\text{ V} - 16 \cdot 14\text{ V} = 11\text{ V}; \text{ I für Nennleistung: } I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{3}{14}\text{ A} = 0.241\text{ A}$$

$$R = \frac{U_R}{I_N} = \frac{11\text{ V}}{0.241\text{ A}} = 51.33\Omega$$

- (d)

$$P_{ges} = 235\text{ V} \cdot 0.241\text{ A} = 56.635\text{ W}$$

- (e)

$$P_R = 11\text{ V} \cdot 0.241\text{ A} = 2.651\text{ W}$$



**Aufgabe 3.3.5**

Zwei Widerstände aus verschiedenen Materialien sollen in einen Isolierblock eingegossen und dadurch auf gleicher Temperatur gehalten werden. Für eine Ausgangstemperatur  $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$  betragen die Temperaturkoeffizienten der Materialien  $\alpha_1 = 4.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$  und  $\alpha_2 = -1.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ .

Wie groß müssen die einzelnen Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  bei  $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$  sein, damit der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung unabhängig von der Temperatur  $R = 60 \Omega$  beträgt?

**Lösung Aufgabe 3.3.5**

$$R_{1,20} (1 + \alpha_{1,20} \Delta\vartheta) + R_{2,20} (1 + \alpha_{2,20} \Delta\vartheta) = 60 \Omega$$

$$R_{1,20} + R_{2,20} + (R_{1,20} \alpha_{1,20} + \alpha_{2,20} R_{2,20}) \Delta\vartheta = 60 \Omega$$

Für Temperaturunabhängigkeit muss Klammerausdruck 0 sein.

$$R_{1,20} \alpha_{1,20} + \alpha_{2,20} R_{2,20} = 0$$

$$R_{1,20} \alpha_{1,20} = -\alpha_{2,20} R_{2,20}$$

$$\frac{R_{1,20}}{R_{2,20}} = -\frac{\alpha_{2,20}}{\alpha_{1,20}} = -\frac{-1.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}}{4.0 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}} = 0.25$$

$$R_{1,20} = 0.25 R_{2,20}$$

$$0.25 R_{2,20} + R_{2,20} = 60 \Omega$$

$$R_{2,20} = 48 \Omega$$

$$R_{1,20} = 12 \Omega$$

**Aufgabe 3.3.6**

Für Messzwecke soll ein von der Temperatur unabhängiger Widerstand  $R = 300 \, \Omega$  gewickelt werden. Zur Verfügung stehen:

- Chromnickeldraht:  
 $\rho = 1.1 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ,  $\alpha_{20} = 0.15 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ , Durchmesser  $d = 0.3 \text{ mm}$
- Konstantandraht:  
 $\rho = 0.5 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ ,  $\alpha_{20} = -0.03 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ , Durchmesser  $d = 0.2 \text{ mm}$

Welche Drahtlängen werden von beiden Materialien bei Reihenschaltung von zwei Teilwiderständen benötigt?

**Lösung Aufgabe 3.3.6**

$$R_{300} = R_{C20} (1 + \alpha_{C20} \cdot \Delta\vartheta) + R_{K20} (1 + \alpha_{K20} \cdot \Delta\vartheta)$$

$$R_{300} = R_{C20} + R_{C20} \cdot \alpha_{C20} \cdot \Delta\vartheta + R_{K20} + R_{K20} \cdot \alpha_{K20} \cdot \Delta\vartheta$$

$$R_{300} = R_{C20} + R_{K20} + \Delta\vartheta (R_{C20} \cdot \alpha_{C20} + R_{K20} \cdot \alpha_{K20})$$

Bedingung für Temperaturunabhängigkeit:

$$R_{C20} \cdot \alpha_{C20} + R_{K20} \cdot \alpha_{K20} = 0 \text{ bzw. } \frac{R_{C20}}{R_{K20}} = -\frac{\alpha_{K20}}{\alpha_{C20}} = 0.2$$

damit:

$$R_{C20} + R_{K20} = 0.2 \cdot R_{K20} + R_{K20} = 300\Omega; \quad R_{K20} = 250\Omega; \quad R_{C20} = 50\Omega$$

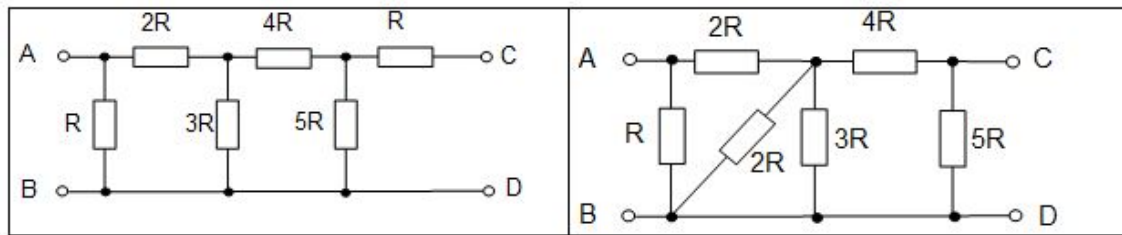
$$\ell = \frac{R \cdot A}{\rho}$$

$$\ell_K = \frac{R_{K20} \frac{\pi}{4} d_K^2}{\rho_K} = 15.71 \text{ m}$$

$$\ell_C = \frac{R_{C20} \frac{\pi}{4} d_C^2}{\rho_C} = 3.21 \text{ m}$$

**Aufgabe 3.3.7**

Berechnen Sie den Widerstand der Netzwerke jeweils zwischen den Klemmen AB und CD.

**Lösung Aufgabe 3.3.7**

Schaltung 1:

$$R_{AB} = R \parallel (2R + 3R \parallel (4R + 5R)) = R \parallel (2R + 3R \parallel 9R) = R \parallel \frac{17}{4}R = \frac{17}{21}R = 0.81R$$

$$R_{CD} = R + 5R \parallel (4R + 3R \parallel (2R + R)) = R + 5R \parallel (4R + 3R \parallel 3R) = R + 5R \parallel 5.5R = 3.62R$$

Schaltung 2:

$$R_{AB} = R \parallel (2R + 2R \parallel 3R \parallel (4R + 5R)) = R \parallel (2R + 2R \parallel 3R \parallel 9R) = R \parallel \frac{52}{17}R = 0.75R$$

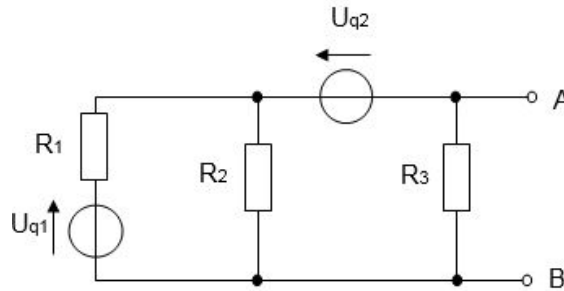
$$R_{CD} = 5R \parallel (4R + 3R \parallel 2R \parallel (2R + R)) = 5R \parallel (4R + 3R \parallel 2R \parallel 3R) = 5R \parallel 4.857R = 2.46R$$

### 3.4 Aktive Zweipole

### 3.5 Zusammenschaltung von Zweipolen

#### Aufgabe 3.5.1

Gegeben ist  $U_{q1} = 1\text{ V}$ ,  $U_{q2} = 4\text{ V}$ ,  $R_1 = 5\ \Omega$ ,  $R_2 = 10\ \Omega$  und  $R_3 = 20\ \Omega$ .



- (a) Berechnen Sie für die Klemmen A-B des aktiven Zweipols die Leerlaufspannung  $U_\ell$ , den Innenwiderstand  $R_i$  und den Kurzschlussstrom  $I_k$ .
- (b) Weisen Sie nach, dass  $I_k = \frac{U_\ell}{R_i}$  gilt.

#### Lösung Aufgabe 3.5.1

- (a)  $U_\ell$  mit Überlagerungssatz:

$$U_{\ell 1} = -U_{q1} \frac{R_2 || R_3}{R_1 + R_2 || R_3} = -1\text{ V} \frac{\frac{20}{3}\ \Omega}{\frac{35}{3}\ \Omega} = -0.571\text{ V}$$

$$U_{\ell 2} = U_{q2} \frac{R_3}{R_1 || R_2 + R_3} = 4\text{ V} \frac{20\ \Omega}{\frac{70}{3}\ \Omega} = 3.43\text{ V}$$

$$U_\ell = U_{\ell 1} + U_{\ell 2} = -0.571\text{ V} + 3.43\text{ V} = 2.86\text{ V}$$

Innenwiderstand:

$$R_{iAB} = R_3 || R_2 || R_1 = 2.86\ \Omega$$

$I_K$  mit Überlagerungssatz:

$$I_{K1} = \frac{U_{q2}}{R_1 || R_2} = \frac{6}{5}\text{ A}$$

$$I_{K2} = -\frac{U_{q1}}{R_1} = \frac{6}{5}\text{ A}$$

$$I_K = I_{K1} + I_{K2} = \frac{6}{5}\text{ A} + \frac{6}{5}\text{ A} = 1\text{ A}$$

- (b)

$$I_K = \frac{U_\ell}{R_{iAB}} = \frac{2.86\text{ V}}{2.86\ \Omega} = 1\text{ A}$$

**Aufgabe 3.5.2**

Für einen aktiven Zweipol ist die folgende Kennliniengleichung gegeben:

$$I(U) = -0.8S \cdot U + 2A$$

- (a) Durch welche 3 Parameter kann ein aktiver Zweipol beschrieben werden?
- (b) Geben Sie die Werte dieser Parameter für den gegebenen Zweipol an!

**Lösung Aufgabe 3.5.2**

- (a) Leerlaufspannung, Kurzschlussstrom  $I_K$ , Innenwiderstand  $R_i$
- (b)  $I_K = 2A$  ;  $U_q = 2,5V$  ;  $R_i = 1,25\Omega$

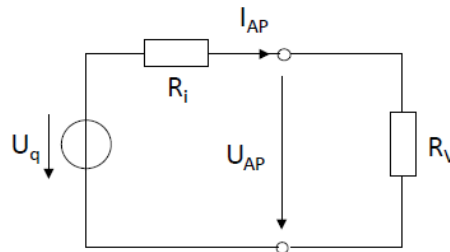
**Aufgabe 3.5.3**

An diesen Zweipol wird ein Verbraucherwiderstand angeschlossen. Dabei stellt sich ein Arbeitspunkt von  $(2V; 0.4A)$  ein.

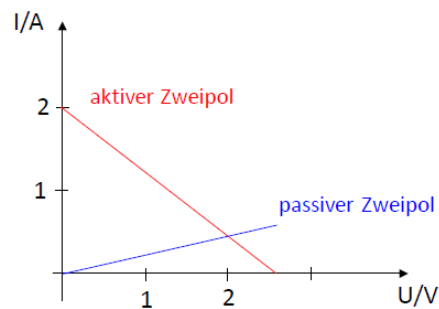
- Wie groß ist der Verbraucherwiderstand?
- Zeichnen Sie eine Ersatzschaltung für den Stromkreis!
- Zeichnen Sie quantitativ die Kennlinien der Quelle und des Verbrauchers!
- Welcher Verbraucherwiderstand muss für den Anpassungsfall gewählt werden?
- Welche Leistung wird in beiden Fällen am Lastwiderstand umgesetzt?
- Welcher Wirkungsgrad wird jeweils erzielt?

**Lösung Aufgabe 3.5.3**

(a)  $R_V = \frac{U_{AP}}{I_{AP}} = 5\Omega$



(b)



(c)

(d)  $R_A = R_i = 1,25\Omega$

(e) mit  $R_V = 5\Omega \rightarrow P_{AP} = 0,4A \cdot 2V = 0,8W$ ; mit  $R_V = 1,25\Omega \rightarrow P_A = 1,25W$

(f)  $\eta_{AP} = 0,8$ ;  $\eta_A = 0,5$

**Aufgabe 3.5.4**

Die Parameter einer Spannungsquelle sollen durch 2 Messungen ermittelt werden. Dazu wird je ein Widerstand an die Klemmen angeschlossen und die Klemmengrößen ( $U_{kl}$  und  $I$ ) werden gemessen:

- Messung 1:  $U_{kl1} = 12V$  und  $I_1 = 12A$
- Messung 2:  $U_{kl2} = 18V$  und  $I_2 = 6A$

- (a) Bestimmen Sie die Parameter der Spannungsquelle.  
(b) Welche Größe haben die beiden Widerstände?

**Lösung Aufgabe 3.5.4**

- (a) Maschensatz:

$$I_1 \cdot R_i + U_{kl1} - U_q = 0$$

$$I_2 \cdot R_i + U_{kl2} - U_q = 0$$

$$R_i = \frac{U_{kl1} - U_{kl2}}{I_2 - I_1} = \frac{12V - 18V}{6A - 12A} = 1\Omega$$

$$U_q = I_1 \cdot R_i + U_{kl1} = 12A \cdot 1\Omega + 12V = 24V$$

$$I_K = \frac{U_q}{R_i} = 24A$$

- (b)

$$R_1 = \frac{U_{kl1}}{I_1} = \frac{12V}{12A} = 1\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_{kl2}}{I_2} = \frac{18V}{6A} = 3\Omega$$

**Aufgabe 3.5.5**

Gegeben ist ein aktiver Zweipol mit  $U_q = 24\text{ V}$  und  $R_i = 10\ \Omega$ .

- Berechnen Sie die angebotene Leistung!
- Wie groß muss ein Lastwiderstand bemessen werden, damit an ihm die maximale Leistung umgesetzt wird? Berechnen Sie für diesen Fall  $U_a$ ,  $U_i$ ,  $I$ ,  $P_a$  und  $P_i$ !
- In welchem Bereich darf sich der Lastwiderstand  $R_a$  bewegen, wenn angenommen wird, dass der aktive Zweipol mit maximal  $3\text{ W}$  belastet werden darf?
- Berechnen Sie für den Fall, dass der gerade noch zulässige Lastwiderstand angeschlossen wird,  $U_a$ ,  $U_i$ ,  $I$ ,  $P_a$ ,  $P_i$  und  $\eta$ !

**Lösung Aufgabe 3.5.5**

(a)

$$P = \frac{U_q^2}{4R_i} = \frac{(24\text{V})^2}{4 \cdot 10\Omega} = 14.4\text{W}$$

(b)

$$R_L = R_i$$

$$U_a = \frac{U_q}{2} = 12\text{V}; \quad U_i = \frac{U_q}{2} = 12\text{V}; \quad I = \frac{U_q}{2R_i} = 1.2\text{A}$$

$$P_a = U_a \cdot I = 14.4\text{W}; \quad P_i = U_i \cdot I = 14.4\text{W}$$

(c)

$$P_{amax} = I^2 \cdot R_a = \left( \frac{U_q}{R_i + R_a} \right)^2 \cdot R_a$$

$$P_{amax} (R_i + R_a)^2 = U_q^2 \cdot R_a$$

$$P_{amax} R_i^2 + 2P_{amax} R_i R_a + P_{amax} R_a^2 - U_q^2 R_a = 0$$

$$R_a^2 + R_a \left( \frac{2P_{amax} R_i - U_q^2}{P_{amax}} \right) + R_i^2 = 0$$

$$R_a^2 + R_a (-172\Omega) + 100\Omega^2 = 0$$

$$R_{a1,2} = 86\Omega \pm 85.43\Omega; \quad R_{a1} = 171.43\Omega; \quad R_{a2} = 0.57\Omega$$

Der Lastwiderstand darf nicht kleiner als  $171.43\Omega$  werden.

(d)

$$U_a = U_q \frac{R_{amin}}{R_{amin} + R_i} = 24\text{V} \frac{171.43\Omega}{181.43\Omega} = 22.7\text{V}$$

$$U_i = U_q \frac{R_i}{R_{amin} + R_i} = 24\text{V} \frac{10\Omega}{181.43\Omega} = 1.3\text{V}$$

$$I = \frac{U_q}{R_{amin} + R_i} = \frac{24\text{V}}{181.43\Omega} = 0.13\text{A}$$

$$P_a = U_a \cdot I = 22.7\text{V} \cdot 0.13\text{A} = 3\text{W}$$

$$P_i = U_i \cdot I = 1.3\text{V} \cdot 0.13\text{A} = 0.17\text{W}$$

$$\eta = \frac{P_a}{P_a + P_i} = \frac{3\text{W}}{3.17\text{W}} = 95\%$$



**Aufgabe 3.5.6**

An einem aktiven Zweipol wird mit einem Voltmeter mit einem Innenwiderstand von  $90\text{ k}\Omega$ , bei ansonsten unbelasteten Klemmen eine Spannung von  $13.5\text{ V}$  gemessen. Bei der Messung des Kurzschlussstromes mit einem Amperemeter, dessen Innenwiderstand vernachlässigbar ist, wurden  $1.5\text{ mA}$  gemessen. Berechnen Sie die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand des aktiven Zweipols.

**Lösung Aufgabe 3.5.6**

$$U_{Kl} = 13.5\text{ V} = U_q \frac{90\text{ k}\Omega}{90\text{ k}\Omega + R_i}$$

$$I_K = 1.5\text{ mA} = U_q \frac{U_q}{R_i} \rightarrow R_i = \frac{U_q}{1.5\text{ mA}}$$

$$13.5\text{ V} = U_q \frac{90\text{ k}\Omega}{90\text{ k}\Omega + \frac{U_q}{1.5\text{ mA}}}$$

$$U_q = 15\text{ V}$$

$$R_i = \frac{U_q}{1.5\text{ mA}} = 22.5\text{ m}\Omega$$

**Aufgabe 3.5.7**

An einer linearen Quelle mit der Leerlaufspannung  $U_\ell = 23.12 \text{ V}$  wird die Klemmenspannung  $U_{kl} = 22.29 \text{ V}$  gemessen, wenn ein Strom  $I = 1.77 \text{ A}$  fließt.

- (a) Wie groß sind  $U_q$ ,  $R_i$ ,  $I_k$ ,  $G_i$  der Quelle?
- (b) Wie groß ist die Klemmenspannung bei  $I = 2.52 \text{ A}$ ?
- (c) Wie groß sind Strom und Leistung bei einer Klemmenspannung  $U_{kl} = 21.4 \text{ V}$ ?

**Lösung Aufgabe 3.5.7**

(a)

$$U_q = U_\ell = 23.12 \text{ V}$$

$$R_i = \frac{U_q - U_{kl}}{I} = \frac{23.12 \text{ V} - 22.29 \text{ V}}{1.77 \text{ A}} = 0.47 \Omega$$

$$I_k = \frac{U_q}{R_i} = \frac{23.12 \text{ V}}{0.47 \Omega} = 49.2 \text{ A}$$

$$G_i = \frac{1}{R_i} = 2.13 \text{ S}$$

(b)

$$U_{kl} = U_q - I \cdot R_i = 23.12 \text{ V} - 2.52 \text{ A} \cdot 0.47 \Omega = 21.9 \text{ V}$$

(c)

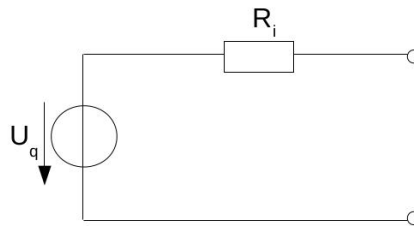
$$I = \frac{U_q - U_{kl}}{R_i} = 3.66 \text{ A}$$

$$P = U_{kl} \cdot I = 21.4 \text{ V} \cdot 3.66 \text{ A} = 78.324 \text{ W}$$

**Aufgabe 3.5.8**

Ein 12V-Bleiakkumulator hat den Kurzschlussstrom  $I_k = 60\text{ A}$ .

- (a) Zeichnen Sie die Ersatzschaltung und geben Sie die Kennliniengleichung an.
- (b) Wie groß ist der Innenwiderstand  $R_i$ ?
- (c) Welche Leistung wird im Akkumulator bei Kurzschluss umgesetzt?

**Lösung Aufgabe 3.5.8**

(a)

$$I(U) = -5S \cdot U + 60A$$

(b)

$$R_i = \frac{12V}{60A} = 0.2\Omega$$

(c)

$$P_K = 12V \cdot 60A = 720W$$

**Aufgabe 3.5.9**

- (a) Welche maximale Leistung kann einer Batterie ( $U_q = 9\text{ V}$ ,  $R_i = 4\ \Omega$ ) entnommen werden?
- (b) Welcher Belastungswiderstand ist dafür anzuschließen?
- (c) In welchen Arbeitspunkten gibt die Batterie die Leistung  $P = 0.5\text{ W}$  ab?

**Lösung Aufgabe 3.5.9**

(a)

$$P_{Vmax} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_i} = \frac{81\text{V}^2}{16\Omega} = 5.0625\text{W}$$

(b)

$$R_V = R_i = 4\Omega$$

(c)

$$P_V = I \cdot U_{Kl} = I \cdot (U_q - IR_i) = I \cdot U_q - I^2 R_i$$

$$I^2 - I \frac{U_q}{R_i} + \frac{P_V}{R_i}$$

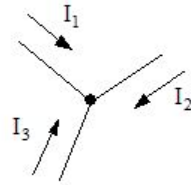
$$I_{1,2} = -\frac{U_q}{2R_i} \pm \sqrt{\left(\frac{U_q}{2R_i}\right)^2 - \frac{P_V}{R_i}} = 1.125\text{A} \pm \sqrt{1,265625 - 0.125\text{A}} = 1.125\text{A} \pm 1.068\text{A}$$

$$I_1 = 2.193\text{A}; I_2 = 0.057\text{A}; U_1 = \frac{0.5\text{W}}{2.193\text{A}} = 0.228\text{V}; U_2 = \frac{0.5\text{W}}{0.057\text{A}} = 8.772\text{V}$$

### 3.6 Knotensatz

#### Aufgabe 3.6.1

Gegeben ist folgender Knoten.



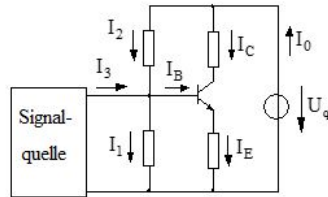
- (a) Berechnen Sie  $I_3$  für  $I_1 = 5\text{ A}$  und  $I_2 = 3\text{ A}$ .
- (b) Zeichnen Sie die tatsächliche Bewegungsrichtung der Ladungsträger ein, unter der Annahme, dass es sich dabei um Elektronen handelt.

#### Lösung Aufgabe 3.6.1

**Aufgabe 3.6.2**

In der folgenden Schaltung sind die folgenden Ströme gemessen worden:

- $I_0 = 1.1 \text{ mA}$
- $I_1 = 0.09 \text{ mA}$
- $I_2 = 0.1 \text{ mA}$
- $I_3 = 2 \text{ }\mu\text{A}$

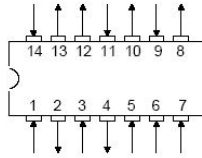


Berechnen Sie die Ströme  $I_B$ ,  $I_C$  und  $I_E$ .

**Lösung Aufgabe 3.6.2**

**Aufgabe 3.6.3**

An einem integrierten Schaltkreis (siehe Abbildung) sind die Ströme  $I_1$  bis  $I_{13}$  an den entsprechenden Pins bekannt.



Berechnen Sie den Strom  $I_{14}$ !

**Lösung Aufgabe 3.6.3**

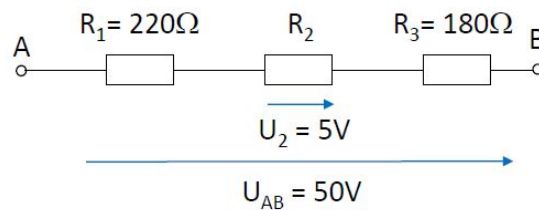
### 3.7 Maschensatz

#### Aufgabe 3.7.1

Drei Widerstände sind in Reihe geschaltet. Es betragen  $R_1 = 220\Omega$ ;  $R_3 = 180\Omega$ . An  $R_2$  liegt die Spannung  $U_2 = 5V$ , an der Reihenschaltung die Spannung  $U_{AB} = 50V$  an.

- (a) Wie groß sind  $I$ ,  $R_2$  und  $R_{ges}$ ?  
 (b) Wie groß sind  $P_{AB}$  und die Teileleistungen?

#### Lösung Aufgabe 3.7.1



(a)

$$I = \frac{U_{AB} - U_2}{R_1 + R_3} = \frac{45V}{400\Omega} = 0.1125A$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{5V}{0.1125A} = 44.44\Omega$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 = 444.44\Omega$$

(b)

$$P_{AB} = U_{AB} \cdot I = 50V \cdot 0.1125A = 5.625W$$

$$P_1 = I^2 \cdot R_1 = 2.78W$$

$$P_2 = I \cdot U_2 = 0.5625W$$

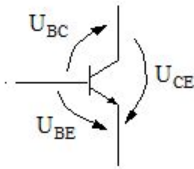
$$P_3 = I^2 \cdot R_3 = 2.28W$$



**Aufgabe 3.7.2**

Zwischen den Anschlüssen eines Transistors wurden in einer (hier nicht mit gezeichneten) Schaltung die folgenden Spannungen gemessen:

- $U_{CE} = 10\text{ V}$ ,  $U_{BC} = -9.3\text{ V}$

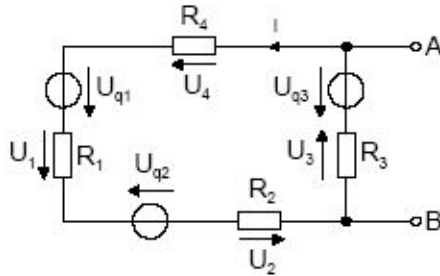


Wie groß ist die Spannung  $U_{BE}$ ?

**Lösung Aufgabe 3.7.2**

**Aufgabe 3.7.3**

Gegeben sind  $U_{q1} = 3\text{ V}$ ,  $U_{q2} = 18\text{ V}$ ,  $U_{q3} = 7.5\text{ V}$ ,  $R_1 = 1.5\ \Omega$ ,  $R_2 = 6\ \Omega$ ,  $R_3 = 4.5\ \Omega$  und  $R_4 = 3\ \Omega$ . Berechnen Sie die Ströme und Spannungen an den Widerständen sowie die Spannung  $U_{AB}$ .

**Lösung Aufgabe 3.7.3**

### 3.8 Ersatzzweipole

### 3.9 Anwendungen

#### Aufgabe 3.9.1

Eine Lampe mit den Kennwerten 30 W und 6 V soll an eine Spannungsquelle von 110 V angeschlossen werden. Welchen Wert muss der Vorschaltwiderstand haben?

#### Lösung Aufgabe 3.9.1

- aus den Kennwerten: Widerstand, Strom durch Reihenschaltung

$$R_L = \frac{U^2}{P} = 1,2\Omega \quad I = \frac{P}{U} = 5A$$

- Spannung über  $R_V$

$$U_{R_V} = 110V - 6V = 104V$$

- Vorwiderstand

$$R_V = \frac{U_{R_V}}{I} = \frac{104V}{5A} = 20,8\Omega$$

**Aufgabe 3.9.2**

Zu einem Widerstand von  $650\Omega$  soll parallel ein zweiter gelegt werden, so dass bei der angelegten Spannung  $U = 125V$  ein Gesamtstrom von  $0,2\text{ A}$  fließt. Wie groß sind dieser Widerstand und die Teilströme?

**Lösung Aufgabe 3.9.2**

- Widerstand der Parallelschaltung

$$R_{ges} = \frac{U}{I_{ges}} = \frac{125V}{0,2A} = 625\Omega (= R || R_p)$$

- Berechnung  $R_p$

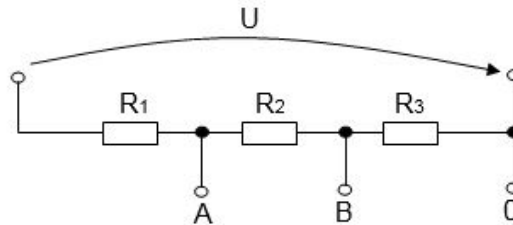
$$R_{ges} = \frac{R \cdot R_p}{R + R_p} \quad R_p = \frac{R \cdot R_{ges}}{R - R_{ges}} = \frac{650 \cdot 625}{650 - 625} \Omega = 16,25k\Omega$$

- Berechnung der Teilströme

$$I_R = I \frac{R_p}{R_p + R} = 0,2A \frac{25}{26} = 0,192A \quad I_{R_p} = I \frac{R}{R_p + R} = 0,2A \frac{1}{26} = 0,008A$$

**Aufgabe 3.9.3**

Der gegebene Spannungsteiler besteht aus den Widerständen  $R_1 = 120\Omega$ ,  $R_2 = 330\Omega$  und  $R_3 = 270\Omega$ . Die konstante Spannung  $U$  beträgt  $48\text{ V}$ .

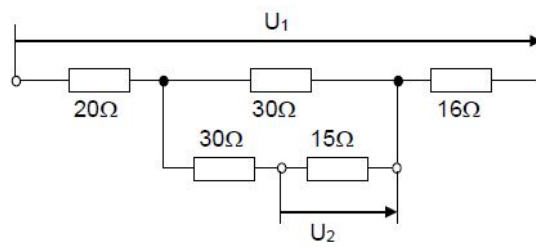


- (a) Welche Spannungen stellen sich an den Klemmen A/0 und B/0 bei unbelastetem Spannungsteiler ein?
- (b) Ein Belastungswiderstand  $R_L = 470\Omega$  wird abwechselnd an die Klemmen A/0, B/0, A/B angeschlossen. Welche Ersatzwiderstände ergeben sich in den drei Fällen für die Schaltung?
- (c) Welche Stärke hat der Gesamtstrom und welche Leistung wird ohne Belastung und in den drei Belastungsfällen von der Schaltung aufgenommen?

**Lösung Aufgabe 3.9.3**

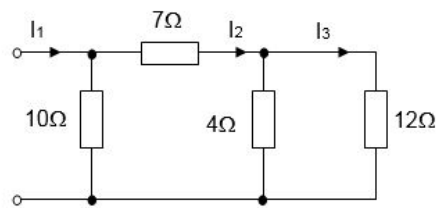
**Aufgabe 3.9.4**

Welchen Wert hat das Spannungsverhältnis  $\frac{U_2}{U_1}$  in der angegebenen Schaltung?

**Lösung Aufgabe 3.9.4**

**Aufgabe 3.9.5**

Berechnen Sie das Stromverhältnis  $\frac{I_1}{I_3}$ !

**Lösung Aufgabe 3.9.5**

**Aufgabe 3.9.6**

Berechnen Sie in der angegebenen Schaltung alle Ströme und Spannungen.

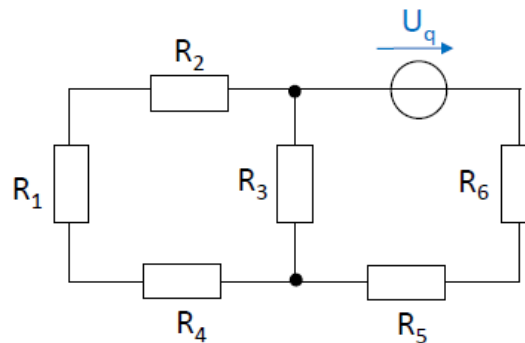
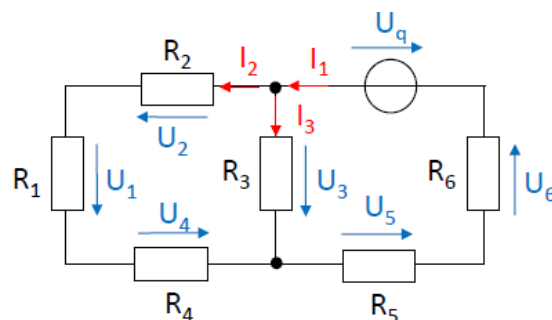
(a) allgemein

(b) zahlenwertmäßig für folgende Werte:

$$R_1 = 100\Omega, R_2 = 100\Omega, R_3 = 300\Omega, R_4 = 100\Omega, R_5 = 100\Omega, R_6 = 50\Omega$$

$$U_q = 30V$$

(c) Berechnen Sie allgemein und zahlenwertmäßig den Ersatzwiderstand der Schaltung.

**Lösung Aufgabe 3.9.6**

(a)

$$I_1 = \frac{U_q}{R_{ers}} \quad I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad I_3 = I_1 \frac{R_1 + R_2 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_1 = I_2 R_1 \quad U_2 = I_2 R_2 \quad U_3 = I_3 R_3 \quad U_4 = I_2 R_4 \quad U_5 = I_1 R_5 \quad U_6 = I_1 R_6$$

(b)

$$I_1 = \frac{30V}{300\Omega} = 0,1A \quad I_2 = I_1 \frac{300}{600} = 0,05A \quad I_3 = I_1 \frac{300}{600} = 0,05A$$

$$U_1 = 5V \quad U_2 = 5V \quad U_3 = 15V \quad U_4 = 5V \quad U_5 = 10V \quad U_6 = 5V$$

(c) Ersatzwiderstand an den Klemmen der Quelle

$$R_{ers} = R_3 \parallel (R_1 + R_2 + R_4) + R_5 + R_6 = 300\Omega$$



**Aufgabe 3.9.7**

Ein Spannungsmesser (Drehspulinstrument) hat den Messbereich  $U_1 = 60mV$  und den inneren Widerstand  $R_i = 20\Omega$ . Der Messbereich soll auf a) 1,5 V, b) 3 V, c) 15 V d) 75 V und e) 300 V erweitert werden. Welche Vorschaltwiderstände sind erforderlich?

**Lösung Aufgabe 3.9.7**

$$\frac{U_1}{U_{mess}} = \frac{R_i}{R_i + R_V} \quad R_i + R_V = R_i \frac{U_{mess}}{U_1}$$

$$R_V = R_i \left( \frac{U_{mess}}{U_1} - 1 \right)$$

$$(a) \quad R_V = 20\Omega \left( \frac{1,5V}{0,06V} - 1 \right) = 480\Omega$$

$$(b) \quad R_V = 20\Omega \left( \frac{3V}{0,06V} - 1 \right) = 980\Omega$$

$$(c) \quad R_V = 20\Omega \left( \frac{15V}{0,06V} - 1 \right) = 4980\Omega$$

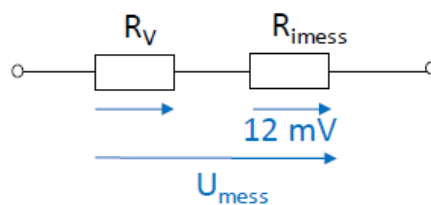
$$(d) \quad R_V = 20\Omega \left( \frac{75V}{0,06V} - 1 \right) = 24980\Omega$$

$$(e) \quad R_V = 20\Omega \left( \frac{300V}{0,06V} - 1 \right) = 99980\Omega$$

**Aufgabe 3.9.8**

Ein Messinstrument, dessen Zeiger bei  $5\text{mA}$  voll ausschlägt, wenn an dem Messinstrument die Spannung  $U_1 = 12\text{mV}$  liegt, soll als Spannungsmesser für die Messbereiche  $15\text{mV}$ ,  $150\text{mV}$ ,  $1.5\text{V}$  und  $15\text{V}$  verwendet werden.

- Zeichnen Sie eine Ersatzschaltung des erweiterten Messgerätes!
- Wie groß ist der innere Widerstand des Instrumentes?
- Welche Vorschaltwiderstände sind zu verwenden?
- Wie groß sind die jeweiligen Gesamtwiderstände?

**Lösung Aufgabe 3.9.8**

- 
- $R_i = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{12\text{mV}}{5\text{mA}} = 2,4\Omega$
- $R_V = 2,4\Omega \left( \frac{15\text{mV}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 0,6\Omega$   
 $R_V = 2,4\Omega \left( \frac{150\text{mV}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 69,6\Omega$   
 $R_V = 2,4\Omega \left( \frac{1,5\text{V}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 717,6\Omega$   
 $R_V = 2,4\Omega \left( \frac{15\text{V}}{12\text{mV}} - 1 \right) = 7197,6\Omega$
- $R_{ges} = R_i + R_V$   
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 0,6\Omega = 3\Omega$   
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 69,6\Omega = 72\Omega$   
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 717,6\Omega = 720\Omega$   
 $R_{ges} = 2,4\Omega + 7197,6\Omega = 7200\Omega$

**Aufgabe 3.9.9**

Wie groß ist ein Widerstand, wenn bei stromrichtiger Messung eine Spannung von  $64\text{ V}$  und ein Strom von  $15\text{ mA}$  gemessen wurden und der Strommesser einen Widerstand von  $10\ \Omega$  hat?

**Lösung Aufgabe 3.9.9**

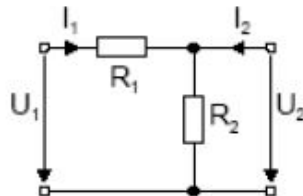
## 4 Vierpole

### 4.1 Vierpolbegriff

### 4.2 Lineare Vierpole

#### Aufgabe 4.2.1

Bestimmen Sie für die gegebene Schaltung die Widerstandsmatrix.



#### Lösung Aufgabe 4.2.1

$$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$

$$U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$$

$$Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} = R_1 + R_2$$

$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} = R_2$$

$$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} = R_2$$

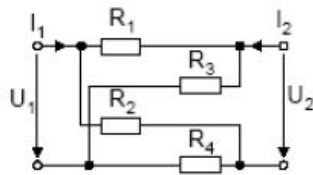
$$Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = R_2$$

Widerstandsmatrix

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{pmatrix}$$

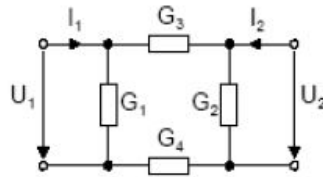
**Aufgabe 4.2.2**

Bestimmen Sie die Z-Parameter der Brückenschaltung mit  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 1\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$  und  $R_4 = 4\Omega$

**Lösung Aufgabe 4.2.2**

**Aufgabe 4.2.3**

Bestimmen Sie die Leitwertparameter des Vierpols mit  $G_1 = G_2 = 40 \text{ mS}$ ,  $G_3 = G_4 = 20 \text{ mS}$ .

**Lösung Aufgabe 4.2.3**

**Aufgabe 4.2.4**

Ermitteln Sie die A-Parameter eines doppelten Spannungsteilers und vergleichen Sie diese mit den Ergebnissen einer Kettenschaltung zweier einfacher Spannungsteiler.

**Lösung Aufgabe 4.2.4**

### **4.3 Vierpolersatzschaltungen**



## 5 Netzwerkberechnungsverfahren

### 5.1 Analyse mit dem vollständigen Kirchhoffschen Gleichungssystem

### 5.2 Zweigstromanalyse

### 5.3 Knotenspannungsanalyse

### 5.4 Überlagerungsverfahren

### 5.5 Übersicht über Berechnungsverfahren

### 5.6 Zusammenfassung und Wiederholung - Grundlagen und Berechnung bei Gleichstrom

#### Aufgabe 5.6.1

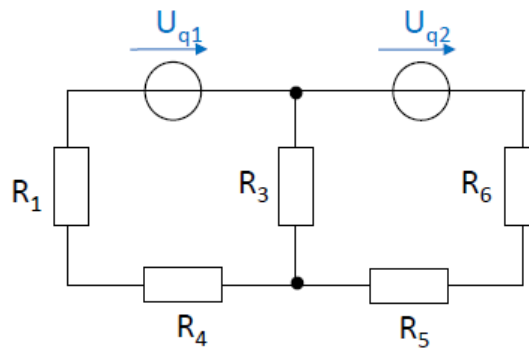
Berechnen Sie in der angegebenen Schaltung alle Ströme und Spannungen.

(a) allgemein

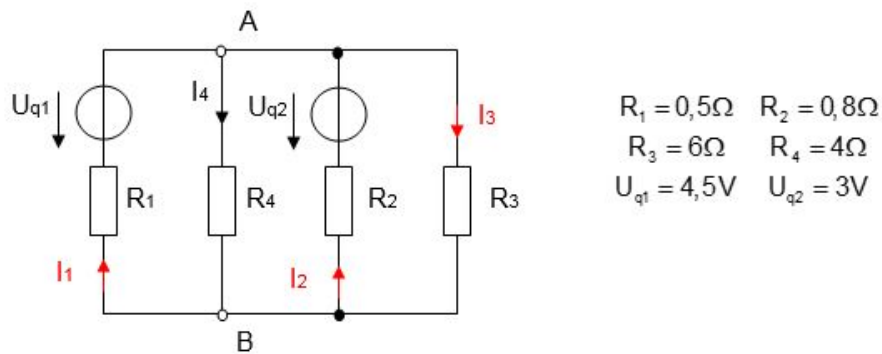
(b) zahlenwertmäßig für folgende Werte:

$$R_1 = 100\Omega, R_3 = 220\Omega, R_4 = 47\Omega, R_5 = 100\Omega, R_6 = 470\Omega$$

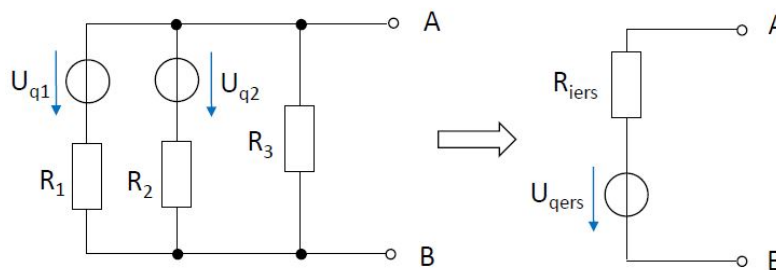
$$U_{q1} = 6V, U_{q2} = 10V$$



#### Lösung Aufgabe 5.6.1

**Aufgabe 5.6.2**

Berechnen Sie mit der Zweipoltheorie  $U_4$  und  $I_4$  am Widerstand  $R_4$ .

**Lösung Aufgabe 5.6.2**

$$R_{iers} = R_1 || R_2 || R_3 = 0.29\Omega$$

$U_{qers}$  mit Überlagerungsverfahren:

- von  $U_{q1}$ :

$$U_{qers1} = U_1 \frac{R_2 || R_3}{R_2 || R_3 + R_1} = 4.5V \frac{0.7059\Omega}{1.2059\Omega} = 2.63V$$

- von  $U_{q2}$ :

$$U_{qers2} = U_2 \frac{R_1 || R_3}{R_1 || R_3 + R_2} = 3V \frac{0.46\Omega}{1.26\Omega} = 2.38V$$

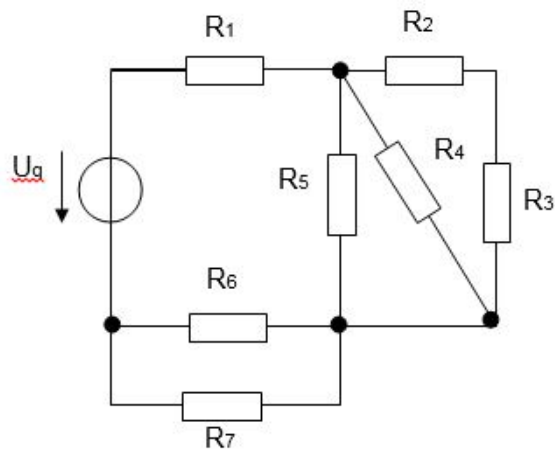
$$U_{qers} = U_{qers1} + U_{qers2} = 2.63V + 2.38V = 5.01V$$

$$U_4 = U_{qers} \frac{R_4}{R_4 + R_{iers}} = 4.67V$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = 1.7A$$

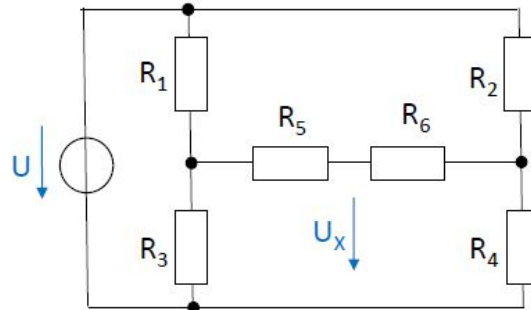
**Aufgabe 5.6.3**

Geben Sie das Gleichungssystem zur Berechnung der Zweigströme an!

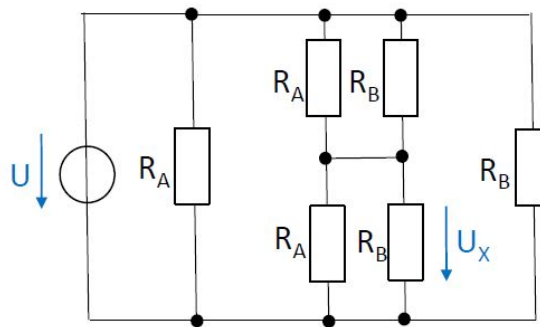
**Lösung Aufgabe 5.6.3**

**Aufgabe 5.6.4**

Für die dargestellte Schaltung soll folgendes gelten:  $U = 12V$ ,  $R_1 = R_4 = R_5 = 9\Omega$  und  $R_2 = R_3 = R_6 = 18\Omega$ . Berechnen Sie die Spannung  $U_X$ .

**Lösung Aufgabe 5.6.4**

Stern-Dreieck-Umwandlung erforderlich, aus  $R_1, R_3$  und  $R_5$  bzw. aus  $R_2, R_4$  und  $R_6$  wird je eine Dreieckschaltung mit  $R_\Delta = 3R_Y$  berechnet.



$$R_A = 27\Omega, R_B = 54\Omega, R_{ges} = R_A || R_B || (R_A || R_B + R_A || R_B) = 12\Omega$$

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = 1A, I_P = I_{ges} \frac{18}{54} = \frac{1}{3}A$$

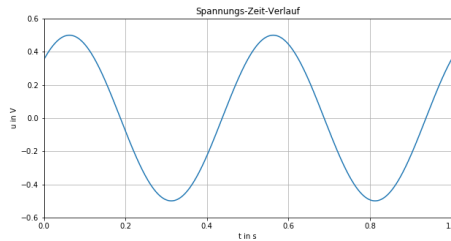
$$U_X = I_P \cdot 18\Omega = 6V$$

## 6 Periodisch zeitabhängige Größen

### 6.1 Sinusförmige Schwingungen

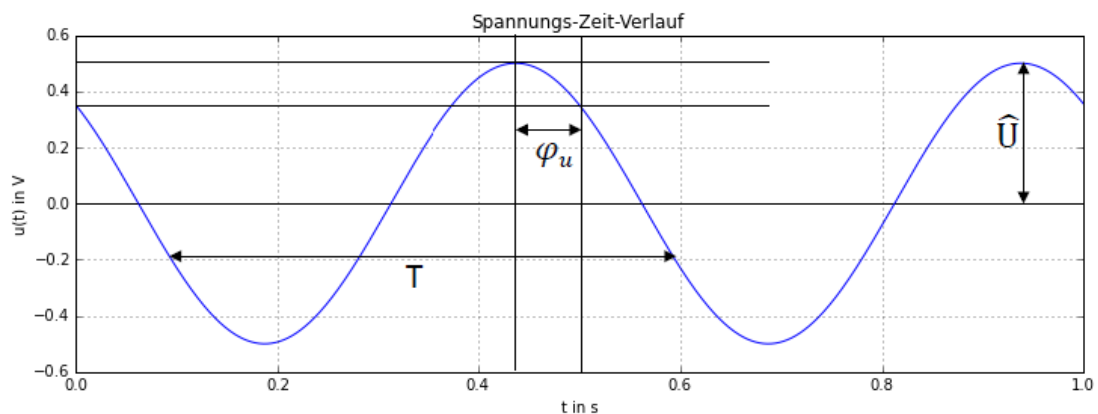
#### Aufgabe 6.1.1

Folgender Zeitverlauf einer sinusförmigen Spannung ist bekannt:



- Markieren Sie den Spitzenwert und die Periodendauer in der Abbildung!
- Geben Sie die Bildungsvorschrift für  $u(t)$  allgemein an!
- Ermitteln Sie die Kenngrößen aus der Abbildung!
- Geben Sie die Bildungsvorschrift für  $u(t)$  konkret an!

#### Lösung Aufgabe 6.1.1



- 
- $u(t) = \hat{U} \cos(2\pi f t + \varphi_u)$
- $\hat{U} = 0,5V$ ;  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5S} = 2Hz$ ;  $\frac{\varphi_u}{2\pi} = \frac{1,2}{9,2}$ ;  $\varphi_u = 0,26\pi \approx \frac{\pi}{4}$
- $u(t) = 0,5V \cos\left(2\pi 2Hz t - \frac{\pi}{4}\right)$

## 6.2 Überlagerung von Sinusgrößen

## 6.3 Zeigerdarstellung

## 6.4 Komplexe Symbole

### Aufgabe 6.4.1

Berechnen Sie in zweckmäßiger Weise für die komplexen Größen  $\underline{A} = 1 + 4j$  und  $\underline{B} = 3 - 5j$

- (a)  $\underline{A} + \underline{B}$
- (b)  $\underline{A} - \underline{B}$
- (c)  $\underline{A} \cdot \underline{B}$
- (d)  $\underline{A}/\underline{B}$
- (e)  $\underline{A}^2$
- (f)  $\sqrt{\underline{A}}$
- (g)  $j\underline{A}$
- (h)  $\underline{A}/j$
- (i)  $|\underline{A}|$

Geben Sie das Ergebnis in Exponential- und kartesischer Form an.

### Lösung Aufgabe 6.4.1

## **6.5 Darstellung periodischer Größen**

## 7 Netzwerke an Sinusspannungen

### 7.1 Grundzweipole an Sinusspannungen

#### Aufgabe 7.1.1

Gegeben ist ein Kondensator  $C = 100 \mu F$ .

- (a) Wie groß sind der komplexe Widerstand, der komplexe Leitwert, der Wechselstromwiderstand, der Wirk- und der Blindwiderstand bei Netzfrequenz  $f = 50 \text{ Hz}$ .
- (b) Welcher Strom fließt bei Netzspannung ( $230 \text{ V}$ ) durch den Kondensator.

#### Lösung Aufgabe 7.1.1



**Aufgabe 7.1.2**

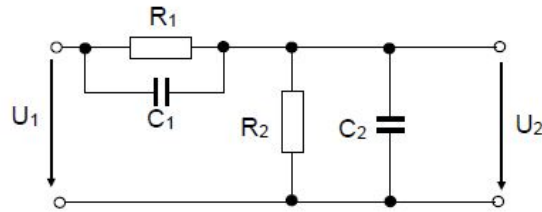
Der komplexe Widerstand  $\underline{Z}$  von vier linearen passiven Zweipolen bei Betrieb mit einer Wechselspannung vorgegebener Frequenz sei  $\underline{Z}_1 = 30 \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_2 = j10 \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_3 = 30 \, \Omega + j10 \, \Omega$ ,  $\underline{Z}_4 = 30 \, \Omega - j10 \, \Omega$

- (a) Zeichnen Sie die Widerstandsoperatoren quantitativ in die komplexe Widerstandsebene ein.
- (b) Berechnen Sie Betrag und Phase von  $\underline{Z}$  und überprüfen Sie die Ergebnisse anhand von a).
- (c) Geben Sie möglichst einfache Reihenersatzschaltungen für  $f = 50 \, \text{Hz}$  an.
- (d) Ermitteln Sie die fließenden Ströme  $I$  für  $U = 230 \, \text{V}$ .

**Lösung Aufgabe 7.1.2**

**Aufgabe 7.1.3**

Unter welcher Bedingung ist das Verhältnis der Effektivwerte der Ausgangs- und Eingangsspannung des gegebenen Spannungsteilers frequenzunabhängig?

**Lösung Aufgabe 7.1.3**

**Aufgabe 7.1.4**

Ein Widerstand  $R = 2.2 \text{ k}\Omega$  und ein verlustloser Kondensator mit  $C = 1.2 \text{ nF}$  liegen parallel an einer Spannungsquelle. Der Gesamtstrom hat gegenüber der Spannung die Phasenverschiebung  $80^\circ$ .

- (a) Welche Frequenz hat die sinusförmige Wechselspannung?
- (b) Welcher Widerstand in Reihe zu einem Kondensator würde gleiche Beträge für Strom und Phasenverschiebung bewirken?

**Lösung Aufgabe 7.1.4**

(a)

$$\underline{Y} = Y e^{j\varphi_Y} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2} e^{j\arctan \omega CR}$$

$$\arctan \omega CR = 80^\circ$$

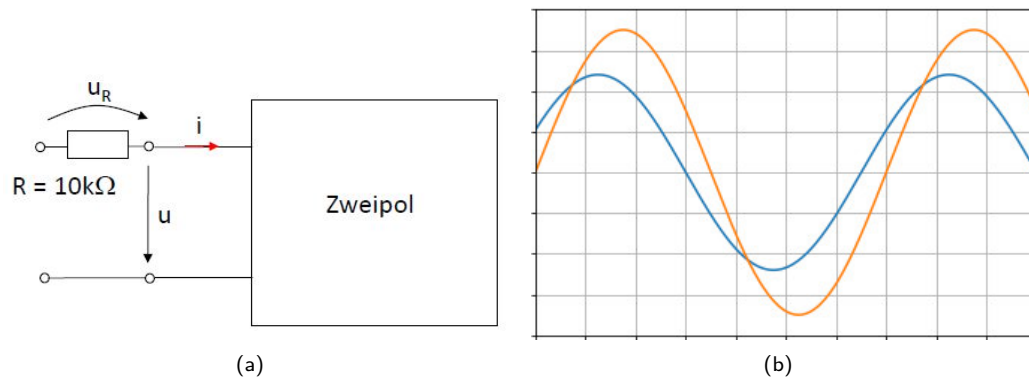
$$\omega CR = \tan 80^\circ = 5.67$$

$$f = \frac{5.67}{2\pi \cdot 1.2 \text{ nF} \cdot 2.2 \text{ k}\Omega} = 342 \text{ kHz}$$

- (b) Welcher Widerstand in Reihe zu einem Kondensator würde gleiche Beträge für Strom und Phasenverschiebung bewirken?

**Aufgabe 7.1.5**

Die Sinusspannungen  $u_R$  und  $u$  werden mit einem Oszilloskop gemessen (siehe Abbildung), dessen Horizontalablenkung auf  $1\mu s/div$  und dessen Vertikalablenkung auf  $2V/div$  eingestellt sind.



- Welche Amplitude, welchen Effektivwert, welche Frequenz und welchen Nullphasenwinkel haben die Spannungen  $u_R$  und  $u$ ? Geben Sie die komplexen Spannungen an.
- Bestimmen Sie den komplexen Widerstand des unbekannten Zweipols.
- Geben Sie die Reihenersatzschaltung des Zweipols an.

**Lösung Aufgabe 7.1.5**

## 7.2 Blindwiderstände und Blindleitwerte

### Aufgabe 7.2.1

Ein passiver Zweipol hat bei einer Frequenz von  $f = 1\text{kHz}$  einen komplexen Widerstand von  $\underline{Z} = Z e^{j\varphi_Z}$  mit  $Z = 2,92\text{k}\Omega$  und  $\varphi_Z = -70^\circ$ .

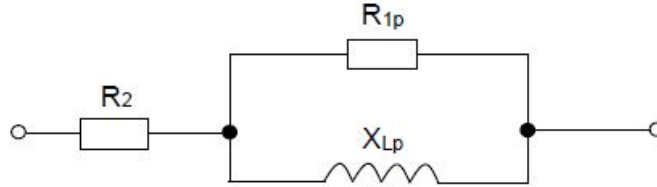
- (a) Stellen Sie den Zweipol als eine einfache Ersatzschaltung dar!
- (b) Ermitteln Sie die Bauelementewerte!
- (c) Bei welcher Frequenz halbiert sich der Betrag des komplexen Widerstandes?
- (d) Skizzieren Sie den Widerstandsoperator  $\underline{Z}$  für  $f = 1\text{kHz}$  und die unter c) ermittelte Frequenz!

### Lösung Aufgabe 7.2.1

### 7.3 Darstellung im Zeigerdiagramm

#### Aufgabe 7.3.1

In der gegebenen Schaltung betragen  $R_{1p} = 120 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$ ,  $L_p = 15 \text{ mH}$  und  $f = 400 \text{ Hz}$ .



- Welche Phasenverschiebung wird durch die Schaltung bewirkt?
- Wie groß ist der Scheinwiderstand der Schaltung?
- Welche Kapazität ist in Reihe zu schalten, damit  $\varphi = 0$  wird?
- Welche Spannungen liegen an  $R_2$ , der Parallelschaltung aus  $R_{1p}$  und  $X_{Lp}$  und der Gesamtschaltung, wenn die Gesamtstromstärke  $0.1 \text{ A}$  beträgt?
- Für die Schaltung ist ein Zeigerbild mit allen Teilspannungen bzw. Teilströmen zu zeichnen.

#### Lösung Aufgabe 7.3.1

(a)

$$\underline{Z} = R_2 + \frac{R_{1p}j\omega L_p}{R_{1p} + j\omega L_p} = R_2 + \frac{R_{1p}j\omega L_p (R_{1p} - j\omega L_p)}{R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2} = R_2 + \frac{(\omega L_p)^2 + jR_{1p}^2\omega L_p}{R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{R_2 (R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2) + (\omega L_p)^2 + jR_{1p}^2\omega L_p}{R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2}$$

$$\varphi_Z = \arctan \frac{R_{1p}^2\omega L_p}{R_2 (R_{1p}^2 + (\omega L_p)^2) + (\omega L_p)^2} = 59.65$$

(b)

$$\underline{Z} = 30.78\Omega + j37.77\Omega; \quad Z = \sqrt{30.78^2 + 37.77^2}\Omega = 48.72\Omega$$

(c)

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot 37.77}F = 10.53\mu F$$

(d)

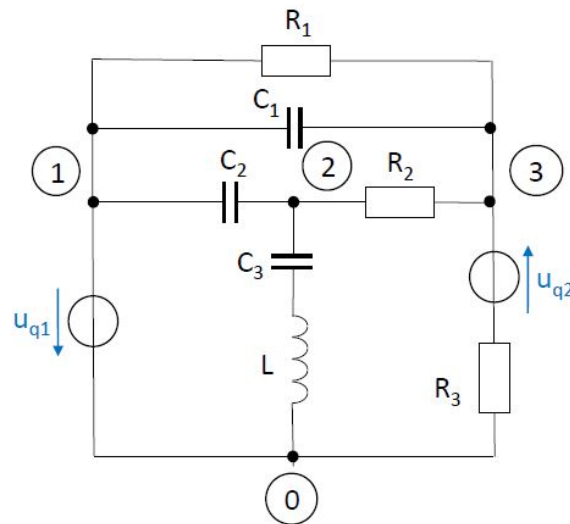
$$U_{R2} = I \cdot R_2 = 2V$$

$$U_{ges} = I \cdot Z = 4.872V$$

- Für die Schaltung ist ein Zeigerbild mit allen Teilspannungen bzw. Teilströmen zu zeichnen.

**7.4 Schaltungsberechnung mit Transformation in den komplexen Bildbereich****7.5 Ersatzzweipole passiver Netzwerke****7.6 Komplexe Netzwerkanalyse****Aufgabe 7.6.1**

Stellen Sie das komplexe Gleichungssystem für die Knotenspannungsanalyse zur Berechnung der Knotenspannungen  $\underline{U}_{10}$ ,  $\underline{U}_{20}$ ,  $\underline{U}_{30}$  mit  $u_{q1} = \sqrt{2}U_{q1}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$  und  $u_{q2} = \sqrt{2}U_{q2}\cos(\omega t)$  auf.

**Lösung Aufgabe 7.6.1**

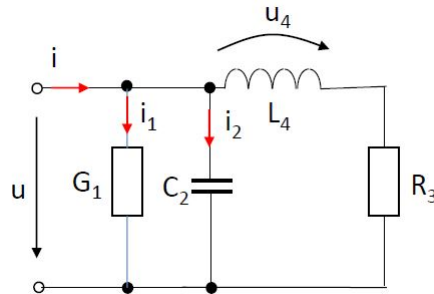
$$\underline{U}_{10} = j\sqrt{2}U_{q1}$$

Umrechnung Zweig 3-0 ergibt Widerstand und parallele Stromquelle aus Knoten 3:  $\underline{I}_q = \sqrt{2}G_3U_{q2}$

$$\begin{pmatrix} j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C_3}} + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_1 + j\omega C_1 + G_2 + G_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_{20} \\ \underline{U}_{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}G_3U_{q2} \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 7.6.2**

Die Schaltung wird an der zeitabhängigen Spannung  $u = 5V \cdot \cos(6283s^{-1} \cdot t)$  betrieben. Gegeben sind :  $G_1 = 1mS$ ,  $C_2 = 120nF$ ,  $R_3 = 1,5k\Omega$ , und  $L_4 = 159mH$ .



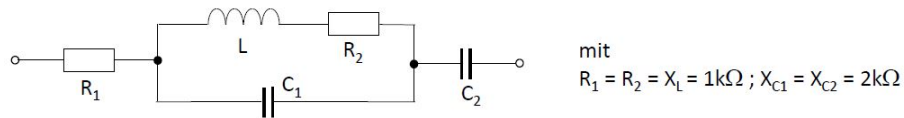
- (a) Welche Amplitude, welchen Effektivwert, welche Frequenz und welchen Nullphasenwinkel hat die Spannung  $u$ ?
- (b) Bestimmen Sie den komplexen Ersatzleitwert der Schaltung für die Frequenz der Klemmenspannung.
- (c) Berechnen Sie den Strom  $i_2$  und die Spannung  $u_4$ .
- (d) Stellen Sie die Größen  $u$ ,  $i_2$  und  $u_4$  in einem Liniendiagramm dar.

**Lösung Aufgabe 7.6.2**

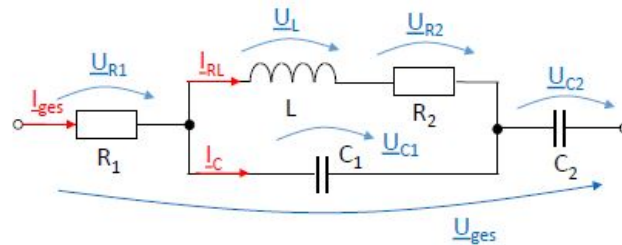


**Aufgabe 7.6.3**

Gegeben ist folgende Schaltung. Bei Betrieb mit der Frequenz  $f_B$  gelten folgende Werte:

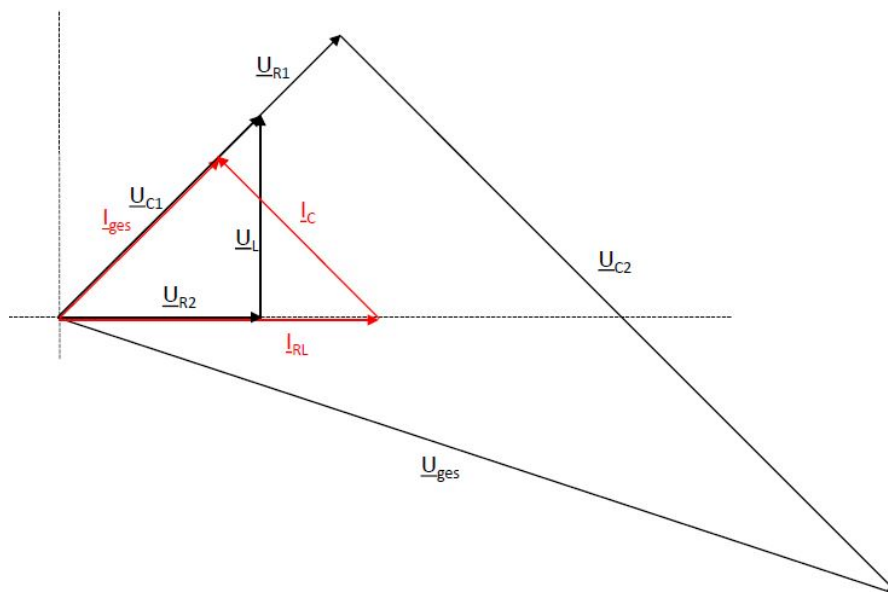


- Tragen Sie in der Schaltung alle Ströme und Spannungen ein!
- Geben Sie folgende Verhältnisse an (Beträge):  $\frac{U_L}{U_{R2}}$ ,  $\frac{U_L}{U_{C1}}$  und  $\frac{I_{C1}}{I_{RL}}$
- Konstruieren Sie das Zeigerbild des Gesamtstromes und der Gesamtspannung mit den vorgegebenen Zeigern  $\underline{I}_{RL} = I_{RL}e^{j0}$  und  $\underline{U}_{R2} = U_{R2}e^{j0}$  unter Beachtung der Größenverhältnisse!
- Geben Sie den Typ des Zweipols an (induktiv/kapazitiv)!

**Lösung Aufgabe 7.6.3**

- 
- 

$$\frac{U_L}{U_{R2}} = 1 \quad \frac{U_L}{U_{C1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{I_{C1}}{I_{RL}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

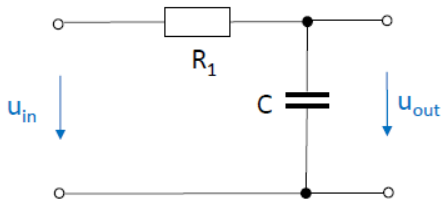


-

(d) kapazitiv

**Aufgabe 7.6.4**

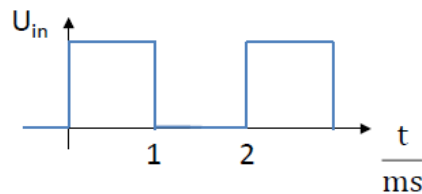
Gegeben ist die folgende Schaltung:



mit:

- $R_1 = 200\Omega$
- $C = 1\mu F$

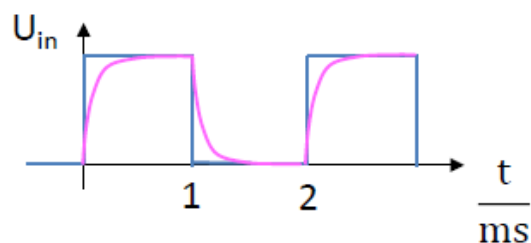
- (a) Welches Bauelement zeigt frequenzabhängiges Verhalten?
- (b) Welche Größe beschreibt dieses Verhalten?
- (c) Wie wird diese Größe berechnet?
- (d) Berechnen Sie diese Größe für eine Frequenz von 159 Hz?
- (e) Am Eingang dieser Schaltung liegt das dargestellte Signal  $u_{in}$  an.



Welche Größe beschreibt das Zeitverhalten der Schaltung und wie wird diese berechnet?  
Tragen Sie in die Abbildung die Spannung  $u_{out}$  unter Beachtung der Größen R und C ein!

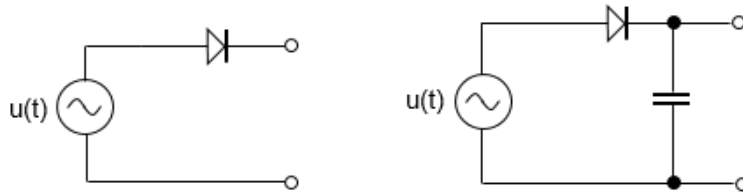
**Lösung Aufgabe 7.6.4**

- (a) Kondensator
- (b) Blindwiderstand (Scheinwiderstand)
- (c)  $X_C = \frac{1}{\omega C}$
- (d)  $X_C = \frac{1}{2\pi \frac{1000}{2\pi} 10^{-6}} \Omega = 1k\Omega$
- (e) Zeitverhalten: Zeitkonstante  $\tau = RC = 0,2ms$  Nach  $t = 5\tau$  ist Endwert erreicht.

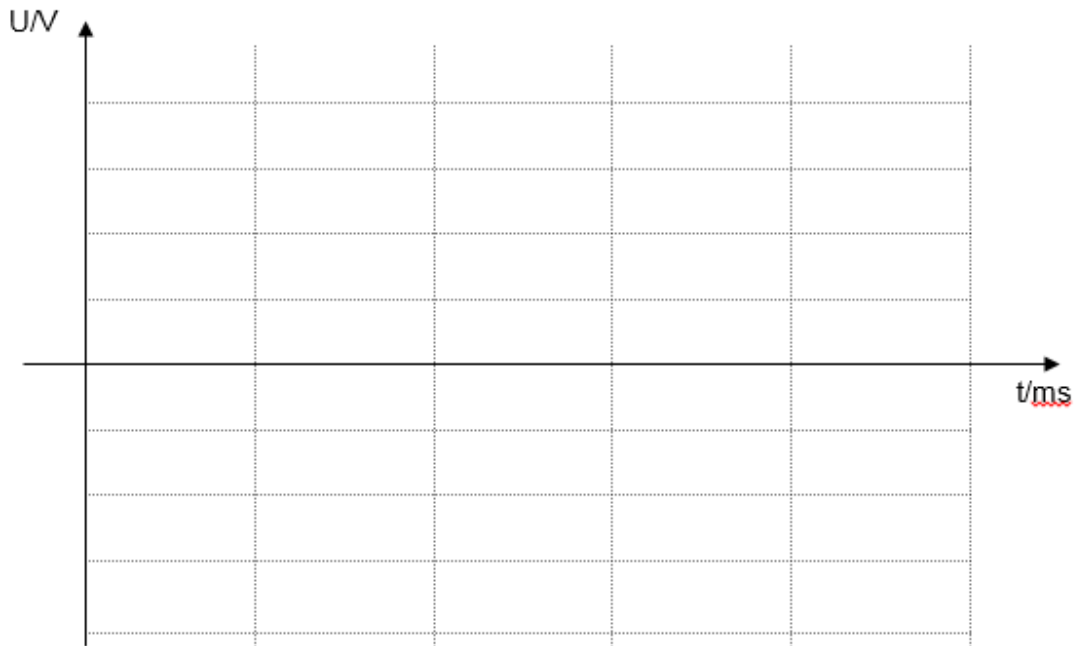


**Aufgabe 7.6.5**

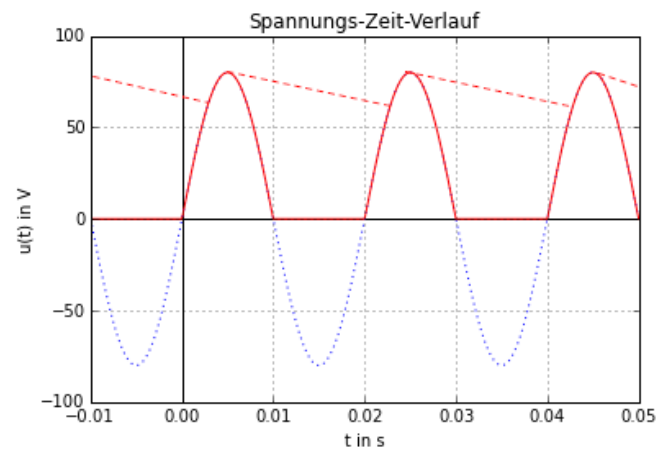
Eine Wechselspannung  $u(t) = 80V \cdot \sin(2\pi 50Hz \cdot t)$  wird über die folgenden Schaltungen an einen Verbraucher angelegt.



- (a) Wie werden diese Schaltungen bezeichnet?
- (b) Tragen Sie in das Diagramm die sinusförmige Eingangsspannung und die Spannung an den Ausgangsklemmen der Schaltung (1) und (2) ein. Nehmen Sie bei (2) an, dass sich der Kondensator in 10ms um 25% annähernd linear entlädt. Beschriften Sie die Achsen mit den konkreten Werten.

**Lösung Aufgabe 7.6.5**

- (a) Einweggleichrichter, Einweggleichrichter mit Glättungskondensator



- (b)
- punktiert - Eingangsspannung
  - durchgehend - Ausgangsspannung ohne Kondensator
  - gestrichelt - Ausgangsspannung mit Kondensator

## 7.7 Leistung bei Wechselstrom

### Aufgabe 7.7.1

Ein Verbraucher liegt an der Netzwechselspannung mit  $U = 230\text{ V}$  und nimmt einen Strom von  $I = 3\text{ A}$  auf. Die Spannung eilt dem Strom um  $\varphi = 35^\circ$  voraus. Wie groß sind Wirkleistung, Blindleistung, Scheinleistung und der Leistungsfaktor des Verbrauchers?

### Lösung Aufgabe 7.7.1

**Aufgabe 7.7.2**

Eine Bohrmaschine mit dem Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 0.9$  wird an der Netzsteckdose ( $U = 230 \text{ V}$ ) betrieben und nimmt eine Wirkleistung  $P = 1 \text{ kW}$  auf. Wie groß ist der Strom  $I$ ?

**Lösung Aufgabe 7.7.2**

**Aufgabe 7.7.3**

Ein Elektromotor hat einen Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 0.5$ . Er wird mit der Netzwechselspannung  $U = 230 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  betrieben, wobei er die Wirkleistung  $P = 700 \text{ W}$  aufnimmt. Durch Parallelschalten eines Kondensators soll der Leistungsfaktor auf  $\cos \varphi = 0.9$  erhöht werden.

- (a) Welchen Strom  $I$  nimmt der Motor ohne Kondensator auf?
- (b) Wie groß muss die Kapazität des Kondensators sein?
- (c) Wie groß ist der Strom bei einem parallelgeschalteten Kondensator?
- (d) Wie groß ist die kompensierte Blindleistung?

**Lösung Aufgabe 7.7.3**

(a)

$$I = \frac{S}{U} = \frac{P}{\cos \varphi \cdot U} = \frac{700 \text{ W}}{0.5 \cdot 230 \text{ V}} = 6.09 \text{ A}$$

(b)

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = 1400 \text{ VA}; \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 1212.44 \text{ var}$$

$$S_{\text{komp}} = \frac{P}{\cos \varphi} = 777.77 \text{ VA}; \quad Q_{\text{komp}} = \sqrt{S_{\text{komp}}^2 - P^2} = 338.85 \text{ var}$$

$$Q_C = 338.85 \text{ var} - 1212.44 \text{ var} = -873.6 \text{ var}$$

$$C = \frac{|Q_C|}{U^2 \omega} = \frac{873.6}{16.62} 10^{-6} \text{ F} = 52,56 \mu\text{F}$$

(c)

$$I_{\text{komp}} = \frac{S_{\text{komp}}}{U} = \frac{777.77}{230} \text{ A} = 3.38 \text{ A}$$

(d)

$$|Q_C| = 873.6 \text{ var}$$



**Aufgabe 7.7.4**

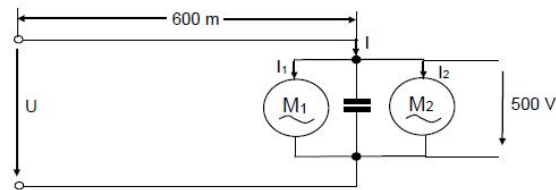
An einer Spannung von  $224\text{ V}$  liegt parallelgeschaltet eine größere Anzahl von Glühlampen, durch die ein Gesamtstrom von  $12.5\text{ A}$  fließt, und ein Elektromotor, der einen Strom von  $8.9\text{ A}$  aufnimmt. Der Gesamtstrom beträgt  $20.6\text{ A}$ . Welche Wirkleistung verbrauchen Motor und Lampen und welchen Leistungsfaktor hat der Motor?

**Lösung Aufgabe 7.7.4**

**Aufgabe 7.7.5**

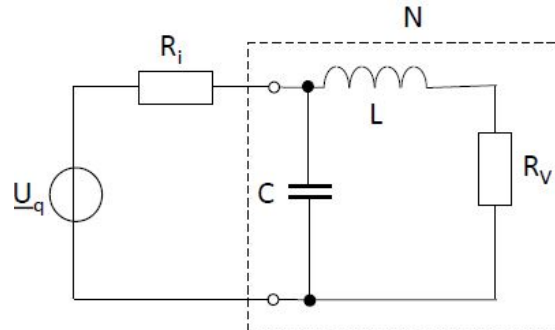
Zwei Motoren liegen parallel an einer Klemmenspannung von  $500\text{ V}$  ( $50\text{ Hz}$ ). Der eine leistet  $33\text{ kW}$  bei  $\eta = 0.82$  und  $\cos \varphi = 0.65$ , der andere  $26\text{ kW}$  bei  $\eta = 0.78$ . Der Gesamtleistungsfaktor beträgt  $0.5$ .

- (a) Berechnen Sie die Teilströme  $I_1$  und  $I_2$  und den Gesamtstrom  $I$ .
- (b) Wie groß ist der Leistungsfaktor des zweiten Motors?
- (c) Wie groß ist die Spannung  $U$  am Beginn der  $600\text{ m}$  langen Zuleitung von  $50\text{ mm}^2$  Kupfer?
- (d) Wie groß werden der Gesamtleistungsfaktor und der Gesamtstrom, wenn den Motoren ein Kondensator von  $800\text{ }\mu\text{F}$  zugeschaltet wird?

**Lösung Aufgabe 7.7.5**

**Aufgabe 7.7.6**

Berechnen Sie den Strom  $\underline{I}$  und die Wirkleistung des Netzes  $N$  für:  $U_q = 10V$ ,  $f = 1kHz$ ,  $R_i = 50\Omega$ ,  $R_V = 100\Omega$ ,  $C = 2\mu F$  und  $L = 5mH$ .

**Lösung Aufgabe 7.7.6**

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{ges}}$$

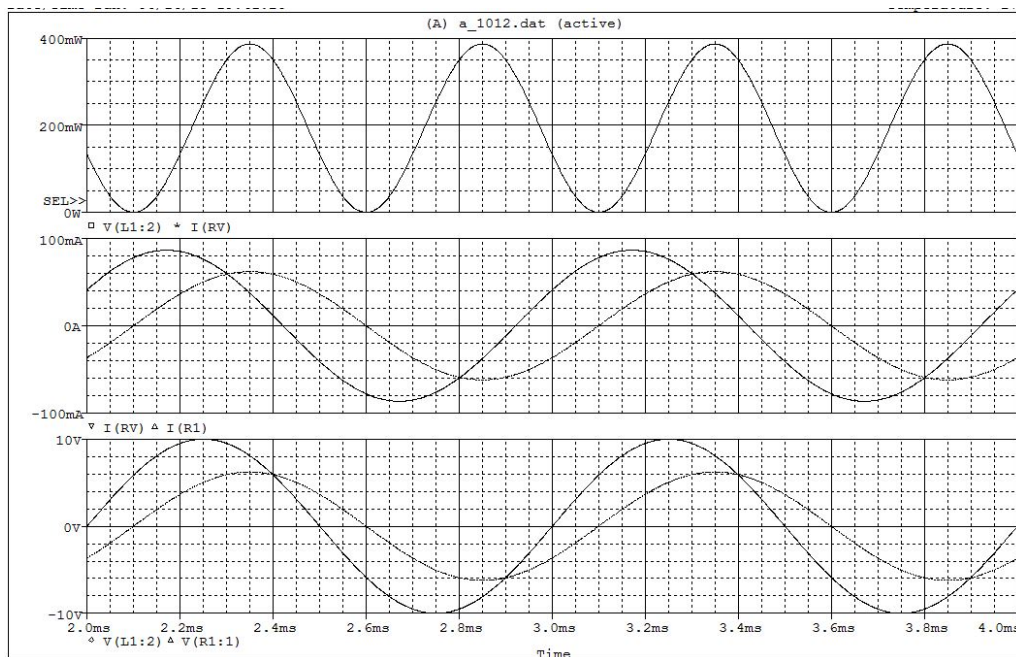
mit

$$\underline{Z}_{ges} = R_i + \frac{\frac{1}{j\omega C} (R_V + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R_V + j\omega L} = R_i + \frac{R_V + j\omega L}{1 + j\omega C R_V - \omega^2 L C} = R_i + \frac{R_V + j\omega L}{1 - \omega^2 L C + j\omega C R_V}$$

$$\underline{Z}_{ges} = 50\Omega + \frac{100\Omega + j31.4\Omega}{0.605 + j1.26} = 50\Omega + 74.86\Omega e^{-j46} = (101.1 + j54.7\Omega) = 114.9\Omega e^{j28.4}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{ges}} = \frac{10V}{114.9\Omega e^{j28.4}} = 87mA e^{-j28.4}$$

$$P = I^2 \cdot \Re\{\underline{Z}_N\} = 7569 \cdot 10^{-6} A^2 \cdot 51.1\Omega = 387mW$$



## **7.8 Beispiel RC-Filter**

## 8 Dreiphasensysteme

### 8.1 Bestandteile des Dreiphasensystems

### 8.2 Sternschaltung

### 8.3 Dreieckschaltung

### 8.4 Leistung bei Wechselstrom

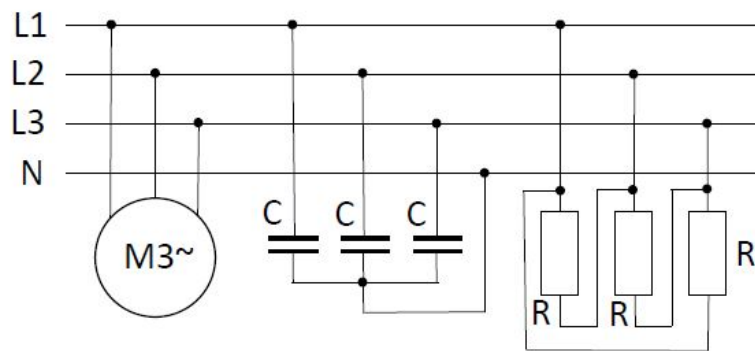
#### Aufgabe 8.4.1

An einem Drehstromnetz mit einer Nennspannung von  $U_N = 400V$  und einer Frequenz von  $f = 50Hz$  werden folgende Verbraucher parallel betrieben:

- ein mit Bemessungsleistung belasteter Drehstromasynchronmotor mit den Bemessungsdaten  $P_b = 40kW$ ,  $U_b = 400V$ ,  $N_b = 987min^{-1}$ ,  $\eta_b = 0.85$ ,  $\cos\varphi_b = 0.82$
- eine Kondensatorbatterie mit 3 Kondensatoren zu je  $C = 200\mu F$  in Sternschaltung
- eine elektrische Heizung mit 3 Widerständen zu je  $R = 40\Omega$  in Dreieckschaltung.

- (a) Zeichnen Sie ein Schaltbild der Gesamtanordnung.
- (b) Berechnen Sie die aus dem Netz entnommene Wirk-, Blind- und Scheinleistung sowie den Leiterstrom getrennt für die Verbraucher 1 - 3.
- (c) Berechnen Sie die gesamte Wirk-, Blind- und Scheinleistung sowie den Leiterstrom bei parallelem Betrieb der Verbraucher am Netz.

#### Lösung Aufgabe 8.4.1



(a)

(b) Verbraucher 1:

$$P_1 = \frac{P_b}{\eta_b} = \frac{40kW}{0.85} = 47.06kW; \quad S_1 = \frac{P_1}{\cos\varphi_b} = \frac{47.06kW}{0.82} = 57.4kVA; \quad Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 32.86kvar$$

Verbraucher 2:

$$P_2 = 0; \quad S_2 = Q_2 = 3 \frac{U_N^2}{3} \omega C = U_N^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 200\mu F = 10.05kvar$$

Verbraucher 3:

$$P_3 = S_3 = 3 \frac{U_N^2}{R} = 12kW \quad Q_3 = 0$$

(c) Die Blindleistung von Verbraucher 2 ist kapazitiv  $\rightarrow$  negatives Vorzeichen.

$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3 = 59.06 kW; \quad Q_{ges} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 22.81 kvar; \quad S_{ges} = \sqrt{P_{ges}^2 + Q_{ges}^2} = 63.31 kVA$$

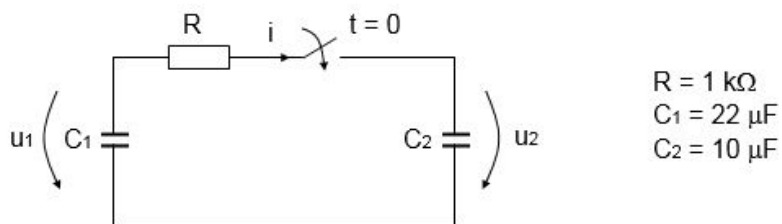
$$I_L = \frac{S_{ges}}{\sqrt{3} U_N} = \frac{63.31 kVA}{\sqrt{3} \cdot 400 V} = 91.38 A$$

## 9 Schaltvorgänge

### Aufgabe 9.0.1

Der Grundzweipol  $C_1$  sei zum Zeitpunkt  $t = 0$  auf die Spannung  $U_{1,0} = 480 \text{ V}$  geladen und der Grundzweipol  $C_2$  ist ungeladen. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Schalter geschlossen.

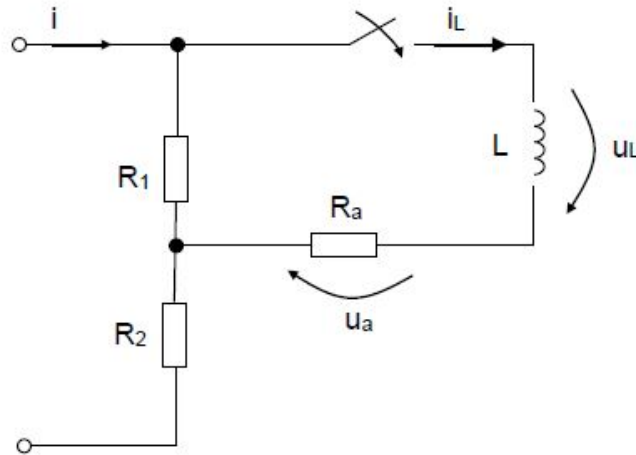
- (a) Welchen Wert hat die Zeitkonstante  $\tau$  des Übergangsvorgangs?
- (b) Berechnen Sie mit Differenzialgleichungen die Zeitfunktionen  $i(t)$ ,  $u_1(t)$  und  $u_2(t)$  und skizzieren Sie diese für  $-\tau \leq t \leq 5\tau$ .



### Lösung Aufgabe 9.0.1

**Aufgabe 9.0.2**

Ein induktiver Verbraucher mit den Daten  $L = 0.1 \text{ H}$  und  $R_a = 2 \Omega$  wird über einen Spannungsteiler  $R_1 = 4 \Omega$  und  $R_2 = 12 \Omega$  an eine Gleichspannungsquelle von  $U_q = U = 100 \text{ V}$  geschaltet.



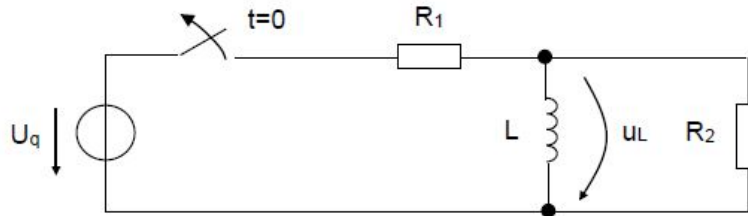
Es ist der Ausgleichsvorgang, bezogen auf  $i_L$ ,  $u_L$ , und  $i$ , am Eingang des Spannungsteilers zu ermitteln und graphisch darzustellen.

**Lösung Aufgabe 9.0.2**



**Aufgabe 9.0.3**

Die dargestellte Schaltung enthält eine Spule mit der Induktivität  $L = 120 \text{ mH}$  sowie die Wirkwiderstände  $R_1 = 24 \Omega$  und  $R_2 = 48 \Omega$ . Die Versorgungsspannung beträgt  $U = 36 \text{ V}$ . Im Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Schalter geöffnet.



Es ist der zeitliche Verlauf der an der Spule liegenden Spannung  $u(t)$  anzugeben und graphisch darzustellen.

**Lösung Aufgabe 9.0.3**

## **10 Netzwerke bei veränderlicher Frequenz**

## 11 Grundsaltungen der Digitaltechnik

### Aufgabe 11.0.1

Gegeben ist die unten stehende Wahrheitstabelle.

- (a) Bestimmen Sie die disjunktive Normalform (DNF) der Schaltfunktion.
- (b) Vereinfachen Sie die Schaltfunktion mit Hilfe eines KV-Diagramms.
- (c) Verwirklichen Sie die Logik nur mit NAND-Gattern (zwei oder drei Eingänge).
- (d) Verwirklichen Sie die Logik nur mit NOR-Gattern (zwei oder drei Eingänge).

d	c	b	a	y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

### Lösung Aufgabe 11.0.1

**Aufgabe 11.0.2**

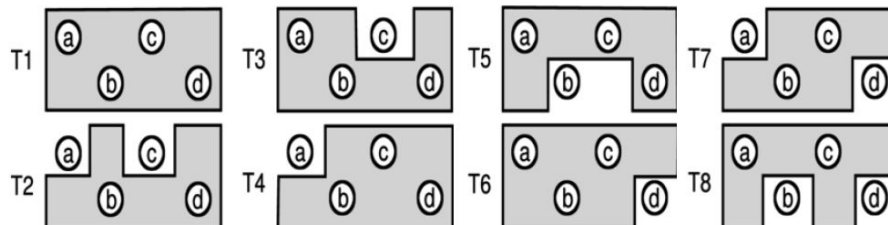
Der Ausgang  $y$  einer digitalen Schaltung soll genau dann den Zustand 1 annehmen, wenn mindestens zwei ihrer drei Eingänge  $a$ ,  $b$  und  $c$  im Zustand 0 sind.

- (a) Stellen Sie die zugehörige Wahrheitstabelle auf.
- (b) Vereinfachen Sie die Schaltfunktion.
- (c) Zeichnen Sie die Schaltung.

**Lösung Aufgabe 11.0.2**

### Aufgabe 11.0.3

Eine Anlage muß verschiedene Stanzteile aus Blech (T1 bis T8) unterscheiden, um sie anschließend richtig behandeln zu können. Die Teile werden dabei von einem Förderband unter eine Gruppe von Sensoren transportiert. Die Sensoren (a, b, c, d) liefern an ihrem Ausgang den logischen Zustand NULL, wenn darunter Blech festgestellt wird. Die Teile T2, T4, T6 und T8 müssen lackiert werden. Es ist eine digitale Schaltung zu entwerfen, deren Ausgang die Lackiereinrichtung einschaltet ( $y = 1$ : Lackieren).



- Stellen Sie die vollständige Wahrheitstabelle auf.
- Vereinfachen Sie die Schaltfunktion mit Hilfe einer KV-Tafel und geben Sie die vereinfachte Funktion an.
- Entwerfen Sie eine geeignete Schaltung mit digitalen Gattern.

### Lösung Aufgabe 11.0.3

## 12 Vermischtes

### 12.1 Kapazität und Induktivität

#### Aufgabe 12.1.1

Ein Plattenkondensator (Bild 1) mit der Plattenfläche  $A = 0.15 \text{ m}^2$  und dem Plattenabstand  $d = 1.2 \text{ mm}$  sowie Luft als Dielektrikum liegt an der Spannung  $U = 180 \text{ V}$ . In den Plattenraum wird nach Bild 2 eine  $d_1 = 0.7 \text{ mm}$  starke Isolierstoffplatte mit der Permittivitätszahl  $\epsilon_r = 4.5$  eingebracht. (Die Spannung bleibt unverändert  $U = 180 \text{ V}$ .)

- (a) Welche Energie  $W_1$  wird beim Einbringen der Isolierstoffplatte von der Spannungsquelle abgegeben?
- (b) Um welchen Wert  $W_2$  steigt dabei die im Kondensator gespeicherte Energie?

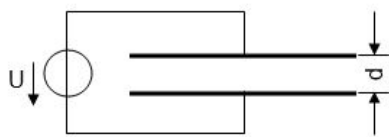


Bild 1

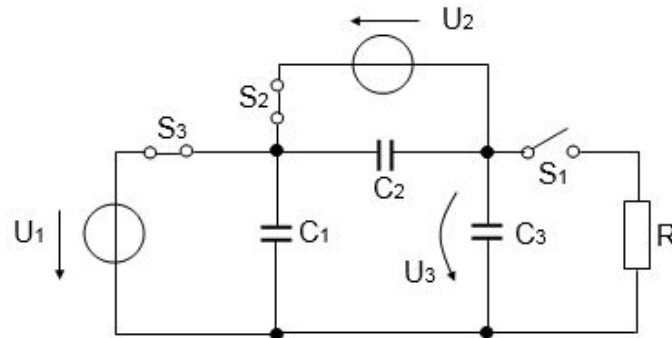


Bild 2

#### Lösung Aufgabe 12.1.1

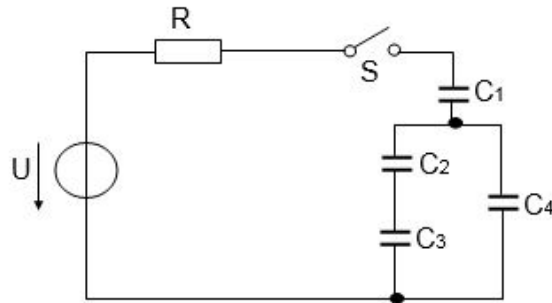
**Aufgabe 12.1.2**

Die im Bild dargestellten Kondensatoren haben die Kapazitäten  $C_1 = 80 \mu F$ ,  $C_2 = 50 \mu F$  und  $C_3 = 20 \mu F$ . Am Kondensator  $C_1$  liegt die Spannung  $U_1 = 100 V$  und am Kondensator  $C_2$  die Spannung  $U_2 = 20 V$ . Welche Energie  $W$  wird nach dem Schließen des Schalters  $S$  dem Widerstand  $R$  zugeführt?

**Lösung Aufgabe 12.1.2**

**Aufgabe 12.1.3**

In der im Bild gegebenen Schaltung haben die Kondensatoren die Kapazitäten  $C_1 = 450 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 300 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 600 \text{ nF}$  und  $C_4 = 100 \text{ nF}$ . Sie sind nicht aufgeladen. Die vorhandene Spannungsquelle liefert  $U = 120 \text{ V}$ . Welche Spannungen  $U_1$  bis  $U_4$  stellen sich nach dem Schließen des Schalters S an den einzelnen Kondensatoren ein?

**Lösung Aufgabe 12.1.3**



**Aufgabe 12.1.4**

Es stehen  $50\text{ m}$  Draht von  $1.5\text{ mm}$  äußerem Durchmesser zur Verfügung. Welche Induktivität entsteht, wenn ein Pappzylinder von  $3\text{ cm}$  Durchmesser damit einlagig bewickelt wird?

**Lösung Aufgabe 12.1.4**

**Aufgabe 12.1.5**

Welche Energie ist zum Aufbau des magnetischen Feldes einer eisenlosen Ringspule von folgenden Abmessungen notwendig:

- mittlerer Durchmesser  $28\text{ cm}$
- 800 Windungen
- mittlerer Windungsdurchmesser  $6\text{ cm}$

Es wird ein Strom von  $3\text{ A}$  eingespeist.

**Lösung Aufgabe 12.1.5**