Istituzioni e didattica della matematica

Marina Cazzola (marina.cazzola@unimib.it)

5 aprile 2016

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Gruppi

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Gruppi

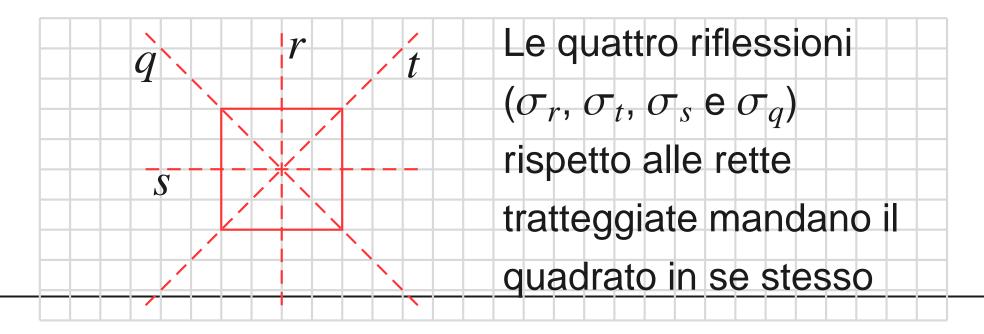
 lo strumento per descrivere la
 "simmetria" di una figura è il suo gruppo di simmetria, ovvero l'insieme di tutte le isometrie del piano che fissano la figura

Chiamiamo simmetria di una figura una qualsiasi isometria che manda la figura in se stessa.

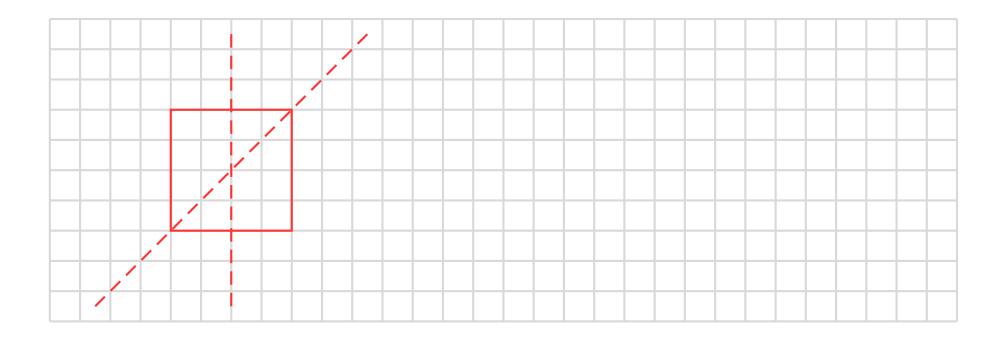
Chiamiamo gruppo di simmetria della figura l'insieme di tutte queste simmetrie.

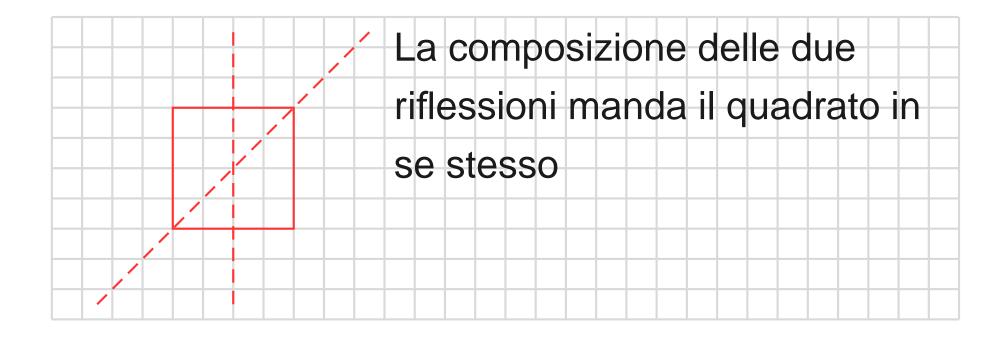
Chiamiamo simmetria di una figura una qualsiasi isometria che manda la figura in se stessa.

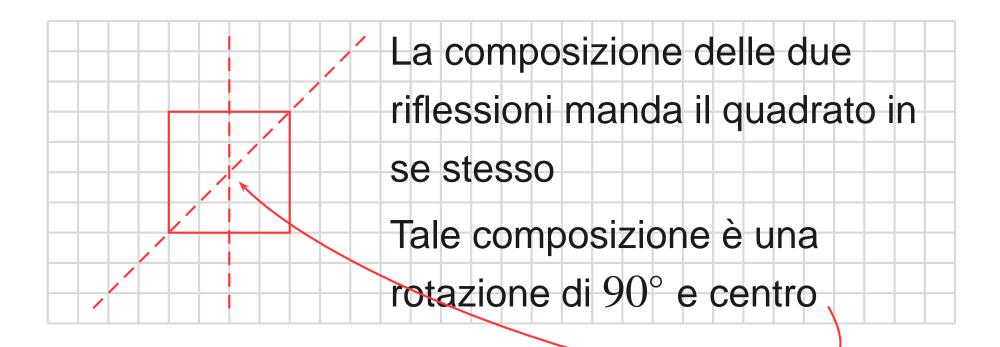
Chiamiamo gruppo di simmetria della figura l'insieme di tutte queste simmetrie.











Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

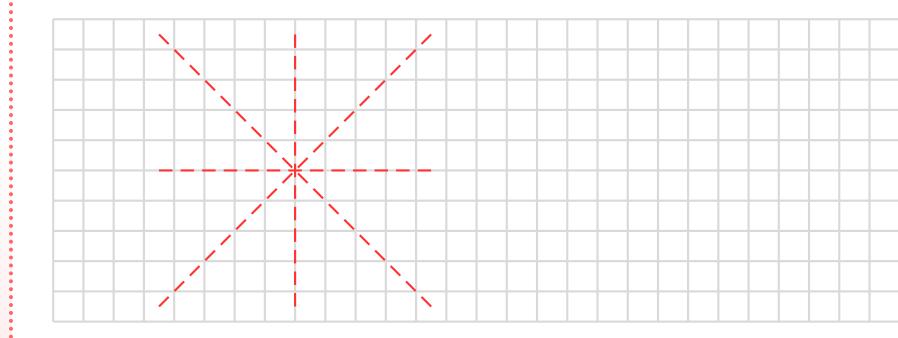
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

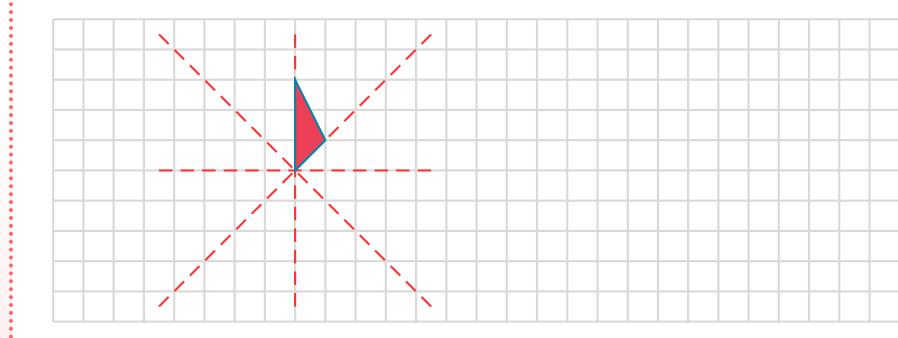
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

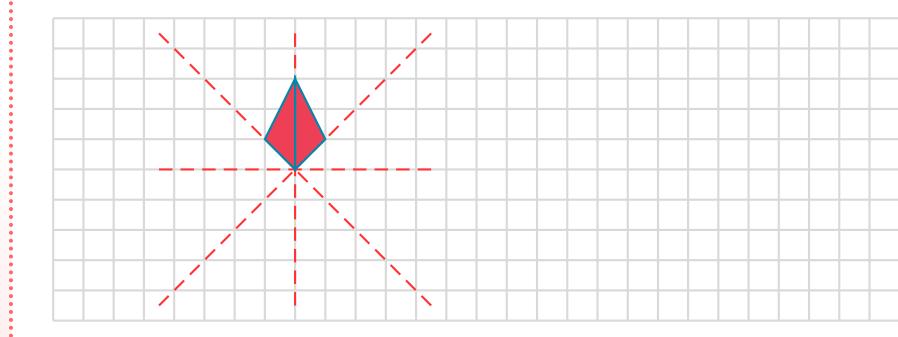
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

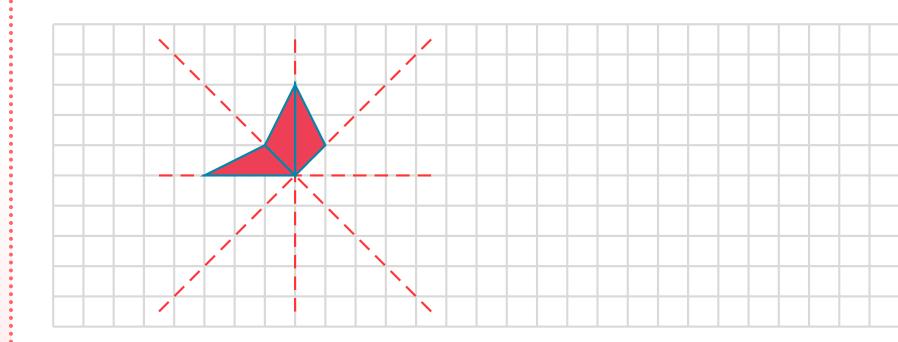
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

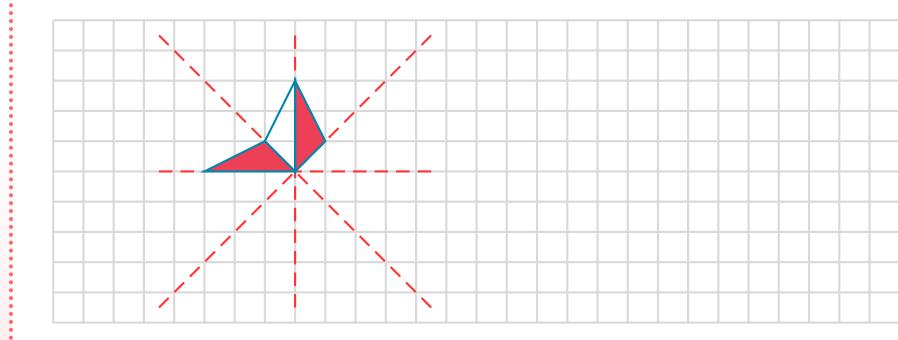
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

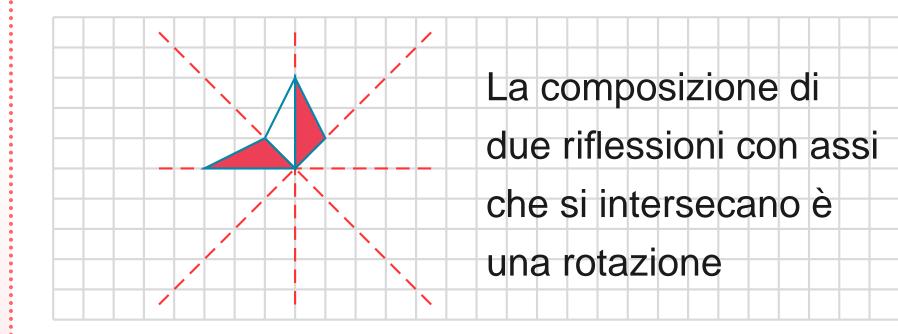
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

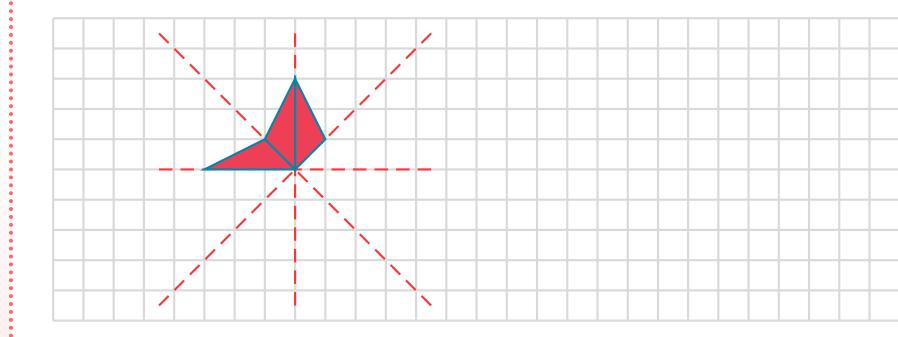
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

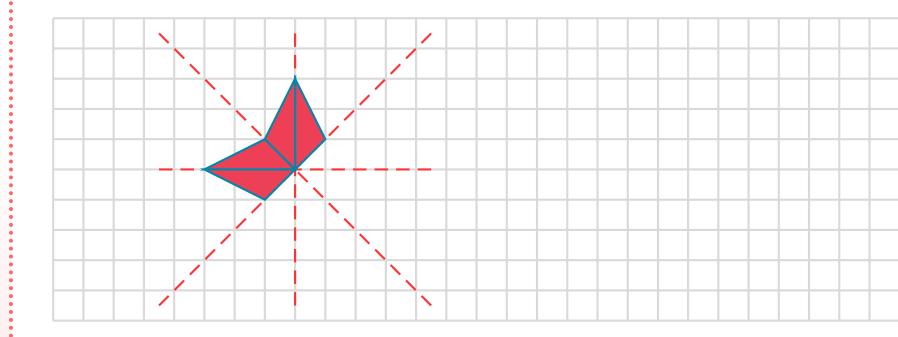
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

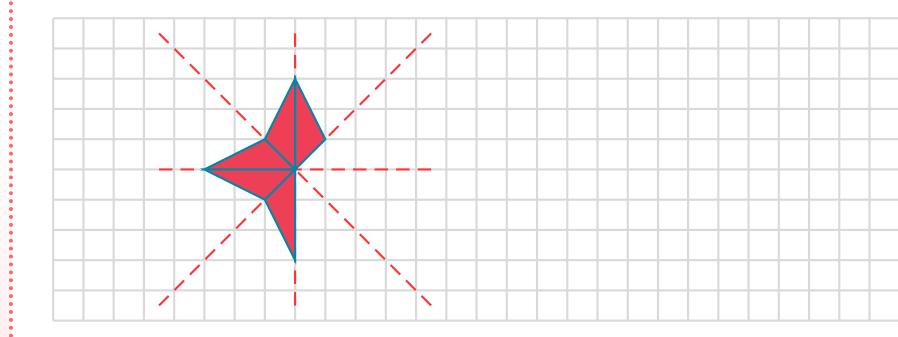
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

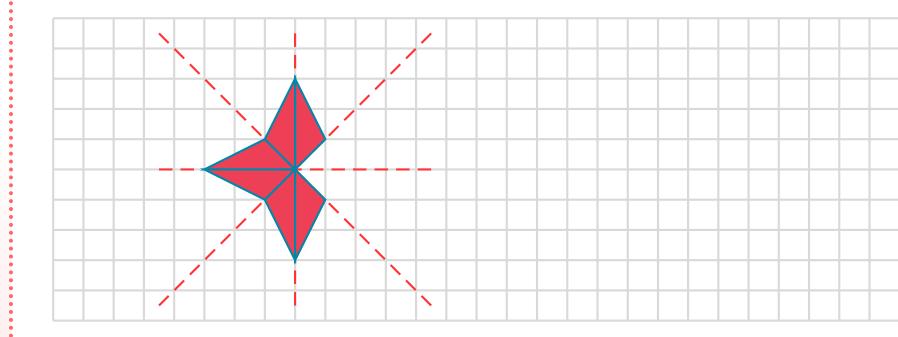
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

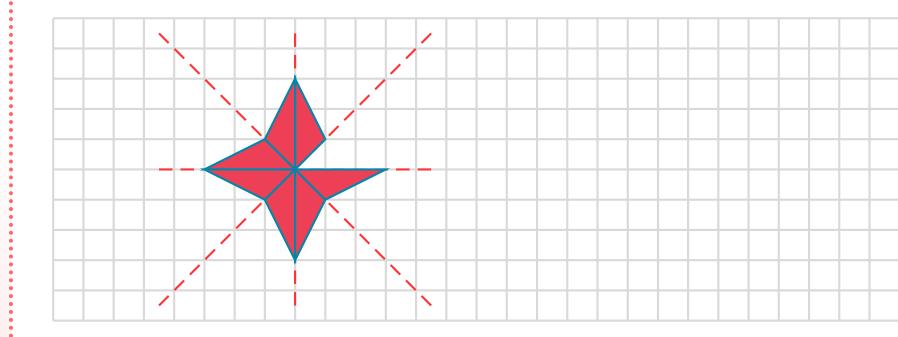
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

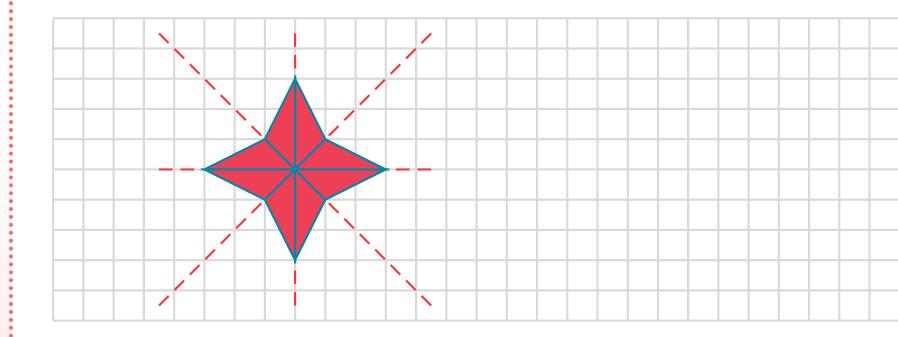
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

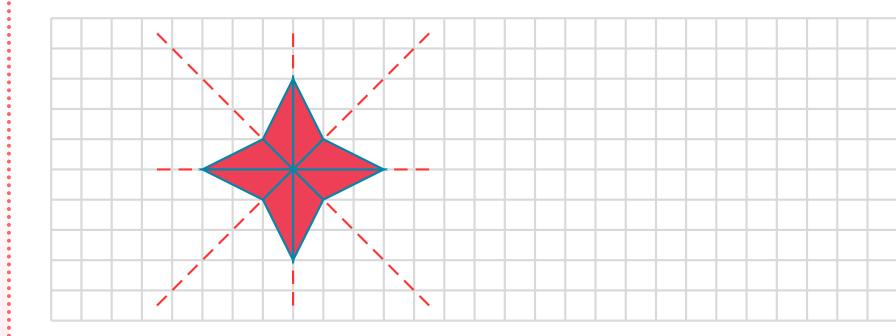
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici









Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria
Asse di
simmetria
Centro di
simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Il quadrato ammette otto simmetrie. L'insieme formato da queste otto simmetrie ha struttura di gruppo.

Lo possiamo anche vedere dando un nome a queste otto simmetrie e compilando una tabella con tutti i risultati che otteniamo componendo queste simmetrie.

$$\sigma_r, \sigma_t, \sigma_s, \sigma_q, id, \rho_{90}, \rho_{180}, \rho_{270}$$

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Possiamo osservare che tutte le simmetrie del quadrato si possono ottenere a partire da σ_r e σ_t .

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Possiamo osservare che tutte le simmetrie del quadrato si possono ottenere a partire da σ_r e σ_t . Per esempio:

$$\rho_{90} = \sigma_t \circ \sigma_r$$

$$\sigma_q = \sigma_r \circ \sigma_t \circ \sigma_r$$

$$\sigma_s = \sigma_r \circ \sigma_t \circ \sigma_r \circ \sigma_t \circ \sigma_r$$

(Convenzione: misure degli angoli in senso orario)

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	ρ_{180}	$ ho_{270}$
figura Simmetrie del quadrato	σ_r σ_t								
Simmetrie del quadrato Simmetrie del quadrato	σ_s								
D4 Simmetria	σ_q id								
Asse di simmetria Centro di simmetria	id $ ho_{90}$								
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	ρ_{180}	$ ho_{270}$
figura Simmetrie del quadrato	σ_r								
Simmetrie del quadrato	$\sigma_t \ \sigma_s$	$ ho_{90}$							
Simmetrie del quadrato D4	σ_q								
Simmetria Asse di	id								
simmetria Centro di simmetria	$ ho_{90}$								
Rosoni diedrali Rosoni ciclici	$ ho_{180} ho_{360}$								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	ρ_{180}	ρ_{270}
figura	σ_r	id							
Simmetrie del quadrato	-								
Simmetrie del quadrato	σ_t	$ ho_{90}$							
Simmetrie del quadrato	σ_{s}								
D4	σ_q								
Simmetria Asse di	id								
simmetria Centro di simmetria	$ ho_{90}$								
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	$ ho_{180}$	ρ_{270}
figura Simmetrie del	σ_r	id							
quadrato Simmetrie del	σ_t	$ ho_{90}$							
quadrato Simmetrie del quadrato	σ_{s}								
D4	σ_q								
Simmetria Asse di simmetria	id								
Centro di simmetria	$ ho_{90}$						ρ_{180}		
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	$ ho_{180}$	ρ_{270}
figura Simmetrie del	σ_r	id							
quadrato Simmetrie del	σ_t	ρ_{90}							
quadrato Simmetrie del quadrato	σ_{s}								
D4	σ_q								
Simmetria Asse di	id								
simmetria Centro di simmetria	$ ho_{90}$						ρ_{180}	$ ho_{270}$	
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	$ ho_{180}$	$ ho_{270}$
figura	σ_r	id							
Simmetrie del quadrato	-	000							
Simmetrie del quadrato	σ_t	$ ho_{90}$							
Simmetrie del	σ_{s}								
quadrato	σ_q								
D4	- 9								
Simmetria Asse di	id								
simmetria	O_{00}						O_{100}	0070	id
Centro di	$ ho_{90}$						ρ_{180}	ρ_{270}	IU
simmetria	0100								
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	σ_{s}	σ_q	id	$ ho_{90}$	$ ho_{180}$	$ ho_{270}$
figura	$\overline{\sigma_r}$	id							_
Simmetrie del quadrato		_					_		
Simmetrie del	σ_t	ρ_{90}					σ_{s}		
quadrato	$\sigma_{\scriptscriptstyle S}$								
Simmetrie del quadrato	S								
D4	σ_q								
Simmetria	id								
Asse di									
simmetria Centro di	$ ho_{90}$						ρ_{180}	$ ho_{270}$	id
simmetria	1 00						, 100	1 210	
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria Gruppo di simmetria di una		σ_r	σ_t	$\sigma_{\scriptscriptstyle S}$	σ_q	id	$ ho_{90}$	$ ho_{180}$	$ ho_{270}$
figura Simmetrie del	$\overline{\sigma_r}$	id							
quadrato Simmetrie del	σ_t	$ ho_{90}$					σ_{s}		
quadrato Simmetrie del quadrato	σ_{s}								
D4	σ_q								
Simmetria Asse di	id								
simmetria Centro di simmetria	$ ho_{90}$	σ_q					ρ_{180}	$ ho_{270}$	id
Rosoni diedrali	$ ho_{180}$								
Rosoni ciclici	ρ_{360}								

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

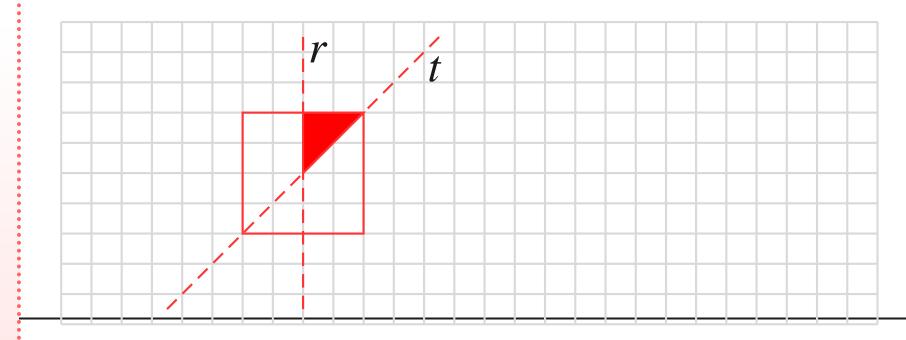
Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Il quadrato può essere costruito individuando un modulo e applicando a questo modulo gli elementi del gruppo di simmetria



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

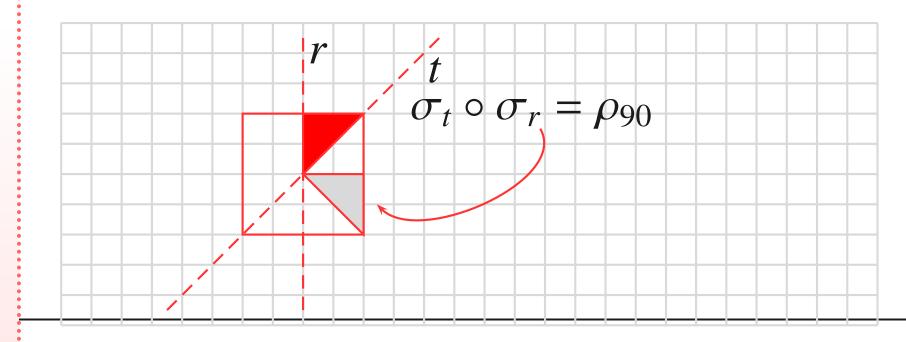
Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Il quadrato può essere costruito individuando un modulo e applicando a questo modulo gli elementi del gruppo di simmetria



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Il gruppo di simmetria del quadrato è composto da 8 trasformazioni

- quattro riflessioni
- quattro rotazioni

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Il gruppo di simmetria del quadrato è composto da 8 trasformazioni

- quattro riflessioni
- quattro rotazioni

Ci sono altre figure che hanno le stesse simmetrie del quadrato?

Come sono fatte queste figure?





Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

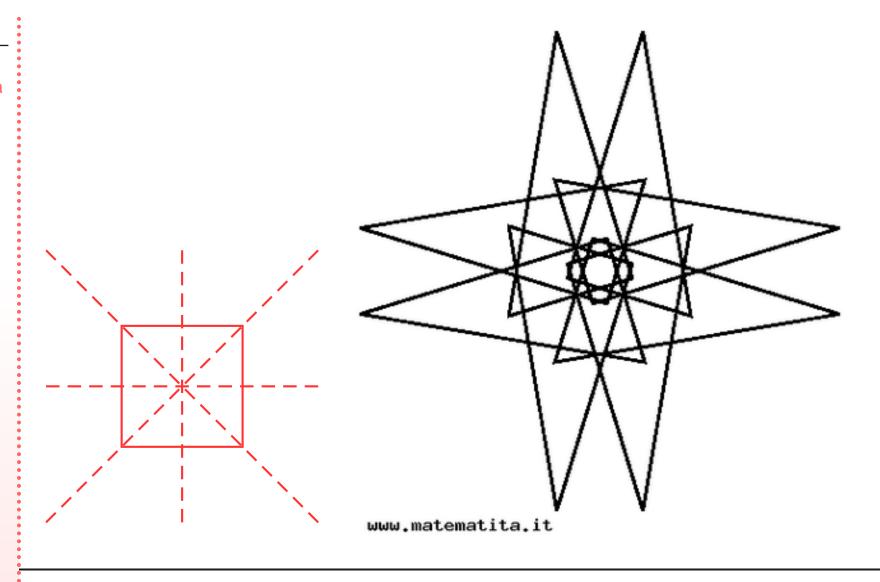
D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali



Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

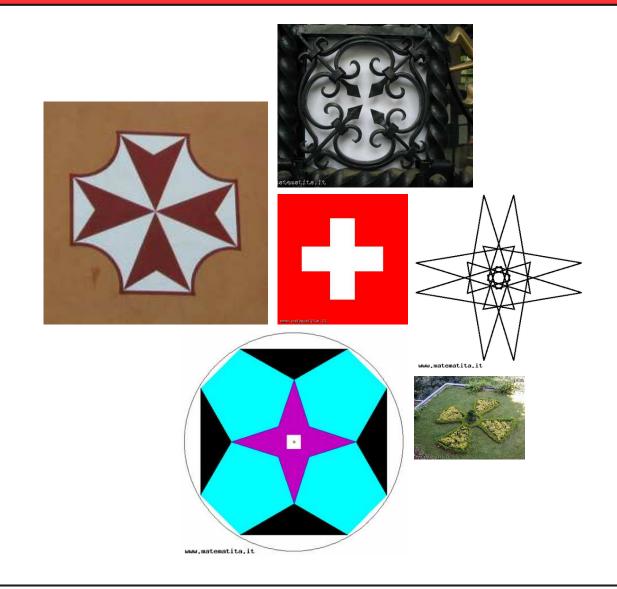
D4

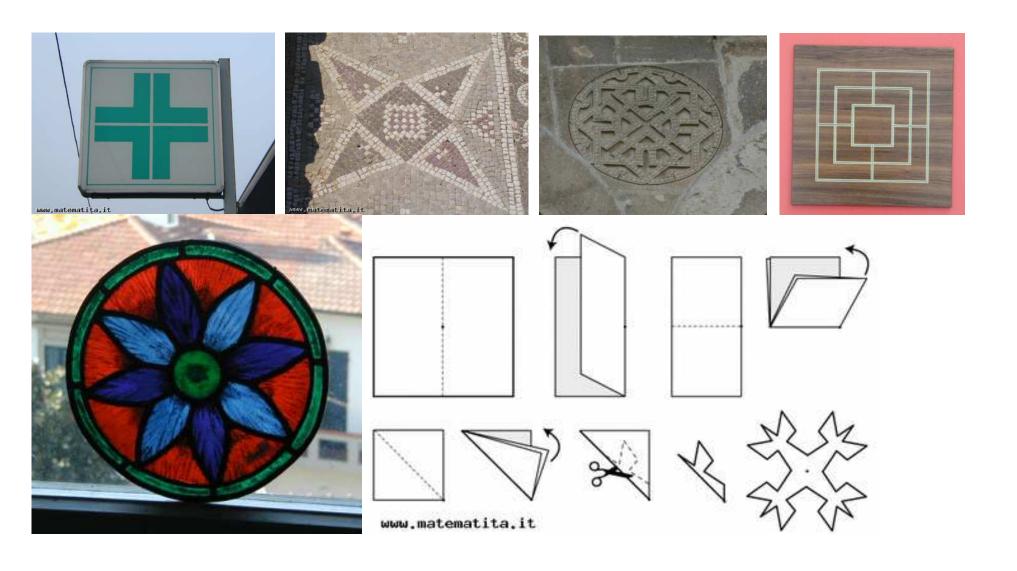
Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali





Data una figura del piano, chiamiamo simmetria di questa figura ogni isometria del piano che manda la figura in sé stessa. Chiamiamo **gruppo di simmetria della figura** l'insieme di tutte queste simmetrie.

Data una figura del piano, chiamiamo simmetria di questa figura ogni isometria del piano che manda la figura in sé stessa. Chiamiamo **gruppo di simmetria della figura** l'insieme di tutte queste simmetrie.

Chiamiamo **rosone** una figura piana il cui gruppo di simmetria contiene solo un numero finito di trasformazioni.

Data una figura del piano, chiamiamo simmetria di questa figura ogni isometria del piano che manda la figura in sé stessa. Chiamiamo **gruppo di simmetria della figura** l'insieme di tutte queste simmetrie.

Chiamiamo **rosone** una figura piana il cui gruppo di simmetria contiene solo un numero finito di trasformazioni.

Si ha una classificazione completa dei rosoni.

Asse di simmetria

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Asse di simmetria

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Si dice che una retta r è un asse di simmetria per una figura se la riflessione rispetto a r manda la figura in se stessa

Asse di simmetria

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Si dice che una retta r è un asse di simmetria per una figura se la riflessione rispetto a r manda la figura in se stessa

i quadrati ammettono 4 assi di simmetria

Centro di simmetria

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Centro di simmetria

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Si dice che un punto O è un **centro di simmetria** per una figura se esiste una rotazione *non banale* attorno ad O che manda la figura in se stessa

Centro di simmetria

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Si dice che un punto O è un **centro di simmetria** per una figura se esiste una rotazione *non banale* attorno ad O che manda la figura in se stessa

 i quadrati ammettono un centro di simmetria di ordine 4 (perché riusciamo a trovare una rotazione che manda la figura in se stessa, rotazione che ripetuta 4 volte mi da l'identità).

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Un rosone diedrale ha nel suo gruppo di simmetria n rotazioni e n riflessioni (quindi 2n isometrie!).

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

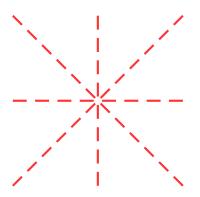
Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Un rosone diedrale ha nel suo gruppo di simmetria n rotazioni e n riflessioni (quindi 2n isometrie!).

Gli n assi di simmetria formano tra loro angoli di $180^{\circ}/n$



Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria Asse di

simmetria

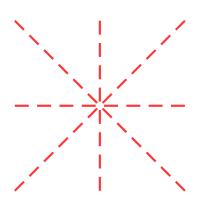
Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Un rosone diedrale ha nel suo gruppo di simmetria n rotazioni e n riflessioni (quindi 2n isometrie!).

Gli n assi di simmetria formano tra loro angoli di $180^{\circ}/n$



Due riflessioni "successive" generano una rotazione di $360^{\circ}/n$ che a sua volta genera tutte le rotazioni del gruppo di simmetria.

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Queste figure hanno n assi di simmetria e un centro di simmetria di ordine n.

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Queste figure hanno n assi di simmetria e un centro di simmetria di ordine n.

Per costruire un rosone diedrale con 2n isometrie si può partire disegnando gli assi di simmetria applicando a un modulo le riflessioni corrispondenti agli assi costruiti.





Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Un rosone ciclico ha nel suo gruppo di simmetria solo rotazioni (*n* rotazioni, tra cui l'identità).

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Un rosone ciclico ha nel suo gruppo di simmetria solo rotazioni (*n* rotazioni, tra cui l'identità).

La più piccola di queste rotazioni (di ampiezza $360^{\circ}/n$) genera tutte le rotazioni del gruppo di simmetria.

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Un rosone ciclico ha nel suo gruppo di simmetria solo rotazioni (*n* rotazioni, tra cui l'identità).

La più piccola di queste rotazioni (di ampiezza $360^{\circ}/n$) genera tutte le rotazioni del gruppo di simmetria.

Queste figure hanno un centro di simmetria di ordine n.

Simmetria

Gruppo di simmetria di una figura

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

Simmetrie del quadrato

D4

Simmetria

Asse di

simmetria

Centro di simmetria

Rosoni diedrali

Rosoni ciclici

Per costruire un rosone con n rotazioni si può partire da un modulo e applicare a questo modulo ripetutamente la rotazione di $360^{\circ}/n$.

