第六章：离散时间系统结构

◆非线性量化模型

直接I型IIR系统差分方程为

$$y[n]=\sum_{k=1}^{N}a_k y[n-k]+\sum_{k=0}^{M}b_k x[n-k]$$

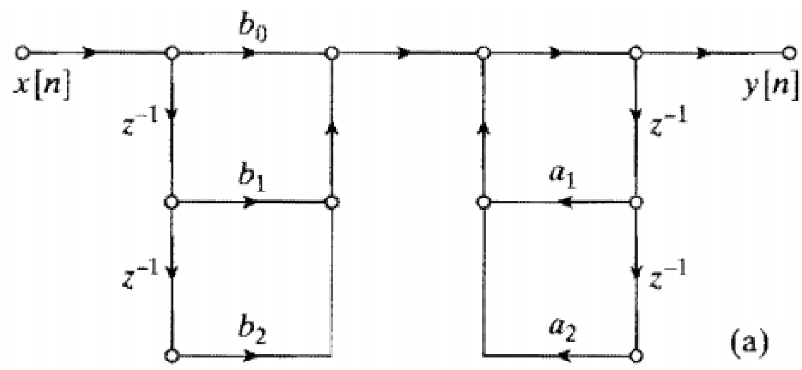
相应的系统函数为

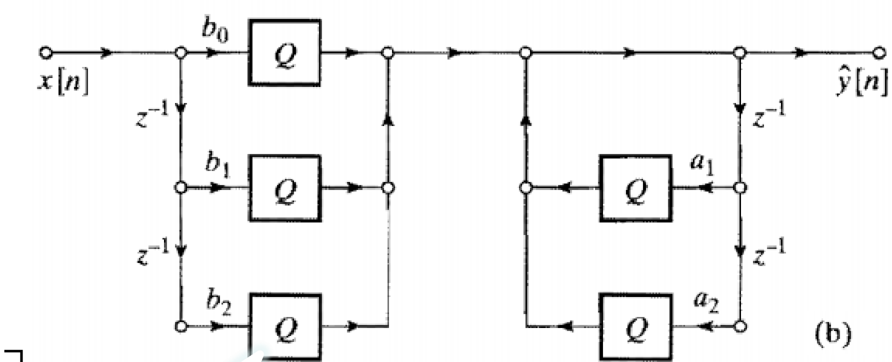
$$H(z)=\sum_{k=0}^{M}b_k z^{-k}\bigg/\left(1-\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}\right)$$

若所有信号值和系数采用（B+1）位舍入/截尾量化，系统表示为非线性差分方程

$$\hat{y}[n]=\sum_{k=1}^{N}Q\left[a_k\hat{y}[n-k]\right]+\sum_{k=0}^{M}Q\left[b_k\hat{x}[n-k]\right]$$

无限精度模型





非线性量化模型

非线性
量化处理

6.8.1 直接型IIR结构分析

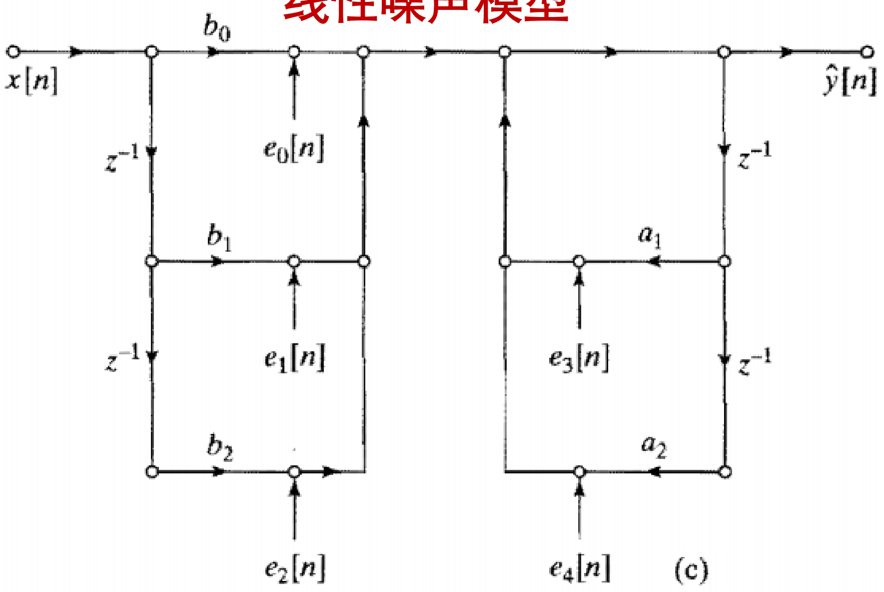
◆量化线性噪声模型

将乘积项量化误差用噪声源表示

$$e[n]=Q\left[bx[n]\right]-bx[n]$$

则非线性量化模型转变为线性噪声模型

线性噪声模型



◆假设量化噪声源具有如下性质

1、每个量化噪声源 $e[n]$ 是广义平稳白噪声随机过程。

2、每个量化噪声源幅度在一个量化间隔上都是均匀分布的。

3、所以量化噪声源的均值与方差都相同。

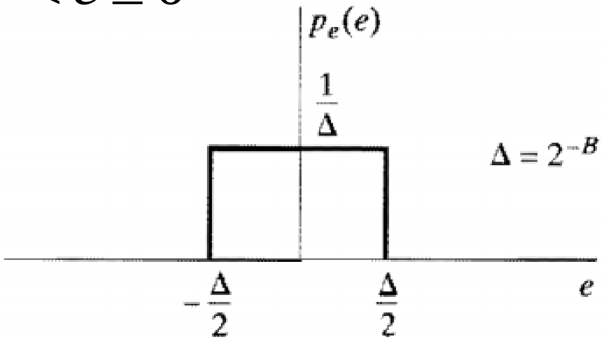
4、每个量化噪声源都与其相应量化器的输入、所有其它量化噪声源以及系统的输入不相关。

6.8.1 直接型IIR结构分析

◆量化噪声特性分析

对于B+1位舍入量化，其误差范围为： $-2^{-B}/2 < e \le 2^{-B}/2$

对于B+1位截尾量化，其误差范围为： $-2^{-B} < e \le 0$



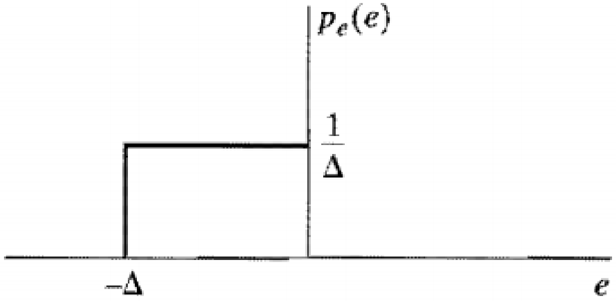
舍入误差概率密度函数

对于B+1位舍入量化误差的均值和方差为：

$$m_e = 0 \quad 和 \quad \sigma_e^2 = \frac{2^{-2B}}{12}$$

对于B+1位截尾量化误差的均值和方差为：

$$m_e = -\frac{2^{-B}}{2} \quad 和 \quad \sigma_e^2 = \frac{2^{-2B}}{12}$$



截尾误差概率密度函数

量化误差的自相关函数与功率谱（见2.10）

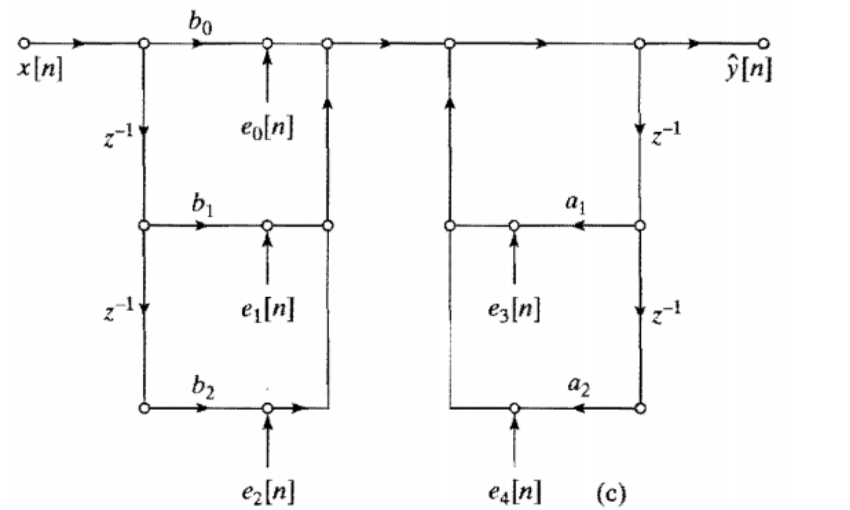
$$\phi_{ee}[n] = \sigma_e^2 \delta[n] + m_e^2$$

$$\Phi_{ee}(e^{j\omega}) = \sigma_e^2 + m_e^2 \delta(\omega), \quad |\omega| \le \pi$$

◆联合量化噪声源模型

对于系统中的不相关（独立）的量化噪声源，系统整体量化效应可用联合噪声源表示

$$e[n]=e_0[n]+e_1[n]+e_2[n]+e_3[n]+e_4[n]$$

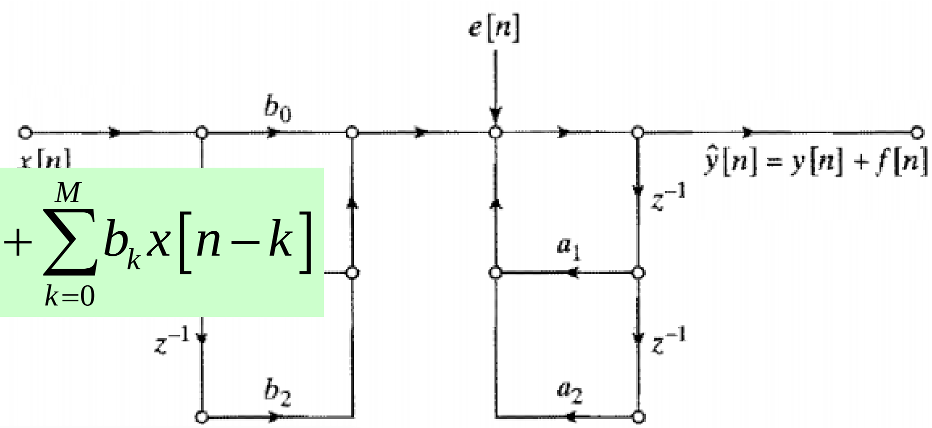


二阶直接I型联合噪声源的方差为

$$\sigma_e^2=\sigma_{e0}^2+\sigma_{e1}^2+\sigma_{e2}^2+\sigma_{e3}^2+\sigma_{e4}^2$$

$$=5\cdot\frac{2^{-2B}}{12}$$

$$y[n]=\sum_{k=1}^{N}a_k y[n-k]+\sum_{k=0}^{M}b_k x[n-k]$$



一般直接I型联合噪声源的方差为

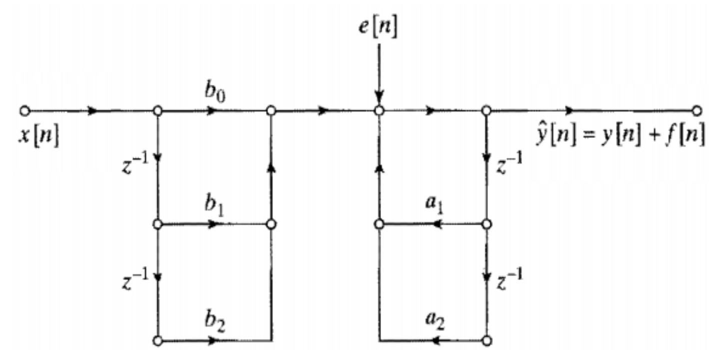
$$\sigma_e^2=(M+1+N)\frac{2^{-2B}}{12}$$

M+1为正向系统系数个数
N为反馈系统系数个数

具有联合噪声源的直接I型 噪声模型

◆联合量化噪声特性分析

对于线性系统，联合噪声模型的输出可表示为



具有联合噪声源的直接I型 噪声模型

$$\hat{y}[n]=y[n]+f[n]$$

$y[n]$ 和 $f[n]$ 分别为系统对信号 $x[n]$ 和噪声 $e[n]$ 的响应（输出）。

其中输出噪声的系统差分方程可表示为

$$f[n]=\sum_{k=1}^{N}a_k f[n-k]+e[n]$$

噪声系统为IIR系统

$$H_{ef}(z)=1\Big/\left(1-\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}\right)$$

考虑白噪声 $e[n]$通过系统函数为 $H_{ef}(z)$的线性系统，其输出 $f[n]$的均值可表示为（推导参见2.10节（2.189，2.190）式）

$$m_f=m_e\sum_{n=-\infty}^{\infty}h_{ef}[n]=m_e H_{ef}\left(e^{j\mathbf{0}}\right)$$

$$f[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}e[k]h_{ef}[k-n]$$

对于舍入量化，$m_f=0$。

噪声系统的单位脉冲响应

噪声系统的频率响应的直流分量

6.8.1 直接型IIR结构分析

◆联合量化噪声特性分析（续）

对于舍入量化，输出噪声功率谱密度为

$$P_{ff}(\omega)=\Phi_{ff}\left(e^{j\omega}\right)=\sigma_e^2\left|H_{ef}\left(e^{j\omega}\right)\right|^2,\quad |\omega|\le\pi$$

相应地，输出噪声方差为

$$\sigma_f^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}P_{ff}(\omega)\,d\omega=\sigma_e^2\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|H_{ef}\left(e^{j\omega}\right)\right|^2 d\omega$$

由帕斯瓦尔定理，输出噪声方差亦可表示为

$$\sigma_f^2=\sigma_e^2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|h_{ef}[n]\right|^2$$

采用*B*+1比特量化的联合噪声源一般直接I型系统的输出噪声方差为

$$\sigma_f^2=(M+1+N)\frac{2^{-2B}}{12}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|h_{ef}[n]\right|^2$$

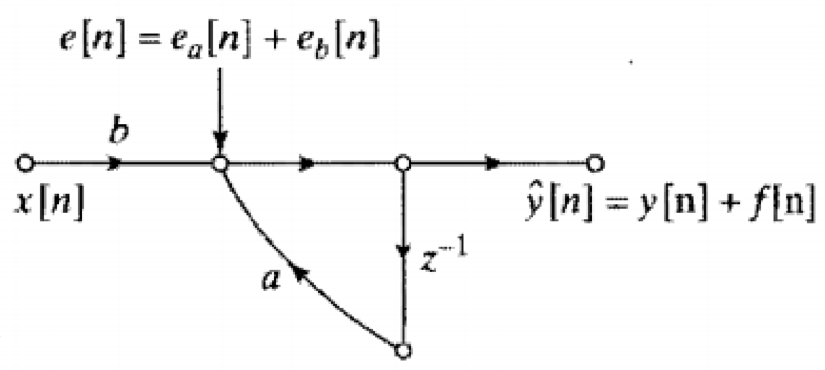
6.8.1 直接型IIR结构分析

◆噪声功率谱与方差计算示例

设需要实现的系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{b}{1-az^{-1}},\quad |a|<1$$

两个系数乘法器输出用B+1比特量化



一阶系统线性噪声模型

每个噪声源经过的系统的单位脉冲响应为

$$h_{ef}[n]=a^n u[n]$$

$$\left|H_{ef}\left(e^{j\omega}\right)\right|^2=\left|\frac{1}{1-ae^{-j\omega}}\right|^2=\frac{1}{1+a^2-2a\cos\omega}$$

输出噪声功率谱为

$$P_{ff}(\omega)=2\frac{2^{-2B}}{12}\left(\frac{1}{1+a^2-2a\cos\omega}\right)$$

输出总噪声方差为

$$\sigma_f^2=2\frac{2^{-2B}}{12}\sum_{n=0}^{\infty}|a|^{2n}=2\frac{2^{-2B}}{12}\left(\frac{1}{1-|a|^2}\right)$$

6.8.2 IIR系统定点实现中的幅度加权

◆若约定IIR系统中每个定点数都表示成一个小数，那么网络中每个节点必须限制其节点幅值不超过1以避免溢出

记 $w_k[n]$ 为第 k 个节点的节点值， $h_k[n]$ 为从输入 $x[n]$ 到该节点变量的单位脉冲响应，那么该节点的幅值可表示为

$$\left|w_k[n]\right| = \left|\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n-m]h_k[m]\right|$$

若记 $x_{\max}$ 为输入 $x[n]$ 的最大值，则有

$$\left|w_k[n]\right| \le x_{\max}\left|\sum_{m=-\infty}^{\infty} h_k[m]\right| \le x_{\max}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|h_k[m]\right|$$

使得 $\left|w_k[n]\right|<1$ 的充分条件是下式对网络中所有节点成立

$$x_{\max} < 1\Big/\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|h_k[m]\right|$$

若 $x_{\max}$ 不满足上式，可将输入 $x[n]$ 乘标量因子 s ，为使 $sx_{\max}$ 在所有节点上满足 $\left|w_k[n]\right|<1$，则 $sx_{\max}$ 须满足下式

$$sx_{\max} < 1\Big/\max_k \sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|h_k[m]\right|$$

s选取边界-1：
受限于脉冲响应幅度和
（联合最大信号幅度）

6.8.2 IIR系统定点实现中的幅度加权

◆对于窄带输入信号，若加权信号，使得经过所有节点幅度响应取最大值的频点不产生溢出，则可避免所有节点值溢出。

假设输入为一个窄带信号，即 $x[n]=x_{\max}\cos\omega_0 n$ ，则节点值可表示为

$$w_k[n]=\left|H_k\left(e^{j\omega_0}\right)\right|x_{\max}\cos\left(\omega_0 n+\angle H_k\left(e^{j\omega_0}\right)\right)$$

因此，如果

$$\max_{k,|\omega|\le\pi}\left|H_k\left(e^{j\omega}\right)\right|x_{\max}<1$$

所有频率分量的幅值受限

或者将输入 $x[n]$ 乘标量因子 s ，使得 $sx_{\max}$ 在所有节点上满足

$$sx_{\max}<1\Big/\max_{k,|\omega|\le\pi}\left|H_k\left(e^{j\omega}\right)\right|$$

s选取边界-2:
受限于频率响应峰值
（针对窄带信号）

则，对所有（频率）正弦信号，节点溢出都可以避免！

6.8.2 IIR系统定点实现中的幅度加权

◆若加权输入信号，使得每个节点变量序列的总能量小于或等于输入序列的总能量，亦可避免节点值溢出。

序列 $w_k[n]$ 的总能量界定为

$$\sum^{\infty} |w_k[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|H_k(e^{j\omega})X(e^{j\omega})\right|^2 d\omega$$

$$\le \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|H_k(e^{j\omega})\right|^2 d\omega$$

施瓦茨不等式：
相乘的积分小于等于积分的相乘

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |sx[n]|^2 \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|H_k(e^{j\omega})\right|^2 d\omega \le \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

若要 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |w_k[n]|^2 \le \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$，可将输入 $x[n]$ 乘标量因子 s，使得

$$s^2 < 1\Big/\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|H_k(e^{j\omega})\right|^2 d\omega = 1\Big/\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_k[n]|^2$$

s选取边界-3：
受限于脉冲响应能量
（与输入信号无关）

可以证明，对于第k个节点，三种标量因子边界满足：

$$\left\{1\Big/\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_k[n]|^2\right\}^{1/2} \ge 1\Big/\max_{k,|\omega|\le\pi} \left|H_k(e^{j\omega})\right| \ge 1\Big/\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_k[n]|$$

脉冲响应能量
s边界

频率响应峰值
s边界

脉冲响应幅度和
s边界

6.8.2 IIR系统定点实现中的幅度加权

例：幅度加权与舍入量化之间的相互影响理论分析

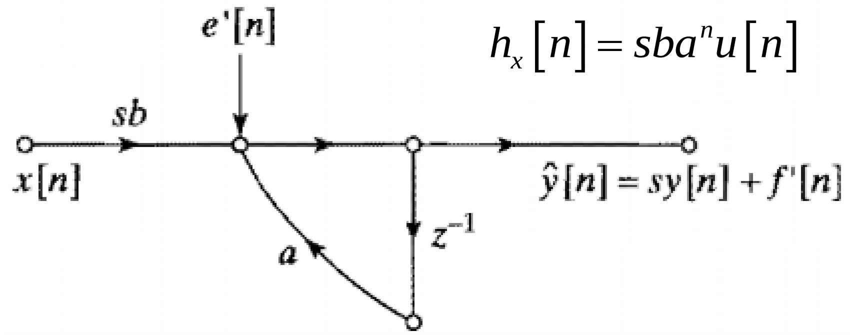
考虑一阶系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{b}{1-az^{-1}}$$

对输入信号加权以免输出溢出。

$$h_f[n]=a^n u[n]$$

$$h_x[n]=sba^n u[n]$$



幅度加权一阶系统线性噪声模型

假设输入信号为-1和+1之间均匀分布的白噪声，其概率密度的幅度为1/2，则信号方差为 $\sigma_x^2=1/3$ 。

根据节点值幅度和限定条件，保证信号输出不溢出的标量因子（最大值）可取值为

$$s=\frac{1}{x_{\max}\sum_{m=-\infty}^{\infty}|h[m]|}=\frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty}|b||a|^n}=\frac{1-|a|}{|b|}$$

6.8.2 IIR系统定点实现中的幅度加权

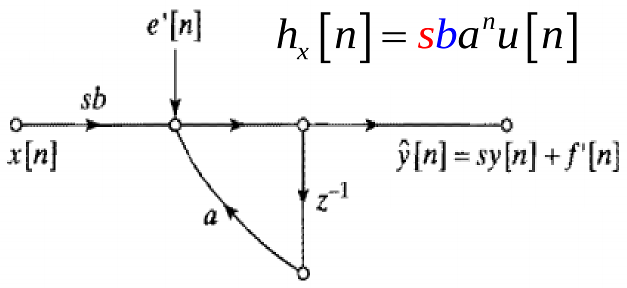
例：幅度加权与舍入量化之间的相互影响理论分析（续）

输出总噪声方差为

$$\sigma_{f'}^2 = 2\frac{2^{-2B}}{12}\sum_{n=0}^{\infty}|a|^{2n} = 2\frac{2^{-2B}}{12}\left(\frac{1}{1-|a|^2}\right) = \sigma_f^2$$

$$h_f[n] = a^n u[n]$$

$$h_x[n] = sba^n u[n]$$



幅度加权一阶系统线性噪声模型

输入为幅度加权信号的输出信号方差为

$$\sigma_{y'}^2 = \frac{1}{3}\cdot s^2\cdot\left(\frac{b^2}{1-|a|^2}\right) = s^2\sigma_y^2$$

输入为幅度加权信号的输出SNR为

$$\frac{\sigma_{y'}^2}{\sigma_{f'}^2} = s^2\frac{\sigma_y^2}{\sigma_f^2} = \left(\frac{1-|a|}{|b|}\right)^2\frac{\sigma_y^2}{\sigma_f^2}$$

由于s一般小于1，因此幅度加权的系统比未幅度加权的系统输出SNR降低为 s^2倍

6.8.3 级联IIR结构分析示例

◆ 幅度加权对舍入量化系统的影响示例

例：设低通IIR椭圆滤波器，幅度响应满足

$$\begin{cases} 0.99 \le \left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| \le 1.01, & |\omega| \le 0.5\pi \\ \left|H\left(e^{j\omega}\right)\right| \le 0.01(-40dB), & 0.56\pi \le |\omega| \le \pi \end{cases}$$

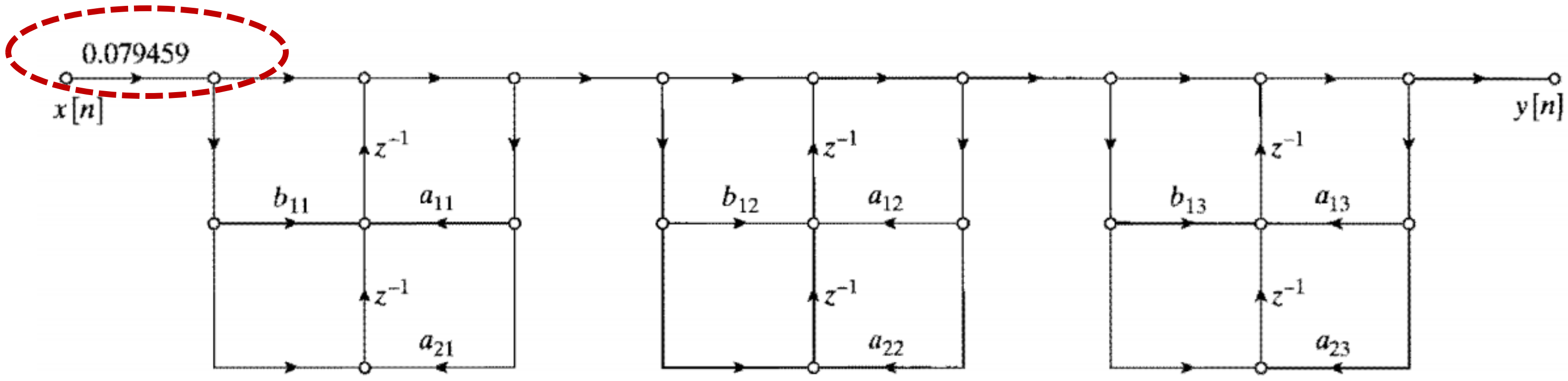
级联型实现的系统函数和系数如下

$$H(z) = 0.079459\prod_{k=1}^{3}\frac{1+b_{1k}z^{-1}+z^{-2}}{1-a_{1k}z^{-1}-a_{2k}z^{-2}} = 0.079459\prod_{k=1}^{3}H_k(z)$$

表6.4

k	a_{1k}	a_{2k}	b_{1k}
1	0.478882	−0.172150	1.719454
2	0.137787	−0.610077	0.781109
3	−0.054779	−0.902374	0.411452

6.8.3 级联IIR结构分析示例



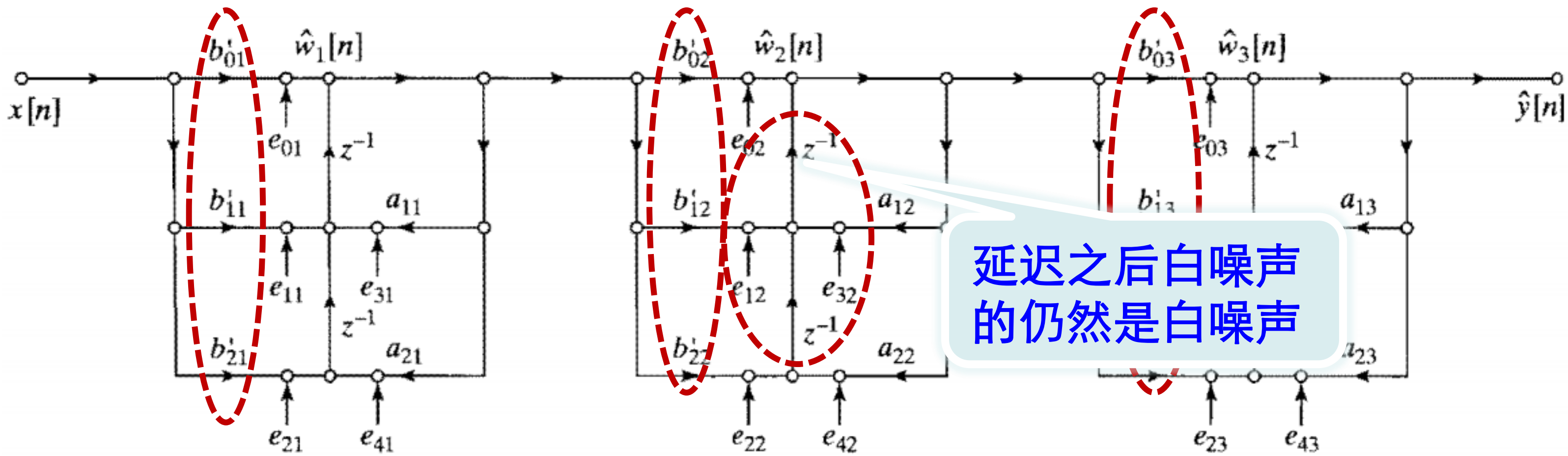
二阶转置直接II型子系统级联型IIR实现

系统输入端幅度加权可避免系统溢出，但所有噪声源均位于幅度加权之后，将导致系统SNR降低最严重

在避免溢出的条件下，应使幅度加权尽量靠近输出端，尽量使噪声也加权（衰减），从而降低SNR损失。

对级联型系统，可将系统总幅度加权分配在各子系统中分别加权，以避免各级子系统溢出，同时减小系统总SNR损失。

6.8.3 级联IIR结构分析示例



子系统分别加权级联型IIR线性噪声模型

各级中增益分配方法可表示为

$$H(z)=s_1H_1(z)s_2H_2(z)s_3H_3(z)$$

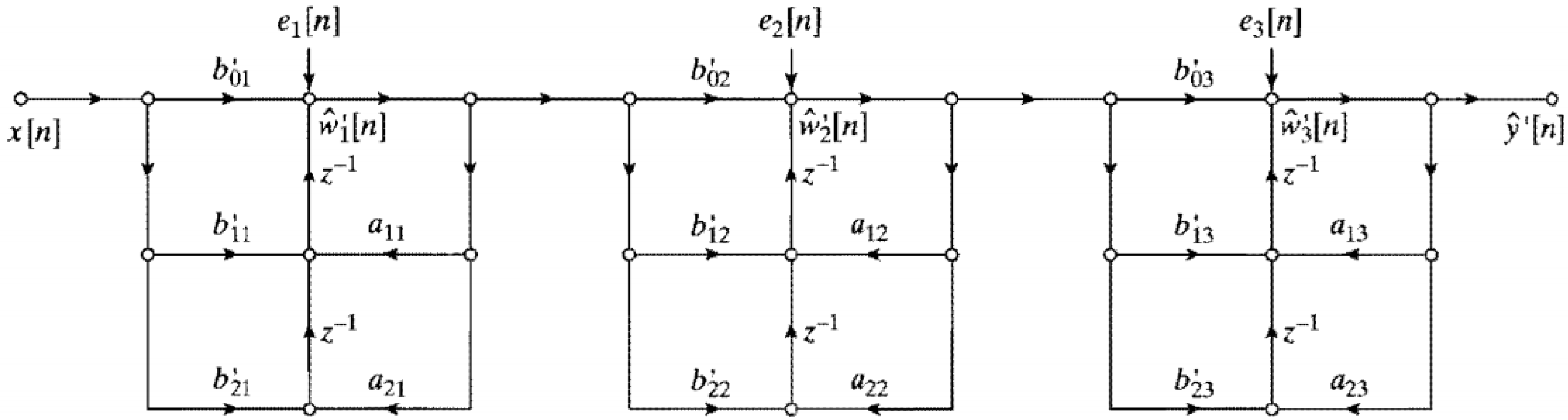
式中 $s_1\cdot s_2\cdot s_3=0.079459$ 。

级联型实现的系统函数可改变为

$$H(z)=\prod_{k=1}^{3}\frac{b'_{0k}+b'_{1k}z^{-1}+b'_{2k}z^{-2}}{1-a_{1k}z^{-1}-a_{2k}z^{-2}}=\prod_{k=1}^{3}H'_k(z)$$

式中 $b'_{0k}=b'_{2k}=s_k$， $b'_{1k}=s_kb_{1k}$ ， $H'_k(z)=s_kH_k(z)$ 。

6.8.3 级联IIR结构分析示例



子系统分别加权级联型IIR联合噪声源线性噪声模型

对于舍入量化，总噪声功率谱密度和方差为

$$P_{f'f'}(\omega)=5\cdot\frac{2^{-2B}}{12}\left[\frac{s_2^2\left|H_2\left(e^{j\omega}\right)\right|^2 s_3^2\left|H_3\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}{\left|A_1\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}+\frac{s_3^2\left|H_3\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}{\left|A_2\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}+\frac{1}{\left|A_3\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}\right]$$

$$\sigma_{f'}^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}P_{f'f'}(\omega)d\omega=5\cdot\frac{2^{-2B}}{12}\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{s_2^2\left|H_2\left(e^{j\omega}\right)\right|^2 s_3^2\left|H_3\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}{\left|A_1\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}d\omega\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{s_3^2\left|H_3\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}{\left|A_2\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}d\omega+\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{\left|A_3\left(e^{j\omega}\right)\right|^2}d\omega\right]$$

上海科 ShanghaiTech

6.8.3 级联IIR结构分析示例

◆级联系统幅度加权因子各级分配方法

对于输入单位幅度正弦信号，为避免本系统溢出，标量因子 s_k 的选择可基于以下的限定条件

$$\begin{cases} s_1 \max\limits_{|\omega|\le\pi} \left|H_1\left(e^{j\omega}\right)\right| < 1 \\ s_1 s_2 \max\limits_{|\omega|\le\pi} \left|H_1\left(e^{j\omega}\right) H_2\left(e^{j\omega}\right)\right| < 1 \\ s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 = 0.079459 \end{cases}$$

第一级网段溢出避免的标量因子选择条件

第一、二级级联网段溢出避免的标量因子选择条件

三级总网络溢出避免的标量因子选择条件

基于表6.4给出的系数，可得加权因子为

$$s_1 = 0.186447, \quad s_2 = 0.529236, \quad s_3 = 0.805267$$

6.8.3 级联IIR结构分析示例

◆级联型结构中各网段的零极点配对

系统输出噪声功率谱的形状和总输出噪声方差取决于低阶网段的零点与极点的配对方式，以及在级联实现中各网段的先后次序。

由N个网段构成的系统，有$N!$种零极点配对方式和$N!$种二阶网段的级联次序，总共$(N!)^2$种不同的系统结构；另可选择直接**I**型和**II**型，及其转置。

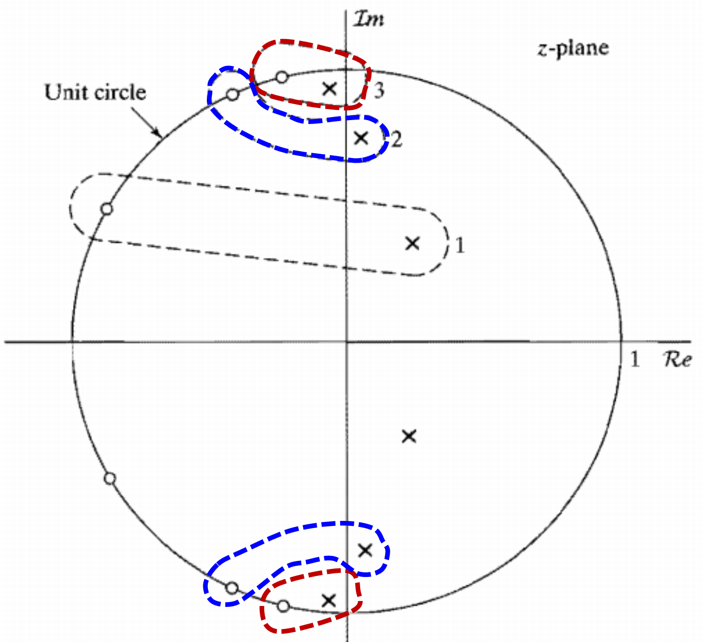
例：N=3和5时，可选择的系统结构分别为144和57600种。

零极点配对简单规则

1、在z平面内，最靠近单位圆的极点应该与紧靠它的零点配对；

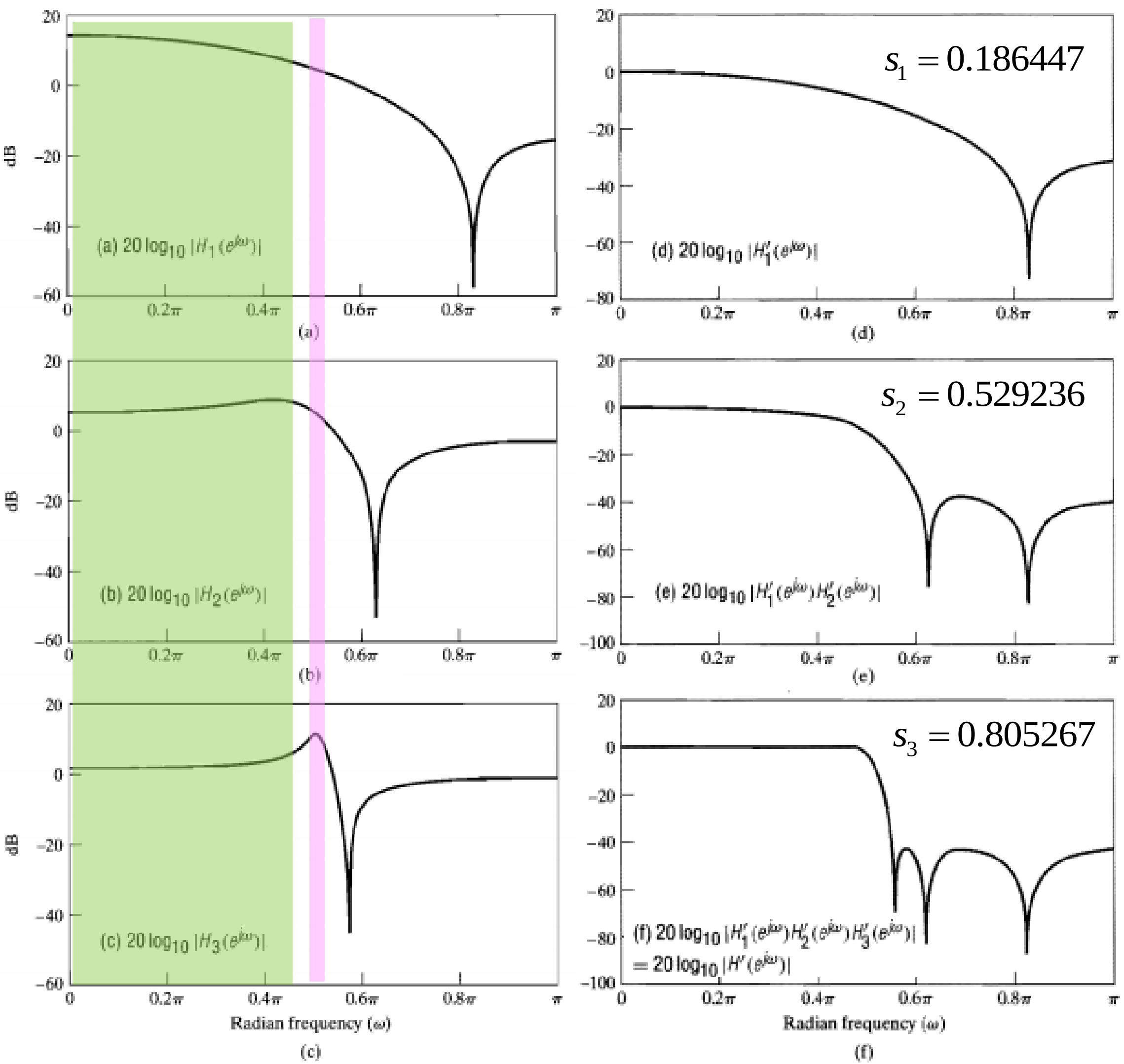
2、重复应用规则1 直到全部零点和极点都配对完；

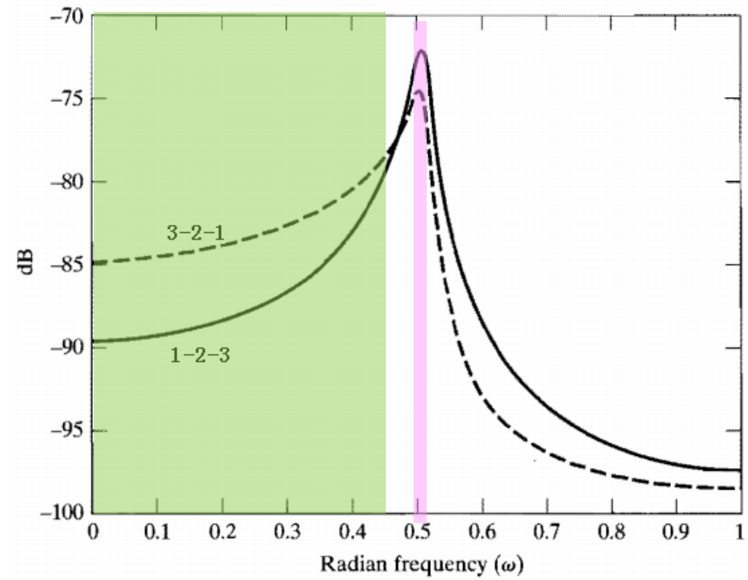
3、所求得的二阶网段应该按极点靠近单位圆的程度级联——要么按靠近单位圆递增程度为次序；要么按靠近单位圆递减程度为次序。



6.8.3 级联IIR结构分析示例

级联型零极点配对（续）





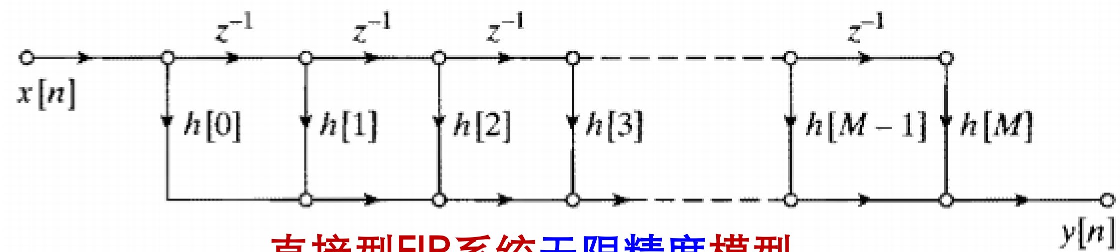
1-2-3级联：噪声经过H_3两次，H_2一次；极点频率处幅度增强，低频幅度偏低；

3-2-1级联：噪声经过H_1两次，H_2一次；低频幅度增强，极点频率处幅度偏低；

6.8.4 直接型FIR系统分析

直接型FIR系统可表示为如下形式

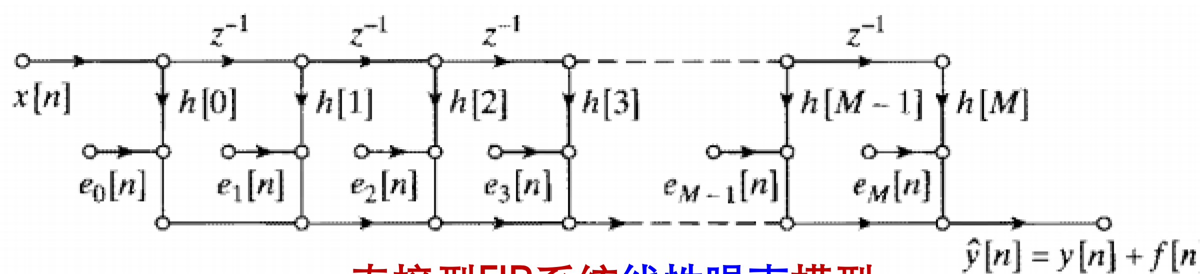
$$y[n]=\sum_{k=0}^{M}h[k]x[n-k]$$



直接型FIR系统无限精度模型

M+1个噪声源联合噪声源的**总噪声方差**为

$$\sigma_f^2=(M+1)\frac{2^{-2B}}{12}$$



直接型FIR系统线性噪声模型

FIR系统无反馈项，**噪声系统脉冲响应**为

$$h_{ef}[n]=\delta[n]$$

当采用**双倍位宽累加器**时，仅需对**系统输出值进行一次量化**，此时总噪声方差计算公式中***M*=0**。

第六章：离散时间系统结构

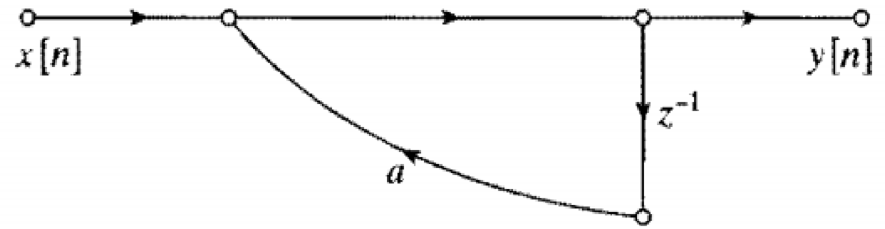
- 6.1 线性常系数差分方程的方框图表示
- 6.2 线性常系数差分方程的信号流图表示
- 6.3 IIR系统的基本结构
- 6.4 转置形式
- 6.5 FIR系统的基本网络结构
- 6.6 有限精度数值效应概述
- 6.7 系数量化效应
- 6.8 数字滤波器中舍入噪声效应
- 6.9 IIR数字滤波器定点实现中的零输入极限环

6.9.1 由舍入和截尾引起的极限环

◆一阶系统的极限环现象

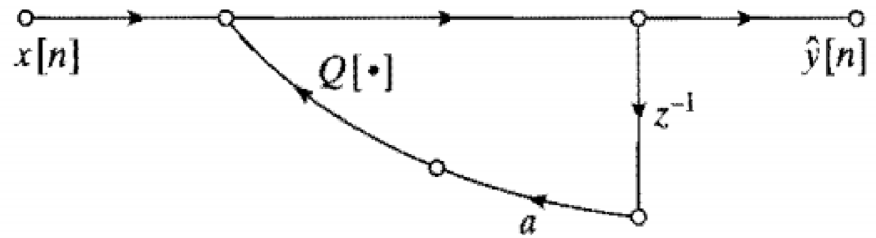
一阶系统差分方程为

$$y[n]=ay[n-1]+x[n],\quad |a|<1$$



一阶系统无限精度模型

假设系数 a 、输入 $x[n]$ 和节点变量 $y[n-1]$ 均采用4位（B=3）存储；乘积 $ay[n-1]$ 舍入量化到4位。



一阶系统量化模型

量化系统非线性差分方程为

$$\hat{y}[n]=Q\left[a\hat{y}[n-1]\right]+x[n],\quad |a|<1$$

6.9.1 由舍入和截尾引起的极限环

◆一阶系统的极限环现象（续）

量化系统非线性差分方程为

$$\hat{y}[n]=Q\left[a\hat{y}[n-1]\right]+x[n],\quad |a|<1$$

假设 $a=1/2=0_{\diamond}100$， $y[-1]=0$

$$x[n]=7/8\delta[n]=0_{\diamond}111\delta[n]$$

则输出样值为

$$\hat{y}[0]=x[0]=7/8=0_{\diamond}111$$

$$\hat{y}[1]=Q\left[a\hat{y}[0]\right]=Q[0_{\diamond}011100]=0_{\diamond}100$$

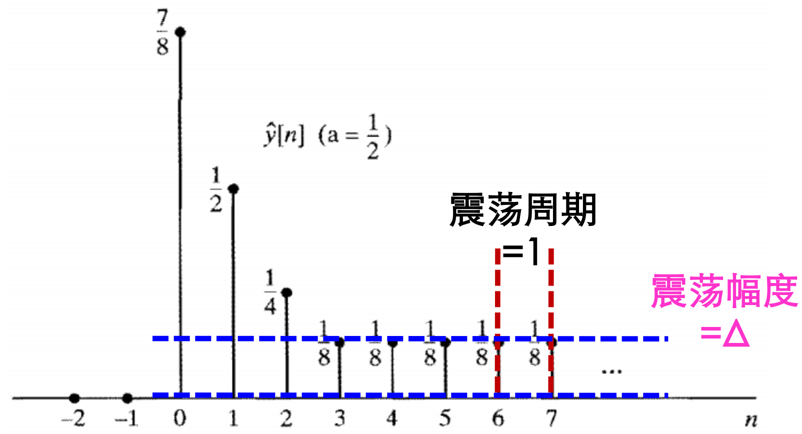
$$\hat{y}[2]=Q\left[a\hat{y}[1]\right]=Q[0_{\diamond}010000]=0_{\diamond}010$$

$$\hat{y}[3]=Q\left[a\hat{y}[2]\right]=Q[0_{\diamond}001000]=\boxed{0_{\diamond}001}$$

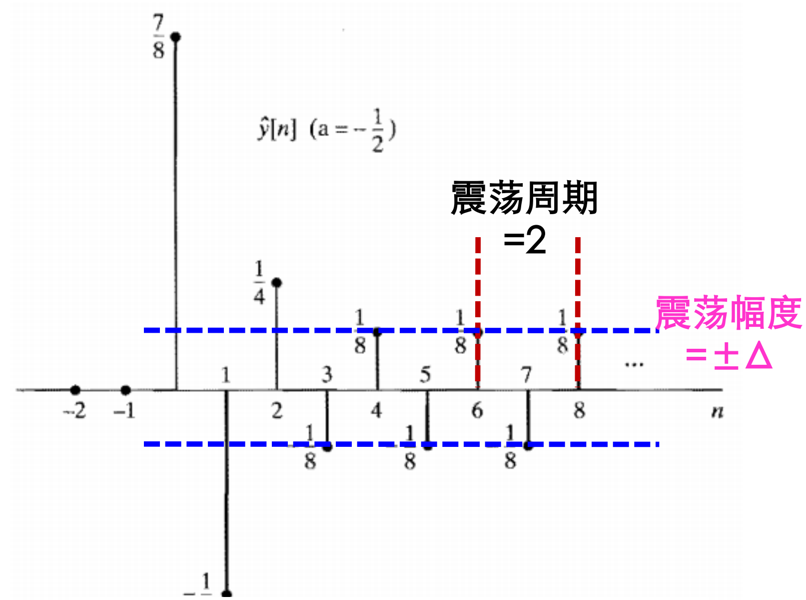
$$\hat{y}[4]=Q\left[a\hat{y}[3]\right]=Q[0_{\diamond}000100]=\boxed{0_{\diamond}001}$$

$$\cdots$$

$$\hat{y}[n]=Q\left[a\hat{y}[n-1]\right]=0_{\diamond}001,\quad n\geq 3$$



系统单位脉冲相应（$a=1/2$）

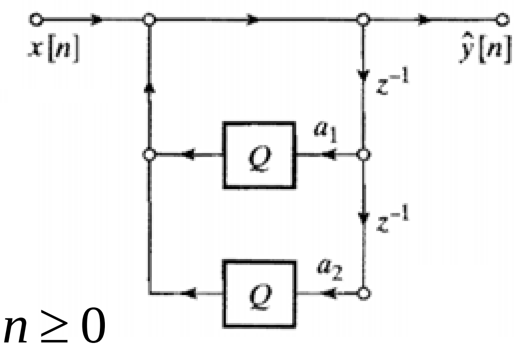


系统单位脉冲相应（$a=-1/2$）

6.9.2 由溢出引起的极限环

◆溢出震荡：由溢出导致的系统输出在大幅度的极限值之间震荡

例：二阶系统的溢出震荡



量化（B=3）系统非线性差分方程为

$$\hat{y}[n]=Q\left[a_1\hat{y}[n-1]\right]+Q\left[a_2\hat{y}[n-2]\right]+x[n]$$

假设 $a_1=3/4=0_{\lozenge}110,\quad a_2=-3/4=1_{\lozenge}010,\quad x[n]=0,\quad n\geq 0$

$$\hat{y}[-1]=3/4=0_{\lozenge}110,\quad \hat{y}[-2]=-3/4=1_{\lozenge}010$$

则，$n\geqslant 0$时的输出样值为

$$\hat{y}[0]=0_{\lozenge}110\times 0_{\lozenge}110+1_{\lozenge}010\times 1_{\lozenge}010=0_{\lozenge}100100+0_{\lozenge}100100$$

乘积采用4位向上舍入量化

$$\hat{y}[0]=Q[0_{\lozenge}100100]+Q[0_{\lozenge}100100]=0_{\lozenge}101+0_{\lozenge}101=1_{\lozenge}010=-3/4$$

以此类推

$$\hat{y}[1]=1_{\lozenge}011+1_{\lozenge}011=0_{\lozenge}110=3/4$$

$$\hat{y}[2]=0_{\lozenge}101+0_{\lozenge}101=1_{\lozenge}010=-3/4$$

输出 $\hat{y}[n]$ 将一直在-3/4与+3/4之间不停震荡，且震荡幅度几乎是满量程幅度。

6.9.3 极限环消除

一般数字信号处理系统设计时需要避免出现极限环， 如用于数字语音处理的数字滤波器若存在极限环，将出现单音干扰。

消除极限环的途径是系统设计时采用不会导致极限环出现的实现结构，但该类结构往往比等效的级联/并联结构更复杂。

增加运算字长是一种消除溢出震荡和舍入极限环的有效方法，因此，极限环问题就是要在字长和计算复杂度之间折中。

IIR系统中的反馈回路是产生极限环的必要条件，因此，对于不能容许极限环的系统，采用无反馈的FIR系统是有效选择。