实验报告

实验名称（测量 FFT 程序执行时间）

智能 1501 耿昊 201508010528

实验目标

测量 FFT 程序运行时间，确定其时间复杂度。

实验要求

- 采用 C/C++编写程序
- 根据自己的机器配置选择合适的输入数据大小 n，至少要测试多个不同的 n (参见思考题)
- 对于相同的 n，建议重复测量 30 次取平均值作为测量结果 (参见思考题)
- 对测量结果进行分析，确定 FFT 程序的时间复杂度
- 回答思考题，答案加入到实验报告叙述中合适位置

思考题

1. 分析 FFT 程序的时间复杂度，得到执行时间相对于数据规模 n 的具体公式
2. 根据上一点中的分析，至少要测试多少不同的 n 来确定执行时间公式中的未知数?
3. 重复 30 次测量然后取平均有什么统计学的依据?

实验内容

FFT 算法代码

```
/* fft.cpp
*
* This is a KISS implementation of
* the Cooley-Tukey recursive FFT algorithm.
* This works, and is visibly clear about what is happening where.
*
* To compile this with the GNU/GCC compiler:
* g++ -o fft fft.cpp -lm
*
* To run the compiled version from a *nix command line:
* ./fft
*
*/
#include <complex>
#include <iostream>
#include <cstdio>
```

```
#include <ctime>

#define M_PI 3.14159265358979323846 // Pi constant with double precision

using namespace std;

// separate even/odd elements to lower/upper halves of array respectively.
// Due to Butterfly combinations, this turns out to be the simplest way
// to get the job done without clobbering the wrong elements.
void separate (complex<double>* a, int n) {
complex<double>* b = new complex<double>[n/2]; // get temp heap storage
for(int i=0; i<n/2; i++) // copy all odd elements to heap storage
b[i] = a[i*2+1];
for(int i=0; i<n/2; i++) // copy all even elements to lower-half of a[]
a[i] = a[i*2];
for(int i=0; i<n/2; i++) // copy all odd (from heap) to upper-half of a[]
a[i+n/2] = b[i];
delete[] b; // delete heap storage
}

// N must be a power-of-2, or bad things will happen.
// Currently no check for this condition.
//
// N input samples in X[] are FFT'd and results left in X[].
// Because of Nyquist theorem, N samples means
// only first N/2 FFT results in X[] are the answer.
// (upper half of X[] is a reflection with no new information).
void fft2 (complex<double>* X, int N) {
if(N < 2) {
// bottom of recursion.
// Do nothing here, because already X[0] = x[0]
} else {
separate(X,N); // all evens to lower half, all odds to upper half
fft2(X, N/2); // recurse even items
fft2(X+N/2, N/2); // recurse odd items
// combine results of two half recursions
for(int k=0; k<N/2; k++) {
complex<double> e = X[k ]; // even
complex<double> o = X[k+N/2]; // odd
// w is the "twiddle-factor"
complex<double> w = exp( complex<double>(0,-2.*M_PI*k/N) );
X[k ] = e + w * o;
X[k+N/2] = e - w * o;
}
}
}

// simple test program
int main () {
clock_t start,finish;
double totaltime;
start=clock();
```

```
const int nSamples = 64;
double nSeconds = 1.0; // total time for sampling
double sampleRate = nSamples / nSeconds; // n Hz = n / second
double freqResolution = sampleRate / nSamples; // freq step in FFT result
complex<double> x[nSamples]; // storage for sample data
complex<double> X[nSamples]; // storage for FFT answer
const int nFreqs = 5;
double freq[nFreqs] = { 2, 5, 11, 17, 29 }; // known freqs for testing
// generate samples for testing
for(int i=0; i<nSamples; i++) {
x[i] = complex<double>(0.,0.);
// sum several known sinusoids into x[]
for(int j=0; j<nFreqs; j++)
x[i] += sin( 2*M_PI*freq[j]*i/nSamples );
X[i] = x[i]; // copy into X[] for FFT work & result
}
// compute fft for this data
fft2(X,nSamples);
printf(" n\tx[]\tX[]\tf\n"); // header line
// loop to print values
for(int i=0; i<nSamples; i++) {
printf("% 3d\t%+.3f\t%+.3f\t%g\n",
i, x[i].real(), abs(X[i]), i*freqResolution );
}
finish=clock();
totaltime=(double)(finish-start)/CLOCKS_PER_SEC;
cout<<"\n 此程序的运行时间为"<<totaltime<<"秒！"<<endl;
}

// eof
```

FFT 程序时间复杂度分析

通过分析 FFT 算法代码，可以得到该 FFT 算法的时间复杂度具体公式为:

$$a * n * logn + \frac{b}{3} * n + \sqrt{2} * c * logn + d$$

其中 *n* 为数据大小，未知数有:

1. *a*
2. *b*
3. *c*
4. *d*

测试

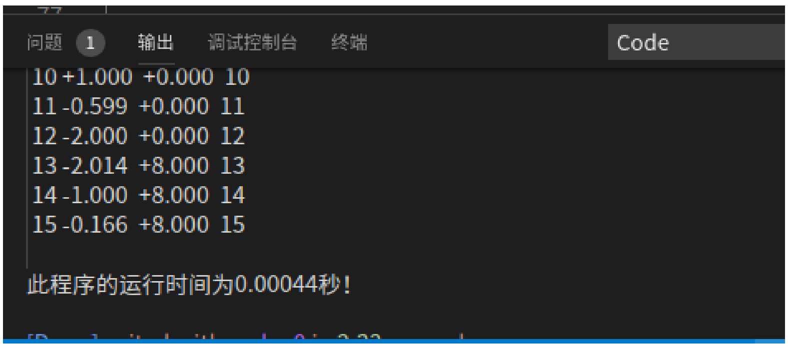
测试平台

在如下机器上进行了测试:

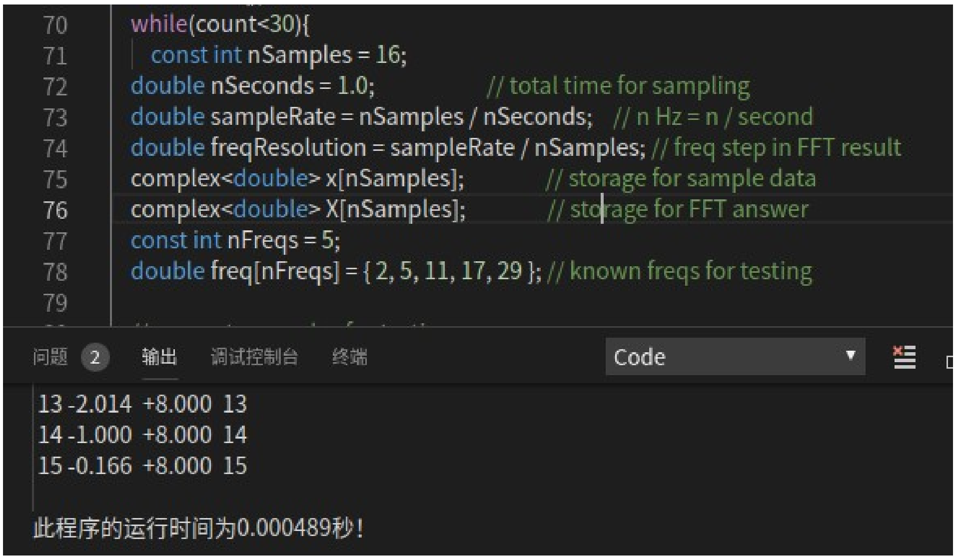
测试记录

运行结果截图:

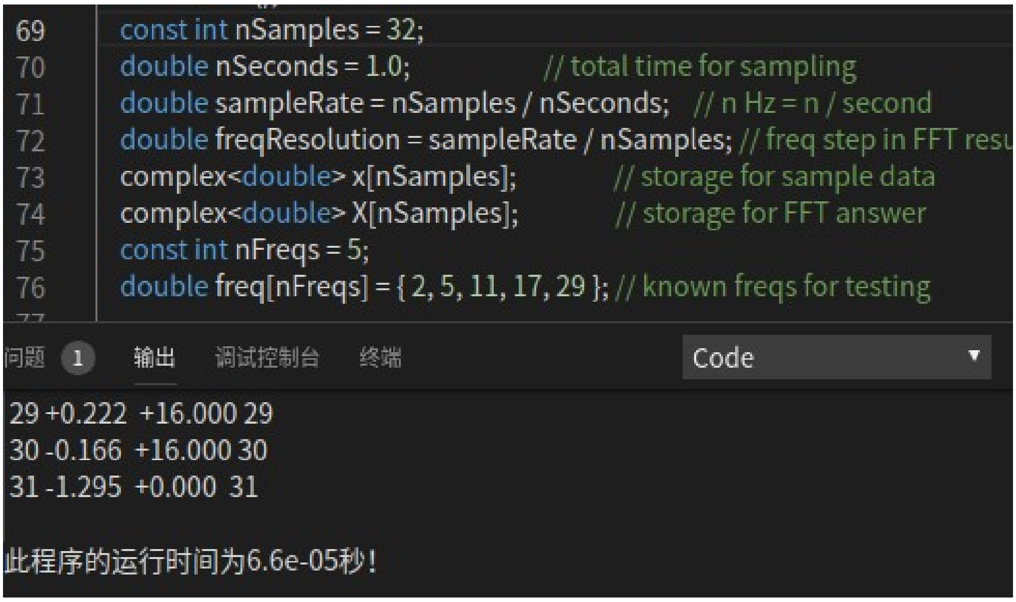
数据 16 条:



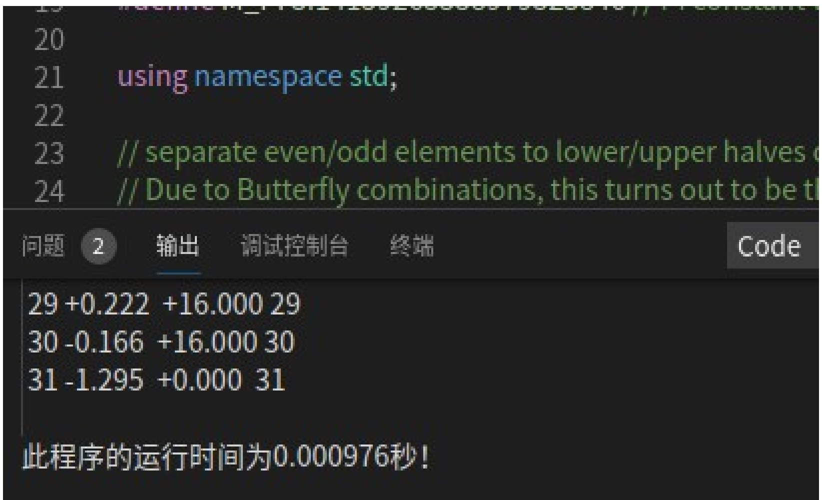
循环 30 次:



数据 32 条:



循环 30 次:



数据 64 条:

循环 30 次减小误差:

思考题解答

1.测试次数

在这里我们的复杂度具体公式共有四个未知数，所以我们在这里需要至少 4 个 n 才能求解

2.统计学依据

在这里我们用到了累积法测量的思想:

因为利用 FFT 提高代码效率，这就使得单次运行时间很短，容易出现误差，所以我们做 30 次取平均减小误差。

分析和结论

从测试记录来看，FFT 程序的执行时间随数据规模增大而增大，其时间复杂度为 O(nlogn)。在一开始单一运行的时候计算得时间与计算 30 次之后取平均的值有较大差异，这充分说明了我们在进行研究的时候要注意多次取平均以减小误差。