第二章
离散时间信号与系统

第二章：离散时间信号与系统

- 2.1 离散时间信号: 序列
  - 2.1.1 基本序列和序列运算
- 作业

2.1 离散时间信号:序列

- 离散时间信号在数学上采用数值序列(数值集合)表示，序列 x 表示为:

$$x=\{x[n]\},\quad -\infty<n<\infty$$

其中，$x[n]$ 为序列 x 的第 n 个数值，n 是整数。

实际上，$x[n]$ 为周期采样连续模拟信号 $x_a(t)$ 在 nT 时刻的取值，即

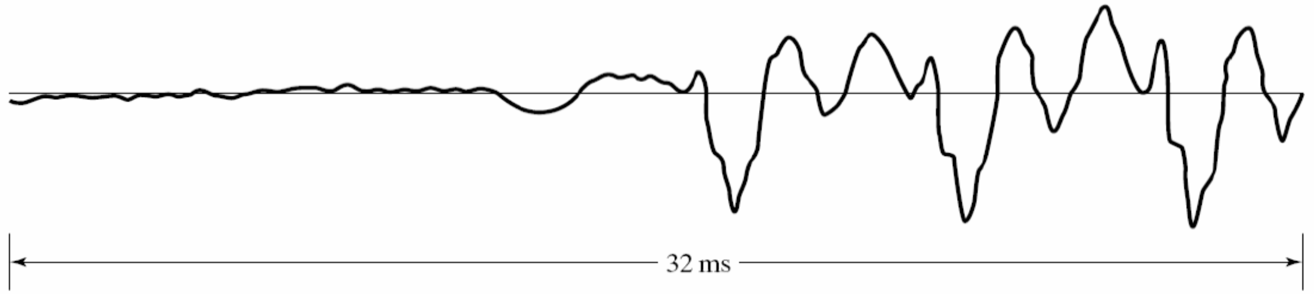
$$x[n]=x_a(nT),\quad -\infty<n<\infty$$

其中，T 为采样周期，$1/T$ 为采样率。

为简便记，序列 x 直接表示为 $x[n]$。

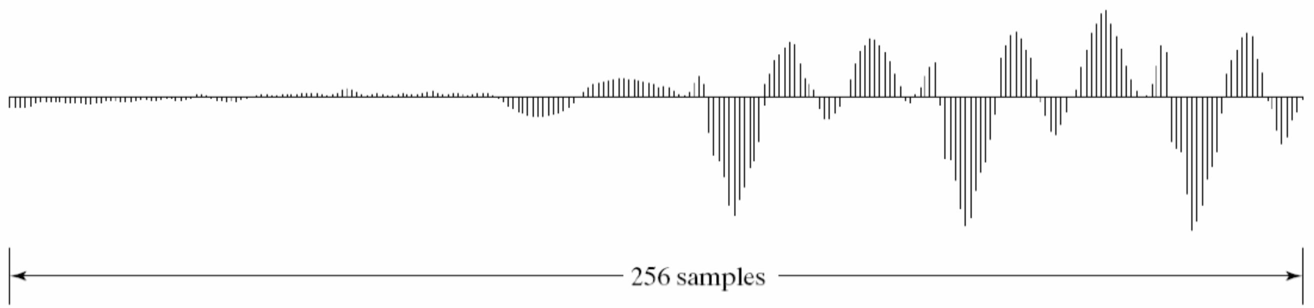
2.1 离散时间信号:序列

举例1：离散时间信号的获取



(a)

（a）一段连续时间的语音信号

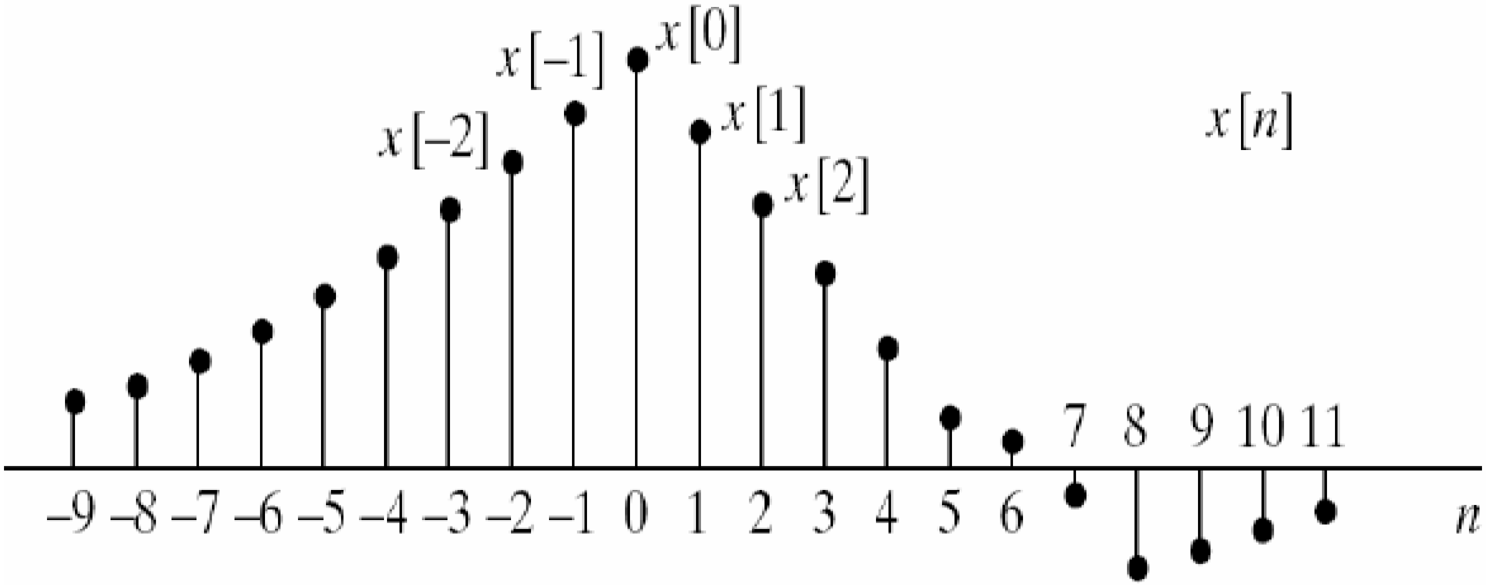


(b)

（b）对语音信号的采样（采样周期T=125us，采样率8KHz）

2.1 离散时间信号:序列

离散时间信号的表示方法一：图解法表示



优点：直观；
缺点：不便记录

2.1 离散时间信号:序列

离散时间信号的表示方法二：枚举法表示

$$x[n]=\{-3,\quad -2,\quad -1,\quad 0,\quad 1\quad 2\quad 3\},\quad 0\le n\le 6$$

优点：简单；
缺点：不便表示长序列

离散时间信号的表示方法三：函数法(表达式)表示

$$x[n]=2^n\sin\left(2\pi n+\frac{\pi}{4}\right),\quad 0\le n\le 6$$

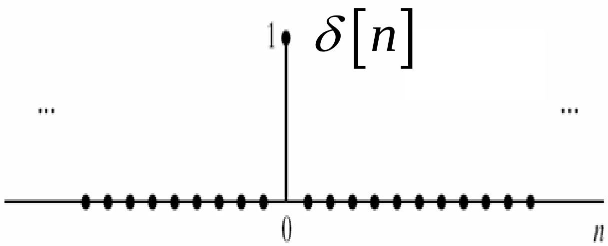
优点：可表示长序列；
缺点：不便表示无规律序列

- 2.1 离散时间信号: 序列
  - 2.1.1 基本序列和序列运算
- 作业

2.1.1.1 基本序列

1、单位脉冲序列

$$\delta[n]=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$



任意序列可表示为一组幅度加权不同延迟的单位脉冲序列之和

$$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]\delta[n-k]=x[n]*\delta[n]$$

例：序列

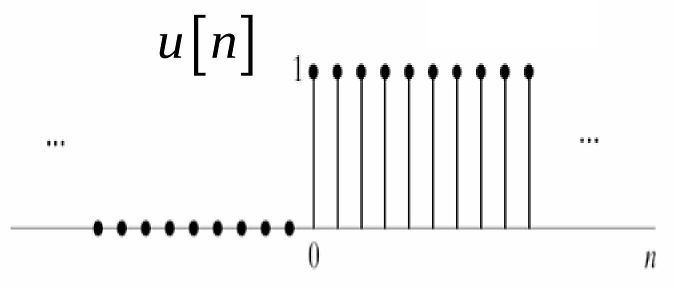
$$x[n]=\{-3,\quad -2,\quad -1,\quad 0,\quad 1\quad 2\quad 3\},\quad -3\le n\le 3$$

可表示为

$$x[n]=-3\delta[n+3]-2\delta[n+2]-\delta[n+1]-0\cdot\delta[n]$$
$$+\delta[n-1]+2\delta[n-2]+3\delta[n-3]$$

2、单位阶跃序列

$$u[n]=\begin{cases}1 & n\geq 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$



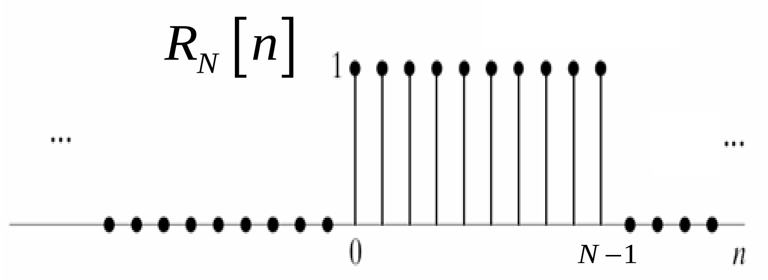
$$u[n]=\sum_{k=0}^{\infty}\delta[n-k]=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta[k]$$

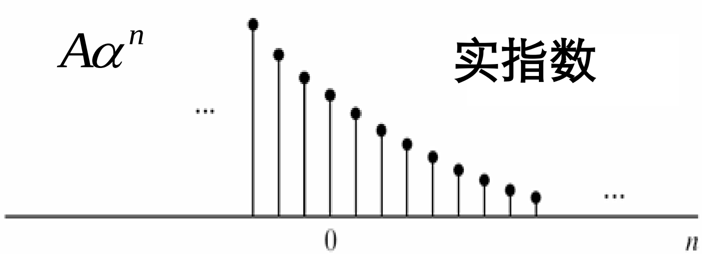
$$\delta[n]=u[n]-u[n-1]$$

2.1.1 基本序列与序列运算

3、矩形序列

$$R_N[n]=\begin{cases}1 & 0\le n\le N-1\\ 0 & other\end{cases}$$





$A>0,\quad 0<\alpha<1$

4、（复）指数序列

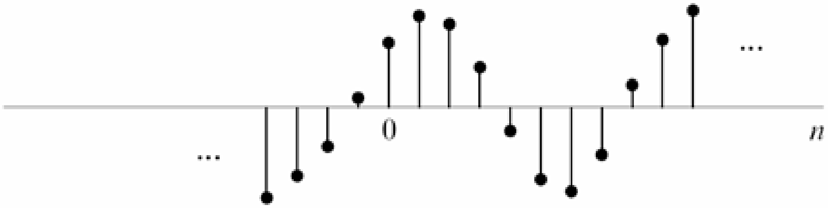
$$x[n]=A\cdot\alpha^n$$

$$=|A|e^{j\phi}\cdot|\alpha|^n e^{j\omega_0 n}=|A||\alpha|^n e^{j(\omega_0 n+\phi)}$$

$$=|A||\alpha|^n\left(\cos(\omega_0 n+\phi)+j\sin(\omega_0 n+\phi)\right)$$

5、正弦序列（通用表达式）

$$x[n] = A\cos(\omega_0 n + \phi)$$



信号周期性定义

$$x[n] = x[n+N]$$ ，N为信号周期

对于正弦信号若满足周期性

$$A\cos(\omega_0 n + \phi) = A\cos(\omega_0 (n+N) + \phi)$$

则需

$$\omega_0 N = 2\pi k$$ ，k为整数

2.1.1.2 序列运算

1、延迟： $y[n]=x[n-n_0]$

2、反褶： $y[n]=x[-n]$

3、标量加： $y[n]=c+x[n]$

4、矢量加： $y[n]=x_1[n]+x_2[n]$

5、标量乘： $y[n]=c\cdot x[n]$

6、矢量乘： $y[n]=x_1[n]\cdot x_2[n]$

2.1.1.2 序列运算（续）

7、卷积：
$$y[n]=x[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]h[n-k]$$
$$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[n-k]h[k]$$

卷积性质：

1) $x[n]*h[n]=h[n]*x[n]$

2) $x[n]*\left(h_1[n]+h_2[n]\right)=x[n]*h_1[n]+x[n]*h_2[n]$

3) $\left(x[n]*h_1[n]\right)*h_2[n]=x[n]*\left(h_1[n]*h_2[n]\right)$

4) $x[n]*\delta[n]=x[n]$; $\quad x[n]*\delta[n-n_0]=x[n-n_0]$

2.1.1.2 序列运算（续）

8、互相关：

$$r_{xy}[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]y[n+k]$$

$$=x[-n]*y[n]$$

$$=r_{yx}[-n]$$

自相关：

$$r_{xx}[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]x[n+k]$$

$$=x[-n]*x[n]$$

$$=r_{xx}[-n]$$

2.1.1.2 序列运算（续）

8、互相关、自相关示例：