随机 2024-12-23 1101：总复习

考试时间：1月6日. 下周一交作业

一、前序：从概率论到随机过程过渡

随机变量 { 定义（不考）
数字特征（矩）

⇑

分布函数、概率密度函数

几对变换对：{ 概率密度 ↔ 特征函数
传递函数 ↔ 冲激响应
相关函数 ↔ 功率谱密度

二、随机过程：两个变量：

$X(e,t)$：状态量和时间，一般省略状态量

描述：{ 给定时间：得到随机变量
给定状态：得到样本函数

故即可以被视为随机变量的集合，也可被视为样本函数的集合

分类法 { (1) 按状态/时间：2×2四类
(2) 四种分类：①记忆特性 ②统计特性（平稳） ③概率分布（高斯） ③谱角度（白噪）

描述：{ n维分布函数（精确）
必：针对平稳随机过程： { 广义和狭义：①三个性质 ②功率 + m_X + $R_X(\tau)$
判定（最基本）：{ 狭义：定义
广义：不是狭义：但也可验证 、、高阶矩和时刻有关.

↓ 只考虑平稳随机过程

各态历经性 { 定义：时间平均，时间自相关. 理解时间平均的状态平均与时间平均的差异
判定：①平稳 ②公式法/直接法

CamScanner

相关函数 性质：$|R(\tau)| \le R(0)$. $\forall \tau$ ------ 必须会证明

$R(\tau)=R(-\tau)$

特殊点值：$R(0)=E[X^2(t)]$，$R(\infty)=m_X^2$.

连续性：处处均连续 ⟺ $\tau=0$ 处连续

正定性与周期性：了解即可.

平稳随机过程

功率谱：维纳-钦辛公式 $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|S(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} R^2(\tau)d\tau$

对应过程 → 自功率谱 / 互功率谱

三. 线性变换：$L(X(t))$.

1. 线性 时不变.

2. $y(t)=x(t)*h(t)$ $Y(j\omega)=X(\omega)\cdot H(j\omega)$.

3. 微分系统 { 期望 (0) / 正交（输入输出）⇒ 输入和输出只有幅度变化 没有相位变化 / 互不相关 / 谱特性：ω^2 → 抑制低频 放大高频（锐化）.

4. 积分器（累量积分）：不一定保持平稳性：

5. ~~积分~~ $h(t)*h(-t)=R_h(t)$ { $H(j\omega)\cdot H^*(j\omega)$

四. 复随机过程：可以实现频率减少一半 频带下降

1. 复数函数.

2. $\tilde{x}(t)=x(t)+j\hat{x}(t)$ 正交

希尔伯特变换 (1) 数学性质 着重看

(2) $90°$ 移相器 ⟺ $-j\,\mathrm{sgn}$ 为其FFT结果.

(3) $y(t)=x(t)*h(t)$ 则 $\hat{y}(t)=\hat{x}(t)*h(t)$ ※

(4) $x(t)$ 与 $\hat{x}(t)$ 正交.

(5) 能量不变性，均值不变.

(6) 改变函数的奇偶性.

(7) 窄带信号分布的特变换：只改变快变部分 ※

窄带信号的特性：①同相分量与正交分量：低频特性、零均值
二者方：求$R_X(0)$即可
三者方相等用$R(0)$.

②. $X_n(t)$ 和 $\hat{X}_n(t)$ 与 $X_c(t)$ 和 $X_s(t)$ 可互表示.

③以上也可以用幅度A、和相位④互相表示

复随机变量的相关函数及其功率谱

(1) 相关函数 $R_x(\tau)$ $R_{\hat{x}}(\tau)$ 以及 $\hat{R}_{\hat{x}}(\tau)$ 的关系是什么. ※

(2) 功率谱.

五 高斯随机过程

1. 概率密度函数：3种 1维、2维、n维.

2. 性质：(1) 狭义与广义平稳 等价.

(2) 互不相关与独立性的证明※

(3) 高斯随机过程经过任意线性变换仍然高斯.

(4) 计算·归一化：$I=\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}x^2}dx=1$

如果相关 就要求均值向量和协方差矩阵

六. 泊松过程

(1) 定义：本质是一个计数过程.

5个性质. 0初值、独立、平稳增量、单跳性、随机性.

(2) 数字特征(会算) 期望、方差、相关函数(怎么取min要会记).

(3) 不是平稳随机过程. 经常要用到泰勒展开

七、马尔代过程.

(1) 定义：状态有限的马尔可夫

(2) C-K方程(考试重点). ⇒要会写转移矩阵

(3) 性质：① 逆也是马尔可夫过程.
② 给定现在的时刻，则过去与未来相互独立.
③ n维分布由初始分布和一步转移概率决定

并不是说复习这些内容就足够.

考试内容(7题)：
- 简答题：课上强调的内容.
- 证明题：篇幅相对比较长
- 计算题：

个人感觉：题目确实很难，听讲+作业，但90分以上仍有挑战性
考察对知识理解的透彻程度