

第七章：滤波器设计方法

- ◆ 7.0 引言
- ◆ 7.1 由连续时间滤波器设计离散时间IIR滤波器
- ◆ 7.2 用窗函数法设计FIR滤波器
- ◆ 7.3 Kaiser窗函数法设计FIR滤波器
- ◆ 7.4 FIR滤波器的最佳逼近
- ◆ 7.5 FIR滤波器等波纹逼近示例
- ◆ 7.6 IIR和FIR滤波器设计考虑

7.4 FIR滤波器的最佳逼近

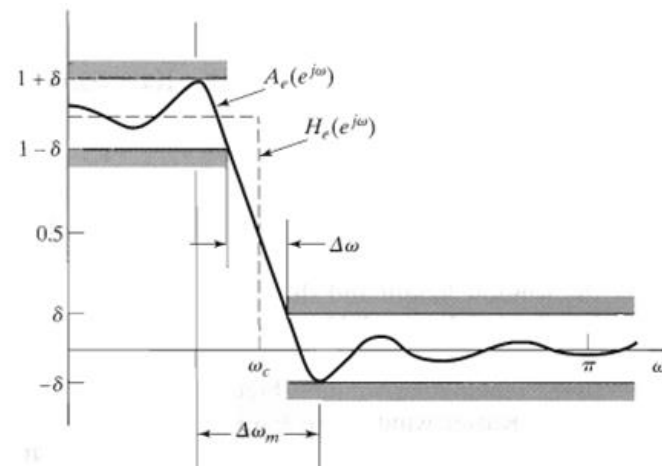
◆ 窗函数法均方逼近的基本原理

对所求给定 M 值的滤波器频率响应，由矩形窗能获得**最优的均方逼近**，即通过加窗的**单位脉冲响应**

$$h[n] = \begin{cases} h_d[n], & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

可使如下**均方误差**最小

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H_d(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega})|^2 d\omega$$



1) 均方逼近准则在 $H_d(e^{j\omega})$ 的（通/阻带）间断点处**特性不佳**；

2) 窗函数法**不能单独控制**滤波器在不同频率上的逼近误差。

有必要提出其它的**逼近准则**，以获得更好的滤波器设计方法。

7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 广义线性相位FIR滤波器设计方法分析

考虑设计一个因果I型线性相位FIR滤波器

先设计一个零相位FIR滤波器，即该滤波器脉冲响应满足条件

$$h_e[n] = h_e[-n]$$

对应的频率响应可表示为

$$A_e(e^{j\omega}) = \sum_{n=-L}^L h_e[n] e^{-j\omega n} = h_e[0] + \sum_{n=1}^L 2h_e[n] \cos(\omega n)$$

其中 $L = M/2$ 为一整数， $A_e(e^{j\omega})$ 为实偶函数

将 $h_e[n]$ 延迟 $L = M/2$ 个样值，即可由 $h_e[n]$ 获得一个因果系统，所得系统的脉冲响应为

$$h[n] = h_e[n - M/2] = h_e[M/2 - n]$$

对应的频率响应可表示为

$$H(e^{j\omega}) = A_e(e^{j\omega}) e^{-j\omega M/2}$$



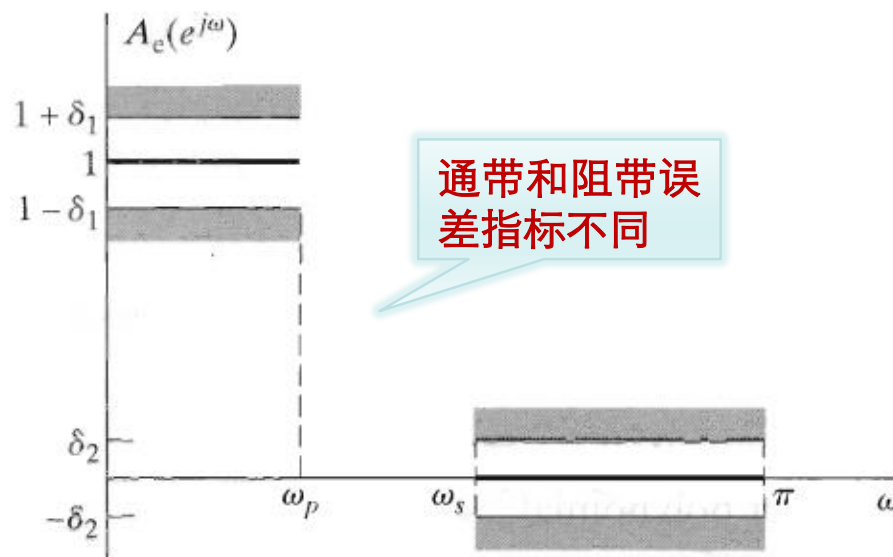
7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 广义线性相位FIR滤波器设计方法分析（续1）

由逼近具有频响 $A_e(e^{j\omega})$ 的低通滤波器的容限图，可得设计指标要求：

通带 $0 \leq |\omega| \leq \omega_p$ 逼近1，且最大绝对误差为 δ_1 。

阻带 $\omega_s \leq |\omega| \leq \pi$ 逼近0，且最大绝对误差为 δ_2 。



设计满足上述指标的滤波器（最佳）设计方法：必须能有效而系统地改变 $(L+1)$ 个非限制脉冲响应值 $h_e[n]$ ， $0 \leq n \leq L$ 。

7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 广义线性相位FIR滤波器设计方法分析（续2）

已提出的设计算法，可通过将参数 L , δ_1 , δ_2 , ω_p 和 ω_s 中的一部分固定，用迭代方法获得其余参数的最优调整。

设计算法一（Herrmann等提出）：

将 L , δ_1 , δ_2 固定，令 ω_p , ω_s 为变量。

设计算法二（Parks和McClellan等提出）：

将 L , ω_p , ω_s 固定，令 δ_1 （或 δ_2 ）为变量。

Parks和McClellan算法基本思想为：给定参数 L , ω_p , ω_s ，设计逼近滤波器，使其通带和阻带的最大逼近误差 δ_1 和 δ_2 最小。

由于Parks-McClellan方法使用灵活且计算有效，逐渐成为FIR滤波器最佳设计的主要方法。

7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 滤波器设计多项式逼近 (Park-McClellan算法)

Park-McClellan算法的基础是：将滤波器的设计问题用公式表示成**多项式逼近**问题。

将拟设计滤波器的**频率响应**

$$A_e(e^{j\omega}) = h_e[0] + \sum_{n=1}^L 2h_e[n] \cos(\omega n)$$

I型FIR滤波器

中的各 $\cos(\omega n)$ 项表示成 $\cos(\omega)$ 的**不同幂次方之和**，即

$$\cos(\omega n) = T_n(\cos \omega), \quad n = 1, \dots, L$$

式中 $T_n(\cos \omega)$ 是函数 $\cos \omega$ 的 n **次多项式**。

则该滤波器的**频率响应**可表示为

$$A_e(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^L a_k (\cos \omega)^k$$

令 $x = \cos \omega$ ，则 $A_e(e^{j\omega})$ 可表示为

$$A_e(e^{j\omega}) = P(x) \Big|_{x=\cos \omega}$$

其中 $P(x)$ 是 x 的 **L 次多项式**，
即

$$P(x) = \sum_{k=0}^L a_k x^k$$

式中 a_k 是与脉冲响应值 $h_e[n]$
有关的常数。

7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 滤波器设计多项式逼近 (Park-McClellan算法) (续)

若 L , ω_p , ω_s 固定, 则选频滤波器的设计问题转变为一个在
不相交集上的切比雪夫逼近问题。

定义逼近误差函数

$$E(\omega) = W(\omega) \left[H_d(e^{j\omega}) - A_e(e^{j\omega}) \right]$$

加权函数值随 ω 变化,
使得通带和阻带的逼近
误差不同, 避免窗
函数法的缺陷。

加权函数 $W(\omega)$ 将逼近误差参数引入到逼近误差函数 $E(\omega)$ 中,
并且误差函数、加权函数 $W(\omega)$ 和期望的频率响应 $H_d(e^{j\omega})$ 只在
 $0 \leq \omega \leq \pi$ 的闭合子区间上有定义。

对于低通滤波器, 加权函数在通带 $0 \leq \omega \leq \omega_p$ 和阻带 $\omega_s \leq \omega \leq \pi$
上有意义。

逼近函数 $A_e(e^{j\omega})$ 在过渡带 $\omega_p < \omega < \omega_s$ 上未加限制。



7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 低通滤波器设计逼近示例

拟获得右图LPF逼近, 其中 L , ω_p , ω_s 固定, **期望频率响应**为

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 0, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

对于LPF逼近问题, **加权函数**为

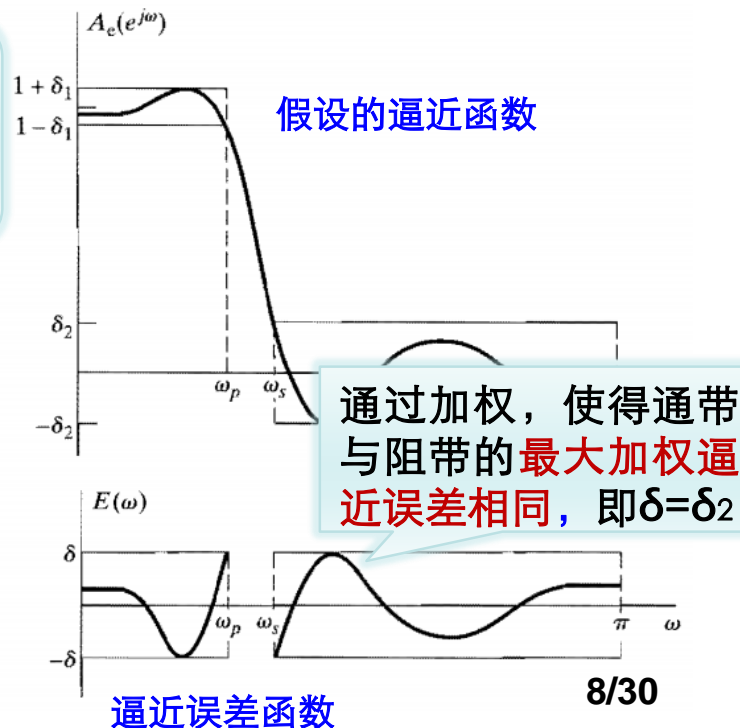
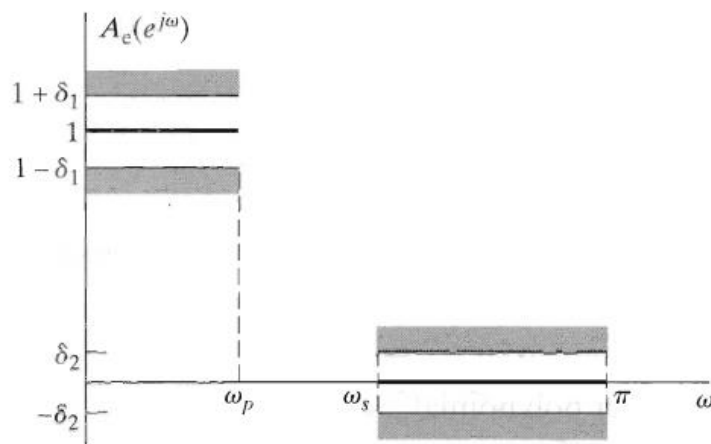
$$W(\omega) = \begin{cases} 1/K, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 1, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

式中误差参数 $K = \delta_1/\delta_2$ 。

该方法采用的逼近准则为**最大最小准则**或**切比雪夫准则**, 即所求得的**频率响应**应使以下的**加权误差最大值**最小

$$\min_{\{h_e[n]; 0 \leq n \leq L\}} \left(\max_{\omega \in F} |E(\omega)| \right)$$

其中 F 为 $0 \leq \omega \leq \pi$ 内的**闭子集**, 本例中为 $0 \leq \omega \leq \omega_p$ 和 $\omega_s \leq \omega \leq \pi$ 。



7.4 FIR滤波器的最佳逼近

Park-McClellan算法将交错点组理论用于误差逼近。

交错点组定理：令 F_p 为实轴 x 上不相交闭子集的并集，且

$P(x)$ 是 r 次多项式， $P(x) = \sum_{k=0}^r a_k x^k$ ，

r 次多项式有 $r+1$ 个系数，交错点理论用于系数求解，以确定逼近多项式。

$D_p(x)$ 是给定的以 x 为变量的期望函数，

$W_p(x)$ 是在 F_p 上连续的正（加权）函数，

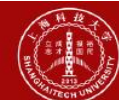
$E_p(x)$ 是加权误差，定义为 $E_p(x) = W_p(x)[D_p(x) - P(x)]$

$\|E\|$ 是最大误差，定义为 $\|E\| = \max_{x \in F_p} |E_p(x)|$

则，多项式 $P(x)$ 成为使 $\|E\|$ 最小的唯一 r 次多项式的充要条件：

$E_p(x)$ 至少有 $(r+2)$ 个交错点，即在 F_p 上至少存在 $(r+2)$ 个 x_i 值

($x_1 < x_2 < \cdots < x_{r+2}$)，使得 $E_p(x_i) = -E_p(x_{i+1}) = \pm \|E\|$ ， $i = 1, 2, \dots, r+1$ 。



7.4 FIR滤波器的最佳逼近

◆ 交错点示例

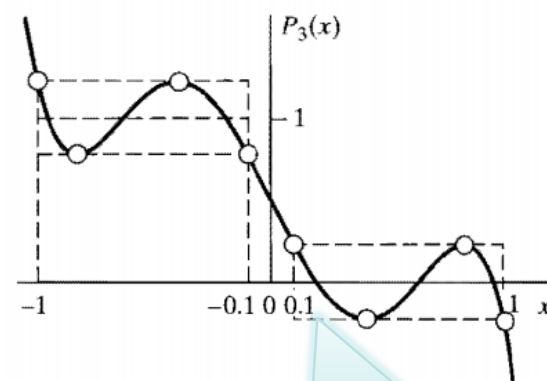
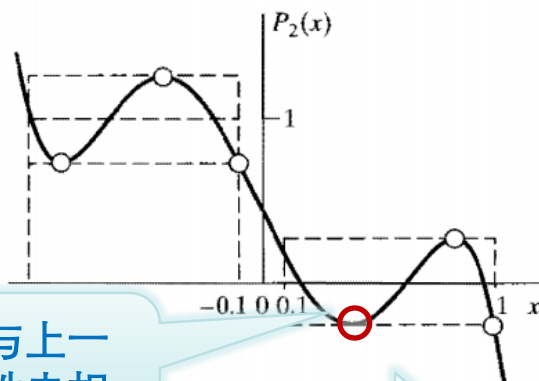
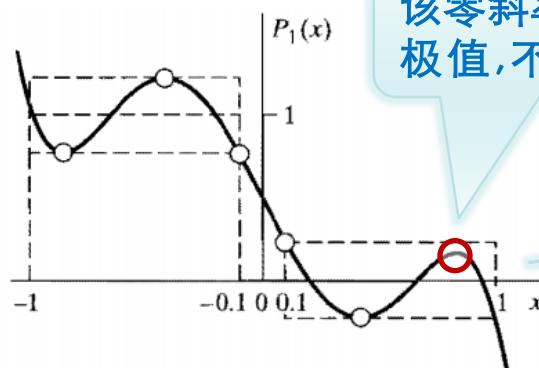
验证1个5次多项式 $P(x)$

在 $-1 \leq x \leq -0.1$ 逼近1

在 $0.1 \leq x \leq 1$ 逼近0

是否为**唯一最优逼近**

根据**交错点组定理**，
对于5次多项式，交
错点至少为7个。



7.4.1 最佳I型滤波器

对于I型滤波器，若作变量替换 $x = \cos \omega$ 和 $r = L$ ，逼近多项式可表示为

$$P(\cos \omega) = \sum_{k=0}^L a_k (\cos \omega)^k$$

即以 $\cos \omega$ 的不同幂次多项式逼近期望滤波器的系统函数

期望低通滤波器频响 (ω 为变量)

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 0, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

期望函数 $D_p(x)$ (x 为变量)

$$D_p(\cos \omega) = \begin{cases} 1, & 1 \geq \cos \omega \geq \cos \omega_p \\ 0, & \cos \omega_s \geq \cos \omega \geq -1 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} \cos \omega_p \leq \cos \omega \leq 1 \\ -1 \leq \cos \omega \leq \cos \omega_s \end{cases}$$

由加权函数 (ω 为变量)

$$W(\omega) = \begin{cases} 1/K, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 1, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}, \quad K = \delta_1 / \delta_2$$

加权函数 $W_p(x)$ (x 为变量)

$$W_p(\cos \omega) = \begin{cases} 1/K, & \cos \omega_p \leq \cos \omega \leq 1 \\ 1, & -1 \leq \cos \omega \leq \cos \omega_s \end{cases}$$

加权误差为

$$E_p(\cos \omega) = W_p(\cos \omega) [D_p(\cos \omega) - P(\cos \omega)]$$

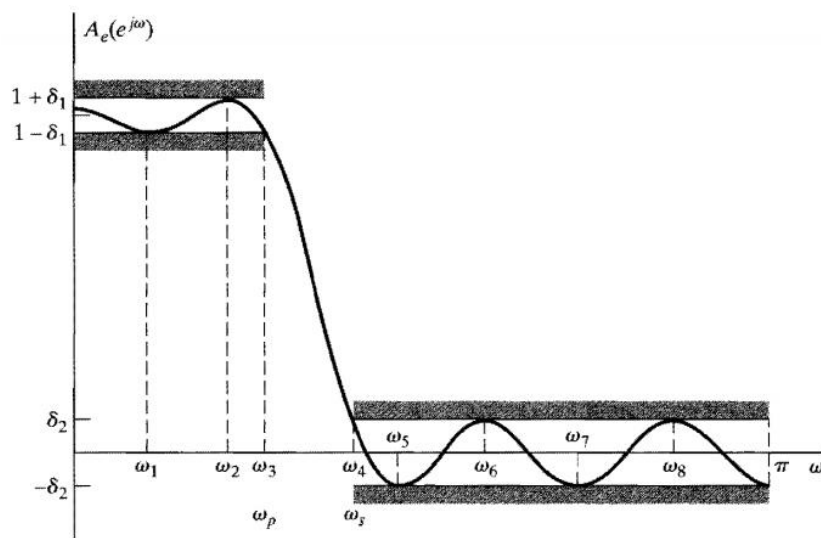
当 $E_p(\cos \omega)$ 在闭区间 F_p 上至少有 $(L+2)$ 个交错点时，采用系数集 a_k 的多项式才是唯一最优逼近，该逼近方法为等波纹逼近。



7.4.1 最佳I型滤波器

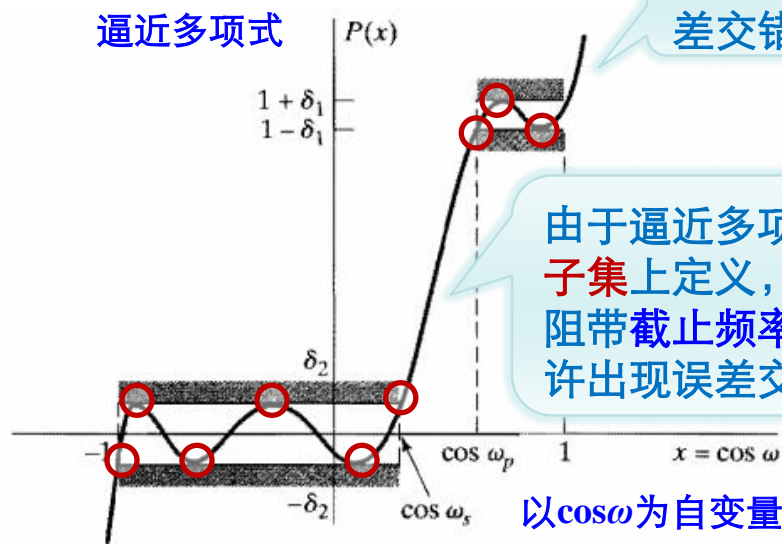
◆ 示例： $L=7$ 最佳滤波器频率响应

由交错点定理，最佳逼近的误差函数至少要有9个交错点。



以 ω 为自变量的逼近函数

通带和阻带误差
极限不同，导致
加权值不同。



共有9个误差
交错点

由于逼近多项式在闭
子集上定义，通带和
阻带截止频率点上允
许出现误差交错点

以 $\cos \omega$ 为自变量

通带和阻带加权
误差极限相同。

7.4.1 最佳I型滤波器

◆ I型低通滤波器交错点特性:

1) 最多可能的误差交错点数量为 $(L+3)$

L 次多项式在开区间最多能有 $(L-1)$ 个零斜率点, 再加上4个频率边缘点。

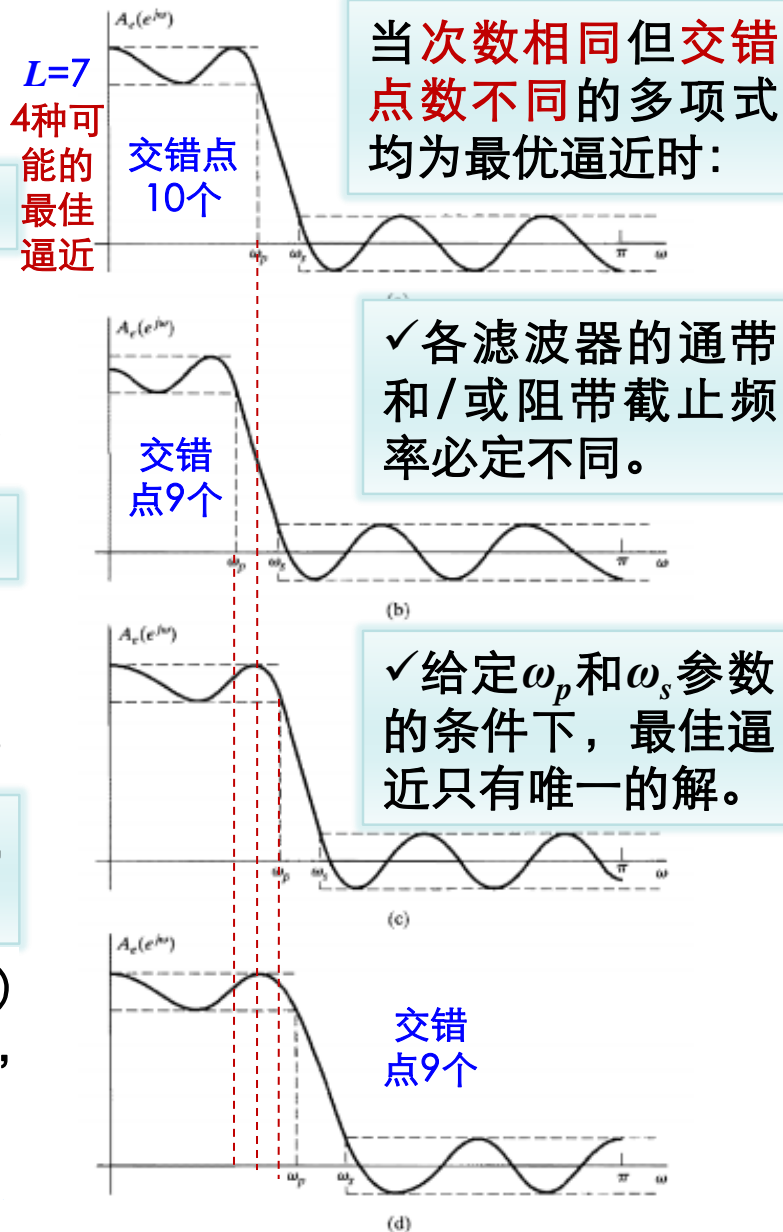
具有 $(L+3)$ 个交错点的情况称为超波纹逼近。

2) 交错点始终出现在 ω_p 和 ω_s 处

当 ω_p 和 ω_s 之一不为交错点时, 则另1个边缘或零斜率点也不为交错点, 即 L 次多项式最多有 $(L+1)$ 个零斜率点, 不满足最佳逼近要求。

3) 除了(可能)在 $\omega=0$ 和 $\omega=\pi$ 处之外, 滤波器将等波纹

若开区间内有一零斜率点不为极值点(交错点)时, 则与其相邻的一个极值点也不能是交错点, 这样, L 次多项式最多有 $(L-3)$ 个零斜率点, 加上4个频率边缘点也不满足最佳逼近要求。



7.4.2 最佳II型滤波器

对于II型因果滤波器，滤波器长度 $(M+1)$ 为偶数，存在对称性

$$h[n] = h[M - n], \quad 0 \leq n \leq M$$

其频率响应可表示为

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega M/2} \sum_{n=0}^{(M-1)/2} 2h[n] \cos[\omega(M/2 - n)]$$

若令 $b[n] = 2h[(M+1)/2 - n]$, $n = 1, 2, \dots, (M+1)/2$ ，并作变量替换 $n' = (M+1)/2 - n$ ，则上式变为

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega M/2} \left\{ \sum_{n=1}^{(M+1)/2} b[n] \cos[\omega(n-1/2)] \right\}$$

最佳滤波器的设计即是按**最大最小原则**获得最优的**系数集** $b[n]$

为将交错点定理应用于II型滤波器设计，须将上述**系数集求解问题**等效为**多项式逼近问题**。

7.4.2 最佳II型滤波器

将频率响应中幅度响应项变换形式为

$$\sum_{n=1}^{(M+1)/2} b[n] \cos[\omega(n-1/2)] = \cos(\omega/2) \left\{ \sum_{n=0}^{(M-1)/2} \tilde{b}[n] \cos(\omega n) \right\}$$

推导见习题7.52

则（逼近）频率响应可表示为如下三角多项式形式

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega M/2} \cos(\omega/2) P(\cos \omega)$$

其中

$$P(\cos \omega) = \sum_{k=0}^L a_k (\cos \omega)^k$$

式中 $L = (M-1)/2$ ，系数 a_k 是与 $\tilde{b}[n]$ 有关的常数。

以 $P(\cos \omega)$ 逼近的期望函数

$$D_p(\cos \omega) = \begin{cases} 1/\cos(\omega/2), & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 0, & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

只有当 $P(\cos \omega)$ 逼近 $1/\cos(\omega/2)$ 时，最终的逼近频响 $\cos(\omega/2)P(\cos \omega)$ 才会逼近于1。

误差加权函数 $W(\omega) = W_p(\cos \omega) = \begin{cases} \cos(\omega/2)/K, & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ \cos(\omega/2), & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$

误差加权函数保证当 $P(\cos \omega)$ 逼近于 $1/\cos(\omega/2)$ 时，通带逼近误差趋于 δ/K 。

加权误差为 $E_p(\cos \omega) = W_p(\cos \omega) [D_p(\cos \omega) - P(\cos \omega)]$

II型与I型FIR滤波器的设计存在不同的多项式逼近问题。

7.4.3 Parks-McClellan算法

◆ 最大逼近误差和滤波器频率响应求解

$$E_p(x) = W_p(x) [D_p(x) - P(x)]$$

根据交错点定理，由期望频响和加权函数，最佳滤波器 $A_e(e^{j\omega})$ 应满足如下方程组

$$W(\omega_i) [H_d(e^{j\omega_i}) - A_e(e^{j\omega_i})] = (-1)^{i+1} \delta, \quad i = 1, 2, \dots, (L+2)$$

即存在 $L+2$ 个交错点（频点）使方程组成立

上述方程组可用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^L & 1/W(\omega_1) \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^L & -1/W(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{L+2} & x_{L+2}^2 & \cdots & x_{L+2}^L & \frac{(-1)^{L+2}}{W(\omega_{L+2})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_L \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_d(e^{j\omega_1}) \\ H_d(e^{j\omega_2}) \\ \vdots \\ H_d(e^{j\omega_{L+2}}) \end{bmatrix}$$

$L+2$ 个交错点正好可以求解 $L+1$ 个多项式系数和 1 个误差值

当交错点数较多时，方程求解（求逆）复杂

其中 $x_i = \cos \omega_i$ 。

1) 给定一组频率值 $\omega_i, \quad i = 1, \dots, L+2$ ，解出最大误差 δ 和系数组 a_k ；

2) 若由 a_k 构成的多项式满足逼近误差要求，则可由该多项式获得滤波器频率响应；否则重新选定一组极值频率值，重复上述过程。



7.4.3 Parks-McClellan算法

◆ 最大逼近误差和滤波器频率响应求解（方法二）

文献Parks (1972a/b) 给出求解方法：

1) 给定的一组极值频率值 ω_i ，由下式直接计算最大逼近误差为

$$\delta = \frac{\sum_{k=1}^{L+2} b_k H_d(e^{j\omega_k})}{\sum_{k=1}^{L+2} \frac{b_k \cdot (-1)^{k+1}}{W(\omega_k)}}$$

其中 $b_k = \prod_{i=1; i \neq k}^{L+2} 1/(x_k - x_i)$ ， $x_i = \cos \omega_i$

2) 由逼近函数 $A_e(e^{j\omega})$ 在 ω_i 处的 $L+1$ 个取值 $E(\omega_i)$ ，通过Lagrange插值公式可得任意频率处的逼近频率响应

$$A_e(e^{j\omega}) = P(\cos \omega) = \frac{\sum_{k=1}^{L+1} [d_k / (x - x_k)] C_k}{\sum_{k=1}^{L+1} [d_k / (x - x_k)]}$$

其中 $x = \cos \omega$ ， $x_i = \cos \omega_i$ ，

$$C_k = H_d(e^{j\omega_k}) - \frac{(-1)^{k+1} \delta}{W(\omega_k)}, \quad d_k = \prod_{i=1; i \neq k}^{L+1} \frac{1}{(x_k - x_i)} = b_k (x_k - x_{L+2})$$

Parks 算法采用代数运算避免解方程，降低计算复杂度

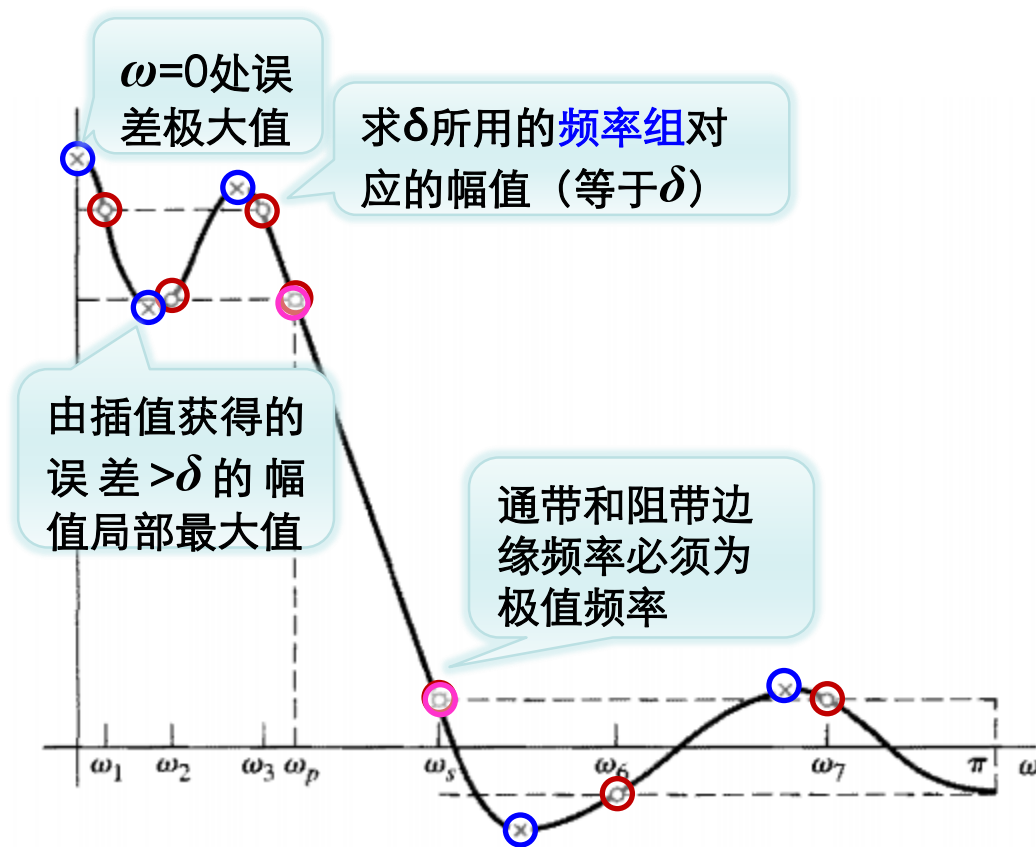
若对通带和阻带中所有 ω ，所得 $A_e(e^{j\omega})$ 的误差 $|E(\omega)| \leq \delta$ ，则所得即为最佳逼近；否则重给一组新极值频率，重复上述过程。



7.4.3 Parks-McClellan算法

◆ 极值频率重选过程

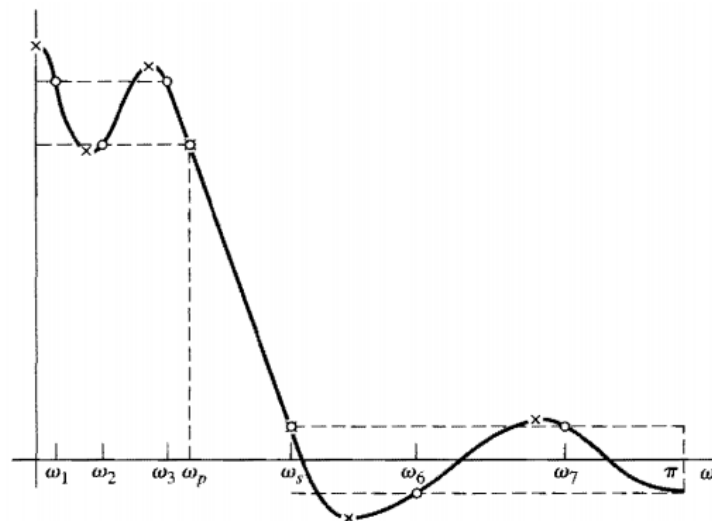
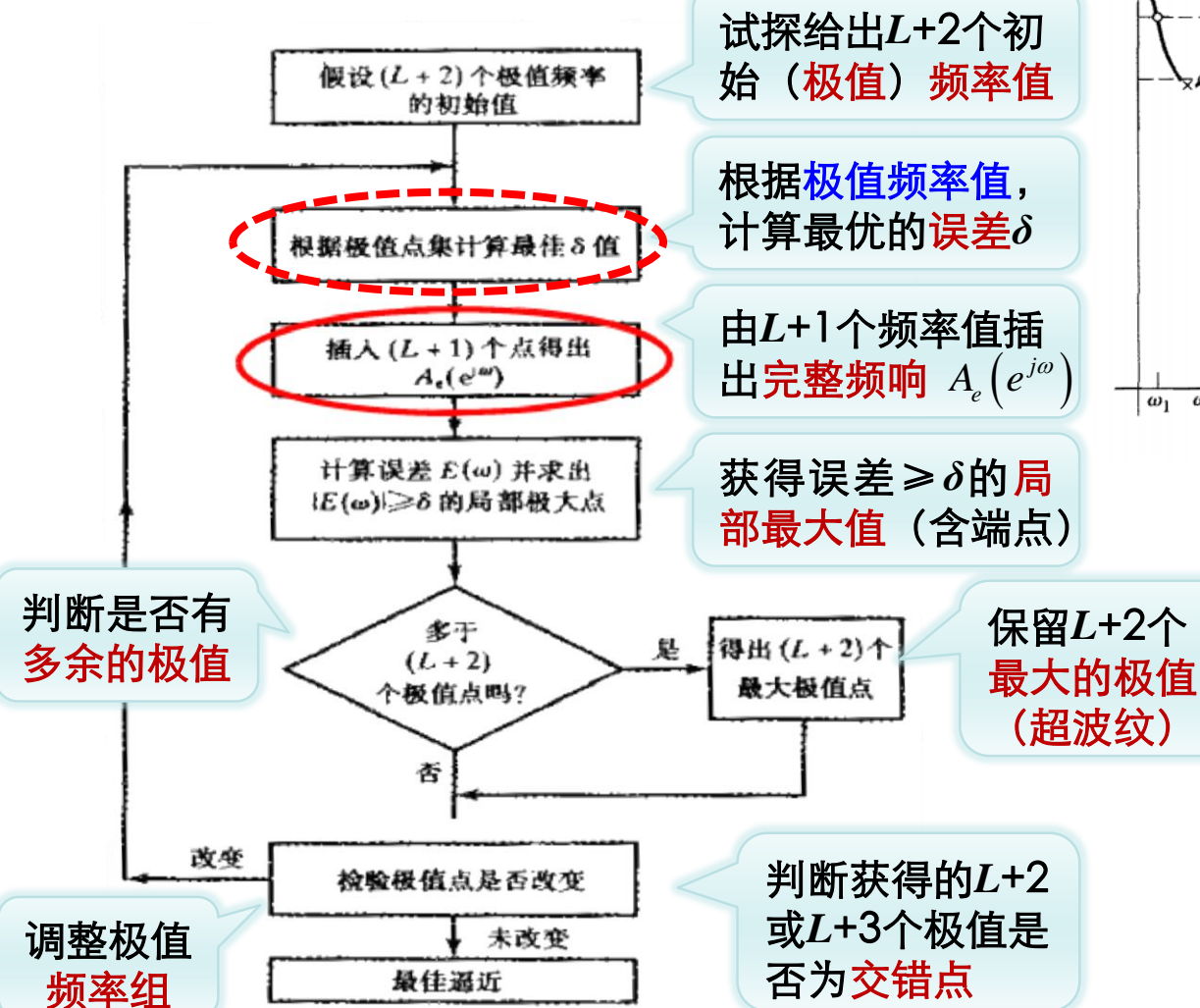
右图为在求出其最佳逼近之前获得的I型低通滤波器频率（幅度）响应某个解。若初始频率组通带和阻带误差 $>\delta$ ，则需重选频率组。图中‘x’表示的局部最大值频率需入选新频率组。如果 $\omega = 0$ 和 π 处都有误差极大值，则将其误差大的极值频率选入新频率组。



根据新极值重选一组（ $L+2$ 个）频率值，重新计算 δ 、幅度响应和误差函数，直至 δ 不改变为止。此时 δ 为给定参数组下可达到的最小的最大逼近误差，获得的幅度响应为最佳逼近。

7.4.3 Parks-McClellan算法

◆ Parks-McClellan算法流程



该算法流程可计算出最优误差 δ , 但若 L 取值不当, 不能保证 δ 一定达到设计指标要求。

7.4.4 最佳滤波器特性

对于预先给定的通带和阻带截止频率 ω_p 和 ω_s ，最佳滤波器具有最小的最大加权逼近误差 δ 。

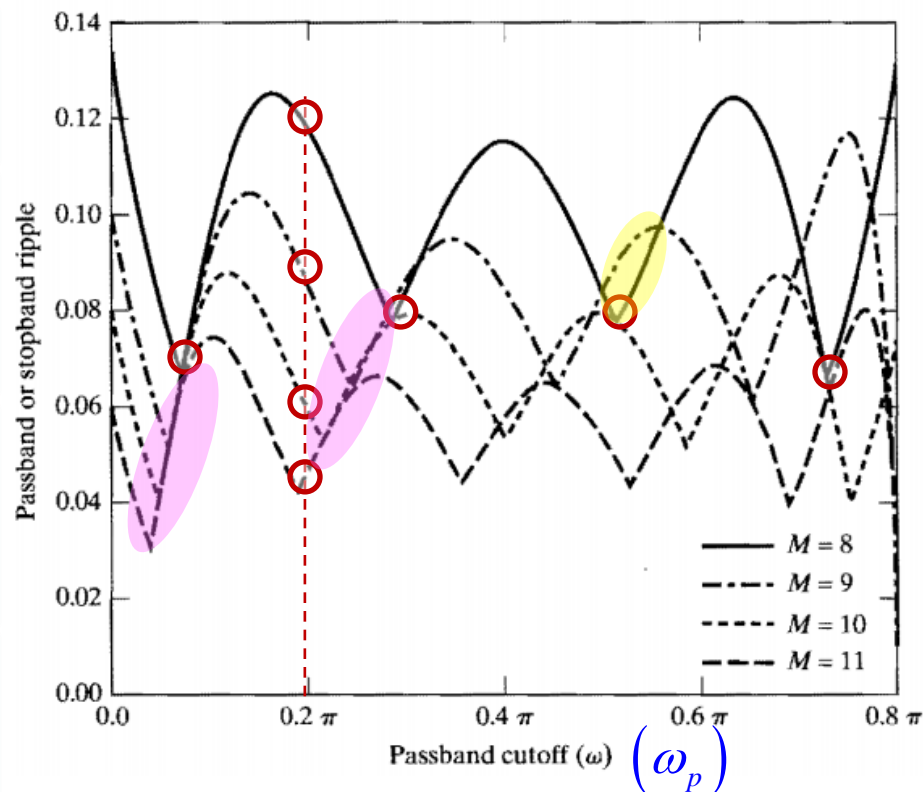
示例：不同长度的最佳低通滤波器的逼近误差随通带和阻带截止频率的变化。设 $K=1$ ，过渡带宽度 $(\omega_s - \omega_p)$ 固定为 0.2π 。

1) 曲线中每一个点都对应一个给定 ω_p 下最佳滤波器的逼近误差 δ

2) 给定 M ，误差 δ 随 ω_p 变化出现极小点，每个极小点对应一个超波纹滤波器（有 $L+3$ 个极值点）

3) 由2)，某些参数下较短的滤波器 ($M=8$) 逼近误差可以小于稍长的滤波器如 ($M=9$)

4) 同类型的滤波器，长滤波器 ($M=10$ 或 11) 的性能将（分别）不低于短滤波器 ($M=8$ 或 9)



7.4.4 最佳滤波器特性

◆ 等波纹低通滤波器逼近的各种参数之间的关系

参数 M , δ_1 , δ_2 , ω_p 和 ω_s 之间满足（经验）关系式

$$M = \frac{-10\log_{10}(\delta_1\delta_2)-13}{2.324\Delta\omega} \leq \frac{-20\log_{10}[\min(\delta_1,\delta_2)]-13}{2.324\Delta\omega}$$

$M+1$ 为满足滤波器设计指标所需的**最小长度**。

$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p$ 为**过渡带宽度**。

对比kaiser窗设计法要求

$$M = (A-8)/(2.285\Delta\omega), \quad A = -20\log_{10} \delta$$

在相同的**逼近误差**下，等波纹滤波器比kaiser窗滤波器**更短**。

在相同的**长度**下，等波纹滤波器比kaiser窗滤波器**逼近误差小5dB**。

第七章：滤波器设计方法

- ◆ 7.0 引言
- ◆ 7.1 由连续时间滤波器设计离散时间IIR滤波器
- ◆ 7.2 用窗函数法设计FIR滤波器
- ◆ 7.3 Kaiser窗函数法设计FIR滤波器
- ◆ 7.4 FIR滤波器的最佳逼近
- ◆ 7.5 FIR滤波器等波纹逼近示例
- ◆ 7.6 IIR和FIR滤波器设计考虑

7.5.1 低通滤波器

◆ 低通滤波器设计示例

拟设计滤波器技术指标 ($K=10$) :

$$\omega_p = 0.4\pi, \quad \omega_s = 0.6\pi, \quad \delta_1 = 0.01, \quad \delta_2 = 0.001$$

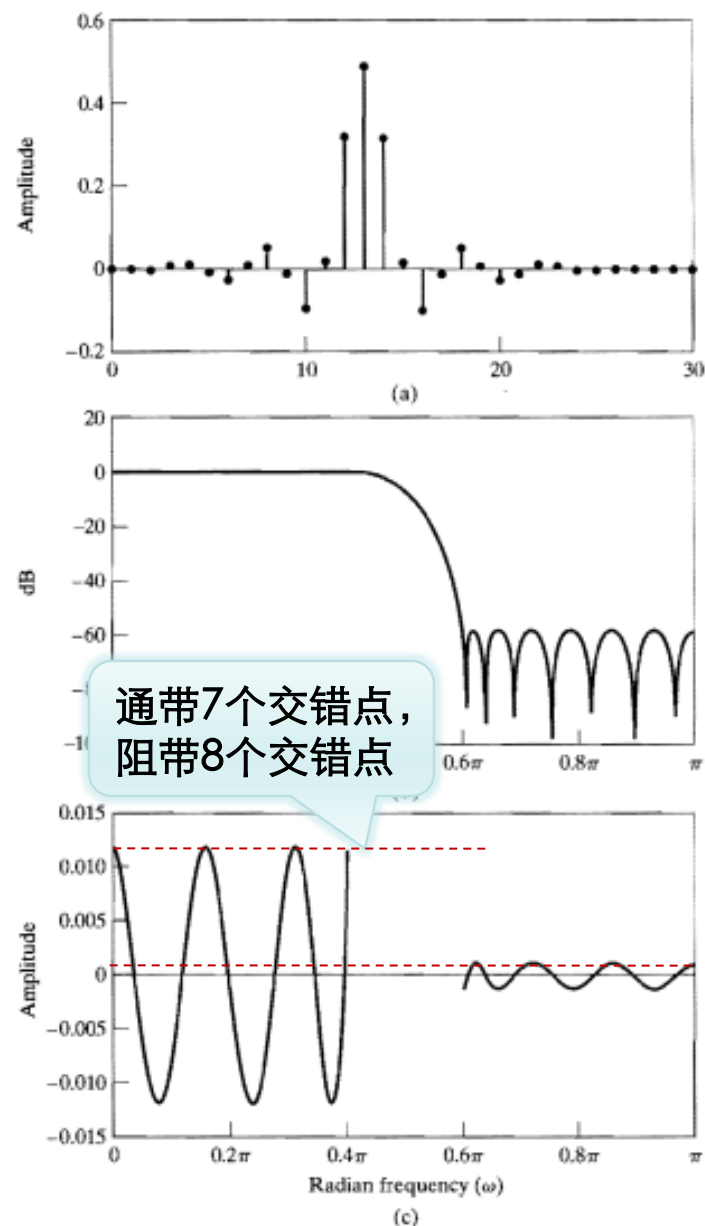
由等波纹滤波器参数关系得: $M = 26$

未加权的逼近误差

$$E_A(\omega) = \frac{E(\omega)}{W(\omega)} = \begin{cases} 1 - A_e(e^{j\omega}), & 0 \leq \omega \leq \omega_p \\ 0 - A_e(e^{j\omega}), & \omega_s \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

对I型滤波器 ($M=26$) , 最佳滤波器交错点最少个数为 $M/2+2=15$ 。

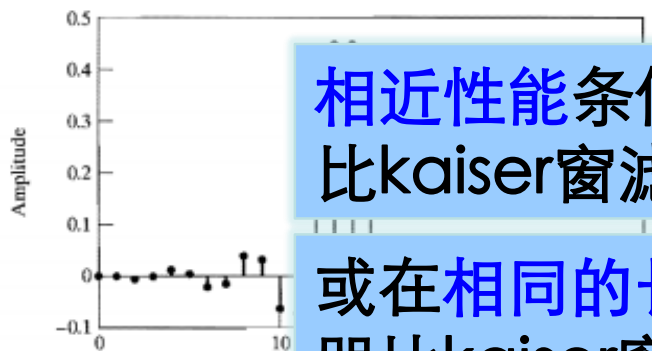
由于所得滤波器通带和阻带误差分别为0.0116和0.00116, 未达到技术指标要求, 需增大 M (或 L) 。



7.5.1 低通滤波器

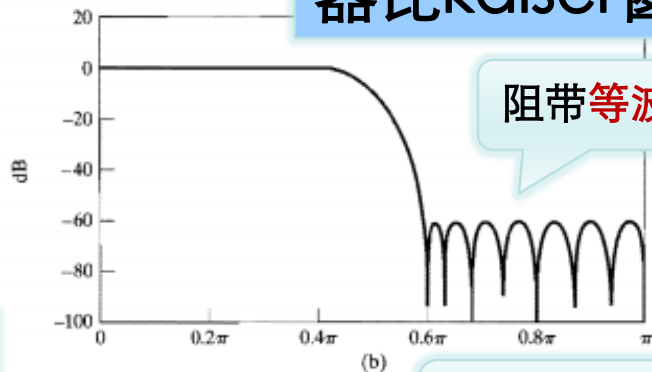
$M=27$ Parks-McClellan滤波器性能

Kaiser窗滤波器性能 ($M=37$)

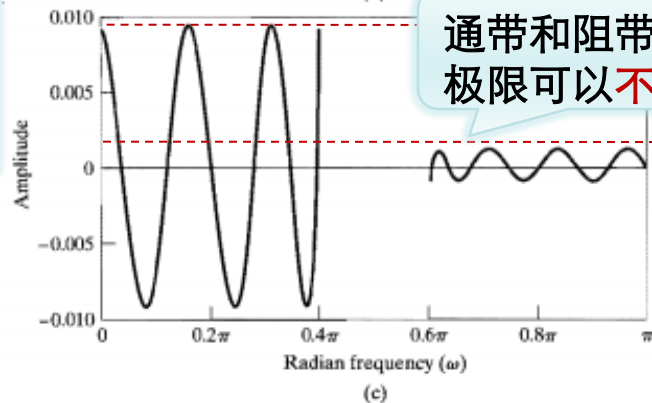


相近性能条件下，等波纹滤波器比kaiser窗滤波器长度明显减少。

或在相同的长度下，等波纹滤波器比kaiser窗滤波器误差明显减少。

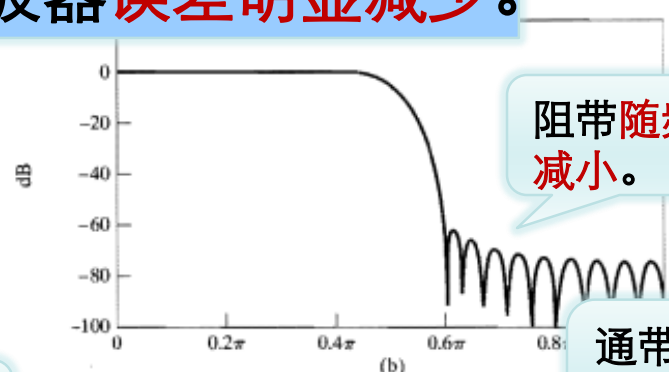
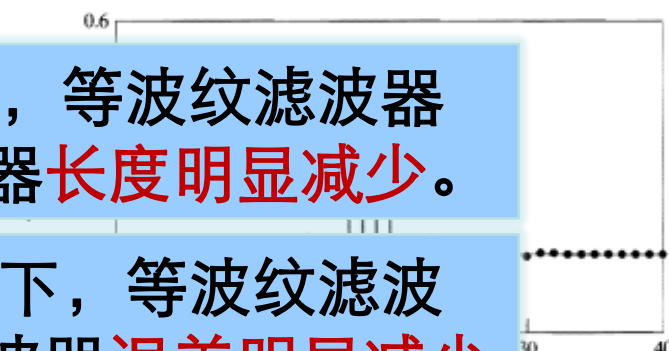


阻带等波纹

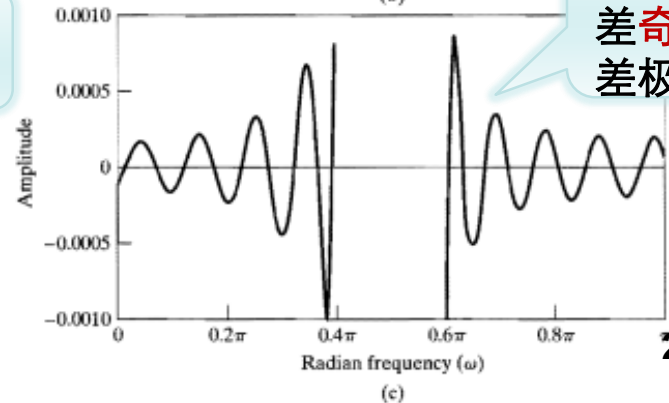


通带和阻带误差极限可以不相同

通带和阻带误差分别为0.0092和0.00092



阻带随频率减小。



通带和阻带误差奇对称且误差极限相同

号处理

7.5.3 带通滤波器

◆ 带通滤波器特性

与低通滤波器不同，带通滤波器有三个逼近频带，最佳逼近结论需推广到多频带情况

由于交错点定理没有限制逼近区间个数，多频带情况下最佳逼近交错点最少个数仍为 $(L+2)$ ，但最大个数可以大于 $(L+3)$ 。

局部极大和极小点不必都在逼近区内，过渡区内会出现局部极值点，并且逼近区中不要求等波纹逼近（即不必所有的局部极值点都是交错点）。

7.5.3 带通滤波器

◆ 带通滤波器设计示例

设：期望带通滤波器**频率响应**

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \omega \leq 0.3\pi \\ 1, & 0.35\pi \leq \omega \leq 0.6\pi \\ 0, & 0.7\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

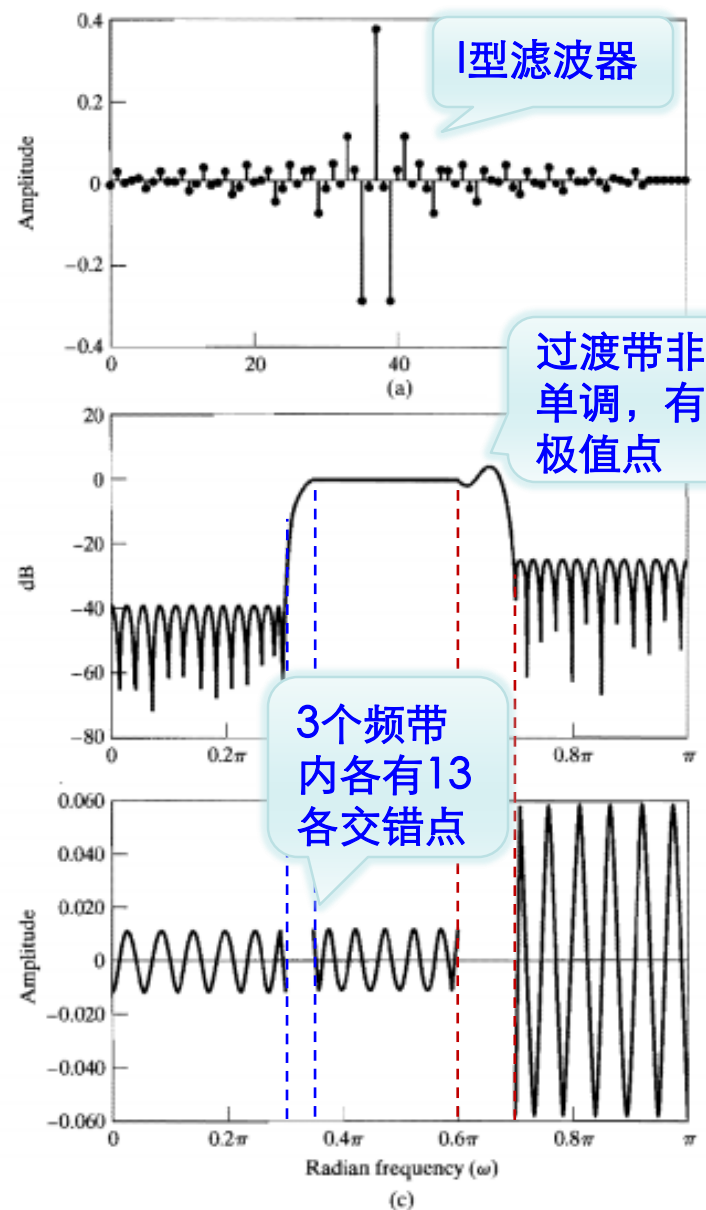
误差加权函数为

$$W(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq 0.5\pi \\ 1, & 0.35\pi \leq \omega \leq 0.6\pi \\ 0.2, & 0.7\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

若：滤波器**脉冲响应长度**取 $M+1=75$

则：滤波器逼近**多项式阶次** $L=M/2=37$

最佳逼近最少交错点个数 $L+2=39$



第七章：滤波器设计方法

- ◆ 7.0 引言
- ◆ 7.1 由连续时间滤波器设计离散时间IIR滤波器
- ◆ 7.2 用窗函数法设计FIR滤波器
- ◆ 7.3 Kaiser窗函数法设计FIR滤波器
- ◆ 7.4 FIR滤波器的最佳逼近
- ◆ 7.5 FIR滤波器等波纹逼近示例
- ◆ 7.6 IIR和FIR滤波器设计考虑

7.6 IIR和FIR滤波器的评价

IIR和FIR滤波器各有优缺点，需根据具体应用选择。

IIR滤波器	FIR滤波器
单位脉冲响应无限长	单位脉冲响应有限长
要考虑稳定性	总是稳定
不能用卷积实现，采用递归	可采用卷积或递归实现
不能实现真正的线性相位	极易实现线性相位
由于递归的采用，能以较低的阶数逼近指标	要达到同样的逼近性能比IIR数字滤波器的阶数高很多
无快速实现算法	可以采用FFT快速实现

