Table of Contents

Datos

```
%Archivo  G2-EderGomezdeSegura-XabiGandiaga.pdf

%Ejercicios Tema6.6 Ejer10 y 13

%Grado Ingeniería Informática
%Asignatura Algebra Lineal
%Curso 1 de Grado
%Grupo F-G2
%Título Tema 6.6 Ejercicios 10 y 13
%Alumnos Eder Gomez de Segura - Xabier Gandiaga
%Fecha 19 de Mayo 2016
```

Enunciado Ejercicio 10

```
%   Suponga que las sustancias radiactivas A y B tienen coeficientes
%   de decaimiento de .02 y .07, respectivamente. Si una mezcla de
%   estas dos sustancias en el tiempo t = 0 contiene MA gramos de A
%   y MB gramos de B, entonces un modelo para la  cantidad total y
%   de la mezcla presente en el tiempo t es y = MAe^.02t + MBe^.07t
%   (6)

%   Suponga que las cantidades iniciales MA, MB se desconocen,
%   pero que un científico puede medir la cantidad total presente
%   en diferentes tiempos y registra los siguientes puntos (ti, yi):
%   (10, 21.34), (11, 20.68), (12, 20.05), (14, 18.87) y (15,
%   18.30).

%   a. Describa un modelo lineal que pueda usarse para estimar
%   MA y MB.

%   b. [M] Encuentre la curva de mínimos cuadrados basada en (6).
```

Objetivos

```
%   Se nos presenta una serie de mediciones que se pueden cumplir
%   dentro de un espacio de tiempo determinado(medido en segundos)
%   de dos sustancias  radioactivas respecto a la masa(medida en
%   gramos) presente de estas en cada momento, masas que irán
%   reduciéndose gracias al decaimiento radioactivo.
%   Se pide encontrar un modelo lineal que pueda usarse para estimar
%   MA y MB y la curva de mínimos cuadrados que represente el
%   decaimiento gráficamente.
```

Metodología

```
%   Lo primero que se ha de hacer es identificar la ecuación en
%   cuestión que nos proporciona el ejercicio, ya que en un
%   principio suponemos que se trata de un problema que ha de
%   resolverse a partir del método de mínimos cuadrados.
%   En este caso la ecuación describe un modelo lineal porque
%   es lineal en los parámetros desconocidos, ergo, podemos
%   saber que necesitaremos calcular un vector de parámetro
%   [Beta0 Beta1].

%   El modelo lineal es el siguiente, y=XBeta+ Epsilon

%   Prescindiremos del vector residual (Epsilon) pues no es
%   necesario para el cálculo.

%   Para ejecutar el cálculo crearemos una matriz de diseño
%   X(denominado “X” en el código) a partir de la sustitución de
%   diferentes valores de “t” en la ecuación que se nos da.

%   También necesitaremos un vector de observación y (denominado
%   “Y” en el código) formado a partir de las diferentes “ yn” que
%   se encuentran en las coordenadas dadas por el ejercicio .
%   Es decir, será un vector de 5 filas que incluirá los 5 valores
%   de “ymasa” disponibles.

%   Si se quiere comprobar que el ejercicio necesita de un
%   acercamiento por mínimos cuadrados para resolverse se puede
%   reducir una matriz creada por la matriz de diseño expandida
%   por el vector de observación (denominado Matriz1 en el código).
%   Si el resultado de esta reducción es una matriz incompatible
%   se confirma que el ejercicio necesita del método de mínimos
%   cuadrados para resolverse.

%   La operación a realizarse para obtener los valores del vector
%   de parámetro es el siguiente:

%   Beta = (((Traspuesta de X)*X)^-1)* Traspuesta de X * Y

%   (“Beta=(((X')*X)^-1)*X'*Y”, en el código)
```

```
%   Esto nos proporcionará los valores del vector de parámetro
%   con los que crear la ecuación de la curva de mínimos
%   cuadrados a graficar.
```

Resultados

```
%   Los valores del vector de parámetro son

%   Beta =
%       19.9411
%       10.1015

%   Lo que significa que la ecuación de la curva de mínimos
%   cuadrados a graficar es

%   y=19.94e^-0,02t+10.10e^-0,07t
```

Análisis y Conclusiones

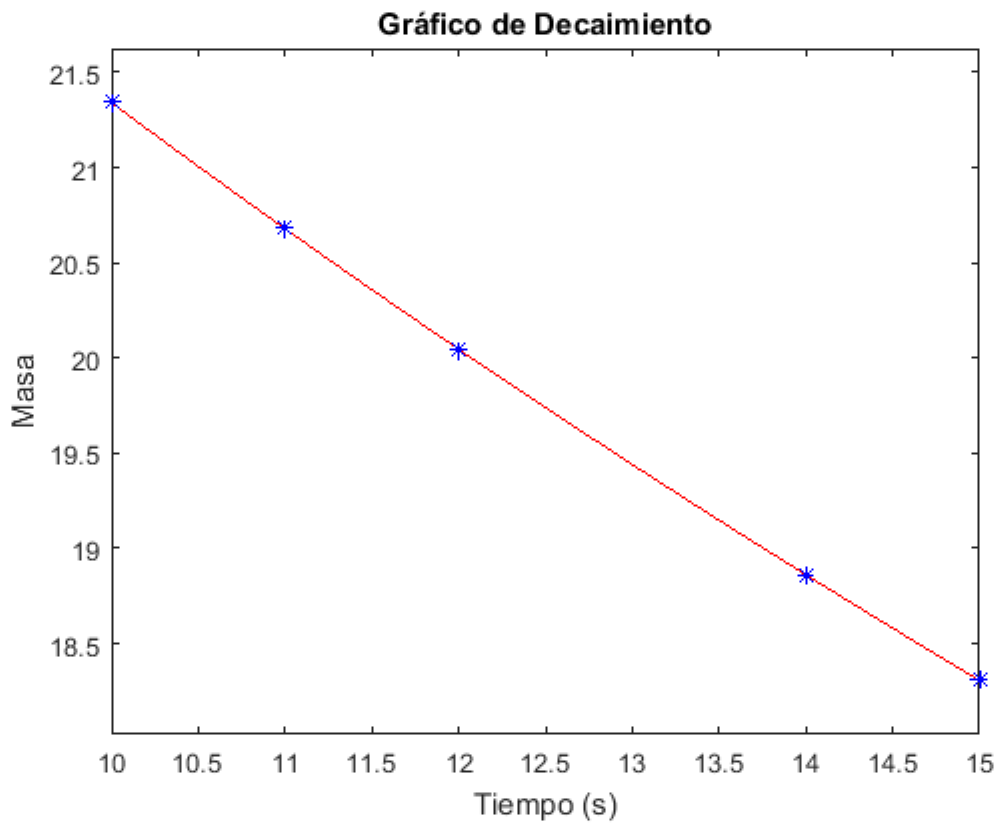
```
%   Como se puede observar en el gráfico que se ha creado a
%   partir del código, la curva de mínimos cuadrados estimará casi
%   perfectamente los valores de la masa total que se puedan pedir
%   de este ejercicio en función al tiempo transcurrido.
%   Esto se deduce a partir del visionado de la cercanía de las
%   mediciones de datos originales proporcionadas en el ejercicio
%   a la curva, pues las estimaciones que la función hace de las
%   mediciones físicas reales serán mejores cuanto más se acerque
%   la curva que representa la función a estas en el gráfico.

%   El que la curva se asemeje a una línea recta decayente significa
%   que representa un decaimiento a nivel atómico continuo, es decir,
%   una desintegración continua de la masa, pues la masa formada por
%   la suma de los dos elementos radioactivos seguirá decreciendo a
%   medida que avance el tiempo.
```

Código Ejercicio 10

```
clear /all
clc

X = [exp(-0.02*10) exp(-0.07*10); exp(-0.02*11) exp(-0.07*11);
 exp(-0.02*12) exp(-0.07*12); exp(-0.02*14) exp(-0.07*14);
 exp(-0.02*15) exp(-0.07*15)]
Y=  [21.34;20.68;20.05;18.87;18.30]

Matriz1 = [exp(-0.02*10) exp(-0.07*10) 21.34; exp(-0.02*11)
 exp(-0.07*11) 20.68; exp(-0.02*12) exp(-0.07*12) 20.05; exp(-0.02*14)
 exp(-0.07*14) 18.87; exp(-0.02*15) exp(-0.07*15) 18.39]

Tiempo = [10 11 12 14 15]

Gauss = rref(Matriz1)
```

```
Beta=(((X')*X)^-1)*X'*Y

i= 1;
while i < 6
    [y(i)] = Beta(1)*(exp(-0.02*Tiempo(i))) +
 Beta(2)*(exp(-0.07*Tiempo(i)));
    i = i+1;
end
y

syms x;
figure (1)
 h = ezplot('19.94*(exp(-0.02*x)) + 10.10*(exp(-0.07*x))', Tiempo);

set(h, 'color', 'r')
title('Gráfico de Decaimiento')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Masa')
hold on

plot(Tiempo,y,'*b')

hold off


X =

    0.8187    0.4966
    0.8025    0.4630
    0.7866    0.4317
    0.7558    0.3753
    0.7408    0.3499


Y =

   21.3400
   20.6800
   20.0500
   18.8700
   18.3000


Matriz1 =

    0.8187    0.4966   21.3400
    0.8025    0.4630   20.6800
    0.7866    0.4317   20.0500
    0.7558    0.3753   18.8700
    0.7408    0.3499   18.3900


Tiempo =
```

```
    10    11    12    14    15


Gauss =

     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1
     0     0     0
     0     0     0


Beta =

   19.9411
   10.1015


y =

   21.3427   20.6802   20.0472   18.8624   18.3076
```



Enunciado Ejercicio 13

```
%   Para medir el desempeño de un avión durante el despegue,se
%   midió su posición horizontal cada segundo, desde t = 0 hasta
%   t = 12. Las posiciones (en pies) fueron: 0, 8.8,29.9, 62.0,
%   104.7, 159.1, 222.0, 294.5, 380.4, 471.1, 571.7,686.8,
%   809.2.

%   A) Encuentre la curva cúbica de mínimos cuadrados y = Beta0 +
%   Beta1t + Beta2t^2 + Beta3t^3 para estos datos.

%   B) Utilice el resultado de (a) para estimar la velocidad del
%   avión cuando t = 4.5 segundos.
```

Objetivos

```
%   Se nos presenta una serie de mediciones tomadas a partir
%   de un evento físico en un tiempo limitado, siendo estas medidas
%   las coordenadas sobre el tiempo, medido en segundos, y la
%   posición horizontal del objeto en movimiento(medido en pies),
%   un aeroplano en este caso.

%   Se pide encontrar la curva cúbica de mínimos cuadrados de
%   la ecuación y =Beta0 +Beta1t + Beta2t^2 + Beta3t^3.

%   Y utilizar el resultado de ese objetivo para calcular la
%   velocidad del avión en el espacio de tiempo 4.5 segundos.
```

Metodología

```
%   Lo primero que se ha de hacer es identificar la ecuación
%   en cuestión que nos proporciona el ejercicio, ya que en
%   un principio suponemos que se trata de un problema que
%   ha de resolverse a partir del método de mínimos cuadrados.
%   En este caso la ecuación describe un modelo lineal porque
%   es lineal en los parámetros desconocidos, ergo, podemos
%   saber que necesitaremos calcular un vector de parámetro
%   [Beta0 Beta1 Beta2 Beta3].

%   El modelo lineal es el siguiente, y=XBeta+ Epsilon

%   Prescindiremos del vector residual (Epsilon) pues no
%   es necesario para el cálculo.

%   Para ejecutar el cálculo crearemos una matriz de diseño
%   X(denominado “X” en el código) a partir de la sustitución
%   de diferentes valores de “t” en la ecuación que se nos da.

%   También necesitaremos un vector de observación y
%   (denominado “Y” en el código) formado a partir de las
%   diferentes “ yn” que se encuentran en las coordenadas
%   dadas por el ejercicio. Es decir, será un vector de
```

```
%   13 filas que incluirá las 13 coordenadas de “y”
%   disponibles.

%   Si se quiere comprobar que el ejercicio necesita de un
%   acercamiento por mínimos cuadrados para resolverse se
%   puede reducir una matriz creada por la matriz de diseño
%   expandida por el vector de observación (denominado
%   Matriz2 en el código).  Si el resultado de esta reducción
%   es una matriz incompatible se confirma que el ejercicio
%   necesita del método de mínimos cuadrados para resolverse.

%   La operación a realizarse para obtener los valores del
%   vector de parámetro es el siguiente:

%   Beta = (((Traspuesta de X)*X)^-1)* Traspuesta de X * Y

%   (“Beta=(((X')*X)^-1)*X'*Y”, en el código)

%   Esto nos proporcionará los valores del vector de
%   parámetro con los que crear la ecuación de la curva de
%   mínimos cuadrados a graficar.

%   La velocidad del aeroplano en función al tiempo será el
%   resultado de reemplazar el valor de t (4.5 segundos) en
%   la derivada de dicha ecuación. La unidad en la que se
%   calcula es de pies/segundos, pues los datos proporcionados
%   por el ejercicio se han medido en esas unidades.
```

Resultados

```
%   Los valores del vector de parámetro son
%   Beta =
%       -0.8558
%       4.7025
%       5.5554
%       -0.0274

%   Lo que significa que la ecuación de la curva de
%   mínimos cuadrados a graficar es
%   y = -0.8558 + 4.7025t + 5.5554t^2 -0.0274t^3.

%   La velocidad del avión en el segundo 4.5 es
%   de 53.0387 pies/segundo, 16,16619576 metros/segundo.
```

Análisis y Conclusiones

```
%   Como se puede observar en el gráfico que se ha creado
%   a partir del código, la curva de mínimos cuadrados estimará
%   casi perfectamente los valores que se puedan pedir de este
%   ejercicio en función a la posición del aeroplano y el tiempo
%   transcurrido. Esto se deduce a partir del visionado de la
%   cercanía de las coordenadas originales proporcionadas en el
%   ejercicio a la curva, pues las estimaciones que la función
```

```
%   hace de las mediciones físicas reales serán mejores cuanto
%   más se acerque la curva que representa la función a estas
%   en el gráfico.

%   El que la curva se eleve a medida que el tiempo avanza confirma
%   que la posición horizontal del avión va en aumento y que este a
%   la vez aumenta también la velocidad a la que se mueve.
```

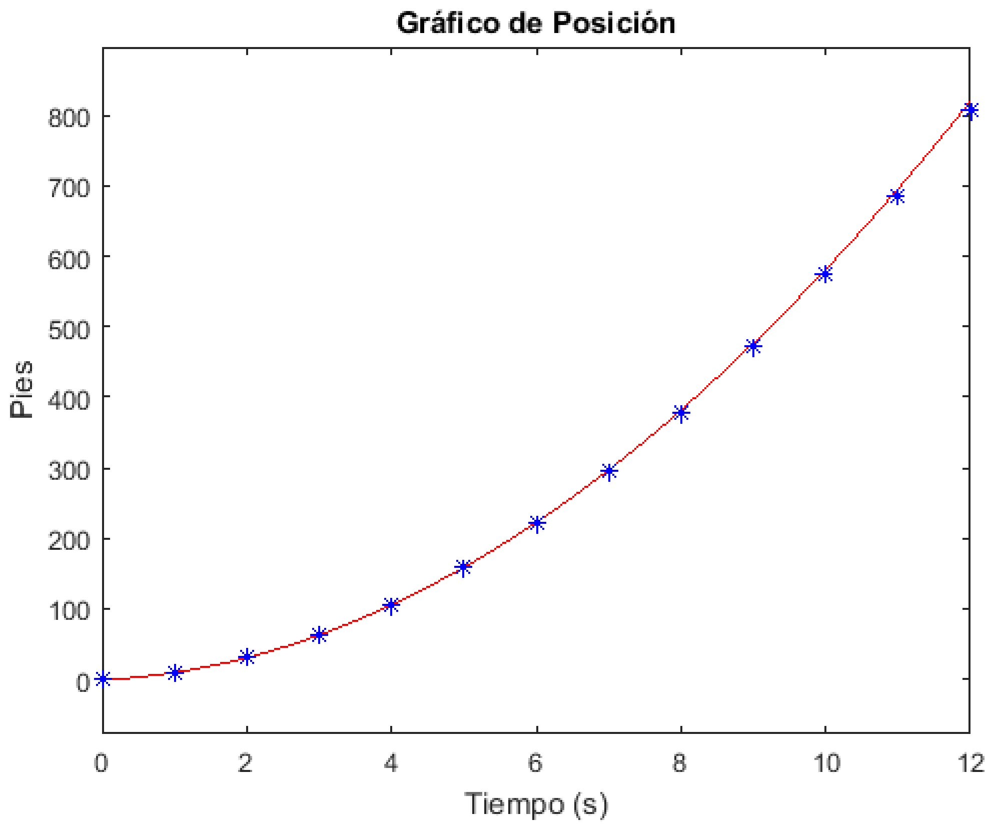
Código Ejercicio 13

```
clear \all
clc

X = [1 0 0 0 ; 1 1 1 1; 1 2 2^2 2^3; 1 3 3^2 3^3;1 4 4^2 4^3; 1 5 5^2
 5^3; 1 6 6^2 6^3; 1 7 7^2 7^3; 1 8 8^2 8^3; 1 9 9^2 9^3; 1 10 10^2
 10^3; 1 11 11^2 11^3; 1 12 12^2 12^3]
Y = [0; 8.8; 29.9; 62.0; 104.7; 159.1; 222.0; 294.5; 380.4; 471.1;
 571.7; 686.8; 809.2]

Matriz2 = [1 0 0 0 0; 1 1 1 1 8.8; 1 2 2^2 2^3 29.9; 1 3 3^2 3^3
 62.0;1 4 4^2 4^3 104.7; 1 5 5^2 5^3 159.1; 1 6 6^2 6^3 222.0; 1 7
 7^2 7^3 294.5; 1 8 8^2 8^3 380.4; 1 9 9^2 9^3 471.1; 1 10 10^2 10^3
 571.7; 1 11 11^2 11^3 686.8; 1 12 12^2 12^3 809.2]

Tiempo = [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12]

gauss = rref(Matriz2)

Beta=(((X')*X)^-1)*X'*Y

i= 1;
while i < 14
    [y(i)] = Beta(1) + Beta(2)*Tiempo(i) + Beta(3)*Tiempo(i)^2 +
 Beta(4)*Tiempo(i)^3;
    i = i+1;
end
y

syms x
figure (1)
h = ezplot('-0.85 + 4.70*x + 5.55*x^2 + -0.02*x^3', [0,12]);

set(h, 'color', 'r')
title('Gráfico de Posición')
xlabel('Tiempo (s)')
ylabel('Pies')

hold on
plot(Tiempo,y,'*b')
hold off

syms t b1 b2 b3 b4
```

```
Derivada = diff(b1 + b2*t + b3*t^2 + b4*t^3, t)

t = 4.5;
Estimacion = 3*Beta(4)*t^2 + 2*Beta(3)*t + Beta(2)


X =

     1     0     0     0
     1     1     1     1
     1     2     4     8
     1     3     9    27
     1     4    16    64
     1     5    25   125
     1     6    36   216
     1     7    49   343
     1     8    64   512
     1     9    81   729
     1    10   100  1000
     1    11   121  1331
     1    12   144  1728


Y =

         0
    8.8000
   29.9000
   62.0000
  104.7000
  159.1000
  222.0000
  294.5000
  380.4000
  471.1000
  571.7000
  686.8000
  809.2000


Matriz2 =

   1.0e+03 *

    0.0010         0         0         0         0
    0.0010    0.0010    0.0010    0.0010    0.0088
    0.0010    0.0020    0.0040    0.0080    0.0299
    0.0010    0.0030    0.0090    0.0270    0.0620
    0.0010    0.0040    0.0160    0.0640    0.1047
    0.0010    0.0050    0.0250    0.1250    0.1591
    0.0010    0.0060    0.0360    0.2160    0.2220
    0.0010    0.0070    0.0490    0.3430    0.2945
    0.0010    0.0080    0.0640    0.5120    0.3804
    0.0010    0.0090    0.0810    0.7290    0.4711
```

```
    0.0010    0.0100    0.1000    1.0000    0.5717
    0.0010    0.0110    0.1210    1.3310    0.6868
    0.0010    0.0120    0.1440    1.7280    0.8092


Tiempo =

     0     1     2     3     4     5     6     7     8     9    10
 11    12


gauss =

     1     0     0     0     0
     0     1     0     0     0
     0     0     1     0     0
     0     0     0     1     0
     0     0     0     0     1
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0


Beta =

   -0.8558
    4.7025
    5.5554
   -0.0274


y =

  Columns 1 through 7

   -0.8558    9.3747   30.5518   62.5113  105.0890  158.1209  221.4427

  Columns 8 through 13

  294.8902  378.2994  471.5060  574.3459  686.6549  808.2690


Derivada =

3*b4*t^2 + 2*b3*t + b2


Estimacion =
```

```
53.0387
```



Published with MATLAB® R2015a