No.

Date . . .

第9章 无监督学习

- 无监督特征学习
- 密度估计
- 聚类

模型

学习准则：$\underbrace{\text{最大似然估计}}_{\text{密度}}$，$\underbrace{\text{最小重构错误}}_{\text{特征}}$

9.1 无监督特征学习

9.1.1 主成分分析

$x^{(n)} \to \mathbb{R}^d$ 投影到一维空间中，投影向量 w，(限制 $\|w\|=1$

$w^T w = 1$

具体过程

$$z^{(n)} = w^T x^{(n)}$$

A. 计算投影表示

$X = [x^{(1)}, x^{(2)}, \cdots, x^{(n)}]$ 表示输入样本.

$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x^{(n)}$ 原始样本中心点.

所有样本投影后方差为

$$\sigma(X; w) = \frac{1}{N}\sum(w^T x^{(n)} - w^T \bar{x})^2$$

B. 计算投影方差.

$$= \frac{1}{N}(w^T \cancel{x^{(n)}} - w^T \bar{x})(w^T X - w^T \bar{X})^T$$

$$\cancel{= w S} w^T$$

$$= \frac{1}{N} w^T (X - \bar{X})(X - \bar{X}) w$$

$$= \frac{1}{N} w^T S w$$

S 是原数据的协方差矩阵

$$\mathrm{cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))]$$

$$\mathrm{cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))^T]$$

No.

Date.

最大化投影方差 $\sigma(X;\omega)$, $\omega^T\omega=1$ 　　c. 拉格朗日法求极大值

$$\max_{\omega} \omega^T S \omega + \lambda(1-\omega\omega^T)$$

上式对 $\partial/\partial\omega$ 得到，并令等于0

$2S\omega - 2\lambda\omega = 0$

$S\omega = \lambda\omega \Rightarrow \omega$ 是 S 的特征向量.

故 $\sigma(X;\omega) = \omega^T S \omega = \omega^T \lambda \omega = \lambda$.

λ 就是投影后的样本的方差.

将 S 的特征值从小到大排列, 保留 d' 个特征向量 —

$S\omega = \omega\, diag(\Lambda)$

9.1.2 稀疏编码

No.

Date. . .

9.2 概率密度估计

- 参数密度估计 => 最优化问题

- 非参数密度估计

9.2.1 参数密度估计

9.2.2 非参数密度估计