库仑定律

高斯定理

环路定理

电磁感应定律

涡旋电场假说

安培定律

毕萨定律

环路定理

高斯定理

位移电流假说

麦克斯韦电磁理论

真空vs介质

静态vs波动

无界vs有界

电场vs磁场
电位vs磁位

by 06218626

电磁场与电磁波

- 导行电磁波
- 矢量分析
  - 标量场和矢量场
  - 矢量场的散度
  - 矢量场的旋度
  - 标量场的方向导数和梯度
  - 散度定理和斯托克斯定理
  - 亥姆霍兹定理
  - 格林定理
- 电磁场的基本规律
  - 电荷与电荷分布
  - 电流与电流密度
  - 电流连续性方程
  - 库仑定律
  - 电场强度公式
  - 安培力定律
  - 磁感应强度
- 静态电磁场及其边值问题
  - 恒定电场的基本方程
  - 静电场的电位函数和边界条件
  - 静电能量和电场力
  - 恒定磁场的基本方程
  - 恒定磁场的磁位函数和边界条件
  - 恒定磁场的能量和磁场力
- 时变电磁场
  - 电磁场的波动方程
  - 电磁场能量守恒定律
    - 电场与磁场能量密度之和
  - 坡印廷定理
    - 电磁能量守恒
  - 电磁场的位函数
    - 矢量位
    - 标量位
    - 达朗贝尔方程
  - 麦克斯韦方程组
  - 亥姆霍兹方程
  - 时谐场的位函数和时谐麦克斯韦方程组
  - 时谐场位函数
    - 矢量位和标量位
    - 洛伦兹条件
    - 达朗贝尔方程
  - 边界条件的独立性与相关性
- 均匀平面波在无界空间传播
  - 理想介质中均匀平面波的传递参数
    - 周期
    - 频率
    - 波长
    - 波数
    - 相速度
    - 波阻抗
  - 理想介质中均匀平面波的能量密度
    - 电磁能量密度
    - 瞬时坡印廷矢量
    - 平均坡印廷矢量
  - 电磁波的极化
    - 线极化
    - 圆极化
    - 椭圆极化
  - 导电介质中均匀平面波的传播
    - 电场的复数形式
    - 衰减常数、相位常数、本征阻抗
    - 电场和磁场的瞬时形式
    - 导电媒质中的坡印廷矢量
    - 弱电媒质
    - 良导体
  - 群速
    - 与相速度的关系
- 均匀平面波的反射与透射
  - 对理想导体平面的垂直入射
    - 驻波解
    - 波节和波腹
    - 驻波的能量交换
  - 对理想介质分界面的垂直入射
    - 反射系数
    - 透射系数
    - 合成波的电场和磁场
    - 合成波极大值的位置
    - 驻波系数
  - 垂直极化波对理想导体表面的斜入射
    - 合成波的传播方向
    - 合成波的振幅方向
    - 非均匀平面波
  - 平行极化波对理想导体表面的斜入射
    - 合成波的传播方向
    - 合成波的振幅方向
  - 斯耐尔定律
    - 反射定律
    - 折射定律
  - 极化波的反射系数和透射系数
    - 垂直极化波
    - 平行极化波
  - 全反射
    - 临界角
    - 透射波的振幅特性
  - 全透射
    - 布鲁斯特角
    - 发生全透射的条件

Chap1 数学基础

1）梯度算子（纳布拉算子） $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

2）梯度、散度（通量）、旋度（环量）

3）高斯公式（面积分转为体积分）、
斯托克斯公式（线积分转为面积分）

4）两个零恒等式、亥姆霍兹定理

Chap2 时变电磁场

1) 麦克斯韦方程组

2) 电磁场边界条件

3) 坡印亭定理

4) 时变电磁场的位函数

2.2.2 麦克斯韦方程组

微分形式		积分形式
$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$	电磁感应定律	$\oint_{C}\mathrm{E}\cdot\mathrm{d}l=-\int_{S}\dfrac{\partial\mathrm{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}s$
$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$	全电流定律	$\oint_{C}\mathrm{H}\cdot\mathrm{d}l=\int_{S}(\mathrm{J}+\dfrac{\partial\mathrm{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}s$
$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$	高斯定理	$\oint_{\mathrm{S}}\mathrm{D}\cdot\mathrm{d}s=\int_{v}\rho\mathrm{d}v$
$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$	磁通连续性原理	$\oint_{\mathrm{S}}\mathrm{B}\cdot\mathrm{d}s=0$

- 各方程的独立性

如果把电流连续性方程当作基本方程，只有两个旋度方程独立

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$

- 辅助方程（本构关系）

$$\boxed{\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}}\quad\boxed{\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}}\quad\boxed{\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}}$$

简单媒质：线性、各向同性、均匀

2.3.2 边界条件的独立性

$$\boldsymbol{a}_n \times (\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1) = 0$$

$$\boldsymbol{a}_n \times (\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{H}_1) = \boldsymbol{J}_s$$

$$\boldsymbol{a}_n \cdot (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_1) = \rho_S$$

$$\boldsymbol{a}_n \cdot (\boldsymbol{B}_2 - \boldsymbol{B}_1) = 0$$

$$\oint_C \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{s}$$

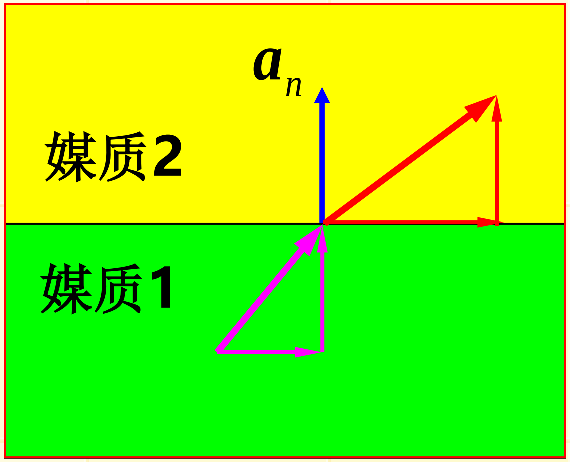
$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S (\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}) \cdot d\boldsymbol{s}$$

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{s} = \int_v \rho dv$$

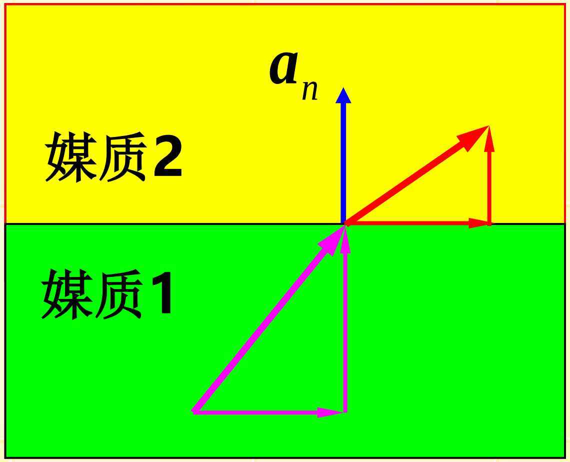
$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = 0$$

2.3.3 两种常见情况的边界条件

➢ **1）两种无损耗(理想)媒质的边界**



$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{B}$ 的法向分量连续



$\boldsymbol{E}$ 、$\boldsymbol{H}$ 的切向分量连续

在两种理想介质分界面上，
没有面电荷和面电流，
即J_S＝0、ρ_S＝0

$$\boldsymbol{a}_n \times (\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1) = 0$$

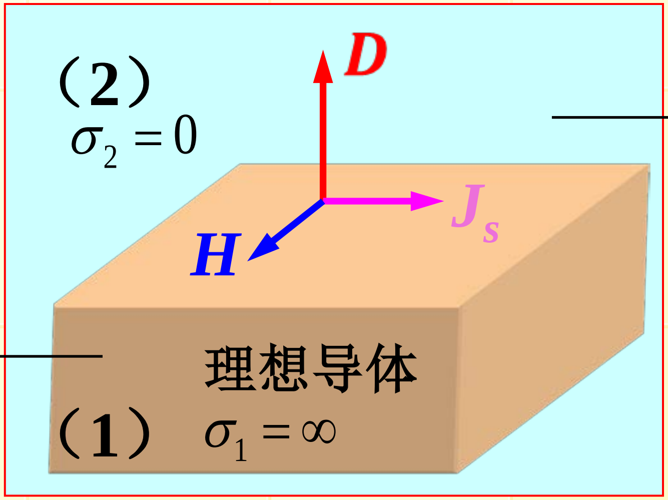
$$\boldsymbol{a}_n \times (\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{H}_1) = 0$$

$$\boldsymbol{a}_n \cdot (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_1) = 0$$

$$\boldsymbol{a}_n \cdot (\boldsymbol{B}_2 - \boldsymbol{B}_1) = 0$$

2）理想介质和理想导体的边界

$$E_{1t}=0$$
$$H_{1t}=0$$
$$D_{1n}=0$$
$$B_{1n}=0$$



$$E_{2t}=0$$
$$H_{2t}=J_s$$
$$D_{2n}=\rho_s$$
$$B_{2n}=0$$

时变电磁场不可能进入理想导体内部

$$\boldsymbol{a}_n\times(\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1)=0 \qquad \boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E}_2=0$$

$$\boldsymbol{a}_n\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)=\boldsymbol{J}_s \qquad \boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H}_2=\boldsymbol{J}_s$$

$$\boldsymbol{a}_n\cdot(\boldsymbol{D}_2-\boldsymbol{D}_1)=\rho_s \qquad \boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{D}_2=\rho_s$$

$$\boldsymbol{a}_n\cdot(\boldsymbol{B}_2-\boldsymbol{B}_1)=0 \qquad \boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{B}_2=0$$

能流密度、坡印廷矢量（结合chap4时谐场复数表示）

2.5 时变电磁场位函数

定义

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$$

重在理解，
考试不涉及计算
推导和背默公式

洛伦兹规范

$$\boxed{\nabla \cdot \boldsymbol{A} + \mu\varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} = 0}$$

位函数波动方程（达朗贝尔方程）

矢量位*A*的非齐次波动方程

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{A} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu \boldsymbol{J}}$$

标量位*V*的非齐次波动方程

$$\boxed{\nabla^2 V - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}}$$

Chap 3 静态场

1、求带电体系的电场、磁场、电位分布

2、求带电体系的电容~~（电感）~~

3、电介质、磁介质的极化、磁化

Chap 4 时谐场

1、时谐场的复振幅（相量）表达

2、均匀平面电磁波的极化、传播

3、均匀平面电磁波的界面反射、透射特性

全反射（临界角）、全透射（布鲁斯特角）

时谐场的相量表示（复数表示）

标量(分量)

$$E_x = \mathrm{Re}[E_{xm} e^{j(\omega t+\varphi_x)}] = \mathrm{Re}[\dot{E}_{xm} e^{j\omega t}]$$

$$E_y = \mathrm{Re}[E_{ym} e^{j(\omega t+\varphi_y)}] = \mathrm{Re}[\dot{E}_{ym} e^{j\omega t}]$$

$$E_z = \mathrm{Re}[E_{zm} e^{j(\omega t+\varphi_z)}] = \mathrm{Re}[\dot{E}_{zm} e^{j\omega t}]$$

相量（复振幅）

$$\dot{E}_{xm} = E_{xm} e^{j\varphi_x}$$

$$\dot{E}_{ym} = E_{ym} e^{j\varphi_y}$$

$$\dot{E}_{zm} = E_{zm} e^{j\varphi_z}$$

矢量

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{a}_x E_x + \boldsymbol{a}_y E_y + \boldsymbol{a}_z E_z$$

$$= \boldsymbol{a}_x \mathrm{Re}[\dot{E}_{xm} e^{j\omega t}] + \boldsymbol{a}_y \mathrm{Re}[\dot{E}_{ym} e^{j\omega t}] + \boldsymbol{a}_z \mathrm{Re}[\dot{E}_{zm} e^{j\omega t}]$$

$$= \mathrm{Re}[(\boldsymbol{a}_x \dot{E}_{xm} + \boldsymbol{a}_y \dot{E}_{ym} + \boldsymbol{a}_z \dot{E}_{zm}) e^{j\omega t}] \quad = \mathrm{Re}[\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t}]$$

矢量相量 $\dot{\boldsymbol{E}}_m = \boldsymbol{a}_x \dot{E}_{xm} + \boldsymbol{a}_y \dot{E}_{ym} + \boldsymbol{a}_z \dot{E}_{zm}$

- 时谐场对时间的导数

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{Re}[\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t}]=\mathrm{Re}[\frac{\partial}{\partial t}(\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t})]$$

$$=\mathrm{Re}[j\omega\dot{\boldsymbol{E}}_m e^{j\omega t}]$$

$$\boldsymbol{E} \Leftrightarrow \dot{\boldsymbol{E}}_m$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega\dot{\boldsymbol{E}}_m$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \Leftrightarrow (j\omega)^2\dot{\boldsymbol{E}}_m$$

……

- 时谐麦克斯韦方程组的矢量相量形式

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$

$\Rightarrow$

$$\nabla\times\dot{\boldsymbol{E}}_m=-j\omega\dot{\boldsymbol{B}}_m$$
$$\nabla\times\dot{\boldsymbol{H}}_m=\dot{\boldsymbol{J}}_m+j\omega\dot{\boldsymbol{D}}_m$$
$$\nabla\cdot\dot{\boldsymbol{D}}_m=\dot{\rho}_m$$
$$\nabla\cdot\dot{\boldsymbol{B}}_m=0$$

$\Rightarrow$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-j\omega\boldsymbol{B}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+j\omega\boldsymbol{D}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$

➢ 复坡印亭矢量

1、瞬时坡印亭矢量（瞬时的电磁功率流密度）：

$$\boldsymbol{S}(t)=\boldsymbol{E}(t)\times\boldsymbol{H}(t)$$

2、平均坡印亭矢量（平均功率流密度）：

$$\boldsymbol{S}_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T\boldsymbol{S}(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T\boldsymbol{E}(t)\times\boldsymbol{H}(t)dt$$

对时谐场，平均坡印亭矢量可由场矢量的复数形式表示为：

$$\boldsymbol{S}_{av}=\mathrm{Re}[\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*]=\mathrm{Re}[\boldsymbol{S}]$$

其中，$\boldsymbol{S}$为复坡印亭矢量：

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*$$

代表复功率密度，实部为平均功率流密度【有功功率流密度】

4.1 时谐电磁场 $\vec{E} = Re\{\vec{E}(x,y,z)e^{j\omega t}\}$

一般形式

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -j\omega\boldsymbol{B}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + j\omega\boldsymbol{D}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$$

简单媒质

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -j\omega\mu\boldsymbol{H}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + j\omega\varepsilon\boldsymbol{E}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{H} = 0$$

简单、无源、无损媒质

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -j\omega\mu\boldsymbol{H}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon\boldsymbol{E}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{E} = 0$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{H} = 0$$

（齐次）亥姆霍兹方程
（Helmhotz Equations）

$$\left\{\begin{aligned} &\nabla^2\boldsymbol{E} + k^2\boldsymbol{E} = 0 \\ &\nabla^2\boldsymbol{H} + k^2\boldsymbol{H} = 0 \end{aligned}\right.$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{\omega}{v}$$

（k：传播常数）

均匀平面电磁波的传播：

1）无损介质中

2）导电介质中

（理想介质、低损耗介质、不良导体、良导体、理想导体）

（理解导电介质损耗对应的复介电常数）

均匀平面电磁波的极化：

1）线极化

2）圆极化（RCP、LCP）

3）椭圆极化

均匀平面电磁波的反射：

1）理想导体界面的反射：　a）垂直入射；b）倾斜入射

2）理想介质界面的反射：　a）垂直入射；

b）倾斜入射；

c）界面反射的一般规律

3）多层电介质的情况：

a）了解总场波阻抗、

b）两种无反射情况：

*半波介质窗口；　*四分之一波长阻抗变换器

全反射： 使透射角等于 $\frac{\pi}{2}$ 的入射角称为临界角。

$$\boxed{\theta_c = \arcsin\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}$$

大于临界角入射时，发生全反射，此时折射波表现为沿界面的表面波。折射角$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{t}}$为复数【折射定律、反射及透射系数公式依然成立】

➢ 布儒斯特角（全透射）：

1）垂直极化波

$$\eta_2 \cos\theta_{B\perp} - \eta_1 \cos\theta_t = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin^2\theta_{B\perp} = \frac{1-\dfrac{\mu_1\varepsilon_2}{\mu_2\varepsilon_1}}{1-\left(\dfrac{\mu_1}{\mu_2}\right)^2}$$

非磁性介质：
垂直极化时不存在反射为零的布儒斯特角

2）平行极化波

$$\eta_2 \cos\theta_t - \eta_1 \cos\theta_{B//} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin^2\theta_{B//} = \frac{1-\dfrac{\mu_2\varepsilon_1}{\mu_1\varepsilon_2}}{1-\left(\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2}}$$

结论（非磁性介质）：
平行极化时可发生全透射现象，此时入射角称为布儒斯特角。

$$\boxed{\theta_{B//} = \arctan\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

Chap 5 导波

5~6分【填空、选择题中出现】

要记住的公式?

考卷题型：

一、选择（10题*2分=20分）

二、填空（4+3+4+5+4+5+5=30分）

三、计算（静场8+10+10+7+反射15=50分）

Chap2 时变场（8+10+7分）

Chap3 静态场（7+8分）

Chap4 时谐场 （30+15+10分）

Chap5 导波 （>5分）

考试可以不带计算器（代入数值即可）