◆ 例：N=9点DFT的分解为3个3点DFT时间抽取FFT实现

（1）将输入的9点序列分解为 3（R$_1$=3）个 3（Q$_1$=3）点序列的组合，即

$$x[n] = x[q_1 R_1 + r_1] = x[q_1 3 + r_1], \quad q_1 = 0, \cdots, 2; \quad r_1 = 0, \cdots, 2$$

（2）9点DFT分解表达式

$$X[k] = \sum_{n=0}^{8} x[n] W_9^{kn} = \sum_{r_1=0}^{2} W_9^{kr_1} \sum_{q_1=0}^{2} x[3q_1 + r_1] W_3^{kq_1} = \sum_{r_1=0}^{2} W_9^{kr_1} X_3^{r_1}[k], \quad k = 0, \cdots, 8$$

（3）3个3点DFT $X_3^{r_1}[k], \quad r_1 = 0, \cdots, 2; \quad k = 0, \cdots, 2$ 的表达式

$r_1 \qquad r_1 = 0 \qquad\qquad\qquad\qquad r_1 = 1 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad r_1 = 2$

k

$$X_3^0[0] = x[0] + x[3] + x[6]$$
$$X_3^0[1] = x[0] + x[3] W_3^1 + x[6] W_3^2$$
$$X_3^0[2] = x[0] + x[3] W_3^2 + x[6] W_3^4$$

$$X_3^1[0] = x[1] + x[4] + x[7]$$
$$X_3^1[1] = x[1] + x[4] W_3^1 + x[7] W_3^2$$
$$X_3^1[2] = x[1] + x[4] W_3^2 + x[7] W_3^4$$

$$X_3^2[0] = x[2] + x[5] + x[8]$$
$$X_3^2[1] = x[2] + x[5] W_3^1 + x[8] W_3^2$$
$$X_3^2[2] = x[2] + x[5] W_3^2 + x[8] W_3^4$$

◆ 例：N=9点FFT实现（续）

（4）9点DFT各值表达式

由 $X[k] = \sum_{r_1=0}^{2} W_9^{kr_1} X_3^{r_1}[k], \quad k = 0, \cdots, 8$

$$r_1 = 0 \qquad =1 \qquad =2$$

k

$X[0] = X_3^0[0] + X_3^1[0] + X_3^2[0]$

$X[1] = X_3^0[1] + W_9^1 X_3^1[1] + W_9^2 X_3^2[1]$

$X[2] = X_3^0[2] + W_9^2 X_3^1[2] + W_9^4 X_3^2[2]$

$X[3] = X_3^0[0] + W_9^3 X_3^1[0] + W_9^6 X_3^2[0]$

$X[4] = X_3^0[1] + W_9^4 X_3^1[1] + W_9^8 X_3^2[1]$

$X[5] = X_3^0[2] + W_9^5 X_3^1[2] + W_9^{10} X_3^2[2]$

$X[6] = X_3^0[0] + W_9^6 X_3^1[0] + W_9^{12} X_3^2[0]$

$X[7] = X_3^0[1] + W_9^7 X_3^1[1] + W_9^{14} X_3^2[1]$

$X[8] = X_3^0[2] + W_9^8 X_3^1[2] + W_9^{16} X_3^2[2]$

$X_3^0[0] = x[0] + x[3] + x[6]$

$X_3^0[1] = x[0] + x[3]W_3^1 + x[6]W_3^2$

$X_3^0[2] = x[0] + x[3]W_3^2 + x[6]W_3^4$

（5）9点DFT的FFT实现信流图

上海科技大学 ShanghaiTech University