

ES704 - Instrumentação básica

Atividade 8: Medição de Vazão

Gabriel Henrique de Moraes 177339


Maria Clara Ferreira 183900

Vinicius Santos Souza 195097

Prof. Eric Fujiwara

Sumário

Faixa dinâmica do Sistema	3
Dimensionamento da placa de orifício	4
Resolução do instrumento	8
Conclusão	10
Apêndice	11
Referências	12



Faixa dinâmica do Sistema

Vazão volumétrica (Q) :

A vazão volumétrica, considerando uma velocidade média uniforme no decorrer da tubulação, é dada por:

$$Q = \bar{U}A$$

$$\text{Onde : } A = \pi (3 \cdot 10^{-2})^2 = 28,27 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Portanto, considerando a faixa de velocidade do escoamento (0,6 a 1,2 m/s), a faixa dinâmica da vazão volumétrica será:

$$16,96 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \leq Q \leq 33,92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Vazão mássica (\dot{m}) :

A vazão mássica, considerando um fluido incompressível, de densidade constante, é dada por:

$$\dot{m} = Q\rho$$

$$\text{Onde : } \rho = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (T = 20^\circ\text{C})$$

Portanto, a faixa dinâmica da vazão mássica será:

$$1,69 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \leq \dot{m} \leq 3,39 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Dimensionamento da placa de orifício

Considerando que no modelo de placa de orifício, a vazão é regida por:

$$Q = K_0 A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

Sendo:

Q : vazão volumétrica

K_0 : coeficiente de escoamento

A_0 : Área da seção da obstrução

ρ : densidade

Δp : diferença de pressão

Dado que o manômetro tem o limite de medição de $H = 20$ cm de coluna de mercúrio, e considerando as densidades da água e do mercúrio à 20°C, a máxima diferença de pressão que pode ser medida é:

$$\Delta p_{m\acute{a}x} = Hg(\rho_m - \rho) = 0,2 \cdot 9,81 \cdot (13579 - 998)$$

$$\Delta p_{m\acute{a}x} = 24,68 \text{ kPa}$$

O coeficiente de escoamento K_0 é obtido através da equação de correlação recomendada para um orifício concêntrico :

$$K_0 = \frac{1}{(1 - \beta^4)^{1/2}} (0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + 91.71\beta^{2.5}Re_{d_1}^{-0.75})$$

Onde:

$$\beta = \frac{d_0}{d_1} \qquad Re_{d_1} = \frac{4Q}{\pi d_1 v}$$

Sendo:

Q : vazão volumétrica

d_0 : diâmetro interno

d_1 : diâmetro externo

v : viscosidade cinemática do fluido

A viscosidade cinemática pode ser obtida consultando o gráfico abaixo:

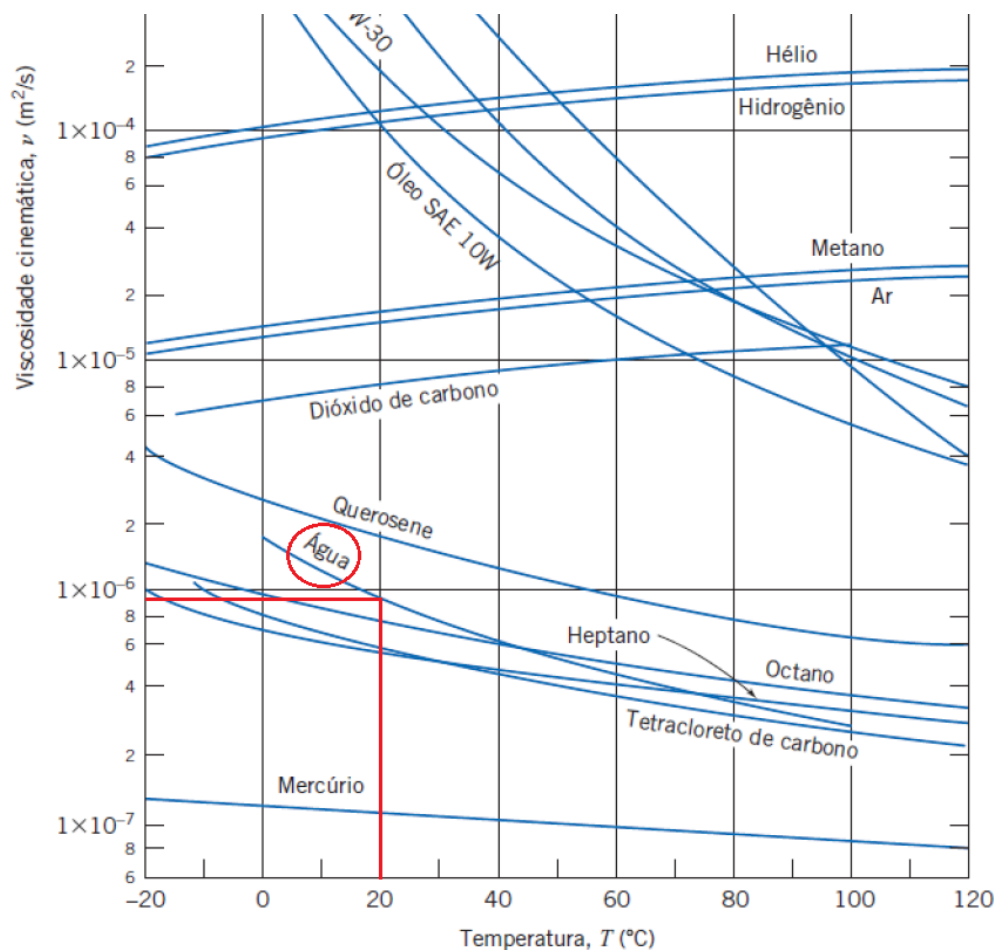


Gráfico 1: Curvas de Viscosidade cinemática x Temperatura de diversas substâncias.

Pelo gráfico, o valor de $\nu = 9 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$

Reagrupando as equações e utilizando os parâmetros obtidos, pode-se obter uma equação da diferença de pressão do sensor em função do diâmetro interno e da vazão:

$$Q = K_0 A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \Rightarrow \frac{Q}{K_0 A_0} \cdot \frac{\rho}{2} = \Delta p$$

$$\Delta p = \frac{Q}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^4}}(0,5959+0,0312\beta^{2,1}-0,184\beta^8+91,71\beta^{2,5} Re_{d_1}^{-0,75}) \frac{\pi(d_1^2-d_0^2)}{4}} \cdot \frac{\rho}{2}$$

Utilizando um código em python, plotou-se as curvas de pressão em função do diâmetro do orifício para os valores limites e o valor intermediário de vazão volumétrica da tubulação (calculado na seção “Faixa dinâmica do Sistema”). O código completo se encontra no apêndice.

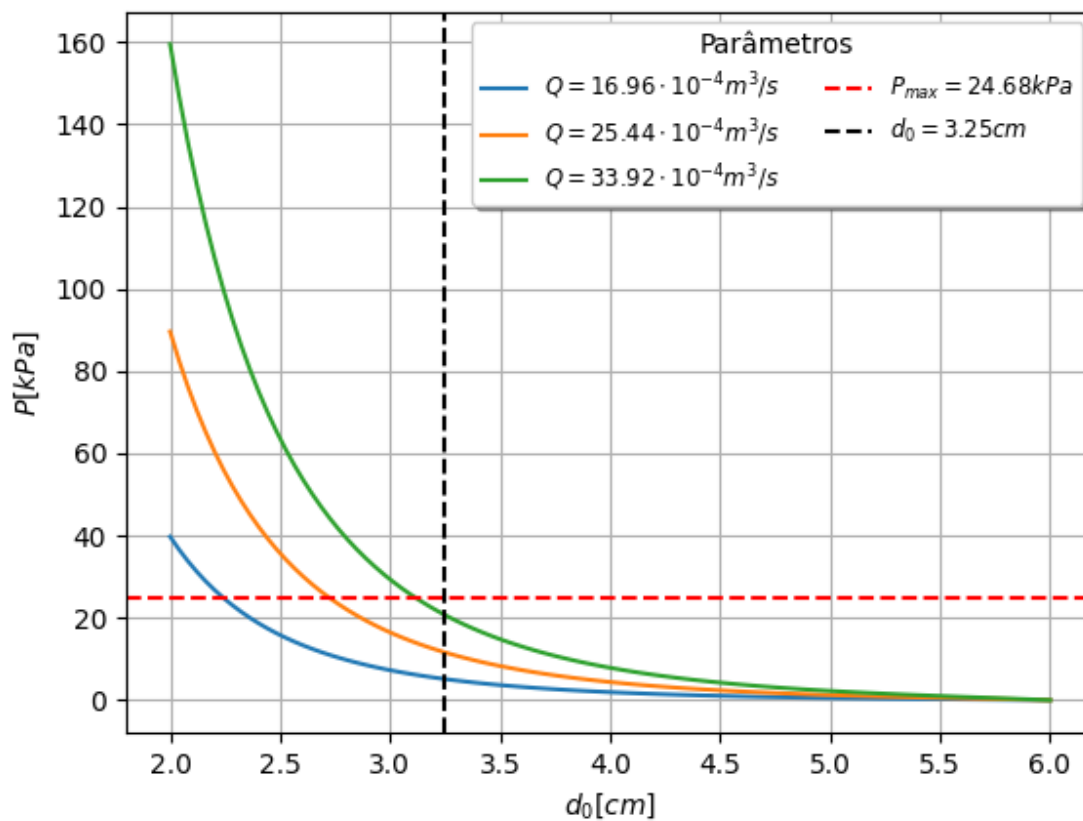


Gráfico 2: Curvas de (Diferença de pressão x diâmetro interno) de diversas vazões.

Além das curvas de pressão *versus* diâmetro, o valor máximo de diferença de pressão que o manômetro é capaz de medir foi destacado no gráfico pela linha tracejada vermelha, intersectando a curva da vazão volumétrica máxima no valor de diâmetro de 3,122 cm aproximadamente. Logo, qualquer dimensão do orifício entre 3,122 e 6 cm irá satisfazer as condições do problema, portanto resta escolher o melhor valor dentro dessa faixa para o projeto.

Há dois fatores a serem considerados na escolha dessa dimensão:

1. Sensibilidade do sensor.
2. Medidas encontradas comercialmente para a placa.

Para o fator de sensibilidade, são melhores os diâmetros que permitem maior diferença de pressão entre as curvas de maior e menor vazão, pois, a maior variação de vazão representará uma maior variação de pressão, melhorando a resolução do sensor. Portanto para os tipos de curva apresentados, quanto mais perto do valor limite de 3,122 cm, maior a resolução.

Para o fator de medidas comerciais, é mais adequado medidas mais “redondas”, e sem muitas casas decimais, pois a maior precisão dificulta a fabricação, aquisição e manutenção do sensor.

Diante dessa análise, foi escolhido a medida de **3,25 cm** para o orifício da placa.

Resolução do instrumento

A partir dos valores obtidos anteriormente acima, temos que:

$$\beta = \frac{d_0}{d_1} = \frac{0,0325}{0,06} = 0,542$$

$$Re_{d_1} = \frac{4Q}{\pi d_1 v} \Rightarrow \frac{4 \times 16,96 \cdot 10^{-4}}{\pi \times 0,06 \times 9 \cdot 10^{-7}} \leq Re_{d_1} \leq \frac{4 \times 33,92 \cdot 10^{-4}}{\pi \times 0,06 \times 9 \cdot 10^{-7}}$$

$$\Rightarrow 39989 \leq Re_{d_1} \leq 79978$$

$$\begin{aligned}
K_0 &= \frac{1}{(1-\beta^4)^{1/2}} \left(0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + 91.71\beta^{2.5} Re_{d_1}^{-0.75} \right) \\
\Rightarrow K_0 &= \frac{1}{(1-0,542^4)^{1/2}} \left(0.5959 + 0.0312 \times 0,542^{2.1} - 0.184 \times 0,542^8 + 91.71 \times 0,542^{2.5} Re_{d_1}^{-0.75} \right) \\
&\Rightarrow K_0 = 1,0462 \left(0,6032 + 19,8342 Re_{d_1}^{-0.75} \right) \\
\Rightarrow 1,0462 \left(0,6032 + 19,8342 \times 79978^{-0.75} \right) &\leq K_0 \leq 1,0462 \left(0,6032 + 19,8342 \times 39989^{-0.75} \right) \\
&\Rightarrow 0,6354 \leq K_0 \leq 0,6384 \\
\frac{Q}{K_0 A_0} \cdot \frac{\rho}{2} = \Delta p &= \frac{Q}{K_0 \frac{\pi(d_1^4 - d_0^4)}{4}} \cdot \frac{\rho}{2} = \frac{Q}{K_0 \frac{\pi(0,06^4 - 0,0325^4)}{4}} \cdot \frac{998}{2} = \frac{Q}{K_0 1,9979 \times 10^{-3}} \cdot 499 \\
&\Rightarrow \frac{16,96 \cdot 10^{-4}}{0,6384 \times 1,9979 \times 10^{-3}} \cdot 499 \leq \Delta p \leq \frac{33,92 \cdot 10^{-4}}{0,6354 \times 1,9979 \times 10^{-3}} \cdot 499 \\
&\Rightarrow 882,3 \text{ Pa} \leq \Delta p \leq 3562,6 \text{ Pa}
\end{aligned}$$

A partir dos valores encontrados, temos que a resolução instrumental, considerando-se uma precisão na leitura de 1 mm, estará entre 4,4115 Pa e 17,813 Pa.

Conclusão

A partir da metodologia de dimensionamento adotada, que utiliza conceitos de mecânica dos fluidos e ferramentas computacionais para os cálculos, foi possível identificar uma faixa de valores adequados dentro das restrições do projeto. No entanto, como é comum em várias situações de engenharia, o grupo teve que realizar uma avaliação crítica para determinar a dimensão final da placa de orifício, levando em consideração aspectos que vão além das análises matemáticas e físicas.

Apêndice

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

Q = [16.96e-4, 25.44e-4, 33.92e-4]
d_1 = 0.06
rho = 998
vc = 9e-7

d_0 = np.linspace(0.02, 0.06, 100) # Valores de d0 para o gráfico
P = []

for q in Q:
    area_orificio = np.pi * (d_0 / 2) ** 2
    b = d_0 / d_1
    Re = (4 * q) / (np.pi * d_1 * vc)
    k = (1 / ((1 - b ** 4) ** 0.5)) * (0.5959 + (0.0312 * (b ** 2.1)) - (0.184 * (b ** 8))) + (91.71 * (b ** 2.5)) * (Re ** -0.75))
    p = ((q / (k * area_orificio)) ** 2) * rho / 2
    P.append(p)

# Conversao de unidade
P = np.array(P) / 1000
d_0 = np.array(d_0) * 100

# Plotando as curvas para diferentes valores de Q
for i, q in enumerate(Q):
    plt.plot(d_0, P[i], label='$Q = {:.2f} \cdot 10^{-4}$ m3/s'.format(q*10000))

plt.axhline(y=24680/1000, color='r', linestyle='--', label='$P_{\max} = 24.68$ kPa$')
plt.axvline(x=0.0325*100, color='black', linestyle='--', label='$d_0 = 3.25$ cm$')

plt.xlabel('$d_0$ [cm]$')
plt.ylabel('$P$ [kPa]$')
plt.legend(loc='best', fancybox=True, shadow=True, framealpha=1, fontsize='small',
ncol=2, title='Parâmetros', title_fontsize='medium')
plt.grid(True)
plt.show()
```

Código 1: Algoritmo em python que plota as curvas de pressão x diâmetro do orifício.

Referências

FOX, Robert W. MCDONALD, Alan T. PRITCHARD, Philip J. Introdução à Mecânica dos Fluidos
.8ª edição