迹公式(Trace-formula): $\operatorname{tr}(A^H A) = \operatorname{tr}(AA^H) = \sum |a_{i,j}|^2$

也叫矩阵"模平方"(F-范数) $\quad \operatorname{tr}(A^H A) = \operatorname{tr}(AA^H) = \sum |a_{i,j}|^2 \overset{\text{记为}}{=} \|A\|^2$

特别有，向量模平方公式：

$$\operatorname{tr}(X^H X) = \operatorname{tr}(XX^H) = |x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_n|^2 = \sum |x_j|^2 \overset{\text{记为}}{=} |X|^2$$

记住，对于列向量(column-vector)： $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{n \times 1}, \ X^H = (\overline{x_1}, \cdots\cdots, \overline{x_n})_{1 \times n}$

显然有公式： $X^H X = \operatorname{tr}(X^H X) = |x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_n|^2$

即， (列)模方公式： $|X|^2 = X^H X = |x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_n|^2$

最后记住！模方公式： $\quad |X|^2 = X^H X \geq 0, \ X \text{是列向量}$

Eg(例子)： $X = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3$，则有 $|X|^2 = X^H X = 1^2 + |i|^2 + |i|^2 = 3; \ |X| = \sqrt{3}$

注意！ $|X|^2 = X^H X = x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2$ 是错误公式！！

检查上面例子： $|X|^2 = X^H X = 1^2 + i^2 + i^2 = 1 - 1 - 1 = -1 < 0 ???$