

---

# TP 1 - ÉVOLUTION DE LA VALEUR D'UN ACTIF FINANCIER

---

UV : **RO05**

Branche : **Génie Informatique**

Filière : **Fouille de Données et Décisionnel**

Auteurs : **LU Han - SAUVENT Alexandre**

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Contexte</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Démonstration des exercices</b>	<b>3</b>
2.1	Question 1 . . . . .	3

# 1. Contexte

Considérons une option Européenne représentant un actif financier dont la valeur au temps  $t$  est  $S(t)$  pour  $0 \leq t \leq T$ , où  $T$  est le temps de l'exercice de l'option. Notons que  $M \in \mathbb{N}^*$  le nombre de subdivision de l'intervalle  $[0, T]$  et  $h = T/M$ . notons également  $S_n = S(nh)$ , pour  $n = 0, 1, \dots, M$ , les valeurs de l'actif aux instants  $t = nh$ . L'équation d'évolution du prix de l'actif en temps discret s'écrit comme suit :

$$S_{n+1} = S_n + \mu h S_n + \sigma h^{1/2} S_n \xi_n \quad (1.1)$$

où  $\xi_n, n \geq 0$  est une suite de v.a. iid de loi  $N(0,1)$  indépendante de  $S_0$ .

## 2. Démonstration des exercices

### 2.1 Question 1

Monter que

$$S_M = S_0 \prod_{n=0}^{M-1} (1 + \mu h + \sigma h^{1/2} \xi_n),$$

et en réduire

$$\ln\left(\frac{S_M}{S_0}\right) = \sum_{n=0}^{M-1} \ln(1 + \mu h + \sigma h^{1/2} \xi_n).$$

Démonstration :

Selon l'équation(1.1), nous utilisons la méthode de la multiplication continuée pour résoudre cette question :  
quand  $n = 0$ , nous obtenons :

$$S_1 = S_0 + \mu h S_0 + \sigma h^{1/2} S_0 \xi_0 \quad (2.1)$$

et pour  $S_0 \neq 0$  nous obtenons :

$$\frac{S_1}{S_0} = 1 + \mu h + \sigma h^{1/2} \xi_0 \quad (2.2)$$

quand  $n = 1$ , nous obtenons :

$$S_2 = S_1 + \mu h S_1 + \sigma h^{1/2} S_1 \xi_1 \quad (2.3)$$

et pour  $S_1 \neq 0$  nous obtenons :

$$\frac{S_2}{S_1} = 1 + \mu h + \sigma h^{1/2} \xi_1 \quad (2.4)$$