

# 2023 南京大学强基计划数理试题（回忆版）

Guotao He

Build: 2023 年 6 月 15 日

本 PDF 在 GitHub 上更新，最新版下载链接：  
[https://ghe0000.github.io/GHe\\_Book/NJU2023.pdf](https://ghe0000.github.io/GHe_Book/NJU2023.pdf)



## 1 南大强基流程及题目类型介绍

2023 年南京大学强基计划**非破格**（未得到学科竞赛银牌及以上得以免去初试的）的考试分为**初试笔试（100 分）**和**复试面试（50 分）**，下文题目仅为非破格的题目。

初试数理探究共 24 道“6 选 1”选择题，其中 12 道数学、12 道物理，有 3 分题也有 5 分题，数学和物理各占 50 分。部分一般可以通过某些“对称性”进行排除，可以从“6 选 1”排除至“2 选 1”。下文中只包含 24 道题中部分题目且统一以填空题形式呈现。

复试面试没有自我介绍等流程，面试官与考生“双盲”，面试官从题库中随机抽取 3 道专业相关题目进行考察，并且会根据回答情况追问或者考察更复杂的情形，同时给予一定的提示和引导。

## 2 初试笔试

直线  $y = kx + b$  平分圆  $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$  且不经过第 4 象限, 求  $k$  的取值范围: \_\_\_\_\_

已知  $x, y \in [0, 1]$ , 则  $x^2 + y^2 \leq 1$  且  $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1$  的概率为: \_\_\_\_\_

在 1, 2, 3, 4, 5, 6 中有放回地取数字三次, 求最小数字为 2 的概率为: \_\_\_\_\_

已知  $\frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} + \frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} = 1$ , 求  $\frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha}$ : \_\_\_\_\_

满足  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$  且  $x \leq y$  的正整数解的个数为: \_\_\_\_\_

已知实系数二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两根为  $\alpha$  和  $\beta$ , 且满足  $\alpha$  为虚数,  $\frac{\alpha^2}{\beta}$  为实数, 求  $\frac{\alpha}{\beta}$ : \_\_\_\_\_

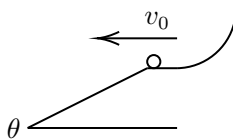
已知  $a > 0, b > 0, x + y = c$ , 求  $\sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{y^2 + b^2}$  的最小值: \_\_\_\_\_

已知  $f(n) = \sum_{k=1}^n (k^2 + 3k + 2, n)$ , 其中  $(a, b)$  代表  $a$  与  $b$  的最大公约数, 求  $f(100)$ : \_\_\_\_\_

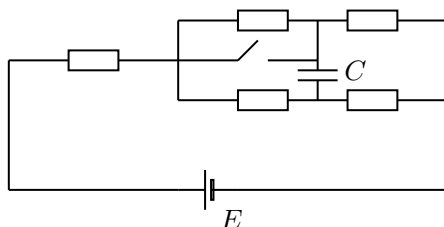
已知  $\triangle ABC$  三边  $a, b, c$  满足  $a^2 + b^2 + c^2 = \alpha$ ,  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \beta$ , 则  $\triangle ABC$  面积为: \_\_\_\_\_

记  $a_n$  为  $n$  在三进制下各数字之和, 如  $a_7 = 3, a_9 = 1$ , 记  $S = \{a_n | a_n = 5, 1 \leq n \leq 2023\}$ , 则  $|S|$  为: \_\_\_\_\_

已知  $S = \{1, 2, 3, \dots, 2023\}$ ,  $\{x\}$  表示  $x$  的小数部分, 已知  $a, b, x \in S$  且  $a < b$ ,  $f(x) = \{\frac{ax}{b}\}$ , 那么 A.  $f(x)$  单调递增 B.  $f(x)$  的值域为  $\{0, \frac{1}{b}, \frac{2}{b}, \dots, \frac{b-1}{b}\}$  C.  $f(x)$  的值域为  $\{\frac{1}{b}, \frac{2}{b}, \dots, \frac{b-1}{b}\}$  D.  $\forall x, y \in S, \exists z \in S$  使得  $[f(x) + f(y)] = f(z)$  E. (没有回忆起来也没有搜到) F. 以上说法均不正确, 则上面说法正确的是: \_\_\_\_\_



如图，已知重力加速度为  $g$ ，小球离开斜面初速度为  $v_0$ ，斜面倾斜角为  $\theta$ ，斜面足够长，求小球离开斜面最远距离为：\_\_\_\_\_



如图，电源内阻不计，电动势为  $E$ ，所有电阻阻值相同，电容为  $C$ ，记开关断开且稳定时电容所存电荷为  $Q_1$ ，开关闭合且稳定时电容所存电荷为  $Q_2$ ，求  $\frac{Q_1}{Q_2}$ ：\_\_\_\_\_

已知重力加速度为  $g$ ，现有一辆汽车以速度  $v_0$  做半径为  $r$  的匀速圆周运动，汽车内有与汽车静止的杯子，杯子有一个小孔，杯中水面在小孔上方且离小孔最远处为  $h$ ，求以汽车内的乘客为参考水从小孔中流出的速度：\_\_\_\_\_

现有一杨氏模量为  $E$  的长方体材料，长  $a$ ，宽  $b$ ，高  $c$ ，密度  $\rho$ ，重力加速度为  $g$ ，现将其宽和高所在面固定在竖直墙面上，问另一端下降高度：\_\_\_\_\_

真空中两片靠得很近的金属板会由于量子效应而出现吸力，这种效应被称为卡西米尔效应。已知普朗克常量  $h$ 、真空光速  $c$ 、静电力常量  $k$ ，电子电荷  $e$ ，问卡西米尔力正比于：\_\_\_\_\_（注：这题需要分析选项才能得出答案，但我记不起具体选项，有思路即可）

在地面系（记为  $S$  系）中有一半径为  $R$ ，周长为  $C$  的圆盘以一定角速度匀速绕中心转动，转盘上参考系（记为  $S'$  系）中测得的半径为  $R'$ 、周长为  $C'$ ，考虑相对论下则  $C$  \_\_\_\_\_  $C'$ 、 $\frac{C}{2R}$  \_\_\_\_\_  $\pi$ 、 $\frac{C'}{2R'}$  \_\_\_\_\_  $\pi$ （均填“>”、“<”或“=”）

有关以下说法： A. 单电子经过双缝可以看见干涉条纹 B. 处理电子时只能使用量子力学，不能使用牛顿力学，牛顿力学给出的结果是不准确的 C~E.（没有回忆起来也没有搜到） F. 以上说法都不对 正确的是：\_\_\_\_\_

### 3 复试面试

Q1:

估算单个水分子质量（需要自己背得水的摩尔质量）

Q2:

真空中点电荷是否会受到自己电场的影响？为什么？如果受到了会出现什么情况？

一个沿着直线运动的点电荷电场是否是随时间变化的？是否产生有磁场？产生磁场是否需要变化的电场？

Q3:

现有一密闭方形容器，中间有隔板分割成两块区域，其中一块为真空，另一块充满某种理想气体，现在抽出隔板，气体自由扩散，问气体内能是否变化？气体温度是否变化？为什么？

现将理想气体改为某种等离子体，其气体分子均带上相同的电荷，同样抽出隔板，问气体内能是否变化？气体温度是否变化？为什么？

Q4:

若水杯中有有一个小孔，从小孔有水柱流出，现有一激光从杯中射向小孔，问会发生什么现象？为什么？

在光纤中，现弯曲光纤，从光纤一端射入激光，问激光是否会从光纤折射出来？发生折射出来的现象的条件是什么？

从光纤一端射入激光，要求激光不会从光纤折射出来，问需要满足哪些条件？

若不从从端口而从从光纤外向光纤内射入激光，问激光是否会从光纤折射出来？若光纤弯曲呢？