



# 通信原理习题课

## • 绪论

- 设有4个符号A、B、C、D，分别以概率 $1/2$ 、 $1/4$ 、 $1/8$ 、 $1/8$ 发送。每一消息的出现是相互独立的。
  - (1) 试计算信息熵
  - (2) 若发送每个符号占用 $1\text{ms}$ 时间，计算信息速率。
  - (3) 若信源分布可变，求最大可能信息速率。

# 绪 论

[解] (1)信源信息熵

$$\begin{aligned} H(X) &= -\frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{8} \log \frac{1}{8} \\ &= 1.75 \text{ bit/symb} \end{aligned}$$

(2)符号速率

$$R_B = \frac{1}{0.001} = 1000 \text{ Baud}$$

信息速率

$$R_b = H(x) \cdot R_B = 1.75 \times 1000 = 1750 \text{ bit/s}$$

(3)4符号等概，有最大信息熵

$$H(X) = \log 4 = 2 \text{ bit/symb}$$

信息速率

$$R_b = 2 \times 1000 = 2000 \text{ bit/s}$$



# 绪 论

- 设一数字传输系统，采用8进制等概率符号，码元速率为32kBaud，求该系统信息速率。若改用16进制传输同样信息速率，其码元速率是多少？若改变后的系统平均在20秒内发生1码元错误，其误码率是多少？

# 绪 论

[解](1)信息速率

$$R_b = (\log 8) \times 32000 = 96 \quad kbit/s$$

(2)若改用16进制，则信息熵

$$H(X) = \log 16 = 4 \quad bit/symb$$

码元速率

$$R_B = 96000 / 4 = 24 \quad kBaud$$

(3)若系统发生如题所说的误码，则误码率

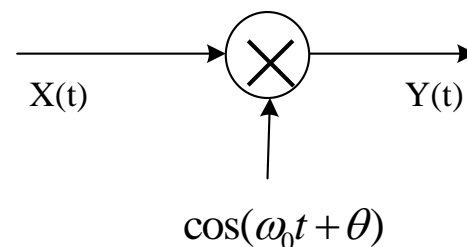
$$P_e = 1 / (24000 \times 20) = 2.083 \times 10^{-6}$$

# 随机过程

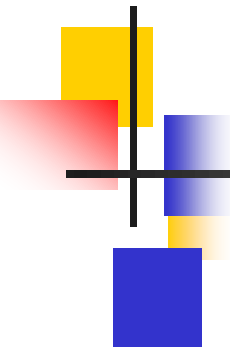
## • 随机过程

■ 已知相乘器的输入 $X(t)$ 是宽平稳随机过程，其均值为 $a$ ，自相关函数为 $R_X(\tau)$ ，载波为 $\cos(\omega_0 t + \theta)$ ，其中 $\theta$ 是 $(-\pi, \pi)$ 上均匀分布的随机相位，且 $X(t)$ 与 $\theta$ 统计独立。试求

- (1)  $Y(t)$ 的均值
- (2)  $Y(t)$ 的自相关函数
- (3)  $Y(t)$ 是否宽平稳
- (4)  $Y(t)$ 的功率密度谱



# 随机过程


$$[\text{解}] (1) \because E\{\cos(\omega_0 t + \theta)\} = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\omega_0 t + \theta) \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot d\theta$$

$$= 0$$

$X(t)$ 与 $\theta$ 统计独立

$$\therefore E\{X(t) \cos(\omega_0 t + \theta)\} = 0$$

$$(2) R_Y(t, t + \tau) = E\{X(t) \cos(\omega_0 t + \theta) \cdot X(t + \tau) \cos(\omega_0(t + \tau) + \theta)\}$$

$$= E[X(t) X(t + \tau)] \cdot \frac{1}{2} E[\cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau + \theta) + \cos \omega_0 \tau]$$

$$= \frac{1}{2} R_X(\tau) \cos \omega_0 \tau = R_Y(\tau)$$

(3)  $Y(t)$ 宽平稳

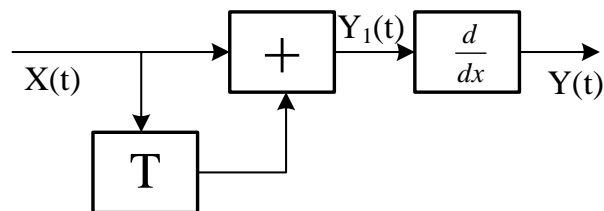
$$(4) P_Y(\omega) = \frac{1}{4} [P_x(\omega - \omega_c) + P_x(\omega + \omega_c)]$$

# 随机过程

■ 平稳过程 $X(t)$ 的功率密度谱为  $P_X(\omega)$ ，该过程通过图所示的系统

(1) 输出过程是否平稳

(2) 求 $Y(t)$ 的功率密度谱



# 随机过程

[解] 设  $X(t)$  的均值为  $E[X(t)] = a$

自相关函数为  $R_X(\tau) \Leftrightarrow P_X(\omega)$

(1)  $Y_1(t)$  的均值为

$$E[Y_1(t)] = E[X(t) + X(t-T)] = 2a$$

$Y_1(t)$  的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_{Y_1}(t, t+\tau) &= E\{[X(t) + X(t-T)][X(t+\tau) + X(t+\tau-T)]\} \\ &= E[X(t)X(t+\tau) + X(t)X(t-T+\tau) + X(t-T)X(t+\tau) + X(t-T)X(t-T+\tau)] \\ &= 2R_X(\tau) + R_X(\tau-T) + R_X(\tau+T) \end{aligned}$$

因为  $Y_1(t)$  均值为常数，自相关函数只与  $\tau$  有关，所以它是平稳的  
而  $Y(t)$  是  $Y_1(t)$  的导数，是线性变换，所以  $Y(t)$  也是平稳的。

(2)  $Y_1(t)$  的功率谱为  $P_{Y_1}(\omega) = F\{R_{Y_1}(\tau)\}$

$$= 2P_X(\omega) + P_X(\omega)e^{-j\omega T} + P_X(\omega)e^{j\omega T}$$

$$= 2(1 + \cos \omega T)P_X(\omega)$$

在时域求导相当于在频域乘以  $j\omega$ ，对于功率谱乘以  $\omega^2$

$$P_Y(\omega) = 2\omega^2(1 + \cos \omega T)P_X(\omega)$$



# 随机过程

◆ [另解](2)求功率谱

$$Y_1(\omega) = \mathcal{F}[y_1(t)] = \mathcal{F}[x(t) + x(t-T)]$$

$$= X(\omega)(1 + e^{-j\omega T})$$

$$H_1(\omega) = (1 + e^{-j\omega T})$$

$$H(\omega) = j\omega(1 + e^{-j\omega T})$$

$$|H(\omega)|^2 = 2\omega^2(1 + \cos \omega T)$$

$$P_Y(\omega) = P_X(\omega)|H(\omega)|^2 = 2\omega^2(1 + \cos \omega T)P_X(\omega)$$



# 信道

- 信源符号由0、1组成，两符号发送的概率相等，码元传输速率是2000Baud，BSC信道传输引起的错误率是每100码元5个错误。问信源信息速率、信道信息传输速率和信道容量是多少？

# 信道

• [解]信道模型如图信源信息熵为

$$H(X) = -\frac{1}{2} \log \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} = 1 \quad \text{bit/symb}$$

信源信息速率为

$$R_b = R_B \cdot H(X) = 2000 \times 1 = 2 \quad \text{kbit/s}$$

由于信道对称，信源等概，信道转移概率等于后验概率，即  
收端接收符号的条件熵为

$$P(x_i / y_j) = P(y_j / x_i)$$

$$H(X / Y) = -(0.95 \log 0.95 + 0.05 \log 0.05) = 0.286 \quad \text{bit/symb}$$

信道符号信息传输速率(互熵)为

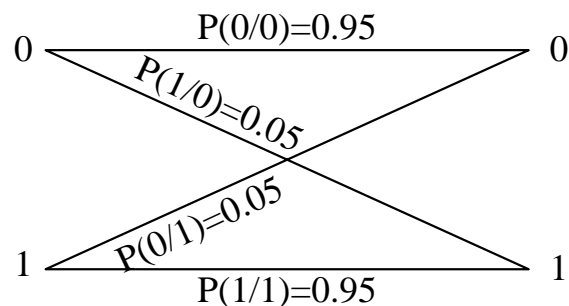
$$I(X; Y) = H(X) - H(X / Y) = 1 - 0.286 = 0.714 \quad \text{bit/symb}$$

$$I_t(X; Y) = I(X; Y) \cdot R_B = 0.714 \times 2000 = 1428 \quad \text{bit/s}$$

由于信道对称，则信源等概率分布时，有最大信息传输速率。

$$\text{信道容量 } C = \max_{P(x_i)} I(X; Y) = 0.714 \quad \text{bit/symb}$$

$$C_t = C \cdot R_B = 1428 \quad \text{bit/s}$$





# 信道

---

- 已知某空间信道带宽为4MHz，试求
  - (1)接收端信噪比为6dB时的信道容量。
  - (2)若要传输8Mb/s速率的数据，则需要多大信噪比？

# 信道

[解] (1) 信噪比  $S/N = 10^{\frac{6}{10}} = 4$

信道容量

$$C = B \log(1 + S/N)$$

$$= 4 \times 10^6 \log(1 + 4) = 9.3 \text{ Mbit/s}$$

(2) 若要传输 8 Mbit/s 速率，需要信噪比

$$S/N = 2^{\frac{C}{B}} - 1 = 2^{\frac{8}{4}} - 1 = 3 = 4.77 \text{ dB}$$

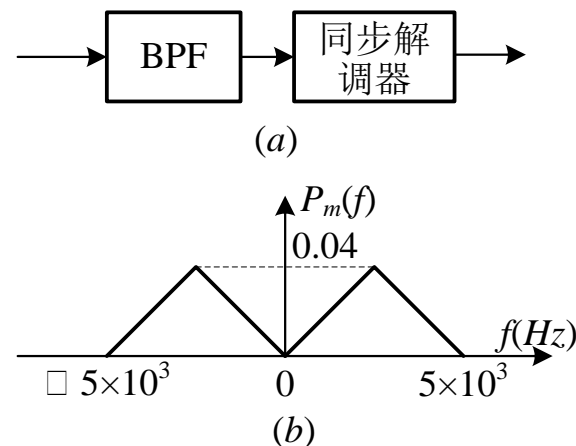
附：若有信息量  $I$  需要传输，要求在  $t$  秒中传完，则至少需要信道容量  $C = I/t$

# 模拟调制

## • 模拟调制

■ 单边带(SSB)调制系统接收端方框图如图(a)所示。调制信号功率谱如图(b)所示，所传输的是信号上边带；载波频率是  $f_c = 1 \times 10^5 \text{ Hz}$ 。发送端至接收端信号衰减为40dB，信道中加性白高斯噪声功率谱为  $n_0/2 = 10^{-8} \text{ W/Hz}$ 。

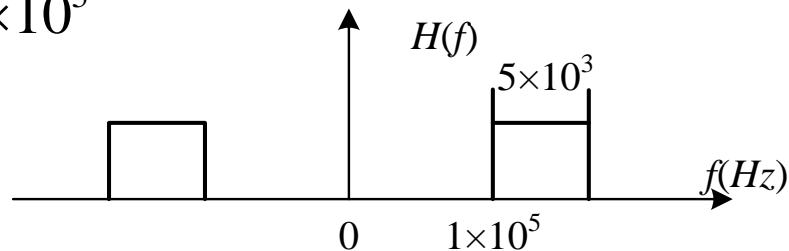
- (1) 画出带通滤波器应有的传输函数；
- (2) 求同步解调器输入端信噪比；
- (3) 求同步解调器输出端信噪比。



# 模拟调制

- [解](1)带通滤波器传输函数为

$$H(f) = \begin{cases} 1 & 1 \times 10^5 \leq f \leq 1.05 \times 10^5 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



(2)输入端信号功率

$$\begin{aligned} S'_i &= \frac{1}{4} \overline{m^2(t)} = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} P_m(f) df = \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 10^3 \times 0.04 \\ &= 50 \text{ W} \end{aligned}$$

$$S_i = 50 / 10^4 = 5 \text{ mW}$$

输入端噪声功率

$$N_i = n_0 B = 2 \times 10^{-8} \times 5 \times 10^3 = 1 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$\text{输入信噪比} \quad \frac{S_i}{N_i} = \frac{5}{0.1} = 50$$

$$(3) \text{输出信噪比} \quad \frac{S_o}{N_o} = G \cdot \frac{S_i}{N_i} = 50$$

# 模拟调制

■ 有一角度已调制信号为

$$s(t) = 10 \cos(8\pi \times 10^6 t + 10 \sin 2\pi \times 10^4 t)$$

发送到信道传输。已知调制信号为  $m(t) = 5 \cos 2\pi \times 10^4 t$  ;  
假定信道衰减50dB, 信道中的白噪声功率谱  $n_0 = 10^{-10} \text{ W/Hz}$ 。

(1)问s(t)是FM还是PM信号?

(2)求解解调器输出信噪比



# 模拟调制

- [解](1)该信号的瞬时相偏
$$\varphi(t) = 10 \sin 2\pi \times 10^4 t$$

瞬时频偏

$$\omega(t) = 2\pi \times 10^5 \cos 2\pi \times 10^4 t$$

可见  $\omega(t)$  与  $m(t)$  成正比，是FM信号。

(2)调制指数  $m_f = 10$

$$\text{信号功率 } S_i = S'_i \times 10^{-5} = \frac{10^2}{2} \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$\text{信号带宽 } B = 2(m_f + 1)f_m = 220 \text{ kHz}$$

$$\text{噪声功率 } N_i = n_0 B = 10^{-10} \times 220 \times 10^3 = 2.2 \times 10^{-5}$$

$$\text{输入信噪比 } \frac{S_i}{N_i} = \frac{5 \times 10^{-4}}{2.2 \times 10^{-5}} = 22.7$$

由于是单音调制，可用下列公式计算输出信噪比

$$\frac{S_o}{N_o} = 3m_f^2(m_f + 1) \frac{S_i}{N_i} = 3 \times 10^2 \times (10 + 1) \times 22.7 = 74910$$

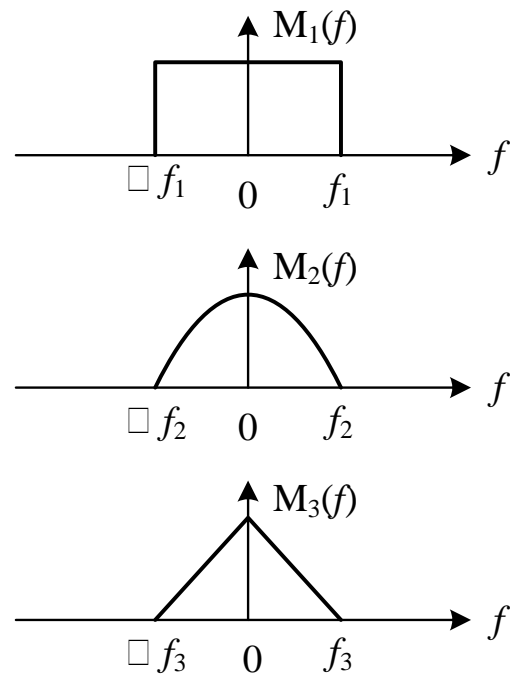
# 模拟调制

- 有3路信号频谱及参数如图所示，现要对其进行单边带(取上边带)调制、频分复用传输，暂不考虑保护间隔。求

(1)对每路信号调制的载波频率

(2)复用后的频谱图

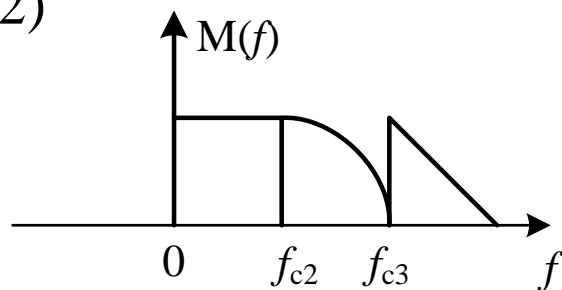
(3)发送端和接收端方框图



# 模拟调制

◆[解](1)对第1路信号不需调制, 对第2路信号的调制频率为  $f_{c2} = f_1$ , 对第3路信号的调制频率为  $f_{c3} = f_1 + f_2$

(2)



(3)(暂略, 见教材)

# 数字基带传输

- 设发送二进制随机序列“0”,“1”概率分别为 $P$ 和 $1-P$ 。 $g(t)$ 为宽度为 $T_s/3$  ( $T_s$ 是码元间隔)的矩形脉冲。
  - (1)若“0”,“1”分别由0、 $g(t)$ 表示,求功率谱。谱中是否包含离散 $f_s$ 分量?
  - (2)若“0”,“1”分别由 $-g(t)$ 、 $g(t)$ 表示,求功率谱。谱中是否包含离散 $f_s$ 分量?

# 数字基带传输

■ 有下列信息码，请分别变换成AMI码、HDB<sub>3</sub>码和CMI码

信息码            1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

AMI码(-1)

HDB<sub>3</sub>码(V<sub>-</sub>)

CMI码(11)

信道中有下列HDB<sub>3</sub>码，请还原成信息码

HDB<sub>3</sub>码        1 0 0 0 1-1 0 0-1 0 1 0-1 1 0 0 1 0 0-1 0 1-1 0

信息码

# 数字基带传输

◆[解](1)

◆信息码            1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

AMI码(-1)        1 0 0 0 0 -1 1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

HDB<sub>3</sub>码(V<sub>-</sub>)    1 0 0 0 V<sub>+</sub>-1 1 -1 0 0 0 V<sub>-</sub>B<sub>+</sub> 0 0 V<sub>+</sub> 0 0 -1

CMI码(11)        00010101011100110101010101010101010100

(2)

HDB<sub>3</sub>码        1 0 0 0 1 -1 0 0 -1 0 1 0 -1 1 0 0 1 0 0 -1 0 1 -1 0

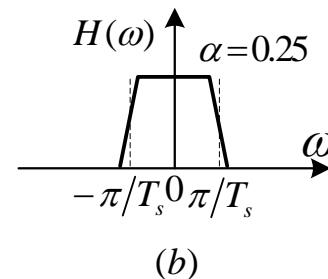
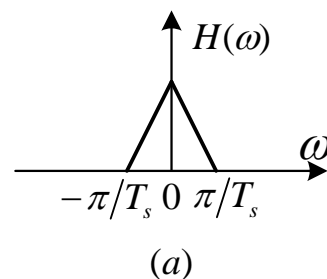
信息码            1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0

# 数字基带传输

设基带传输系统总的传输特性为 $H(\omega)$ ，若要求以 $1/T_s$ 波特的速率传输数据，试验证图(a),(b),(c),(d)所示的 $H(\omega)$ ，能否无码间干扰传输？其中，无码间干扰的传输特性带宽和频带利用率是多少？

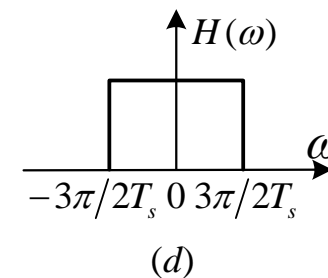
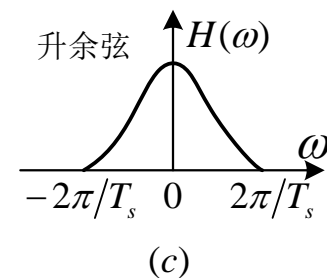
【解】对于

(a) 
$$R_{B\max} = \frac{\pi}{T_s} / 2\pi = \frac{1}{2T_s} < R_B \text{ 不能}$$



(b) 
$$R_{B\max} = 2 \cdot \frac{\pi}{T_s} / 2\pi = \frac{1}{T_s} = R_B \text{ 能}$$

(c) 
$$R_{B\max} = \frac{2\pi}{T_s} / 2\pi = \frac{1}{T_s}; \text{ 能}$$



(d) 
$$R_{B\max} = 2 \cdot \frac{3\pi}{2T_s} / 2\pi = \frac{3}{2T_s}; \quad R_{B\max} / R_B = 3/2. \text{ 不能}$$

# 数字基带传输

■ 频带利用率

■ (b) 
$$B = (1 + 0.25) \frac{\pi}{T_s \cdot 2\pi} = \frac{5}{8T_s}, \quad \eta = \frac{1}{T_s} \bigg/ \frac{5}{8T_s} = 1.6 \text{ Baud/Hz}$$

■ (c) 
$$B = \frac{2\pi}{T_s \cdot 2\pi} = \frac{1}{T_s}, \quad \eta = \frac{1}{T_s} \bigg/ \frac{1}{T_s} = 1 \text{ Baud/Hz}$$



# 数字基带传输

■ 某数字传输系统以相同概率发送0、A，信道中噪声服从下列概率密度

$$p(v) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|v|}{\lambda}} \quad \lambda > 0$$

试求系统最小误码率。

# 数字基带传输

◆[解]接收端信号加噪声的概率密度

当发送0时

$$p_0(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x|}{\lambda}}$$

当发送A时

$$p_1(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x-A|}{\lambda}}$$

最佳判决门限:  $P(0)p_0(v_d) = P(1)p_1(v_d)$  而  $P(0) = P(1) = 1/2$

解得  $v_d = A/2$

$$\frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|v_d|}{\lambda}} = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|v_d-A|}{\lambda}}$$

总误码率

$$P_e = P(0)P_{e0} + P(1)P_{e1}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \int_{A/2}^{\infty} \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x|}{\lambda}} dx + \int_{-\infty}^{A/2} \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x-A|}{\lambda}} dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} e^{-\frac{A}{2\lambda}}$$

# 数字基带传输

## ■ 第I类部分响应系统

- (1) 它的时域表达式和频谱;
- (2) 写出预编码、相关编码和译码表达式;
- (3) 画出该系统完整框图;
- (4) 若有以下二进制序列, 写出预编码、相关编码和译码序列。

$a_n$     1   1   0   1   0   0   1   0   1   1

\*(5) 若有以下二进制序列, 欲以四进制进行部分响应传输, 输出电平数为多少? 写出预编码、相关编码和译码序列。

10   01   01   11   01   00   11   10   01

# 数字基带传输

【解】 (1) (3)略

(2) 预编码  $b_n = a_n \oplus b_{n-1}$ ; 相关编码  $c_n = b_n + b_{n-1}$ ; 译码  $a_n = [c_n]_{\text{mod}2}$

(4) 信息序列  $a_n$       1   1   0   1   0   0   1   0   1   1

预编码序列  $b_n$    (0) 1   0   0   1   1   1   0   0   1   0

相关编码序列  $c_n$     1    1   0   1   2   2   1   0    1    1 (单极性码)

译码  $\hat{a}_n$             1    1   0   1   0   0   1   0    1    1

注: 若  $c_n$  按双极码    0   0   -2   0    2   2   0   -2   0    0

\*(5) 输出电平数  $L=2M-1=7$

信息序列            10 01 01 11 01 00 11 10 01

四进制序列  $a_n$         2    1   1   3    1   0   3   2   1

预编码序列  $b_n$    (0) 2   3   2   1   0   0   3   3   2      (模4减)

相关编码序列  $c_n$     2    5   5   3    1   0   3   6   5 (单极性、算术加)

译码                2    1   1   3    1   0   3   2   1

# 数字基带传输

■ 第IV类部分响应系统加权系数为 $R_{-1} = 1, R_0 = 0, R_1 = -1$ ，试求

(1)它的时域表达式和频谱；

(2)画出包括预编码在内的系统组成框图

(3)写出发端预编码、相关编码和收端判决的逻辑关系式

(4)已知二进制信息码10010111，列出(3)中各式相应输入、输出序列。

\*(5)若有以下二进制序列，欲以四进制进行部分响应传输，写出(3)中各式序列。10 01 11 00 11 01 10 00

# 数字基带传输

◆[解](1)设理想低通响应为 $g_0(t)$ , 合成波为 $g(t)$ , 则

$$g(t) = g_0(t + T_s) - g_0(t - T_s) \quad \omega_s = 2\pi/T_s$$

$$= \text{Sa}[\omega_s(t + T_s)/2] - \text{Sa}[\omega_s(t - T_s)/2]$$

传递函数

$$G(\omega) = G_0(\omega)e^{j\omega T_s} - G_0(\omega)e^{-j\omega T_s}$$

$$H_1(\omega) = e^{j\omega T_s} - e^{-j\omega T_s}$$

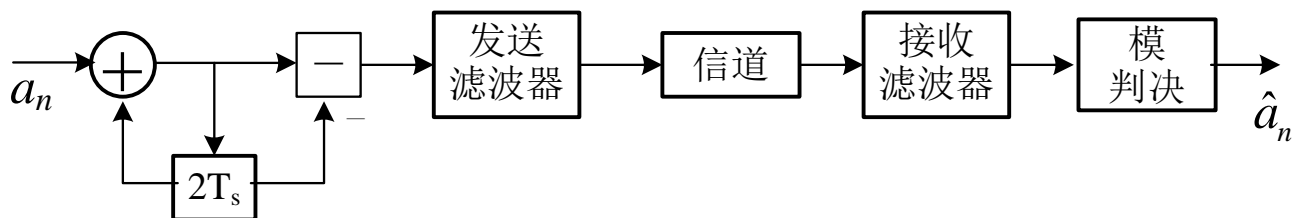
理想低通滤波器特性

$$G_0(\omega) = \begin{cases} T_s & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

合成波频谱

$$G(\omega) = G_0(\omega) \cdot H_1(\omega)$$

$$= \begin{cases} 2T_s \sin \omega T_s & |\omega| \leq \frac{\pi}{T_s} \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$



(3)预编码  $b_n = a_n \oplus_M b_{n-2}$

相关编码  $c_n = b_n - b_{n-2}$

模判断  $\hat{a}_n = [c_n]_{\text{mod } M}$

**\* (5) 10 01 11 00 11 01 10 00**

(4)信息码      1 0 0 1 0 1 1 1 0 1 #      2 1 3 0 3 1 2 0

预编码 $b_n$  0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 # 0 0 2 1 1 1 0 2 2 2

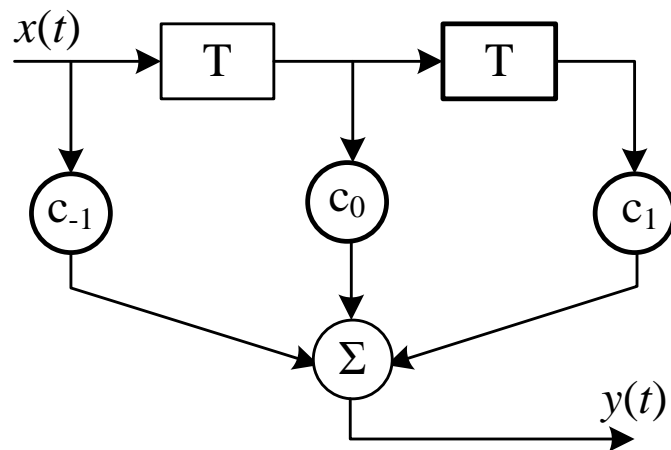
相关编码 $c_n$       1 0 0 1 0 -1 -1 1 0 -1 #      2 1 -1 0 -1 1 2 0

模判断  $\hat{a}_n$       1 0 0 1 0 1 1 1 0 1 #      2 1 3 0 3 1 2 0

# 数字基带传输

■ 设有一个三抽头时域均衡器如图， $x(t)$ 在各抽样点的值依次为  
 $x_{-1} = 1/4$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 1/2$ , (在其它抽样点为0)。试求

(1)迫零均衡时的抽头系数；(2)输出 $y(t)$ 各点样值；(3)  $x(t)$ 的峰值失真；(4)  $y(t)$ 的峰值失真。





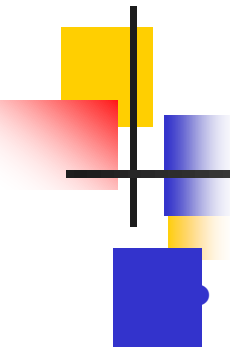
# 数字基带传输

◆[解](1) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

◆解得  $c_{-1} = -1/3, c_0 = 4/3, c_1 = -2/3$

(2) 
$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 1 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1/3 \\ 4/3 \\ -2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/12 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1/3 \end{pmatrix}$$

# 数字基带传输



(3) 
$$D_x = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{i=-2 \\ i \neq 0}}^2 |x_i| = \frac{1}{1} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}$$

• (4) 
$$D_y = \frac{1}{y_0} \sum_{\substack{i=-3 \\ i \neq 0}}^3 |y_i| = \frac{1}{1} \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}$$