第二章 运算放大器及其线性应用

——2.4 有源滤波器

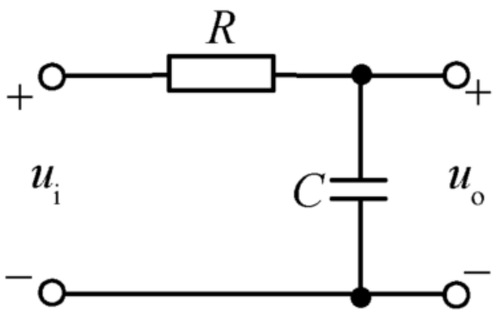
李泳佳
东南大学电子系国家ASIC工程中心
yongjia.li@outlook.com

本节内容

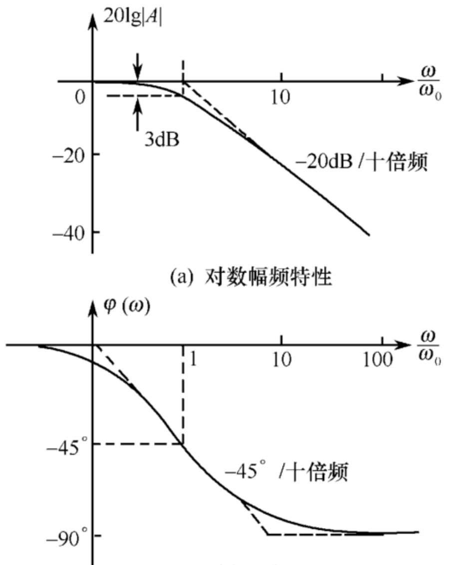
2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **频率响应：** 滤波电路的增益与频率的关系

- **幅度频率特性（幅频）：** 输入幅度固定，输出幅度随频率变化
- **相位频率特性（相频）：** 输出输入相位差随频率变化



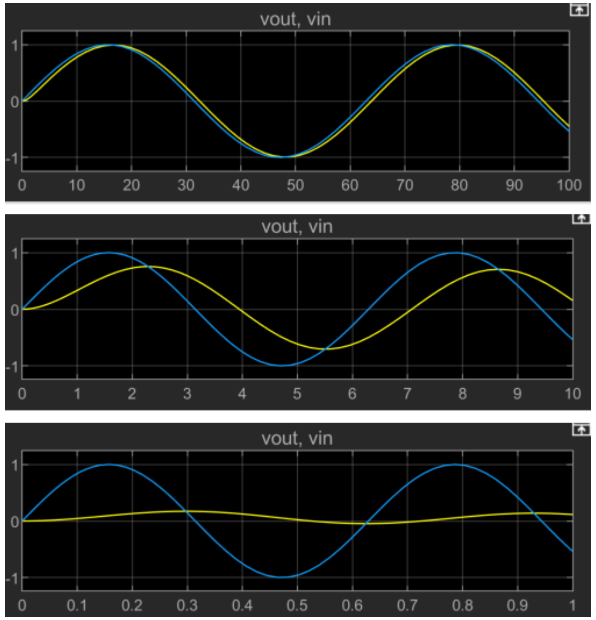
频域



(a) 对数幅频特性

(b) 对数相频特性

时域



$$\frac{\omega}{\omega_0} = 0.1$$

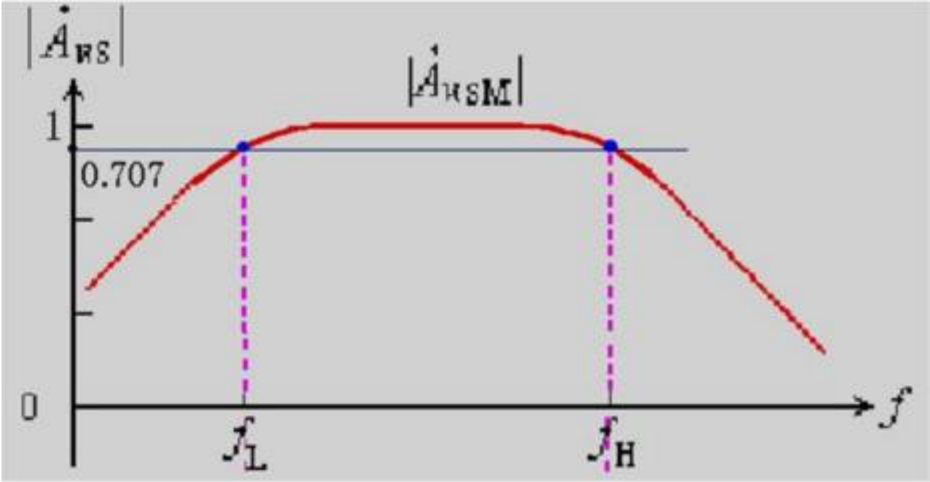
$$\frac{\omega}{\omega_0} = 1$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 10$$

2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **带通滤波幅频特性曲线：**

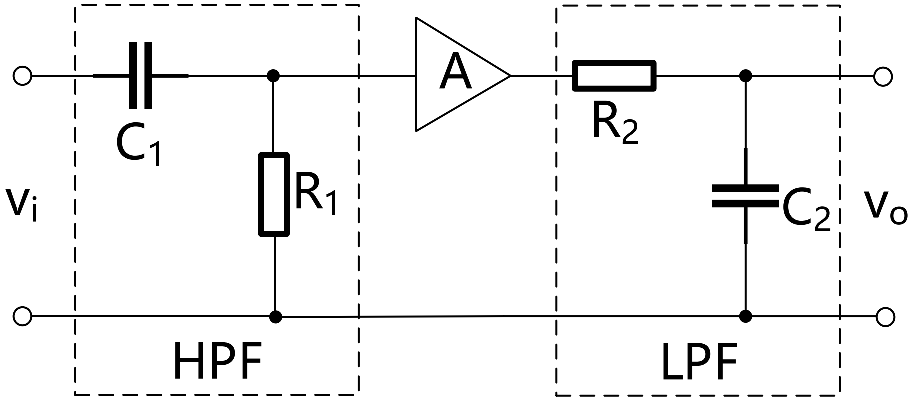
- $\dot{A}_{usm}$：中频放大倍数
- f_L：下限截止频率（下边频，半功率点）
- f_H：上限截止频率（上边频，半功率点）
- Δf：通频带



2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **通频带（波特图）：**

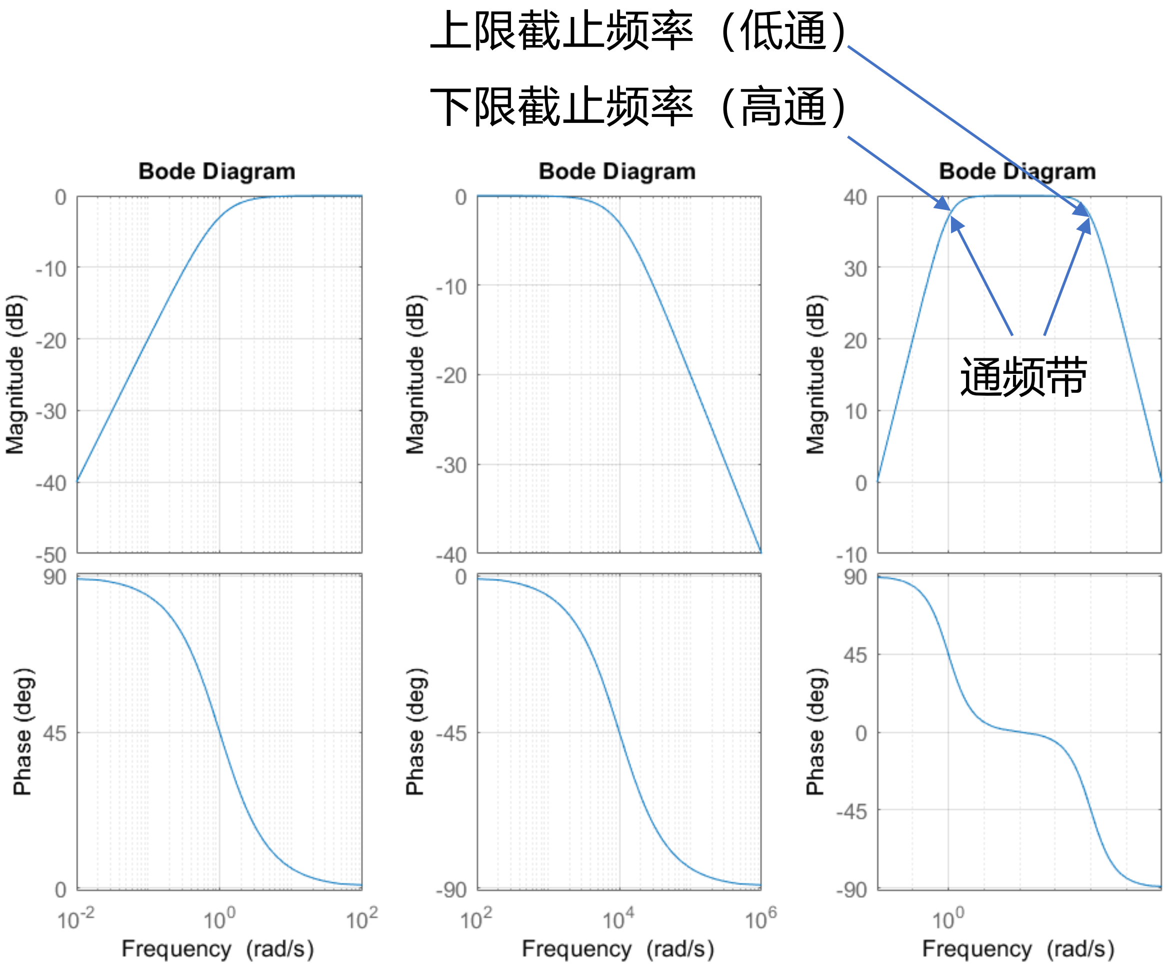
- 加入放大器，增益为A
- 表征放大器工作带宽




```
% MATLAB code:
clc
clear all
% hpf
num1 = [1 0];
den1 = [1 1];
% lpf
num2 = [1];
den2 = [1e-4 1];

hpf = tf(num1 , den1)
lpf = tf(num2 , den2)
A = 100;
bpf = A*hpf*lpf;

subplot(1,3,1)
bode(hpf)
grid on;
subplot(1,3,2)
bode(lpf)
grid on;
subplot(1,3,3)
bode(bpf)
grid on;
```



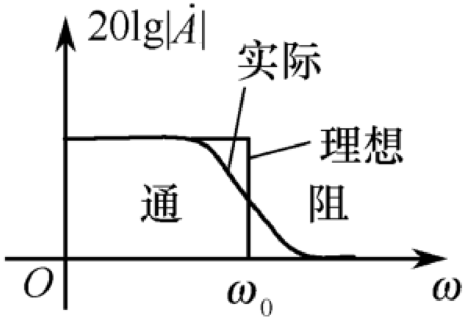
✓ **dB的优点：**

- 乘法变加法
- 人耳非线性响应与对数成正比

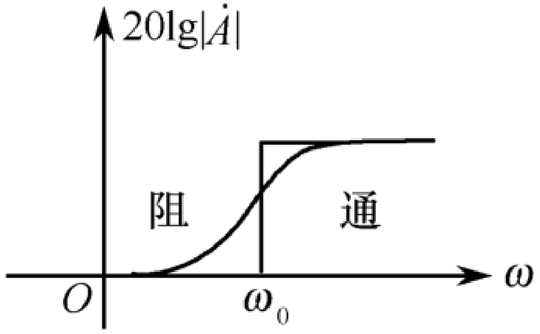
2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **滤波器的分类：**

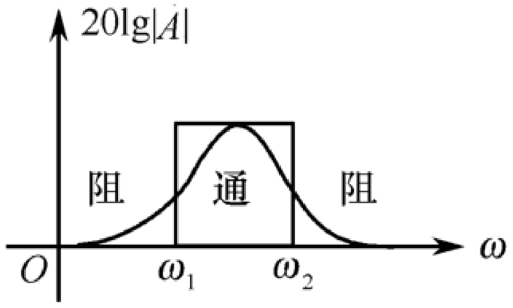
- 低通滤波（**Low Pass Filter**)
- 高通滤波（**High Pass Filter**)
- 带通滤波（**Band Pass Filter** ）
- 带阻滤波（**Band Elimination Filter** ）



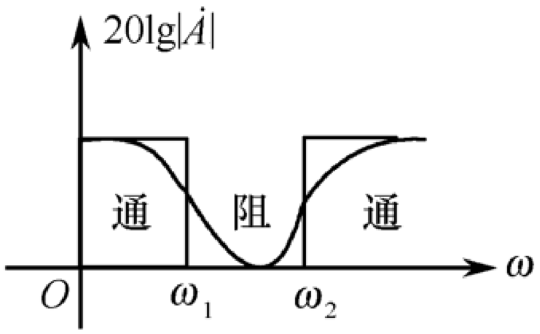
(a) 低通滤波器



(b) 高通滤波器



(c) 带通滤波器

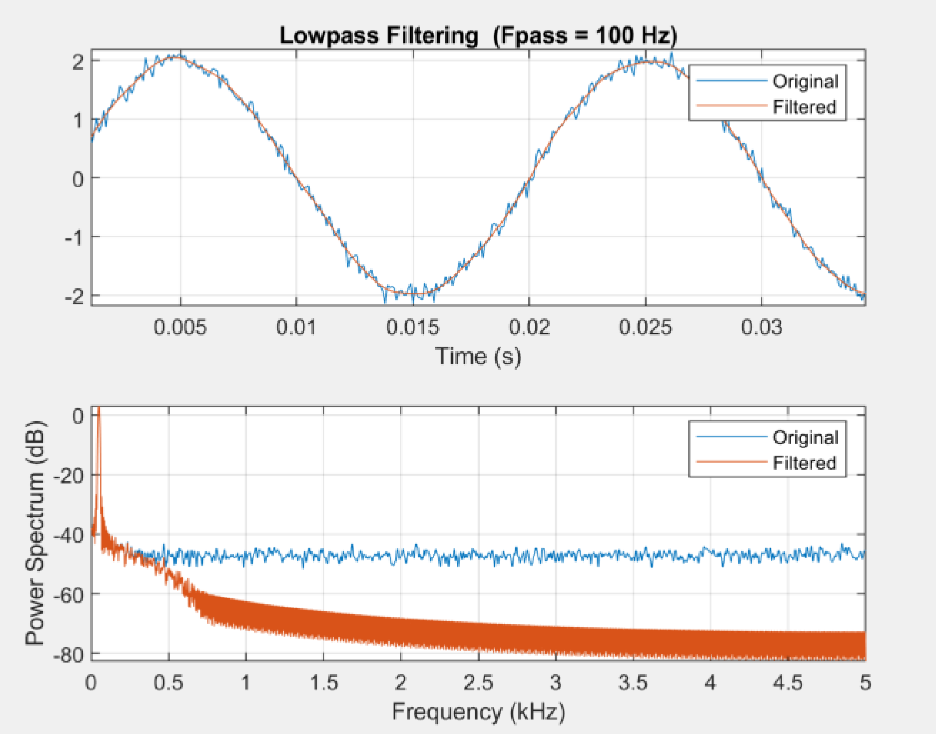


(d) 带阻滤波器

2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **滤波器的用途：**

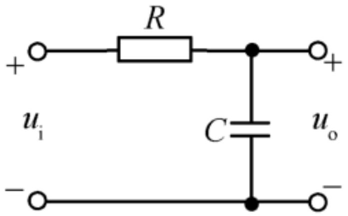
- 滤除信号中无用的频率成分
- 以低通滤波为例



2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **滤波器的传递函数：**低通滤波

一阶低通网络



$$A(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{1}{1+sRC}=\frac{\frac{1}{RC}}{s+\frac{1}{RC}}$$

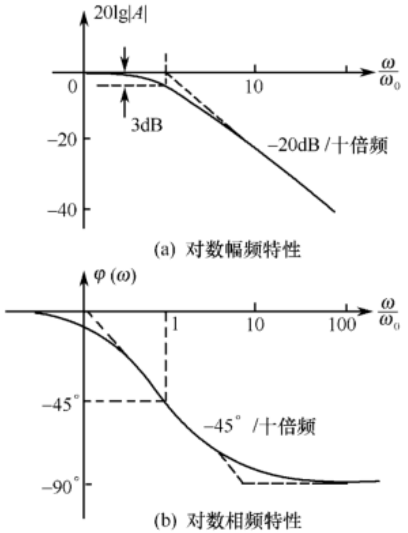
$$\omega_o=\frac{1}{RC}\Rightarrow A(s)=\frac{\omega_o}{s+\omega_o}$$ 截止频率

$$A(s)=\frac{\omega_0}{s+\omega_0}$$

$$|A(s)|=|A(j\omega)|=\left|\frac{\omega_0}{j\omega+\omega_0}\right|=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2+1}}$$

$$|A(s)|(dB)=-20\lg\left[\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2+1}\right]$$

$$\varphi=-\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$



(a) 对数幅频特性

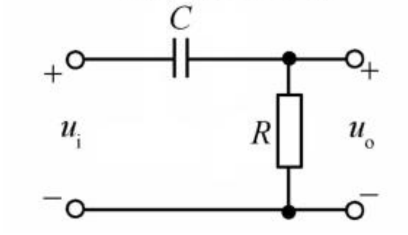
(b) 对数相频特性

2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **滤波器的传递函数：**

- 高通滤波

一阶高通网络

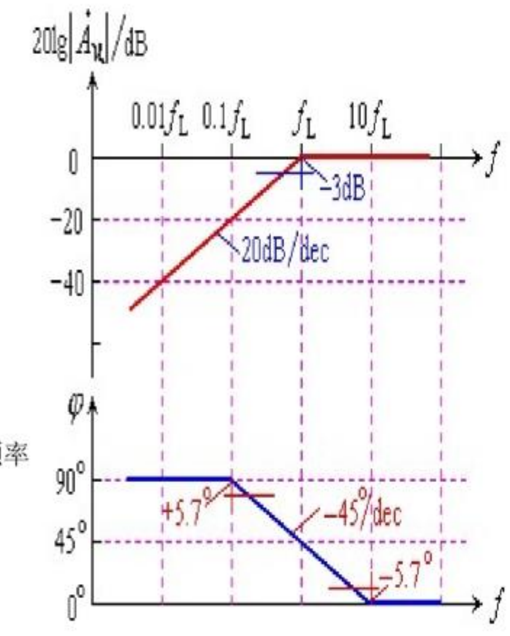


$$A(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{R}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{s}{s+\frac{1}{RC}}$$

$$\omega_o=\frac{1}{RC}\Rightarrow A(s)=\frac{s}{s+\omega_o}$$ 截止频率

$$|A(s)|(\mathrm{dB})=-20\lg\left[\sqrt{1+\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}\right]$$

$$\varphi=\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

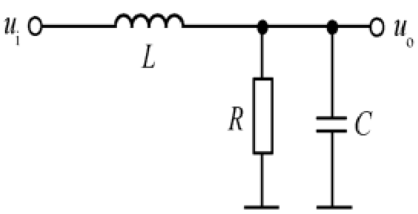


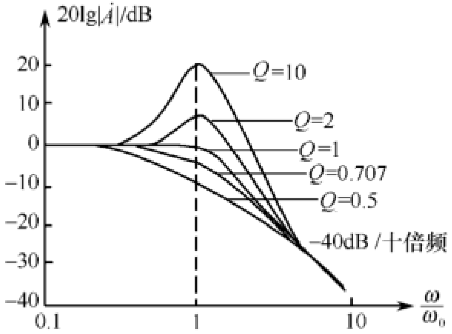
2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **滤波器的传递函数：**

- 二阶低通滤波
- 如何判断阶数?

二阶低通网络





$$A(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{R\|\frac{1}{sC}}{sL+R\|\frac{1}{sC}}=\frac{\frac{1}{LC}}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}}$$

$$\text{令}\ \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ Q=\omega_0 RC \quad \text{品质因数}$$

$$A(s)=\frac{\omega_0^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$$

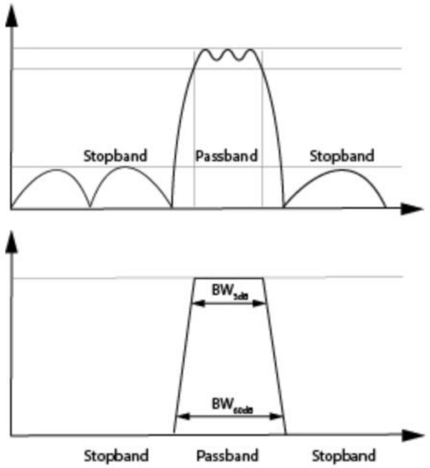
✓ **高阶网络特性：** n阶

- $A(s)=\frac{a_m s^m+a_{m-1}s^{m-1}+\cdots+a_0}{s^n+b_{n-1}s^{n-1}+\cdots+b_0}\ (m\le n)$
- 高阶滤波电路可由若干一阶、二阶滤波电路级联而成

2.4.1 滤波器的基本概念

✓ **滤波器的主要技术指标：**

- **截止频率：**-3dB点，半功率点
- **带宽：**Bandwidth
- **品质因数：**$Q = \frac{f_c}{\Delta f}$
- **纹波幅度:**
- **Shape factor:**



$$shape\ factor = \frac{BW_{60dB}}{BW_{3dB}}$$

2.4.2 一阶有源滤波电路

✓ **有源滤波相对无源滤波的优点：**

- 无电感，低频电感体积大，难集成，参数一致性大
- 体积更小，可做集成电路
- 频率特性不受负载影响

✓ **有源滤波相对无源滤波的缺点：**

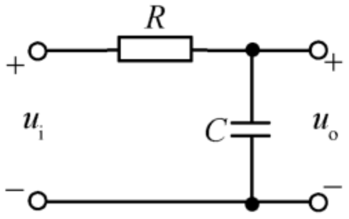
- 受运放速率限制，最大带宽有限
- 信号摆幅受运放电源电压限制
- 运放本身产生噪声
- 运放的非线性产生信号畸变

2.4.2 一阶有源滤波电路

✓ **无源滤波的频率特性受负载变化影响：**

不带载

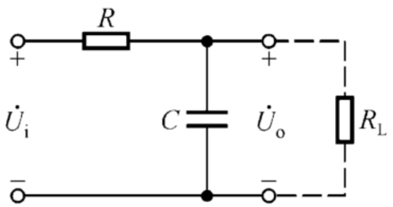
一阶低通网络



$$A(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{1}{1+sRC}=\frac{\frac{1}{RC}}{s+\frac{1}{RC}}$$

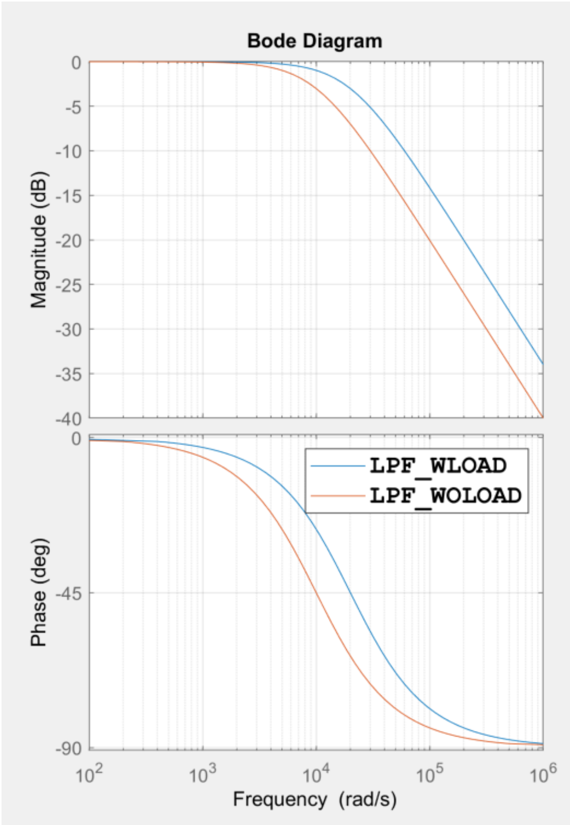
$$\omega_o=\frac{1}{RC}\Rightarrow A(s)=\frac{\omega_o}{s+\omega_o}$$ 截止频率

带载



$$A(s)=\frac{R_L//\frac{1}{sC}}{R+(R_L//\frac{1}{sC})}=\frac{A}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

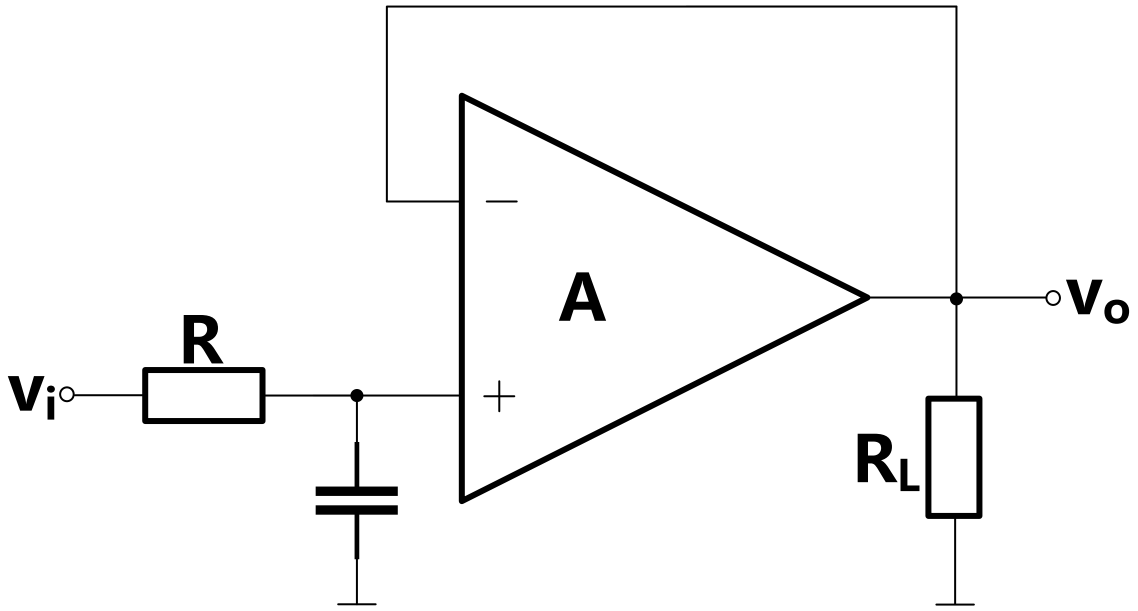
$$A=\frac{R_L}{R+R_L},\quad \omega_0=\frac{1}{C(R_L//R)}$$



2.4.2 一阶有源滤波电路

✓ **有源滤波利用运放隔离输入输出：**

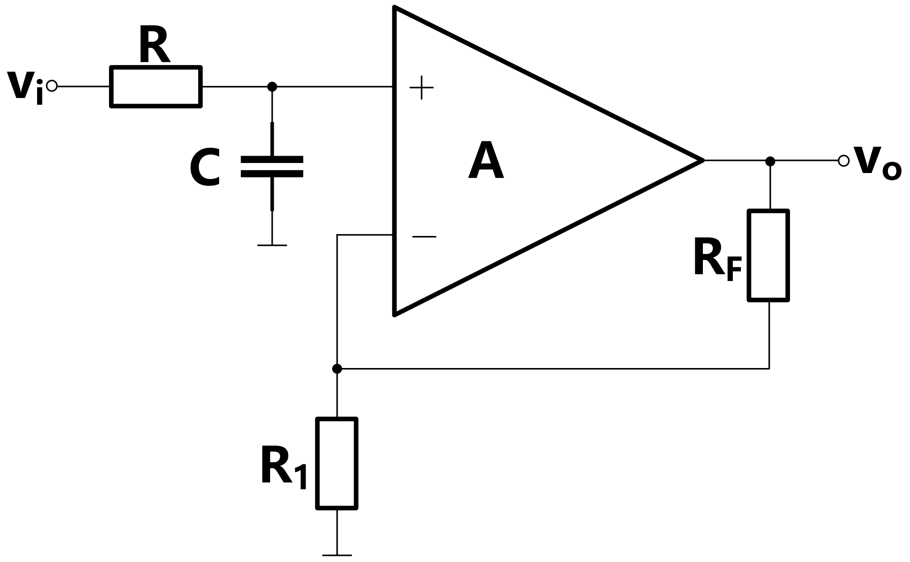
- **虚断：**电压运放输入阻抗无穷大
- **虚短：**电压跟随器，输出阻抗无穷小



2.4.2 一阶有源滤波电路

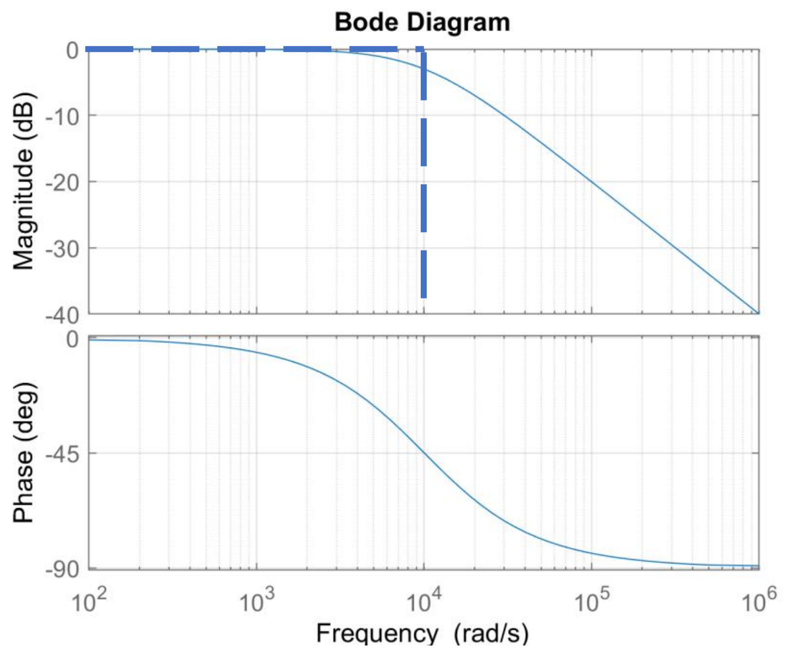
✓ **有源滤波利用运放产生增益：**

- **输入：** RC低通滤波
- **输出：** 同相比例运算电路
- **阻带衰减：** -20dB/dec，距**理想LPF**差距较大



$$A(s)=\frac{v_i(s)}{v_o(s)}=\frac{A}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

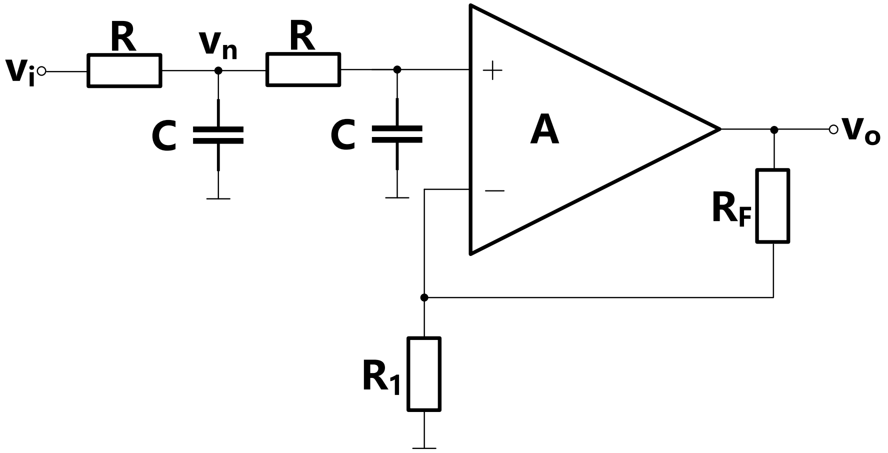
$$A=\frac{R_F+R_1}{R_1},\quad \omega_0=\frac{1}{RC}$$



2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ **二阶有源滤波器：**

- **输入：级联**RC低通滤波，**-40dB/十倍频，选频特性更好**
- **输出：**同相比例运算电路

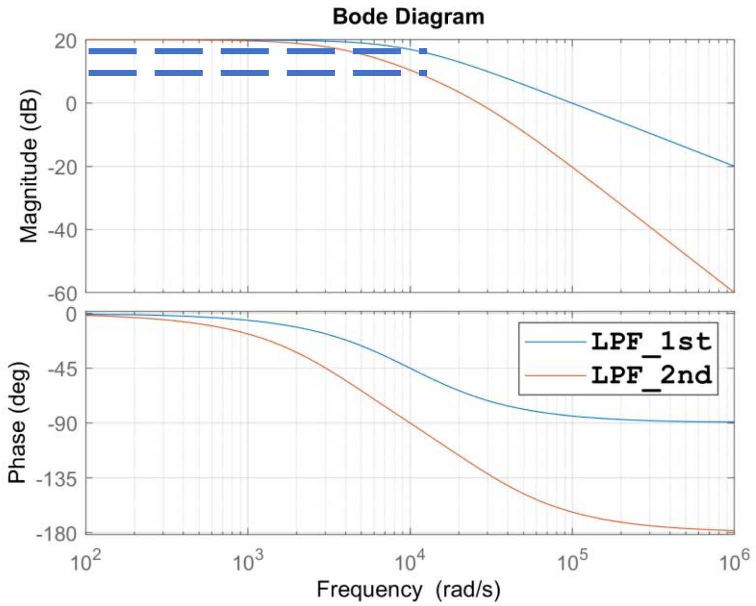


$$A=\frac{R_F+R_1}{R_1},\quad A(s)=Av_+(s)$$

$$v_+(s)=v_n(s)\frac{1}{1+sCR}$$

$$v_n(s)=\frac{\frac{1}{sC}//(R+\frac{1}{sC})}{R+[\frac{1}{sC}//(R+\frac{1}{sC})]}$$

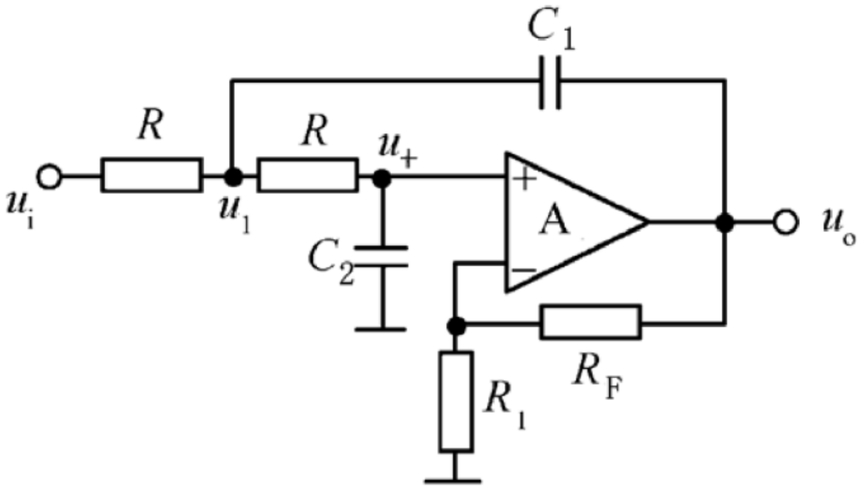
$$A(s)=\frac{A}{1+3sRC+(sRC)^2}$$



2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ **二阶压控低通有源滤波器：**

- **输入：跨接**C到输出，引入正反馈
- **输出：**同相比例运算电路
- 该滤波器通带增益应该小于3，才能稳定工作



KCL：

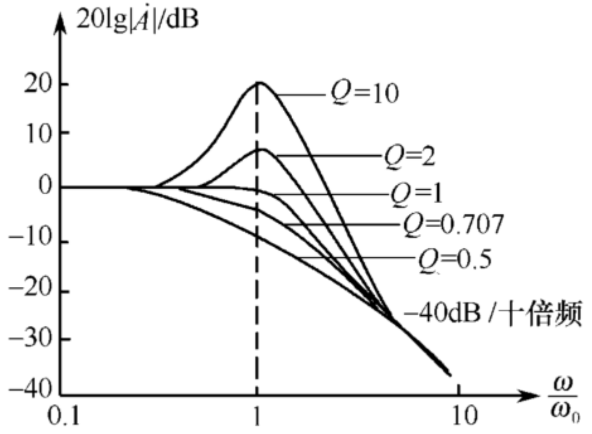
$$\frac{U_i(s)-U_1(s)}{R}=\frac{[U_1(s)-U_o(s)]}{1/sC}+\frac{U_1(s)-U_+(s)}{R}$$

传递函数：

$$U_o(s)=A_uU_+(s)$$

$$U_+(s)=U_1(s)\frac{1/sC}{1/sC+R}$$

$$\dot{A}_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_u}{1+(3-A_u)sCR+(sCR)^2}$$



2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ **二阶压控低通有源滤波器：**

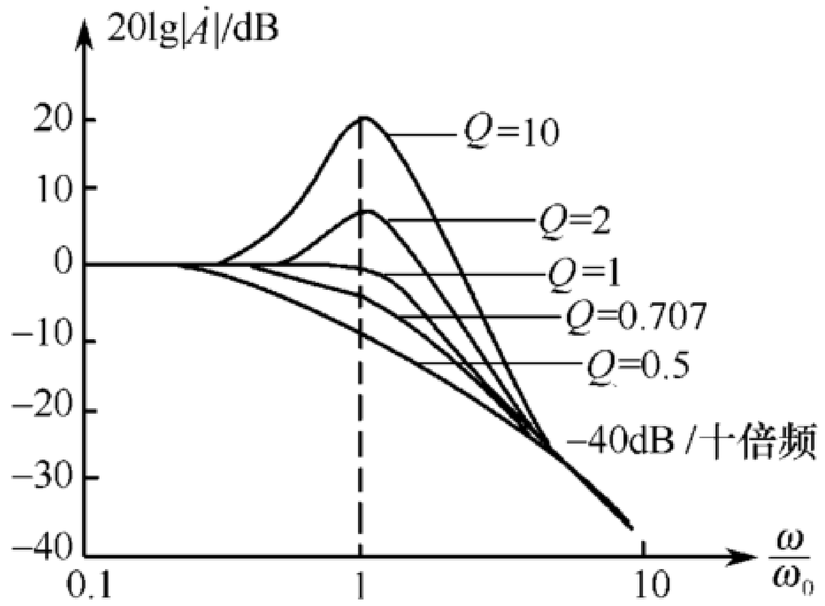
$$\dot{A}_u(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{A_u}{1+(3-A_u)sCR+(sCR)^2}$$

$$\Rightarrow \dot{A}_u=\frac{A_u}{1-(\frac{f}{f_0})^2+\mathrm{j}(3-A_u)\frac{f}{f_0}}$$

当 $f=f_0$ 时 $\quad \dot{A}_{u(f=f_0)}=\frac{A_u}{\mathrm{j}(3-A_u)}$

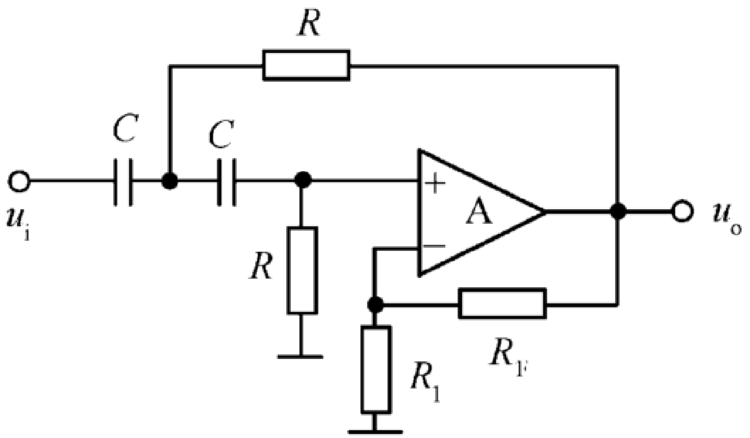
定义有源滤波器的等效品质因数Q值

$$Q=\frac{1}{3-A_u} \qquad \dot{A}_u(f)=\frac{A_u}{1-(\frac{f}{f_0})^2+\mathrm{j}\frac{1}{Q}\frac{f}{f_0}}=-jQA_u\Big|_{f=f_0}$$

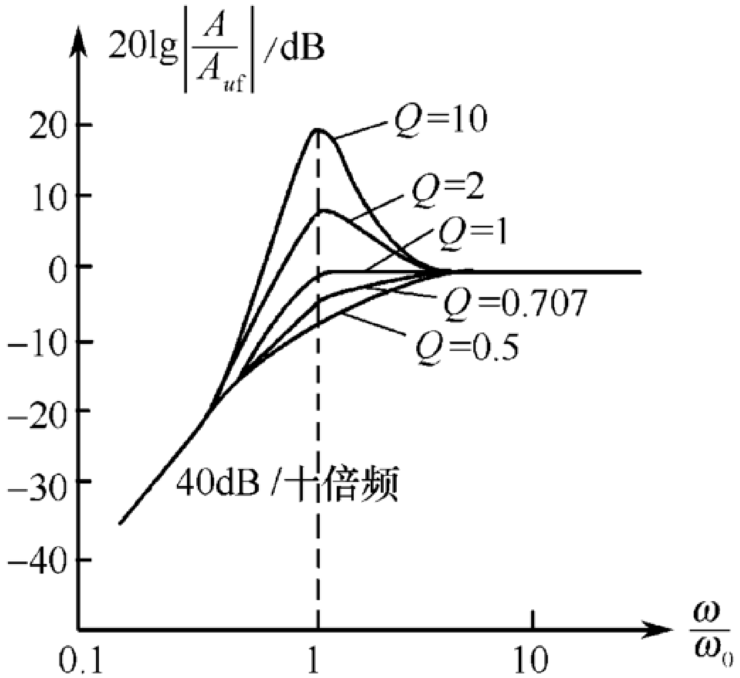


2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ **二阶压控高通有源滤波器：**



(a) 电路图



(b) 对数幅频特性

2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ 二阶压控高通有源滤波器：

- 通带增益：

$$A_u = 1 + \frac{R_F}{R_1}$$

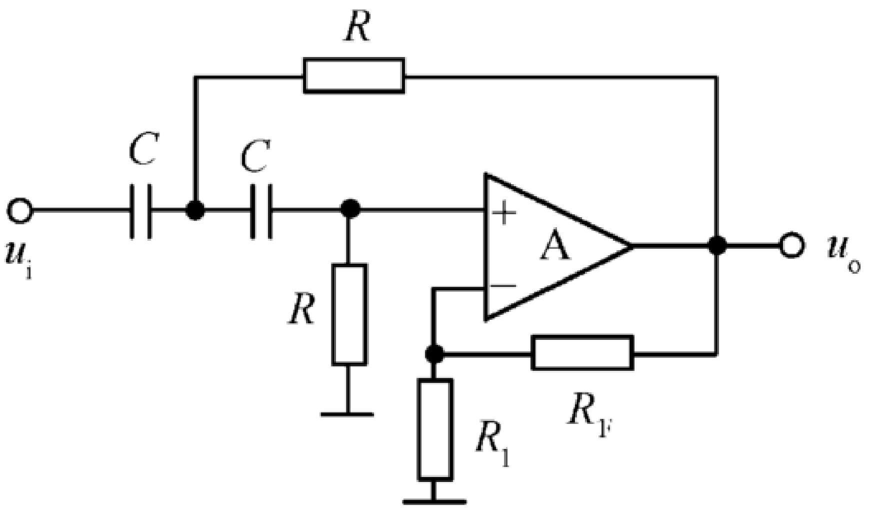
- 传递函数：

$$A(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{(sCR)^2 A_u}{1 + (3 - A_u)sCR + (sCR)^2}$$

- 频率响应：

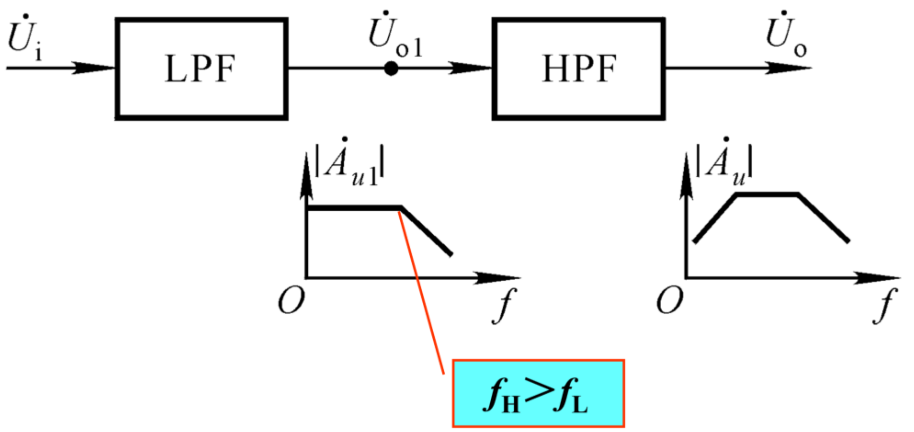
$$\dot{A}_u = \frac{A_u}{1 - (\frac{f_0}{f})^2 + j\frac{1}{Q}(\frac{f_0}{f})}$$

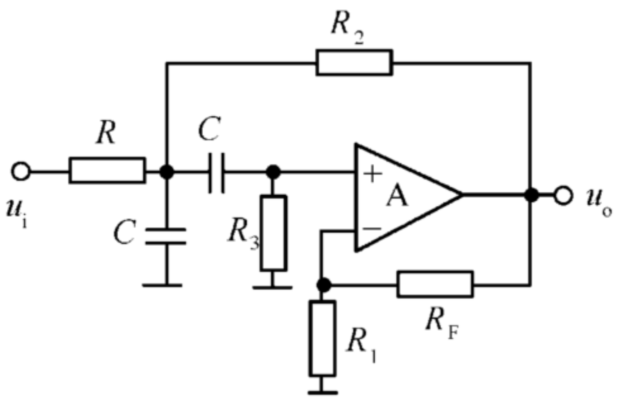
$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}, \quad Q = \frac{1}{3 - A_u}$$



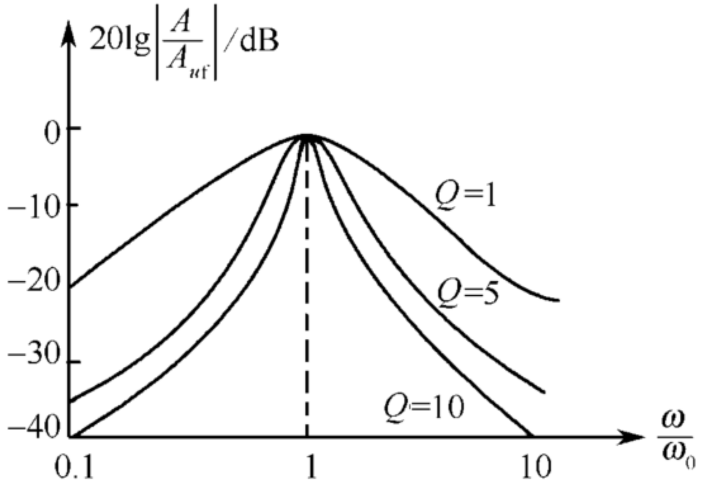
2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ **二阶带通有源滤波器：**





(a) 电路图



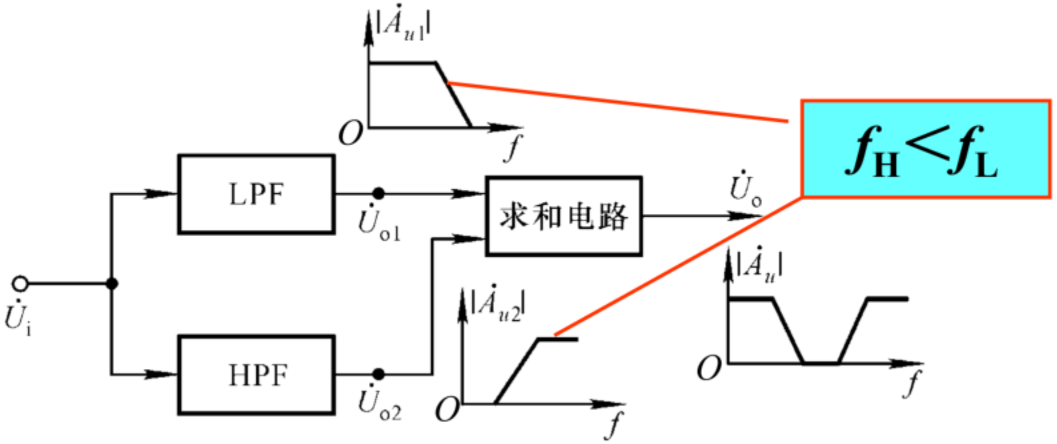
(b) 对数幅频特性

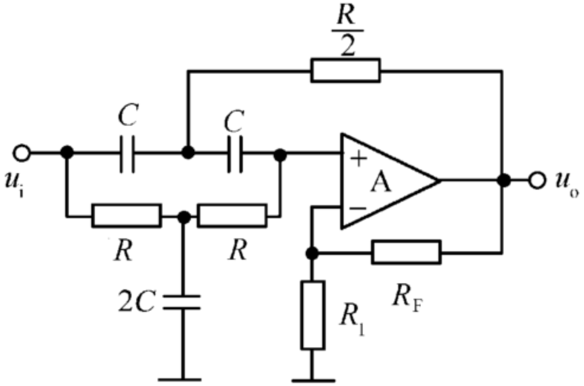
$$\dot{A} = \frac{A_o}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega})} \qquad BW = \frac{\omega_o}{2\pi Q} = \frac{f_o}{Q}$$

$$\text{其中}\ \omega_o = \frac{1}{RC} \qquad Q = \frac{1}{3 - A_{uf}} \qquad A_o = \frac{A_{uf}}{3 - A_{uf}}$$

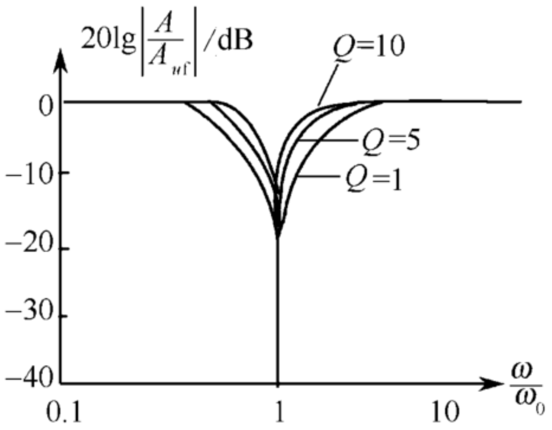
2.4.3 二阶有源滤波电路

✓ **二阶带阻有源滤波器：**





(a) 电路图



(b) 对数幅频特性

$$\dot{A} = \frac{A_{uf}\left[1+\left(\frac{j\omega}{\omega_o}\right)^2\right]}{1+\frac{1}{Q}\frac{j\omega}{\omega_o}+\left(\frac{j\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

其中$A_{uf}=1+\dfrac{R_F}{R_1}$

$$\omega_o=\frac{1}{RC}$$

$$Q=\frac{1}{4-2A_{uf}}$$

第二章小节

2.1 放大器基本指标：放大倍数、输入阻抗、输出阻抗、通频带

2.2 集成运算放大器：组成模块、极性、共模、差模、共模抑制比、虚断、虚短

2.3 运放运算电路：开环、闭环、比例运算、加减运算、微分积分运算

2.4 有源滤波器：频响、通频带增益、截止频率、无/有源滤波、一/二阶滤波