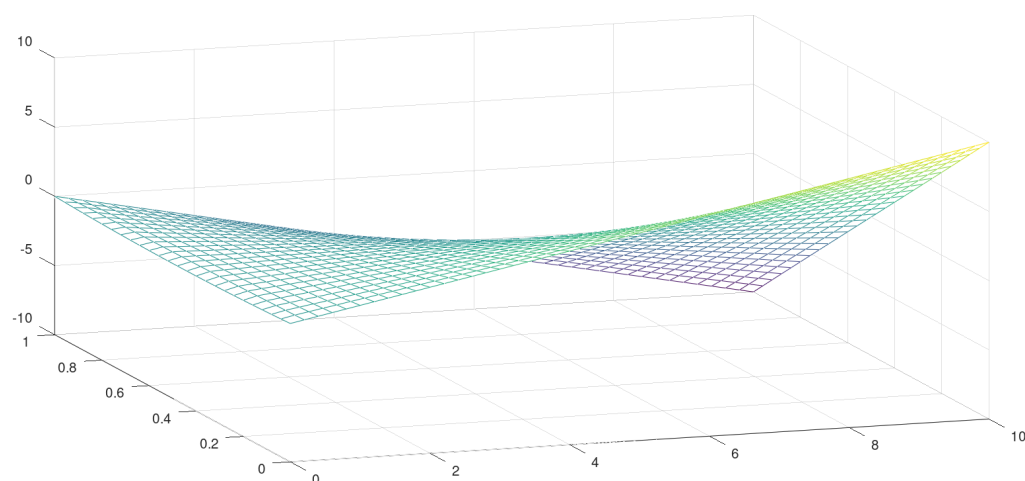


Memoria de la práctica final: Esquema de Crank-Nicholson Problema 1.24



Finn Maria Dicke
Gabriel González Pibernat
Antonio Amor Ramón
Alexandre Cebreiro Vega

Índice

Índice	2
Descripción del problema y proceso de resolución	3
Introducción al problema planteado	3
Proceso de resolución	5
Declaración de las variables	5
Presentación del código	5
Introducción de variables en el código de octave	5
Obtención de los resultados numéricos	7
Graficado de los resultados obtenidos	7
Resultados numéricos	9
Conjunto de vectores M	9
Matriz U	9
Dibujo de la matriz U	9
Conclusiones finales	10

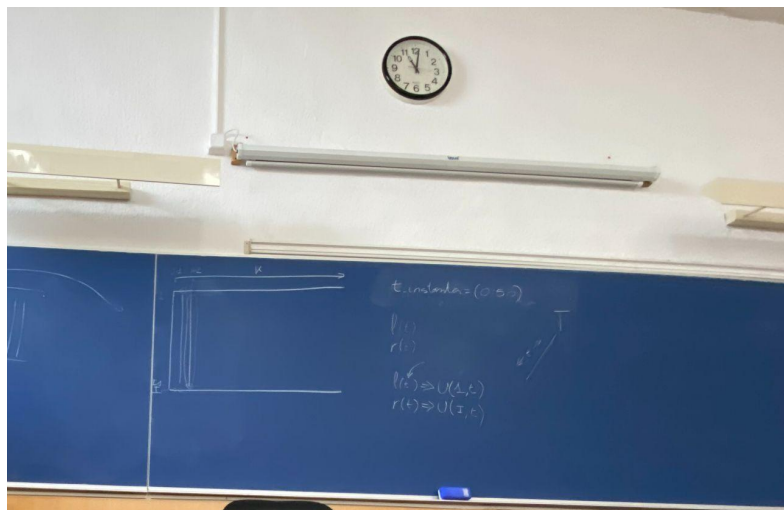
Descripción del problema y proceso de resolución

Introducción al problema planteado

En el enunciado propuesto se nos plantea una barra unidimensional de una longitud L , la cual está fijada a dos fuentes de calor por sus extremos. Nos dicen que las fuentes de calor de dichos extremos están distribuidas según $l(t)$ y $r(t)$ (izquierda y derecha, respectivamente) y que $f(x)$ es la distribución de la temperatura inicial en la barra de izquierda a derecha y con esta información nos afirman que la evolución de la temperatura en la barra viene determinada por la siguiente ecuación de calor y las condiciones iniciales y de frontera:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} \\u(x, 0) &= f(x) \\u(0, t) &= l(t) \\u(L, t) &= r(t)\end{aligned}$$

Con estos datos llegamos a la conclusión de que la temperatura de la barra en ambos extremos dependía del instante t y que la matriz que debíamos hallar se trataba de la barra girada 90° en sentido horario (quedando así una barra vertical) como columna inicial y las columnas consiguientes se trataban de las diferentes temperaturas en cada uno de los puntos de cálculo a lo largo de eje temporal mencionado anteriormente.



Dibujo inicial del planteamiento de la matriz.

Como se puede apreciar en la foto, únicamente conocíamos los datos de la matriz que están dibujados con tiza, es decir, los bordes superior, inferior e izquierdo de la matriz. Para poder hallar los datos aún desconocidos seguimos leyendo el enunciado del problema en el cual se nos comentaba el esquema de Crank-Nicholson y su desarrollo. Más adelante nos percatamos de que, para resolver la matriz debíamos resolver cada valor de forma escalonada, es decir, que sin el valor anterior, no se podía calcular el siguiente, todos dependían del anterior.

Proceso de resolución

Declaración de las variables

Inicialmente se nos presentaron una serie de variables sobre las que calcular el problema. Estas variables fueron:

- Longitud de la barra (L) = 1
- Longitud del tiempo (T) = 10
- Número de puntos de cálculo a lo largo de la barra (I) = 25
- Número de puntos de cálculo a lo largo del tiempo (J) = 50
- Función representante de la temperatura inicial ($f(x) = x(x - 1)$)
- Función representante de la temperatura en el extremo izquierdo ($l(t) = t$)
- Función representante de la temperatura en el extremo derecho ($r(t) = -t$)

Presentación del código

Se nos dieron una serie de códigos de ejemplo en el github del profesorado que hemos tomado como referencia para resolver el problema. Los códigos son los siguientes:

- [main_crank_nicholson.m](#)
 - Este archivo es solo una especie de coordinador de los otros dos archivos y un lugar donde introducir los parámetros principales para no tener que llamar a los otros dos archivos individualmente.
- [solve_crank_nicholson_heat_equation.m](#)
 - Este archivo hace el cálculo principal del problema y toma como argumentos las variables L , T , I y J también requiere un trabajo adicional para que se tengan en cuenta el resto de variables.
- [plot_solution.m](#)
 - Este último archivo solo se ocupa de graficar los resultados finales del archivo principal de cálculos mencionado anteriormente. Toma como argumentos la división equidistante tanto en el eje longitudinal como en el temporal y la matriz resultante de los cálculos.

Aparte de estos códigos proporcionados por el profesorado, también debimos usar el código de resolución de sistemas por pivotaje total. El que hemos usado se puede encontrar en [eliminacion_gaussiana_p_t.m](#)

Introducción de variables en el código de octave

Al rellenar cada una de las variables en su posición final, nos han quedado los archivos que hemos usado para calcular los resultados.

Estos archivos se pueden encontrar en la [carpeta de código de nuestro Github del proyecto](#) y se harán referencias a ellos en este apartado de la memoria.

- Modificaciones en [main_crank_nicholson.m](#):

- No se han modificado ningún dato ya que el archivo, por defecto, ya contenía los valores que se nos pedían en el enunciado. Aun así, podríamos encontrar el caso en el que el enunciado diferiera de estos valores iniciales. En ese caso, se asignará cada una de las variables L , T , I , y J en las líneas [4](#), [7](#), [10](#) y [11](#) respectivamente
- Modificaciones en [solve_crank_nicholson_heat_equation.m](#) por línea(s) afectadas:
 - [23](#): Definición del parámetro h representante de la longitud entre cada uno de los puntos a calcular a lo largo del eje L .
 - [24](#): Definición del parámetro k representante de la longitud entre cada uno de los puntos a calcular a lo largo del eje T .
 - [25](#): Definición del parámetro α necesario para poder calcular los sistemas de ecuaciones necesarios.
 - [34](#): Definición del valor de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz B del sistema de ecuaciones.
 - [39](#) y [44](#): Definición del valor de cada uno de los elementos de las subdiagonales superiores y inferiores de la matriz B de los sistemas de ecuaciones.
 - [51](#): Definición de los valores de la primera columna de la matriz final U según las condiciones de frontera establecidas con $f(x)$.
 - [55](#): Definición de los valores de la fila superior de la matriz final U según las condiciones de frontera establecidas con $l(t)$.
 - [56](#): Definición de los valores de la fila inferior de la matriz final U según las condiciones de frontera establecidas con $r(t)$.
 - [64](#): Definición del valor superior del vector de términos independientes para la resolución de los sistemas de ecuaciones.
 - [65](#): Definición del valor inferior del vector de términos independientes para la resolución de los sistemas de ecuaciones.
 - [67](#): Cálculo del vector resultante W_s con la incorporación de la llamada al archivo incluido por nosotros para la resolución de sistemas de ecuaciones por pivotaje maximal, [eliminacion_gaussiana_p_t.m](#)
 - [69](#): Cálculo de cada una de las columnas de la matriz final U en función del [vector \$W_s\$ obtenido](#)

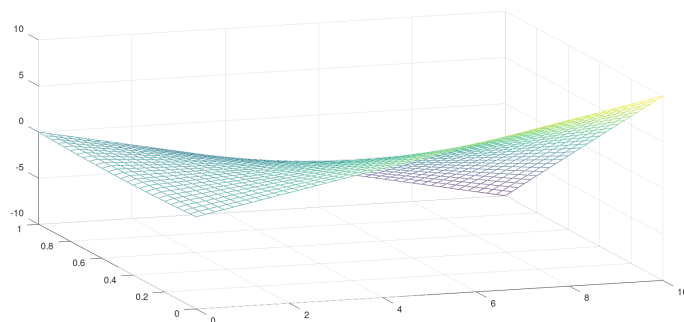
- Además, en las líneas [36](#), [41](#), [46](#), [53](#), [58](#), [68](#) y [72](#); se ha añadido una impresión del valor de cada una de las matrices o vectores correspondientes al final de su proceso de cálculo, además de la supresión de la impresión de este proceso. Para así conseguir una ventana de salida más limpia y ordenada.
- Modificaciones en [plot_solution.m](#):
 - No hay modificaciones en este archivo ya que solo grafica los datos pasados por parámetros.

Obtención de los resultados numéricos

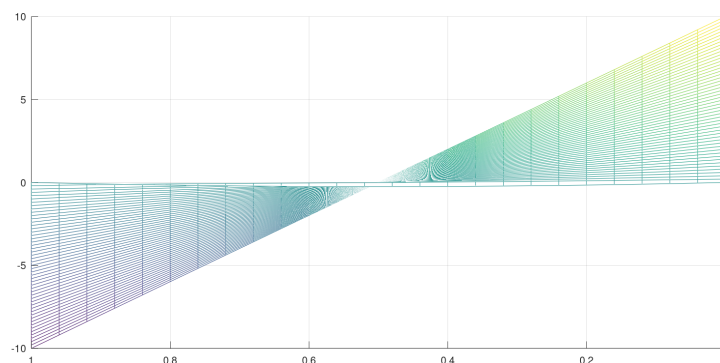
Al finalizar la edición de los archivos de código, los ejecutamos y esto nos devolvió una serie de resultados numéricos. Estos han sido ordenados, limpiados y presentados en el apartado de [Resultados numéricos](#)

Graficado de los resultados obtenidos

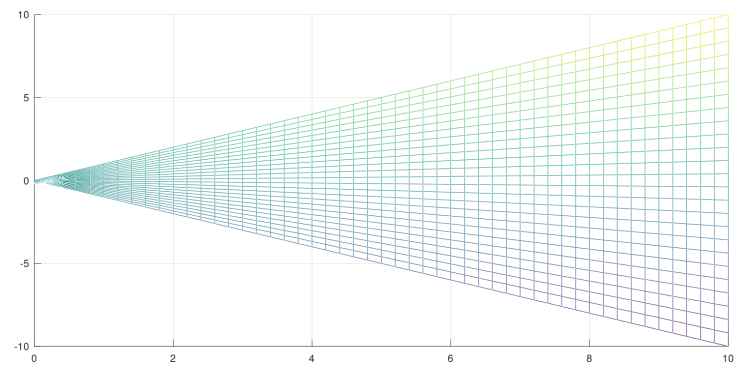
Además, el archivo [plot_solution.m](#) también genera el siguiente gráfico tridimensional:



Vista en 3D del gráfico final



Vista frontal del gráfico final



Vista lateral del gráfico final

Resultados numéricos

Conjunto de vectores M

Matriz U

Dibujo de la matriz U

Conclusiones finales