UNICAMP

ES704 - Instrumentação básica

Atividade 2: Análise de sinais

Gabriel Henrique de Morais	177339
Maria Clara Ferreira	183900
Vinicius Santos Souza	195097

Prof. Eric Fujiwara

Sumário

Valor médio e valor rms

Sinal PWM modulado pelo tempo.

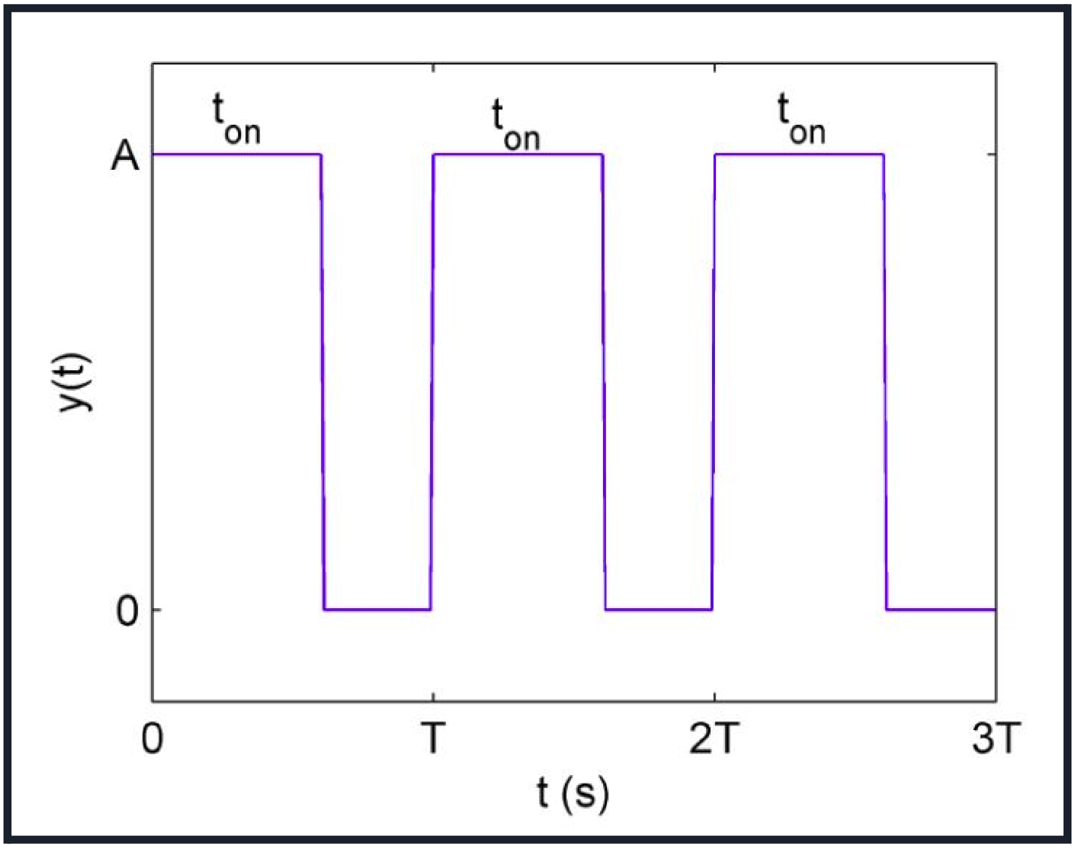


Imagem 1: Sinal PWM do enunciado

Dadas as informações disponibilizadas pelo gráfico:

- **Valor médio de y(t):**

$$V_m = \frac{1}{T}\left[\int_0^{t_{on}} A\,dt + \int_{t_{on}}^{T} 0\,dt\right]$$

$$V_m = \frac{At_{on}}{T}$$

- **Valor rms de y(t):**

$$V_{RMS} = \left[\frac{1}{T}\int_{0}^{t_{on}} A^2\,dt + \int_{t_{on}}^{T} 0^2\,dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_{RMS} = A\sqrt{\frac{t_{on}}{T}}$$

Representação do sinal pela série de Fourier

$$a_0 = V_m = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y(t)\,dt$$

$$\boxed{a_0 = \frac{At_{on}}{T}}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y(t)cos(n\omega t)\,dt = \frac{2Asen(t_{on}\omega n)}{\omega nT}$$

$$\boxed{a_n = \frac{A}{\pi n}sen(t_{on}\omega n)}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} y(t)sin(n\omega t)\,dt = \frac{2A*(1 - cos(t_{on}\omega n))}{\omega nT}$$

$$\boxed{b_n = \frac{A}{\pi n}(1 - cos(t_{on}\omega n))}$$

Finalmente:

$$y(t) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n cos(n\omega t) + b_n sin(n\omega t))$$

A seguir, com o auxílio de uma ferramenta computacional, plotou-se a série calculada variando o valor do coeficiente "n" e do tempo "t_{on}" e atribuindo os valores $T = 5$ e $A = 5$ para o período e amplitude da curva.

O algoritmo desenvolvido para plotagem das curvas pode ser acessado a partir do seguinte link: https://www.desmos.com/calculator/nfneph4lxa (aplicação no navegador), onde é possível variar todos os parâmetros e executar animações.

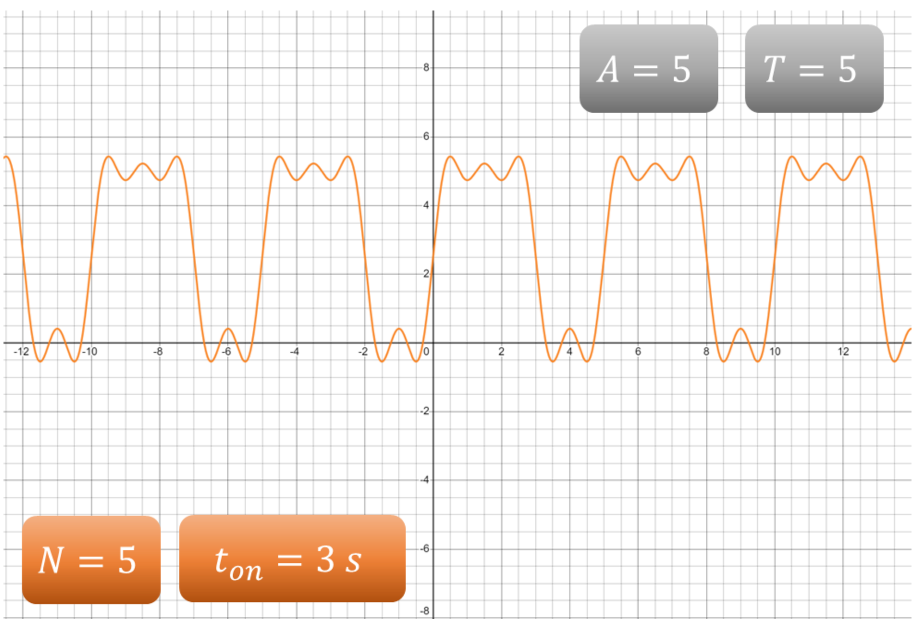


Imagem 2: Sinal reconstruído através da série de Fourier com $N = 5$ e $t_{on} = 3\ s$.

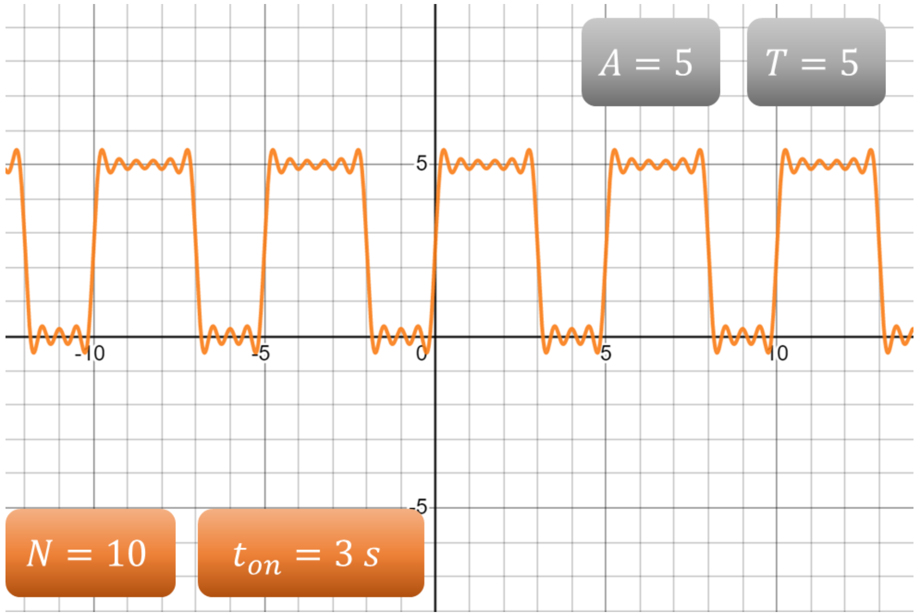


Imagem 3: Sinal reconstruído através da série de Fourier com $N = 10$ e $t_{on} = 3\,s$.

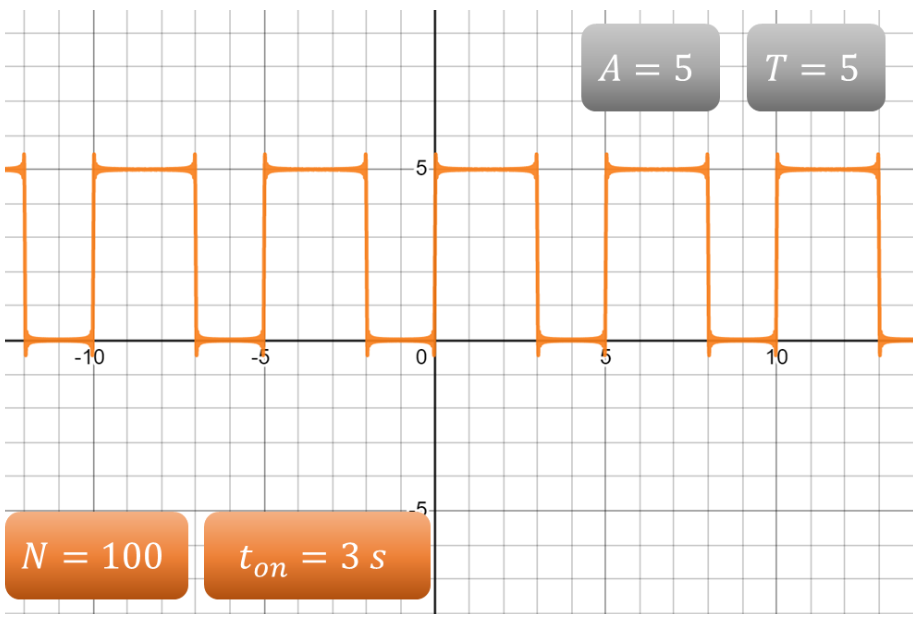


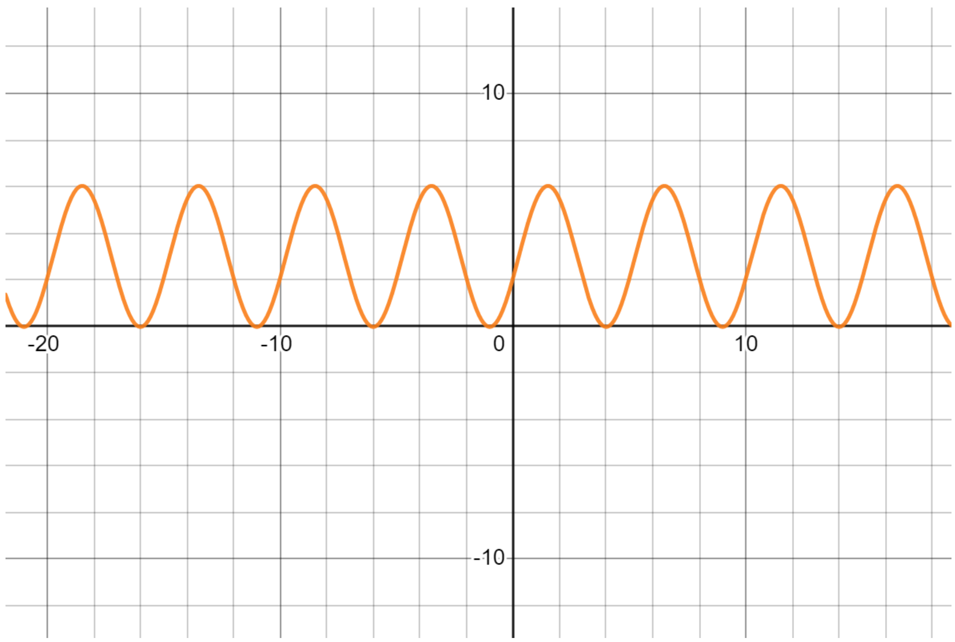
Imagem 4: Sinal reconstruído através da série de Fourier com $N = 100$ e $t_{on} = 3\,s$.

Harmônica fundamental

$$y_1(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{1} (A_n cos\, n\omega t + B_n sin\, n\omega t\,)$$

$$y_1(t) = \frac{At_{on}}{T} + \frac{A}{\pi} sen(t_{on}\omega)cos(\omega t) + \frac{A}{\pi}(1 - cos(t_{on}\omega))sin\,(\omega t)$$

$$y_1(t) = A\left\{\frac{t_{on}}{T} + \frac{sen(t_{on}\omega)cos(\omega t)}{\pi} + \frac{sin\,(\omega t)}{\pi}\left[1 - cos(t_{on}\omega)\right]\right\}$$



O valor médio de $y_1(t)$ é

$$V_m = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} A\left\{\frac{t_{on}}{T} + \frac{sen(t_{on}\omega)cos(\omega t)}{\pi} + \frac{sin\,(\omega t)}{\pi}\left[1 - cos(t_{on}\omega)\right]\right\} dt$$

$$V_m = \frac{A}{T}\left\{\frac{t_{on}}{2} + \frac{cos(t_{on}\omega-\frac{T\omega}{2})-cos(\frac{T\omega}{2})}{\pi\omega} + \frac{t_{on}}{2} - \frac{cos(t_{on}\omega+\frac{T\omega}{2})}{\pi\omega} + \frac{cos(\frac{T\omega}{2})}{\pi\omega}\right\}$$

$$V_m = \frac{A}{T}\left\{t_{on} + \frac{cos(t_{on}\omega - \frac{T\omega}{2})}{\pi\omega} - \frac{cos(t_{on}\omega + \frac{T\omega}{2})}{\pi\omega}\right\}$$

O valor rms da harmônica fundamental é

$$V_{RMS} = \left[\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} A\left\{\frac{t_{on}}{T} + \frac{sen(t_{on}\omega)cos(\omega t)}{\pi} + \frac{sin\,(\omega t)}{\pi}\left[1\ -\ cos(t_{on}\omega)\right]\right\}^2 dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

- A seguir atribuindo os valores $T\ =\ 5$, $t_{on} = 3$ e $A\ =\ 5$ para o período, tempo e amplitude da curva.

$$y_1(t)\ =\ 5\left\{\frac{3}{5} + \frac{sen(3\frac{2\Pi}{5})cos(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi} + \frac{sin\,(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi}\left[1\ -\ cos(3\frac{2\Pi}{5})\right]\right\}$$

$$y_1(t)\ =\ 3\ +\frac{5sen(\frac{6\Pi}{5})cos(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi} + \frac{5sin\,(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi}\left[1\ -\ cos(\frac{6\Pi}{5})\right]$$

$$V_m = \frac{5}{5}\left\{3\ + \frac{cos(3\frac{2\Pi}{5} - \frac{2\Pi}{2})}{\pi\frac{2\Pi}{5}} - \frac{cos(3\frac{2\Pi}{5} + \frac{2\Pi}{2})}{\pi\frac{2\Pi}{5}}\right\} =\ 3$$

$$V_{RMS} = \left[\frac{1}{5}\int_{-5/2}^{5/2} 5\left\{\frac{3}{5} + \frac{sen(3\frac{2\Pi}{5})cos(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi} + \frac{sin\,(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi}\left[1\ -\ cos(3\frac{2\Pi}{5})\right]\right\}^2 dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_{RMS} = \left[\int_{-5/2}^{5/2}\left\{\frac{3}{5} + \frac{sen(3\frac{2\Pi}{5})cos(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi} + \frac{sin\,(\frac{2\Pi}{5}t)}{\pi}\left[1\ -\ cos(3\frac{2\Pi}{5})\right]\right\}^2 dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_{RMS} \approx\ 1,65$$

Periodicidade de um sinal não-determinístico ?

Sinais não-determinísticos não podem ser periódicos.

Sinais não-determinísticos não podem ser descritos por equações em qualquer grau razoável de precisão, pois, para haver periodicidade sobre um sinal é necessário haver repetitividade sobre um período de tempo pré-determinado, satisfazendo uma forma geral **$x(t)=x(t+T)$**, mas isso não é possível para sinais dessa natureza.