

2023 南京大学强基计划数理试题（回忆版）

2023 届 Guotao He

Build: 2024 年 1 月 22 日

本 PDF 在 GitHub 上更新，最新版下载链接：
https://ghe0000.github.io/GHe_Book/NJU2023.pdf



1 南大强基流程及题目类型介绍

2023 年南京大学强基计划**非破格**（未得到学科竞赛银牌及以上，需要参加初试）的考试分为**初试笔试（50 分）**和**复试面试（100 分）**（实际考试时每项的满分均为 100 分，在最后折算为强基分时再按比例计算成满分 150 分的强基总分），下文题目仅为非破格的题目。

初试数理探究共 24 道“6 选 1”选择题，其中 12 道数学、12 道物理，有 3 分题也有 5 分题，数学和物理各占 50 分。部分题目可以通过某些“对称性”进行排除，甚至可以从“6 选 1”排除至“2 选 1”。下文中只包含 24 道题中部分题目且统一以填空题形式呈现。

复试面试没有自我介绍等流程，面试的老师与考生“双盲”，面试的老师从题库中随机抽取 3 道^❶专业相关题目进行考察，并且会根据回答情况追问或者考察更复杂的情形，同时给予一定的提示和引导。每道题都有限时（具体限时多少不知道），到达限时则不会继续提问，但老师可能会提前结束提问。

^❶但下面的面试题目中有 4 道是因为笔者热学实验不熟悉，于是老师换了一道题。另外从面试总分（87.13/100）来看这次换题应该没有影响得分……

2 初试笔试

直线 $y = kx + b$ 平分圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 且不过第 4 象限, 求 k 的取值范围: _____

已知 $x, y \in [0, 1]$, 则 $x^2 + y^2 \leq 1$ 且 $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1$ 的概率为: _____

在 1, 2, 3, 4, 5, 6 中有放回地取数字三次, 求最小数字为 2 的概率为: _____

已知 $\frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} + \frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} = 1$, 求 $\frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha}$: _____

满足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$ 且 $x \leq y$ 的正整数解的个数为: _____

已知实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 α 和 β , 且满足 α 为虚数, $\frac{\alpha^2}{\beta}$ 为实数, 求 $\frac{\alpha}{\beta}$: _____

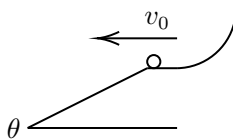
已知 $a > 0, b > 0, x + y = c$, 求 $\sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{y^2 + b^2}$ 的最小值: _____

已知 $f(n) = \sum_{k=1}^n (k^2 + 3k + 2, n)$, 其中 (a, b) 代表 a 与 b 的最大公约数, 求 $f(100)$: _____

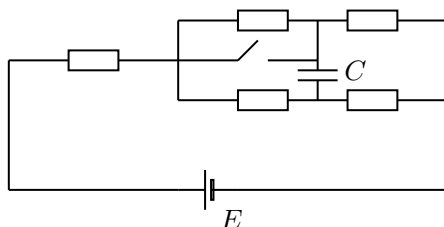
已知 $\triangle ABC$ 三边 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = \alpha$, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \beta$, 则 $\triangle ABC$ 面积为: _____

记 a_n 为 n 在三进制下各数字之和, 如 $a_7 = 3, a_9 = 1$, 记 $S = \{a_n | a_n = 5, 1 \leq n \leq 2023\}$, 则 $|S|$ 为: _____

已知 $S = \{1, 2, 3, \dots, 2023\}$, $\{x\}$ 表示 x 的小数部分, 已知 $a, b, x \in S$ 且 $a < b$, $f(x) = \{\frac{ax}{b}\}$, 那么 A. $f(x)$ 单调递增 B. $f(x)$ 的值域为 $\{0, \frac{1}{b}, \frac{2}{b}, \dots, \frac{b-1}{b}\}$ C. $f(x)$ 的值域为 $\{\frac{1}{b}, \frac{2}{b}, \dots, \frac{b-1}{b}\}$ D. $\forall x, y \in S, \exists z \in S$ 使得 $[f(x) + f(y)] = f(z)$ E. (没有回忆起来也没有搜到) F. 以上说法均不正确, 则上面说法正确的是: _____



如图，已知重力加速度为 g ，小球离开斜面初速度为 v_0 ，斜面倾斜角为 θ ，斜面足够长，求小球离开斜面最远距离为：_____



如图，电源内阻不计，电动势为 E ，所有电阻阻值相同，电容为 C ，记开关断开且稳定时电容所存电荷为 Q_1 ，开关闭合且稳定时电容所存电荷为 Q_2 ，求 $\frac{Q_1}{Q_2}$ ：_____

已知重力加速度为 g ，现有一辆汽车以速度 v_0 做半径为 r 的匀速圆周运动，汽车内有与汽车静止的杯子，杯子有一个小孔，杯中水面在小孔上方且离小孔最远处为 h ，求以汽车内的乘客为参考水从小孔中流出的速度：_____

现有一杨氏模量为 E 的长方体材料，长 a ，宽 b ，高 c ，密度 ρ ，重力加速度为 g ，现将其宽和高所在面固定在竖直墙面上，问另一端下降高度：_____

真空中两片靠得很近的金属板会由于量子效应而出现吸力，这种效应被称为卡西米尔效应。已知普朗克常量 h 、真空光速 c 、静电力常量 k ，电子电荷 e ，问卡西米尔力正比于：_____（注：这题需要分析选项才能得出答案，但我记不起具体选项，有思路即可）

在地面系（记为 S 系）中有一半径为 R ，周长为 C 的圆盘以一定角速度匀速绕中心转动，转盘上参考系（记为 S' 系）中测得的半径为 R' 、周长为 C' ，考虑相对论下则 C _____ C' 、 $\frac{C}{2R}$ _____ π 、 $\frac{C'}{2R'}$ _____ π （均填“>”、“<”或“=”）

有关以下说法： A. 单电子经过双缝可以看见干涉条纹 B. 处理电子时只能使用量子力学，不能使用牛顿力学，牛顿力学给出的结果是不准确的 C~E.（没有回忆起来也没有搜到） F. 以上说法都不对 正确的是：_____

3 复试面试

Q1:

估算单个水分子质量（需要自己背得水的摩尔质量）

Q2:

真空中点电荷是否会受到自己电场的影响？为什么？如果受到了会出现什么情况？

一个沿着直线运动的点电荷电场是否是随时间变化的？是否产生有磁场？产生磁场是否需要变化的电场？

Q3:

现有一密闭方形容器，中间有隔板分割成两块区域，其中一块为真空，另一块充满某种理想气体，现在抽出隔板，气体自由扩散，问气体内能是否变化？气体温度是否变化？为什么？

现将理想气体改为某种等离子体，其气体分子均带上相同的电荷，同样抽出隔板，问气体内能是否变化？气体温度是否变化？为什么？

Q4:

若水杯中有有一个小孔，从小孔有水柱流出，现有一激光从杯中射向小孔，问会发生什么现象？为什么？

在光纤中，现弯曲光纤，从光纤一端射入激光，问激光是否会从光纤折射出来？发生折射出来的现象的条件是什么？

从光纤一端射入激光，要求激光不会从光纤折射出来，问需要满足哪些条件？

若不从从端口而从从光纤外向光纤内射入激光，问激光是否会从光纤折射出来？若光纤弯曲呢？