复习与考试

《电磁场理论》（无锡）

2023.2

总评成绩说明：

- 总成绩包括：
  - 平时成绩：20%
  - 其它考核：20%
  - 期末考试：60%

期末试卷说明：

一、选择题（10题/共20分）

二、填空题（8题/共30分）

三、计算题（4题/共50分）

其中：选择题、填空题的分布：

chap1数学：2分；

chap2时变场：16分；

chap3静场：6分；

chap4时谐场：19分；

chap5导波：7分；

其中：计算题的分布：

1、(12分) 带电体的静电场/电势/电能

2、(8分) 自由空间的行驻波；

3、(10分）均匀平面波的极化；

4、(20分）界面上的斜入射；

Chap1 数学基础：

梯度算子（纳布拉算子）： $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ （直角坐标）

梯度： $\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k}$

散度： $\nabla\cdot\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

旋度： $\nabla\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = (\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\vec{i} + (\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\vec{j} + (\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\vec{k}$

拉普拉斯算子： $\boldsymbol{\nabla}^2 = \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

两个零恒等式： $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$ $\nabla\times(\nabla\varphi)=0$

其他常见恒等式： $\nabla\times(\nabla\times\vec{A})=\nabla(\nabla\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A}$ 【参见“波动方程”】

$\nabla\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{B}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{A})-\boldsymbol{A}\cdot(\nabla\times\boldsymbol{B})$ 【参见“坡印廷定理”】

$\nabla\cdot(\varphi\boldsymbol{A})=(\nabla\varphi)\cdot\boldsymbol{A}+\varphi(\nabla\cdot\boldsymbol{A})$

$\nabla\times(\varphi\boldsymbol{A})=(\nabla\varphi)\times\boldsymbol{A}+\varphi(\nabla\times\boldsymbol{A})$

高斯公式： $\oiint_{(\boldsymbol{S})}\vec{\boldsymbol{A}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{S}}=\iiint_{(\boldsymbol{V})}\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{\boldsymbol{A}}\mathrm{d}\boldsymbol{V}$

斯托克斯公式： $\oint\limits_{(\boldsymbol{L})}\vec{\boldsymbol{A}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=\iint\limits_{(\boldsymbol{S})}(\boldsymbol{\nabla}\times\vec{\boldsymbol{A}})\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{S}}$

注：三种坐标系之间的变换（直角坐标系、柱坐标系、球坐标系）了解即可，无须背记公式

Chap2 时变电磁场

一、麦克斯韦方程组

二、电磁场边界条件

三、能流密度、坡印亭定理

四、时变电磁场的位函数

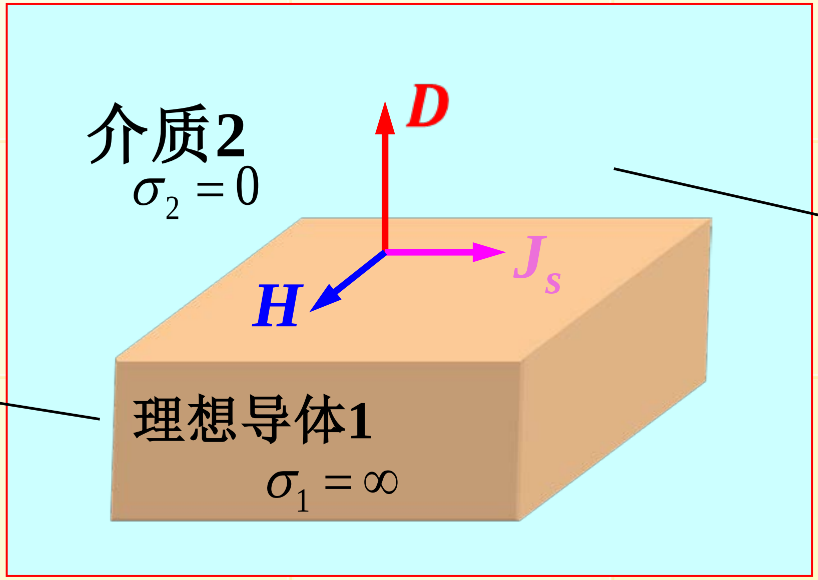
一、麦克斯韦方程组【表达式、物理含义、来源、相互独立性】：

微分形式		积分形式
$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$	电磁感应定律	$\oint_C \mathrm{E}\cdot \mathrm{d}l=-\int_S \dfrac{\partial \mathrm{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}s$
$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$	全电流定律	$\oint_C \mathrm{H}\cdot \mathrm{d}l=\int_S (\mathrm{J}+\dfrac{\partial \mathrm{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}s$
$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$	高斯定理	$\oint_S \mathrm{D}\cdot \mathrm{d}s=\int_v \rho \mathrm{d}v$
$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$	磁通连续性原理	$\oint_S \mathrm{B}\cdot \mathrm{d}s=0$

二、常见情况的边界条件：

➢理想介质和理想导体：

$$E_{1t}=0$$
$$H_{1t}=0$$
$$D_{1n}=0$$
$$B_{1n}=0$$



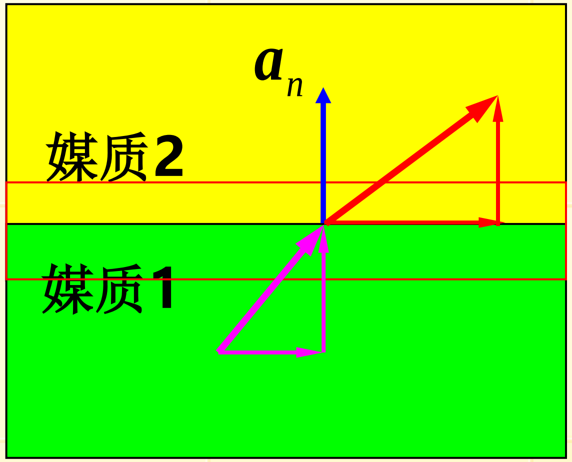
$$E_{2t}=0$$
$$H_{2t}=J_s$$
$$D_{2n}=\rho_s$$
$$B_{2n}=0$$

时变电磁场不可能进入理想导体内部

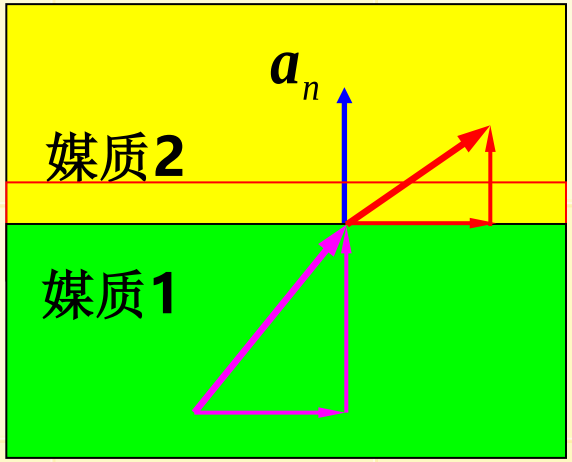
$$\boldsymbol{a}_n\times(\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1)=0 \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E}_2=0$$
$$\boldsymbol{a}_n\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)=\boldsymbol{J}_s \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H}_2=\boldsymbol{J}_s$$
$$\boldsymbol{a}_n\cdot(\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_1)=\rho_s \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{D}_2=\rho_s$$
$$\boldsymbol{a}_n\cdot(\boldsymbol{B}_2-\boldsymbol{B}_1)=0 \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{B}_2=0$$

二、常见情况的边界条件：

- 两种无损耗(理想)媒质的边界



D、B 的法向分量连续



E、H 的切向分量连续

在两种理想介质分界面上，
没有面电荷和面电流，
即J_S＝0、ρ_S＝0

$$a_n \times (E_2 - E_1) = 0$$

$$a_n \times (H_2 - H_1) = 0$$

$$a_n \cdot (D_2 - D_1) = 0$$

$$a_n \cdot (B_2 - B_1) = 0$$

三、能流密度、坡印廷矢量

坡印亭矢量： $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ （♠结合chap4时谐场：相量表示&运算）

$$-\oint_S \boldsymbol{S}\cdot d\boldsymbol{s}=\frac{\partial}{\partial t}\int_v (w_e+w_m)dv+\int_v \sigma E^2 dv$$

$$\boxed{-\oint_S \boldsymbol{S}\cdot d\boldsymbol{s}}=\boxed{\frac{d}{dt}(W_e+W_m)}+\boxed{P_\Omega}$$

某时刻通过某闭合面流入其体积的功率

区域中电场和磁场储能的增加率

欧姆功率损耗，变为焦耳热的电磁能量

四、时变电磁场位函数

定义

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$$

洛伦兹规范

$$\boxed{\nabla \cdot \boldsymbol{A} + \mu\varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} = 0}$$

位函数波动方程（达朗贝尔方程）

矢量位*A*的非齐次波动方程

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{A} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu \boldsymbol{J}}$$

标量位*V*的非齐次波动方程

$$\boxed{\nabla^2 V - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}}$$

Chap 3 静态场

一、求解带电体的电场分布

1、高斯定理求解： 运用高斯定理求E时，记得分区讨论（不要遗漏E=0的区域）

2、不规则带电体：电荷元dQ的场分布+积分求解

3、通过泊松方程/拉普拉斯方程+边界条件求解【了解】

二、求解带电体的电势分布

1、根据电场分布求解：$\mathrm{V}_a=\dfrac{W_a}{q_0}=\displaystyle\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ （设无穷远处为势能零点）

2、根据电荷元dQ的电势表达式，叠加求解

三、求解带电体的静电能【场能】

1、电荷储能：

$$W_e=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}q_kV_k$$

2、电场储能：

$$\boxed{W_e=\frac{1}{2}\int_v \varepsilon E^2\,\mathrm{d}v}$$

电场能量密度:

$$w_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

四、稳恒磁场：【一般考点】

载流体的磁场分布：载流直导线（或圆柱）、圆环(磁偶极)、螺线管、罗绕环

五、电介质/磁介质的分类 【一般考点】

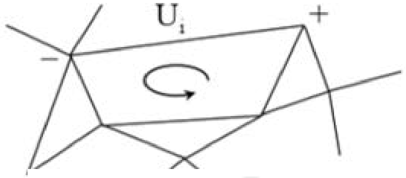
介电系数/极化率、磁导率/磁化率 等相关概念

六、电路基本定律与电磁场方程组【一般考点】

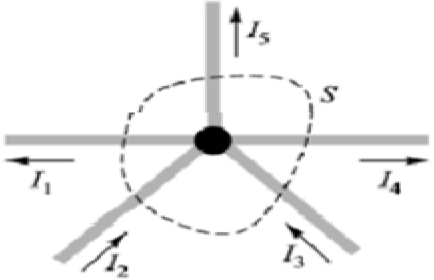
从麦克斯韦方程到基尔霍夫电压、电流定理

- 当 $\frac{\partial}{\partial t} \to 0$
- 或所研究对象线度比波长小得多时

$$\oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \to \Sigma U = 0$$



$$\oint_S \boldsymbol{J} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho_V \mathrm{d}V = 0 \to \Sigma I = 0$$



Chap 4 时谐场

一、时谐场的复振幅（相量）表达&运算

二、均匀平面电磁波的极化

三、均匀平面电磁波的传播

四、均匀平面电磁波的界面反射、透射特性

一、时谐场的相量表示（复振幅）

标量(分量)

$$E_x = \mathrm{Re}[E_{xm} e^{j(\omega t+\varphi_x)}] = \mathrm{Re}[\dot{E}_{xm} e^{j\omega t}]$$

$$E_y = \mathrm{Re}[E_{ym} e^{j(\omega t+\varphi_y)}] = \mathrm{Re}[\dot{E}_{ym} e^{j\omega t}]$$

$$E_z = \mathrm{Re}[E_{zm} e^{j(\omega t+\varphi_z)}] = \mathrm{Re}[\dot{E}_{zm} e^{j\omega t}]$$

相量（复振幅）

$$\dot{E}_{xm} = E_{xm} e^{j\varphi_x}$$

$$\dot{E}_{ym} = E_{ym} e^{j\varphi_y}$$

$$\dot{E}_{zm} = E_{zm} e^{j\varphi_z}$$

矢量

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{a}_x E_x + \boldsymbol{a}_y E_y + \boldsymbol{a}_z E_z$$

$$= \boldsymbol{a}_x \mathrm{Re}[\dot{E}_{xm} e^{j\omega t}] + \boldsymbol{a}_y \mathrm{Re}[\dot{E}_{ym} e^{j\omega t}] + \boldsymbol{a}_z \mathrm{Re}[\dot{E}_{zm} e^{j\omega t}]$$

$$= \mathrm{Re}[(\boldsymbol{a}_x \dot{E}_{xm} + \boldsymbol{a}_y \dot{E}_{ym} + \boldsymbol{a}_z \dot{E}_{zm}) e^{j\omega t}] \qquad = \mathrm{Re}[\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t}]$$

矢量相量 $\quad \dot{\boldsymbol{E}}_m = \boldsymbol{a}_x \dot{E}_{xm} + \boldsymbol{a}_y \dot{E}_{ym} + \boldsymbol{a}_z \dot{E}_{zm}$

时谐场对时间的导数

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{Re}[\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t}]=\mathrm{Re}[\frac{\partial}{\partial t}(\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t})]$$

$$=\mathrm{Re}[j\omega\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t}]$$

$$\boldsymbol{E}\Leftrightarrow\dot{\boldsymbol{E}}_m$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\Leftrightarrow j\omega\dot{\boldsymbol{E}}_m$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}\Leftrightarrow (j\omega)^2\dot{\boldsymbol{E}}_m$$

……

时谐麦克斯韦方程组的矢量相量形式

$$\begin{aligned}
\nabla\times\boldsymbol{E}&=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\\
\nabla\times\boldsymbol{H}&=\boldsymbol{J}+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\\
\nabla\cdot\boldsymbol{D}&=\rho\\
\nabla\cdot\boldsymbol{B}&=0
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
\nabla\times\dot{\boldsymbol{E}}_m&=-j\omega\dot{\boldsymbol{B}}_m\\
\nabla\times\dot{\boldsymbol{H}}_m&=\dot{\boldsymbol{J}}_m+j\omega\dot{\boldsymbol{D}}_m\\
\nabla\cdot\dot{\boldsymbol{D}}_m&=\dot{\rho}_m\\
\nabla\cdot\dot{\boldsymbol{B}}_m&=0
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
\nabla\times\boldsymbol{E}&=-j\omega\boldsymbol{B}\\
\nabla\times\boldsymbol{H}&=\boldsymbol{J}+j\omega\boldsymbol{D}\\
\nabla\cdot\boldsymbol{D}&=\rho\\
\nabla\cdot\boldsymbol{B}&=0
\end{aligned}$$

- 时谐场的复坡印亭矢量（能流密度）

1、瞬时坡印亭矢量（瞬时的电磁功率流密度）：

$$\boldsymbol{S}(t)=\boldsymbol{E}(t)\times\boldsymbol{H}(t)$$

2、平均坡印亭矢量（平均功率流密度）：

$$\boldsymbol{S}_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T\boldsymbol{S}(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T\boldsymbol{E}(t)\times\boldsymbol{H}(t)dt$$

对时谐场，平均坡印亭矢量可由场矢量的复数形式表示为：

$$\boldsymbol{S}_{av}=\mathrm{Re}[\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*]=\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}]$$

二、均匀平面电磁波的极化：

i) 任意极化：

可由两个线极化的平面波的叠加形成：

另：任意一个线极化波均可以分解为两个振幅相等的右旋圆极化波与左旋圆极化波的叠加

$$\boldsymbol{E}(z)=\boldsymbol{E}_x(z)+\boldsymbol{E}_y(z)=\boldsymbol{a}_x E_{x0} e^{j\varphi_x} e^{-jkz}+\boldsymbol{a}_y \mathrm{E}_{y0} \mathrm{e}^{j\varphi_y} \mathrm{e}^{-jkz}$$

ii) 线极化：$\boldsymbol{\varphi_x-\varphi_y=0}$或$\boldsymbol{\pi}$

$$\boldsymbol{E}(z)=(\boldsymbol{a}_x E_{x0} \pm \boldsymbol{a}_y \mathrm{E}_{y0}) \mathrm{e}^{j\varphi_y} \mathrm{e}^{-jkz+\varphi_x}$$

iii) 圆极化：$\boldsymbol{\varphi_x-\varphi_y=\pm\frac{\pi}{2}}$，且$\boldsymbol{E_{x0}=E_{y0}}$

$$\boldsymbol{E}(z)=(\boldsymbol{a}_x \pm j\boldsymbol{a}_y) E_{x0} \mathrm{e}^{j\varphi_y} \mathrm{e}^{-jkz+\varphi_x}$$

均匀平面电磁波的一般特征

$$\vec{E} = E_0 \boldsymbol{\hat{a}_E} \cos(\omega t \pm \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{E} = E_0 \boldsymbol{\hat{a}_E} e^{\pm \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$\vec{k}$可正可负，对应相反方向传播

1）关系式：

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \hat{a}_k \times \vec{E} \qquad \text{其中} \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

2）横向特征（TEM波）：电场E、磁场H、波矢k，三者两两垂直 $\hat{a}_k \cdot \vec{E} = 0$

3）无损介质中均匀平面电磁波的E与H同相位，且电场能量密度等于磁场能量密度

4）导电介质中均匀平面电磁波的E相位超前H，且电场能量密度小于磁场能量密度

三、均匀平面电磁波的传播特性：

自由空间本征阻抗

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \approx 377(\Omega)$$

1）无损介质中

2）导电介质中

（分类依据：理想介质、低损耗介质、不良导体、良导体、理想导体）

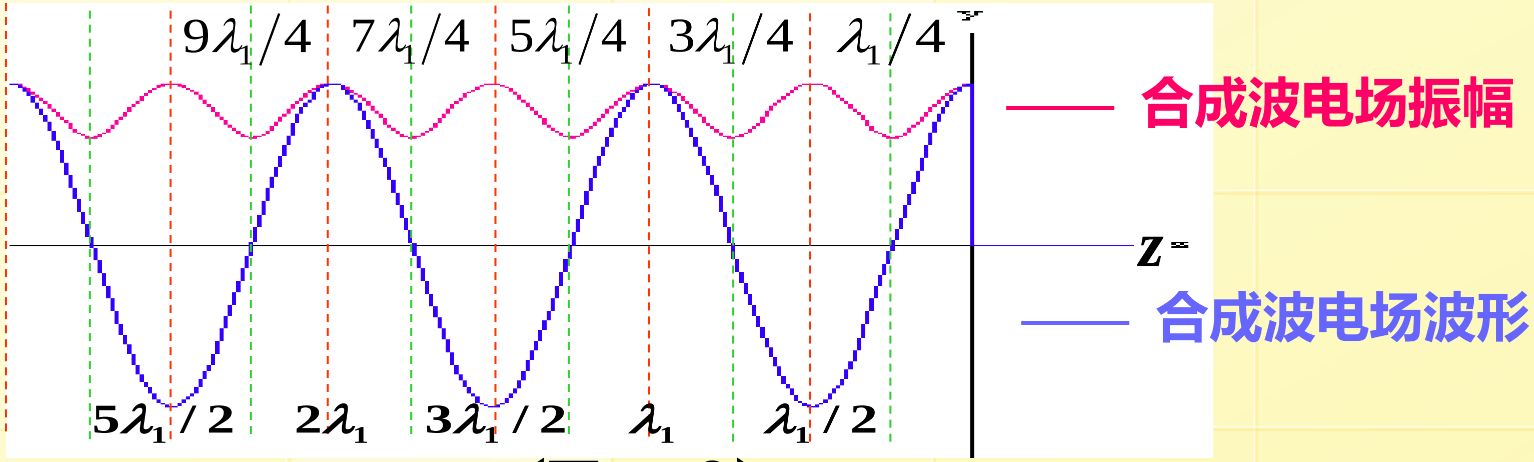
导电介质损耗对应的复介电常数：$\varepsilon_c = \varepsilon - j\dfrac{\sigma}{\omega} = \varepsilon' - j\varepsilon''$

一般概念：相速、波长、波矢k（波数、相位常数）、频率（角频率）；

导电介质：色散、群速、传播常数$\gamma = jk_c = \alpha + j\beta$，其中$\alpha$为衰减常数、$\beta$为相位常数、趋肤深度

➢媒质中的行驻波：

$$\boldsymbol{E}_1(z)=\boldsymbol{a}_x E_{i0}e^{-j\beta_1 z}\left(1+\Gamma e^{2j\beta_1 z}\right)$$



$$(\Gamma>0)$$

注意：若反射系数大于0，在界面上出现行驻波电场的最大点

驻波比 驻波电场强度的最大值和最小值之比。

$$S=\frac{|E|_{\max}}{|E|_{\min}}=\frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

当 $\Gamma=0$ 时，$S=1$，为行波。

当 $\Gamma=\pm 1$ 时，$S=\infty$，是纯驻波。

当 $0<|\Gamma|<1$时，$1<S<\infty$，为混合波。

S 越大，驻波分量越大，行波分量越小；

四、均匀平面电磁波在界面上的入射

平行极化情况
Vs
垂直极化情况

1）理想导体界面上的入射：　a）垂直入射；b）倾斜入射

2）理想介质界面上的入射：　a）垂直入射；

b）倾斜入射；

c）界面透射、反射的一般规律

3）多层电介质的情况：

a）了解总场波阻抗

b）两种无反射情况：

*半波介质窗口；　*四分之一波长阻抗变换器

四、均匀平面电磁波在界面上的入射

计算题的一般求解问题:

（1）入射波、反射波、透射波的电场和磁场表达式？叠加波的特征？

（2）平均能流密度？

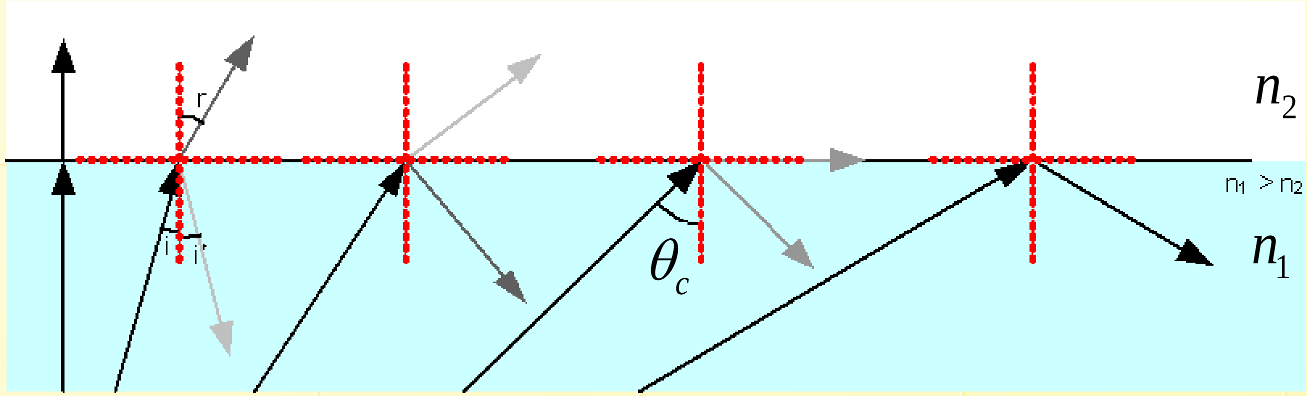
（3）反射系数？透射系数？（无须背记复杂公式）

（4）界面上的感应电流密度？感应电荷密度？（边界条件）

- 多层界面的零反射：

概念：总场波阻抗、$\frac{\lambda}{2}$介质窗、 $\frac{\lambda}{4}$阻抗变换器， 及其对应条件 【了解】

- 全反射



临界角

$$\theta_c = \arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$$

➢ 全透射（布儒斯特角）：

1）垂直极化波

$$\eta_2\cos\theta_{B\perp}-\eta_1\cos\theta_t=0 \quad \Rightarrow \quad \sin^2\theta_{B\perp}=\frac{1-\dfrac{\mu_1\varepsilon_2}{\mu_2\varepsilon_1}}{1-\left(\dfrac{\mu_1}{\mu_2}\right)^2}$$

非磁性介质：

垂直极化时不存在反射为零的布儒斯特角

2）平行极化波

$$\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_{B//}=0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin^2\theta_{B//}=\frac{1-\dfrac{\mu_2\varepsilon_1}{\mu_1\varepsilon_2}}{1-\left(\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2}}$$

结论（非磁性介质）：
平行极化时可发生全透射现象，
此时入射角称为布儒斯特角。

$$\boxed{\theta_{B//}=\arctan\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

从介质1入射到介质2

一、什么是均匀波导？导波方程？ $\nabla_t^2 \boldsymbol{E}(x,y) + k_{\mathrm{cut}}^2 \boldsymbol{E}(x,y) = 0$ 其中 $\gamma^2 + k^2 = k_{cut}^2$

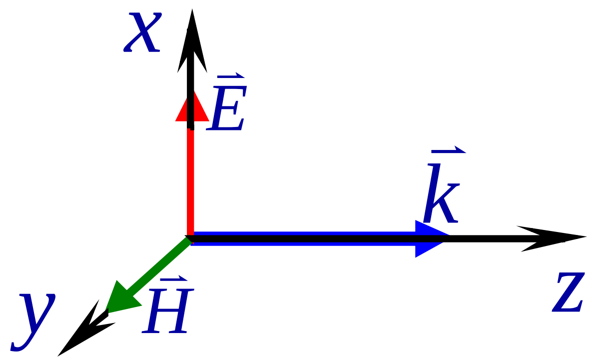
$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}(x,y)e^{-\gamma z}$$

$\gamma^2 < 0$	$\boldsymbol{\gamma = j\beta}$	$\mathrm{E}(x,y,z) = \mathrm{E}(x,y)e^{-j\beta z}$	传播状态 导波波长$\boldsymbol{\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}}$
$\gamma^2 > 0$	$\boldsymbol{\gamma = \alpha}$	$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \boldsymbol{E}(x,y)e^{-\alpha z}$	截止状态
$\gamma^2 = 0$	$k_{cut} = k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ 截止波长$\lambda_{\mathrm{cut}} = \frac{2\pi}{\mathrm{k_{cut}}}$		临界状态

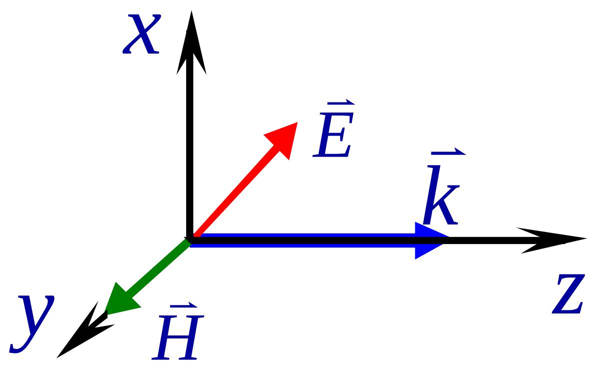
Chap5 导波

二、导波的求解（纵向分量求解法）、导波的传输特性【了解】

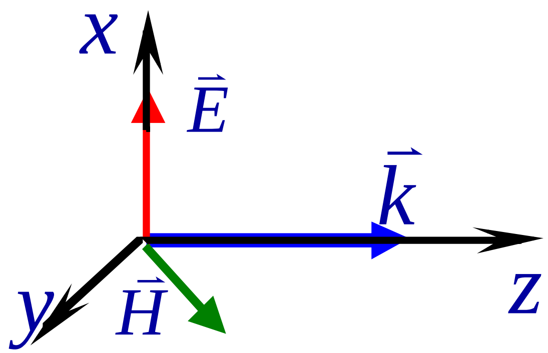
三、导波波型、及对应特征



TEM波



TM波



TE波

四、矩形导波的分析 【了解】

考试可以不带计算器：

若有计算：

1）根式保留；

2）π保留；

3）真空介电系数、真空磁导率 保留。