电磁场与电磁波理论

（第三版）

徐立勤　制作

第 2 章

第2章 宏观电磁现象的基本定律

主 要 内 容

电磁现象总是广泛存在的，其中一些来源于自然界，例如闪电、星体辐射等；另一些则是由人为方式产生的，例如无线电波、激光等。这些都是宏观电磁现象，也正是我们电磁理论所讨论的对象。以物理课中已经学习过的基本电磁定律为基础，可以导出宏观电磁理论的核心——麦克斯韦方程组以及时变电磁场边界条件。

第2章 宏观电磁现象的基本定律

主 要 内 容

2.1 基本电磁物理量

2.2 电磁场基本定律

2.3 麦克斯韦方程组

2.4 时变电磁场的边界条件

第2章 宏观电磁现象的基本定律

基 本 要 求

- 掌握电荷密度、电场强度、电位移矢量、电流强度、磁感应强度、磁场强度等物理量的基本概念；
- 掌握电磁场基本定律的基本概念；
- 掌握麦克斯韦方程组的微分形式和积分形式及其基本概念；
- 掌握边界条件的一般形式的基本概念以及三种常用的边界条件。

2.1 基本电磁物理量

- 描述电磁场特性的基本物理量

- 所有的电磁物理量可以分成**源量**和**场量**两大类。
- 源量是指**电荷**和**电流**，而场量中最基本的就是**电场强度**和**磁感应强度**。
- 基本电磁物理量还包括**电极化强度**、**电位移矢量**（电通量密度矢量）、**磁化强度**和**磁场强度**。
- 电磁理论中其他的物理量，例如**电容**，**电感**，**能量**和**功率**等等，都将由这些基本电磁物理量定义和导出。

2.1 基本电磁物理量

- 媒质中的电磁场的特性——极化、磁化和传导

- 从宏观效应看，物质（媒质）对电磁场的响应可分为极化、磁化和传导；
- 一般说来，三种响应状态是同时存在的。但是，不同的物质响应的程度可能存在较大的差异；
- 以极化现象为主的媒质称为电介质，用于描述媒质极化现象的参数是介电常数（电容系数）
- 以磁化现象为主的媒质称为磁介质，用于描述媒质磁化现象的参数是磁导率（导磁率）
- 以传导现象为主的媒质称为导体或导电媒质。用于描述媒质传导现象的参数是电导率（导电率）

2.1 基本电磁物理量

- 媒质中的电磁场的特性——极化、磁化和传导

- 媒质对电磁场的响应可以是各向同性的或者各向异性的；
- 媒质对电磁场的响应可以是线性的或者非线性的；
- 媒质对电磁场的响应可以是均匀的或者非均匀的；
- 最常见的媒质是线性各向同性的均匀媒质。
- 线性各向同性的均匀媒质的介电常数、磁导率和电导率都是实常数。

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

- 电量（q 或 Q）——带电体所带电荷的量值。电量是一个标量，单位是库仑（C）

➢ 根据物质的结构理论，带电体所带电量是不连续分布的，它必为电子电量的整数倍；

➢ 当观察一个带电物体的宏观电特性时，所观察到的往往是大量带电微粒的平均效应。因此，可以将带电体内的电荷分布近似视为是连续的，采用电荷密度来描述它的分布；

➢ 根据带电体的形状，可以分别采用体电荷密度、面电荷密度和线电荷密度来表示。

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

1. 体电荷以及体电荷密度 （volume charge density）

- 体电荷——连续分布在体积 V 内的电荷
- 体电荷密度 ρ ——小体积内电量与体积之比的极限（单位体积内的电荷）

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V} \qquad \left(\mathrm{C/m^3}\right) \tag{2.1.1}$$

- 体电荷的总电量

$$q = \int_V \rho \mathrm{d}V \tag{2.1.2}$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

2. 面电荷以及面电荷密度 （surface charge density）

- 面电荷——分布在一个表面积为 S 的薄层上的电荷
- 面电荷密度 ρ_S ——小薄柱体内电量与底面面积之比的极限（单位面积上的电荷）

$$\rho_S = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S} \qquad \left(\mathrm{C/m^2}\right) \tag{2.1.3}$$

- 面电荷的总电量

$$q = \int_S \rho_S \mathrm{d}S \tag{2.1.4}$$

♥ 面电荷密度大小实际上是指一个底面为单位面积的薄柱体内所包含有的电量。

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

3. 线电荷以及线电荷密度 （line charge density）

- 线电荷——分布在一个长度为 l 的细线上的电荷
- 线电荷密度 ρ_l——小细柱体内电量与柱体长度之比的极限（单位长度上的电荷）

$$\rho_l = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l} \qquad (\mathrm{C/m}) \tag{2.1.5}$$

- 线电荷的总电量

$$q = \int_l \rho_l \mathrm{d}l \tag{2.1.6}$$

♥ 线电荷密度大小实际上是指一个长度为单位长度的细柱体内所包含有的电量。

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

4. 点电荷以及点电荷的体电荷密度（**point charge density**）

- 点电荷——一个体积很小而电量很大的带电小球体。
- 当观察点至带电体的距离远大于带电体本身的尺寸时，可以忽略带电体的大小和形状的影响，将带电体视为点电荷。
- 狄拉克（**Dirac**）函数的性质

$$\delta(\vec{r}-\vec{r}')=\begin{cases}0 & (\vec{r}\neq\vec{r}')\\ \infty & (\vec{r}=\vec{r}')\end{cases}$$

$$\int_V \delta(\vec{r}-\vec{r}')\mathrm{d}V=\begin{cases}0 & (\vec{r}'\notin V)\\ 1 & (\vec{r}'\in V)\end{cases}$$

$$\int_V f(\vec{r})\delta(\vec{r}-\vec{r}')\mathrm{d}V=\begin{cases}0 & (\vec{r}'\notin V)\\ f(\vec{r}') & (\vec{r}'\in V)\end{cases}$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

4. 点电荷以及点电荷的体电荷密度（**point charge density**）

- 单位点电荷的密度——带电量为1库仑的点电荷的密度

$$\rho=\delta(\vec{r}-\vec{r}')=\delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z') \qquad (2.1.7)$$

- 点电荷系 $q_1(\vec{r}_1') \quad q_2(\vec{r}_2') \quad \cdots \quad q_n(\vec{r}_n') \quad \cdots \quad q_N(\vec{r}_N')$ 的密度

$$\rho(\vec{r})=\sum_{n=1}^{N} q_n\delta(\vec{r}-\vec{r}_n') \qquad (2.1.12)$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.1 电荷密度

- 电荷元——线电荷的一小段、面电荷的一小面积、体电荷的一小体积

$$\rho_l \mathrm{d}l \qquad \rho_S \mathrm{d}S \qquad \rho \mathrm{d}V$$

♥ 可以将不同形式的电荷分布的电荷元视为点电荷处理。

♥ 不同形式电荷分布的电荷元对场的影响可以相互转换

$$q_n \Leftrightarrow \rho_l \mathrm{d}l \Leftrightarrow \rho_S \mathrm{d}S \Leftrightarrow \rho \mathrm{d}V$$

♥ 在空间的同一位置只能存在一种电荷分布。

♥ 总电量等于所有电荷分布的叠加

$$Q = \int_V \rho \mathrm{d}V + \int_S \rho_S \mathrm{d}S + \int_l \rho_l \mathrm{d}l + \sum_{n=1}^{N} q_n$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.2 电场强度（Electric Field Intensity）

- 试验电荷和电场力

➢ 试验电荷（test charge）q_0 —— 电量足够小的点电荷，它的引入不会对原有的电场产生影响。

➢ 电场力（electric force）$\vec{F}_e$ —— 带电体在电场中所承受的电场对它的作用力。

➢ 试验表明，电场力的大小与试验电荷的电量成正比。

➢ 但是电场力的大小与试验电荷的电量的比值与试验电荷本身的大小无关，仅随试验电荷所处的位置而变化。

➢ 电场力的这个性质就是场的性质（与位置有关），因此可以用来描述电场的性质。

2.1 基本电磁物理量

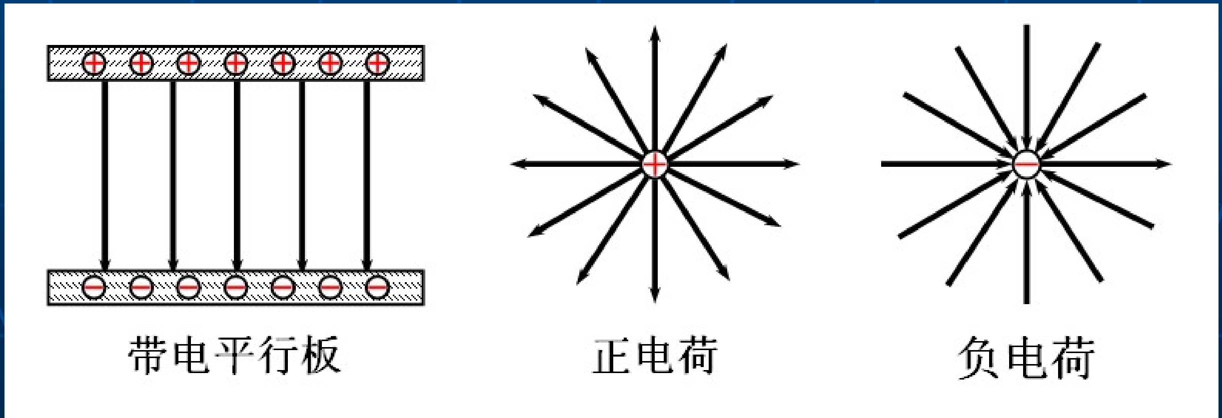
2.1.2 电场强度（Electric Field Intensity）

- 电场强度和电力线

➢ 电场强度—— 单位正电荷所受到的电场力

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\mathrm{V/m} \quad 或 \quad \mathrm{N/C}) \tag{2.1.15}$$

➢ 电力线——用来形象地表示空间电场分布的空间有向曲线。其稀疏密度表示电场强度的大小，而其切线方向表示电场强度的方向。



2.1 基本电磁物理量

2.1.3 电极化强度（Polarization Vector）

1. 电偶极子和电偶极矩矢量

- 电偶极子（dipole）—— 电介质（即绝缘体）中的分子在电场的作用下所形成的一对一对的等值异号的点电荷。
- 电偶极矩矢量（dipole moment）—— 大小等于点电荷的电量和间距的乘积，方向由负电荷指向正电荷。

$$\vec{p}_e = q\vec{l} \qquad (2.1.17)$$

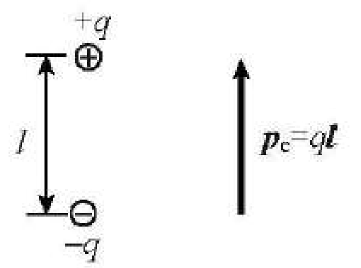


图 2.1.1 电偶极子和电偶极矩矢量

2.1 基本电磁物理量

2.1.3 电极化强度（Polarization Vector）

2. 电介质的极化和电极化强度

● 电介质的极化（polarize）

➢ 没有外加电场时，无极性介质和极性介质中的正负电荷或电偶极子虽然都会产生微观电场，但是都不会产生可以观察到的外部宏观场。

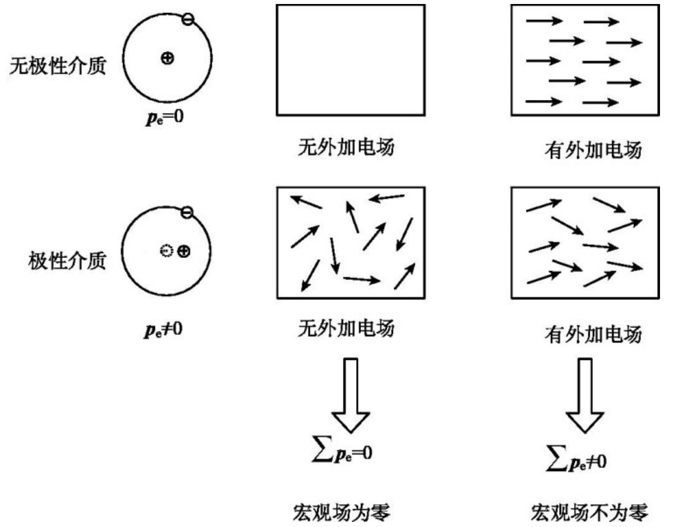


图 2.1.2 电介质的极化

➢ 有外加的电场激励时，无极性介质的分子的正负电荷中心相对位移，形成与外电场同方向的电偶极子；而极性介质的电偶极矩矢量的取向将趋于与外电场方向一致，因此将会产可以观察到的外部宏观场。

♥ 在介质表面将出现面极化电荷，在介质内部也可能出现体极化电荷。

2.1 基本电磁物理量

2.1.3 电极化强度（Polarization Vector）

2. 电介质的极化和电极化强度

- 电极化强度 —— 单位体积内分子电偶极距的矢量和。

$$\vec{P}_e = \frac{\sum \vec{p}_e}{\Delta V} \qquad (\mathrm{C/m^2}) \tag{2.1.18}$$

♥ 式中的 ΔV 是一个无限小的量，它应远小于介质的非均匀性。但是它是一个相对无限小，而不是数学上的绝对无限小，它应大于分子、原子的间距。

♥ 可以证明

$$\oint_S \vec{P}_e \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum q' \tag{2.1.19}$$

S ——介质中的任一个闭合曲面

q' ——极化电荷和束缚电荷（bound volume charge）

2.1 基本电磁物理量

2.1.3 电极化强度（Polarization Vector）

3. 电介质中的电场

- 外加电场 $\vec{E}_0$
- 附加电场 $\vec{E}'$ ——极化电荷所产生的附加电场
- 合成电场 $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$ ——外加电场与附加电场之和

♥ 一般情况下，附加电场与外加电场方向相反，即 $|\vec{E}|<|\vec{E}_0|$

- 线性各向同性（isotropic）的电介质中的极化强度

$$\vec{P}_e=\chi_e\varepsilon_0\vec{E} \qquad (2.1.21)$$

ε_0 ——真空介电常数（permittivity）

χ_e ——电极化率（electric susceptibility）

2.1 基本电磁物理量

2.1.4 电位移（Electric Flux Density）

● 电位移或电通量密度的定义

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}_e \qquad \left(\mathrm{C/m^2}\right) \qquad (2.1.22)$$

♥ 电位移又称为电通量密度，是为了便于计算引出的量。

● 线性各向同性的电介质中的电位移

$$\vec{P}_e=\chi_e\varepsilon_0\vec{E} \qquad (2.1.21)$$

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}_e=\varepsilon_0\vec{E}+\chi_e\varepsilon_0\vec{E}=\left(1+\chi_e\right)\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

♥ 相对介电常数 $\varepsilon_r=1+\chi_e$

♥ （绝对）介电常数 $\varepsilon=\left(1+\chi_e\right)\varepsilon_0=\varepsilon_r\varepsilon_0$

2.1 基本电磁物理量

2.1.4 电位移（Electric Flux Density）

- 几种常见的电介质的相对介电常数（表2.1.1 ）

电介质	相对介电常数 ε_r	电介质	相对介电常数 ε_r
真空	1.0	聚乙烯	2.3
空气	1.000 5	橡胶	2.3~4.0
水	78	聚苯乙烯	2.6
云母	3.7~7.5	树脂	3.3
玻璃	5~10	云母	6.0
陶瓷	5.3~6.5	石英	3.3
纸	1.3~4.0		

♥ 在各向异性的介质（等离子体）中电位移与电场也将具有不同方向。其介电常数和相对介电常数是“张量”。

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（Current Density）

- 电流 ——单位时间内穿过某一截面的电荷量

$$i=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\quad(\mathrm{A}) \qquad (2.1.26)$$

- 电流的正方向习惯上规定为正电荷运动的方向。
- 若电流强度的大小不随时间而变化，则该电流称为**恒定电流**；否则，称为**时变电流**。
- 在导电媒质（导体）中形成电流称为**传导电流**。
- 在真空中或自由空间中的自由电荷的运动形成的电流称为**运流电流**。

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（Current Density）

- 电流密度——用来描述单位时间内穿过截面任一点的电量及电荷运动方向。电流密度是一个矢量。

- 严格地讲，电流应该在具有一定横截面的体积中流动。但是，为了分析方便起见，可以根据具体情况将电流视为体电流、面电流和线电流。

- 对应于体电流和面电流，分别可以定义体电流密度和面电流密度；

- 至于线电流，其电流的方向就是承载该电流的导线的方向。

♥ 电流和电流密度的关系类似于水的流量和流速之间的关系。

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（Current Density）

1. 体电流和体电流密度

- 体电流——电荷在具有一定截面的体积内运动形成的电流。
- 体电流的面密度——大小等于单位时间内穿过垂直于该电流的单位面积的电量，方向与该点正电荷的运动方向一致。

$$J=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta i}{\Delta S_{\perp}}=\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}S\cos\theta}\qquad (\mathrm{A/m^2})$$

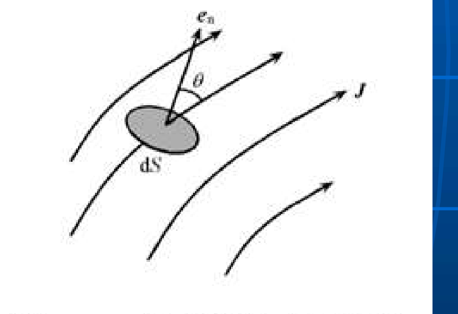


图2.1.3 体电流的电流密度

$\Delta S_{\perp}$——与电流方向垂直的截面。

- 以速度 $\boldsymbol{v}$ 运动、密度为 ρ 的体电荷所形成电流的电流密度

$$\vec{J}=\rho\vec{v}\qquad (\mathrm{A/m^2})\qquad (2.1.28)$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（**Current Density**）

1. 体电流和体电流密度

- 体电流——电荷在具有一定截面的体积内运动形成的电流。
- 在电场 $\vec{E}$ 的作用下、电导率为 σ 的导电媒质中的电流密度

$$\vec{J}=\sigma\vec{E} \tag{2.1.30}$$

σ ——电导率，单位是西门子每米 $(\mathrm{S/m})$

$\rho=1/\sigma$ ——电阻率，单位是是欧姆米 $(\Omega\cdot\mathrm{m})$

- 式（**2.1.30**）被称为欧姆（**Ohm**）定律的微分形式，它表明导电媒质中任一点体电流密度与该点的电场强度成正比。

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（Current Density）

1. 体电流和体电流密度

♥ 几种常见的导电媒质的电导率（表2.1.2）

导电媒质	电导率 σ	导电媒质	电导率
银	6.17×10^{7}	铁	1.03×10^{7}
紫铜	5.80×10^{7}	石墨	7×10^{7}
金	4.10×10^{7}	海水	5
铝	3.82×10^{7}	粘土	5×10^{-3}
钨	1.82×10^{7}	新鲜水	10^{-3}
锌	1.67×10^{7}	沙土	10^{-5}
黄铜	1.50×10^{7}	石英	10^{-17}
镍	1.45×10^{7}		

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（Current Density）

2. 面电流和面电流密度

- 面电流——电荷集中在很薄的面状物体上运动所形成的电流。可以认为电流的分布沿厚度方向是均匀的，仅仅与在表面上的位置有关。
- 体电流的面密度——大小等于单位时间内穿过垂直于该电流的窄（薄）矩形面的电流，方向与该点正电荷的运动方向一致。

$$J_S = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta i}{\Delta l_\perp} = \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}l\cos\theta} \qquad (\mathrm{A/m})$$

$\Delta l_\perp$ ——与电流方向垂直的窄（薄）矩形面的宽度。

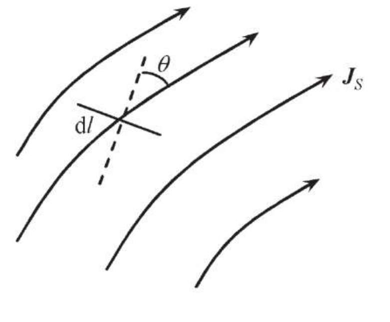


图 2.1.4 面电流的电流密度

2.1 基本电磁物理量

2.1.5 电流密度（Current Density）

3. 线电流和电流元

- 线电流——电荷集中在很细的线状物体上运动所形成的电流。方向就是线状物体的方向。
- 电流元——线电流的一小段、面电流的一小面积、体电流的一小体积 $I\mathrm{d}\vec{l}$ $\vec{J}_s\mathrm{d}S$ $\vec{J}\mathrm{d}V$
- 不同形式电荷分布的电流元对场的影响可以相互转换

$$q\vec{v} \Leftrightarrow I\mathrm{d}\vec{l} \Leftrightarrow \vec{J}_s\mathrm{d}S \Leftrightarrow \vec{J}\mathrm{d}V \qquad (2.1.33)$$

- 总电流等于所有电流分布的叠加

$$i=\int_S \vec{J}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\int_l \vec{J}_s\cdot\vec{e}_n\mathrm{d}l+\sum_{n=1}^{N} I_n$$

♥ 在空间的同一位置只能存在一种电流分布。

2.1 基本电磁物理量

2.1.6 磁感应强度（Magnetic Flux Density）

- 洛仑兹（Lorentz）力
- 洛仑兹力——运动电荷在磁场中所受到的磁场对它的作用力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- 当电荷运动方向与磁场方向一致时，这个电荷所承受的洛仑兹力为零；而当电荷运动方向与磁场方向垂直时，这个电荷所承受的洛仑兹力达到最大。

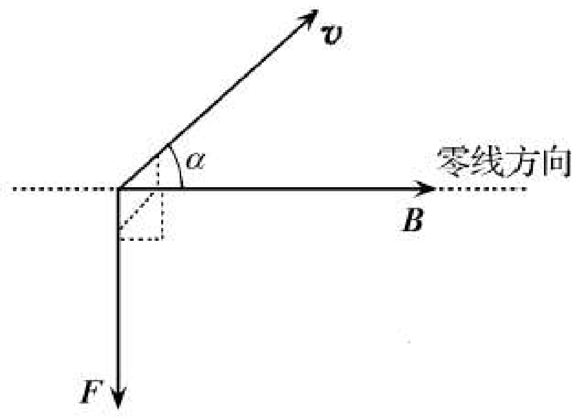


图 2.1.5 磁感应强度

2.1 基本电磁物理量

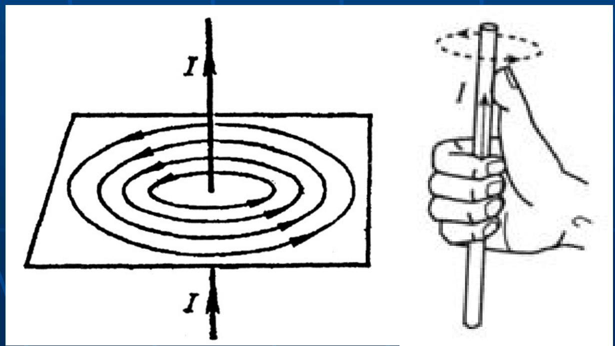
2.1.6 磁感应强度（Magnetic Flux Density）

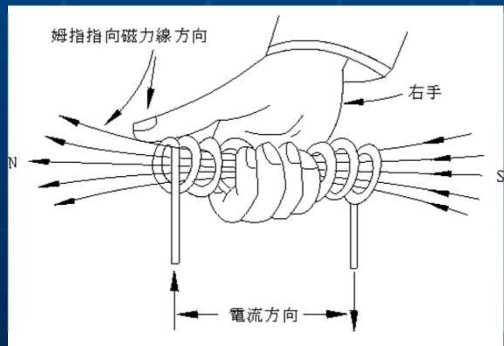
● 磁感应强度和磁力线

➢ 磁感应强度——大小等于洛仑兹力的最大值与乘积 qv 的比值，方向为该磁场的方向。

$$B=\frac{F_{\max}}{qv}\qquad \left(\mathrm{Wb/m^2}\quad 或\quad \mathrm{T}\right) \tag{2.1.34}$$

➢ 磁力线——用来形象地表示空间磁场分布的有向曲线。其稀疏密度表示磁场的大小，而其切线方向表示磁场的方向。





♥ 磁场和电流的方向均满足右手螺旋关系。

2.1 基本电磁物理量

2.1.6 磁感应强度（Magnetic Flux Density）

- 不同形式的电流所受到的磁场力

- 运动电荷所承受的洛伦兹力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1.35)$$

- 静止电荷不会受到洛仑兹力的作用。
- 运动电荷所承受的洛仑兹力始终与电荷的运动方向相垂直，即洛仑兹力的作用仅能改变电荷运动的方向，而不能改变电荷运动的速度，即磁场与运动电荷之间不存在能量的相互交换。

- 电流元所受到的磁场力

$$\vec{F}_m = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad \vec{F}_m = \vec{J}_S dS \times \vec{B} \quad \vec{F}_m = \vec{J} dV \times \vec{B}$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.7 磁化强度（magnetization）

1. 磁偶极子和磁偶极矩矢量

- 磁偶极子（**magnetic dipole**）——小电流环

- 电子的自旋
- 电子绕核运动
- 原子核的自旋

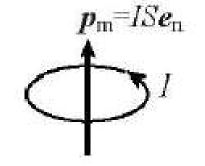


图 2.1.6 磁偶极子和磁偶极矩矢量

- 磁偶极矩矢量（**magnetic dipole moment**）——大小等于电流和小环面积的乘积，方向为小环的法向方向，其正方向与电流的流向之间符合右手螺旋关系

$$\vec{p}_m = I\vec{S} \tag{2.1.40}$$

2.1 基本电磁物理量

2.1.7 磁化强度（magnetization）

2. 磁介质的磁化和磁化强度

- 磁介质的磁化——当存在外磁场时，磁介质中的磁偶极矩的取向将发生变化，使磁偶极矩的矢量和不为零，对外呈现磁效应，即磁介质被磁化。

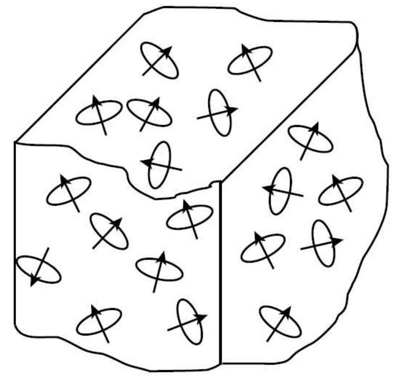


图 2.1.7 磁介质的磁化

无外加磁场 $\vec{B}_0$ 时 $\sum \vec{p}_m = 0$

有外加磁场 $\vec{B}_0$ 时 $\sum \vec{p}_m \neq 0$

- 磁化强度—— 单位体积内分子磁偶极距的矢量和。

$$\vec{P}_m = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V} \quad (\mathrm{A/m}) \qquad (2.1.41)$$

♥ 式中的 ΔV 是一个无限小的量，它应远小于介质的非均匀性。但是它是一个相对无限小，而不是数学上的绝对无限小，它应大于分子、原子的间距。

2.1 基本电磁物理量

2.1.7 磁化强度（magnetization）

3. 磁介质中的磁场

- 外加磁场 $\vec{B}_0$
- 附加磁场 $\vec{B}'$ ——磁偶极子重新排列所产生的磁场
- 合成磁场 $\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$ ——外加磁场与附加磁场之和

♥ 磁介质材料不同，磁化后所产生的附加磁场也不同

- → 顺磁性物质 $|\vec{B}|>|\vec{B}_0|$ 例如铝、氧、锰等
- → 逆磁性物质 $|\vec{B}|<|\vec{B}_0|$ 例如铜、金、银、氢等
- → 铁磁性物质 $|\vec{B}|\gg|\vec{B}_0|$ 例如铁、镍、钴等
- → 亚铁磁性物质

2.1 基本电磁物理量

2.1.8 磁场强度（Magnetic Field Intensity）

● 磁场强度的定义

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{P}_{\mathrm{m}} \qquad (\mathrm{A/m}) \tag{2.1.43}$$

μ_0 ——真空磁导率（permeability）

➢ 磁场强度是为了便于计算引出的量。

➢ 更常用的形式是 $\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{P}_{\mathrm{m}}\right)$ （2.1.44）

➢ 对比电场的情况 $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}_{\mathrm{e}}$ （2.1.22）

2.1 基本电磁物理量

2.1.8 磁场强度（Magnetic Field Intensity）

● 线性各向同性的磁介质中的磁感应强度

➢ 线性各向同性的磁介质中的磁化强度 $\vec{P}_{\mathrm{m}} = \chi_{\mathrm{m}}\vec{H}$

➢ 线性各向同性的磁介质中的磁感应强度

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H}+\vec{P}_{\mathrm{m}}\right) = \mu_0\left(\vec{H}+\chi_{\mathrm{m}}\vec{H}\right) = (1+\chi_{\mathrm{m}})\mu_0\vec{H} = \mu_{\mathrm{r}}\mu_0\vec{H} = \mu\vec{H}$$

（2.1.46）

♥ 磁介质的磁化率 χ_{m}

♥ 相对磁导率 $\mu_{\mathrm{r}} = 1+\chi_{\mathrm{m}}$ （2.1.48）

♥ （绝对）磁导率 $\mu = (1+\chi_{\mathrm{m}})\mu_0 = \mu_{\mathrm{r}}\mu_0$ （2.1.47）

2.1 基本电磁物理量

2.1.8 磁场强度（Magnetic Field Intensity）

● 几种常见的磁介质的相对磁导率 （表2.1.3 ）

磁介质	相对磁导率 μ_r	磁介质	相对磁导率 μ_r
金	0.999 96	钛	1.000 180
银	0.999 98	镍	250
铜	0.999 99	铁	4 000
铝	1.000 021	磁性合金	100 000

♥ 在各向异性的磁介质（铁氧体）中磁感应强度与磁场也将具有不同方向，其磁导率和相对磁导率是所谓的“张量”。

2.1 基本电磁物理量

- 电荷密度和电流密度

- 体电荷密度、面电荷密度、线电荷密度和点电荷密度
- 各种不同形式的电荷分布的**电荷元**的转换关系为

$$q_n \Leftrightarrow \rho_l \mathrm{d}l \Leftrightarrow \rho_S \mathrm{d}S \Leftrightarrow \rho \mathrm{d}V \qquad (2.1.14)$$

- 体电流的面密度、面电流的线密度和线电流
- 各种不同形式的电流分布的**电流元**的转换关系为

$$q\vec{v} \Leftrightarrow I\mathrm{d}\vec{l} \Leftrightarrow \vec{J}_s \mathrm{d}S \Leftrightarrow \vec{J}\mathrm{d}V \qquad (2.1.33)$$

2.1 基本电磁物理量

- 基本电磁物理量的关系

电场力 $\vec{F}_{\mathrm{e}} = q\vec{E}$

磁场力（洛仑兹力） $\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B} = I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

电介质的结构方程

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}_{\mathrm{e}} = \varepsilon\vec{E}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 = (1+\chi_{\mathrm{e}})\varepsilon_0$$

磁介质的结构方程

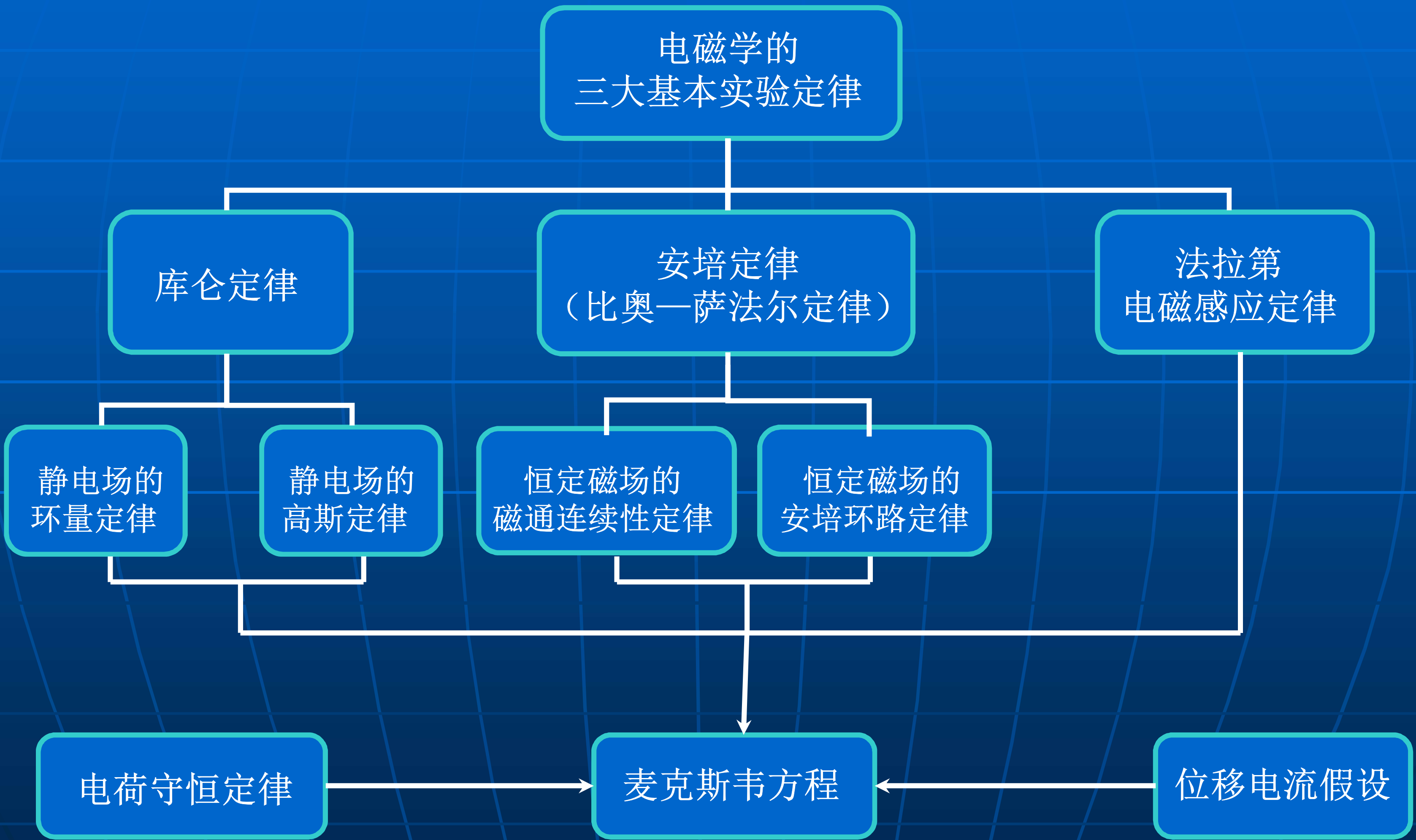
$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{P}_{\mathrm{m}}\right) = \mu\vec{H}$$

$$\mu = \mu_{\mathrm{r}}\mu_0 = (1+\chi_{\mathrm{m}})\mu_0$$

欧姆定律的微分形式 $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

2.2 电磁场基本定律

- 电磁学的三个基本定律



2.2 电磁场基本定律

2.2.1 库仑定律（Coulomb's Law）

● 库仑定律

➢ 在真空中有两个点电荷之间相互作用力的大小与电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比，作用力的方向沿着它们的连线，同性电荷相互排斥，异性电荷相互吸引。

$$\vec{F}_{1\to 2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{R^2}\vec{e}_R=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{R^3}\vec{R}$$

$$\vec{R}=\vec{r}_2-\vec{r}_1\quad R=|\vec{r}_2-\vec{r}_1|\quad \vec{e}_R=\frac{\vec{R}}{R}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|}$$

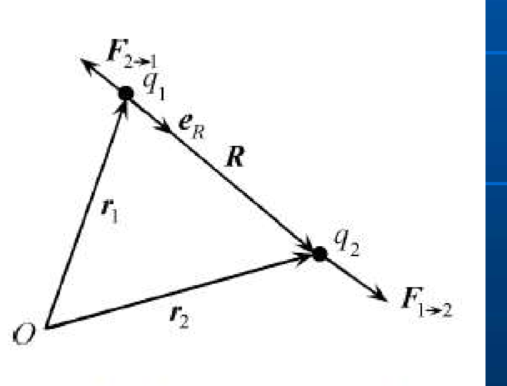


图 2.2.1 库仑定律

♥ 电荷之间的相互作用力满足牛顿第三定律且服从叠加原理。

2.2 电磁场基本定律

2.2.1 库仑定律（Coulomb's Law）

- 不同电荷分布的电场强度

➢ 点电荷的电场

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\vec{e}_R=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^3}\left(\vec{r}-\vec{r}'\right) \tag{2.2.7}$$

➢ 点电荷系的电场

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=1}^{N}\frac{q_n\left(\vec{r}_n'\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}_n'\right|^3}\left(\vec{r}-\vec{r}_n'\right) \tag{2.2.9}$$

♥ 库仑定律的叠加性。

2.2 电磁场基本定律

2.2.1 库仑定律（Coulomb's Law）

● 不同电荷分布的电场强度

➢ 体电荷分布的电场

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}V' \quad (2.2.10)$$

➢ 面电荷分布的电场

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\rho_S(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}S' \quad (2.2.11)$$

➢ 线电荷分布的电场

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \frac{\rho_l(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}l' \quad (2.2.12)$$

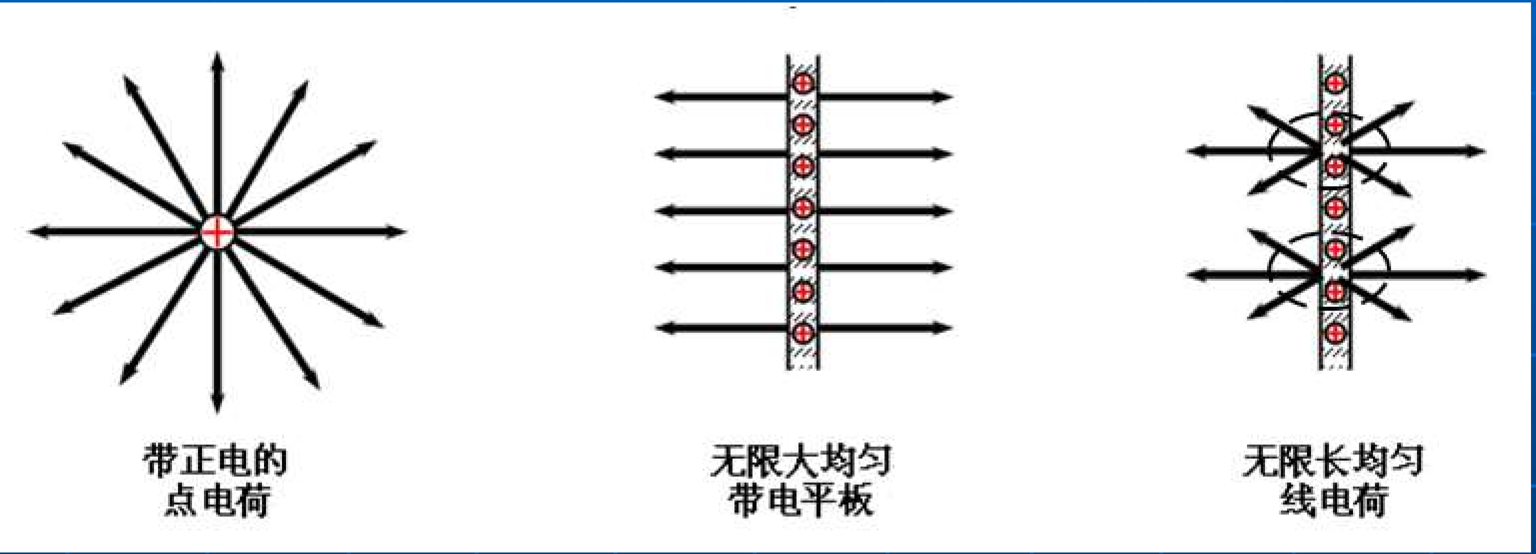
♥ 电荷元的关系

$$q_n \Leftrightarrow \rho_l \mathrm{d}l \Leftrightarrow \rho_S \mathrm{d}S \Leftrightarrow \rho \mathrm{d}V$$

2.2 电磁场基本定律

2.2.1 库仑定律（Coulomb's Law）

- 几种典型的电场的电力线分布



♥ 只有在无限大的均匀空间并且已知所有的电荷分布时，才能直接利用库仑定律计算电场强度。

♥ 对于静电场，电力线总是从正电荷出发、终止于负电荷。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

1. 静电场的环量定律

- 静电场中的场强沿任意闭合回路的环量必为零。

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \qquad (2.2.13)$$

- 用点电荷的场很容易验证。
- 静电场是无旋场，这样的场常称为保守场。

♥ 当电荷在保守场中沿任一闭合回路移动一圈时，电场力所做的功必为零。

$$W = \oint_l \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_l q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = q_0\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0 \qquad (2.2.14)$$

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 电通量（electric Flux）——电场或电位移穿过曲面的面积分

$$\Psi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

- 立体角——曲面对特定点的三维空间的角度。定义为曲面在一个以观测点为圆心的球上的投影面积与球半径的平方值的比。

$$d\Omega = \frac{\vec{e}_R \cdot d\vec{S}}{R^2} \Rightarrow \Omega = \int_S d\Omega = \int_S \frac{\vec{e}_R \cdot d\vec{S}}{R^2}$$

♥ 空间任一闭合曲面对其**内**任一点所张的立体角均为 4π

♥ 空间任一闭合曲面对其**外**任一点所张的立体角均为 0

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 真空中的高斯定律——穿过任一闭合曲面（高斯面）的电通量等于该闭合曲面所包围的自由电荷的总电量与真空介电常数的比值。

➢ 点电荷系

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q \qquad (2.2.17)$$

$\sum q$ ——闭合曲面包围所有电荷

➢ 体电荷

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \qquad (2.2.18)$$

V ——闭合曲面包围的所有自由体积

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 真空中的高斯定律——穿过任一闭合曲面（高斯面）的电通量等于该闭合曲面所包围的自由电荷的总电量与真空介电常数的比值。

➢ 面电荷

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_S \rho_S dS$$

➢ 线电荷

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_l \rho_l dl$$

♥ 高斯定律是库仑定律的另一种表达形式.

♥ 可以假设电场是由一个点电荷所产生的。通过库仑定律先证明点电荷的高斯定律。再利用电荷元的概念就可以得到任意电荷分布的高斯定律。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 电介质中的高斯定律——在静电场中穿过任一高斯面的**电场强度通量**等于该闭合曲面所包围的自由电荷和极化电荷之和。

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q+\sum q'\right) \qquad (2.2.20)$$

- 电介质中的高斯定律——在静电场中穿过任一高斯面的**电位移通量**等于该曲面所包围的自由电荷。

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q \qquad (2.2.21)$$

$\sum q$ ——闭合曲面包围的**自由电荷**

$\sum q'$ ——闭合曲面所包围**极化电荷**

♥ 电位移矢量的引入可以给电场的分析带来很大的方便。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 电介质中任意电荷分布的高斯定律

➢ 点电荷系 $$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q \qquad (2.2.21)$$

➢ 体电荷 $$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V \qquad (2.2.22)$$

➢ 面电荷 $$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_S \rho_S \mathrm{d}S$$

➢ 线电荷 $$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_l \rho_l \mathrm{d}l$$

♥ 电介质中的高斯定律的证明需要利用式（2.1.19）。

♥ 体电荷的高斯定律是最一般形式，其余的都是它的特例。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 几点说明：

- 当电场分布具有存在某些特殊的对称性时，可以直接利用高斯定律来计算场强的。
- 只有高斯面内的自由电荷才对穿过该面的电位移通量有贡献而不必考虑极化电荷的影响。
- 虽然穿过高斯面的通量仅与高斯面内部的电荷有关，但高斯面上的场矢量却与高斯面内外的所有电荷都有关。
- 电介质中的高斯定律既可用于电场中存在电介质的情况，也可用于真空的情况。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 静电场的高斯定律（Gauss's Law）

- 无限大均匀电介质空间中电场强度的计算

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \rightarrow \frac{1}{\varepsilon}$$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_V \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}V$$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_S \frac{\rho_S(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}S$$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int_l \frac{\rho_l(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}l$$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\sum_{n=1}^{N}\frac{q_n(\vec{r}_n')}{|\vec{r}-\vec{r}_n'|^3}(\vec{r}-\vec{r}_n')$$

2.2 电磁场基本定律

2.2.3 安培定律（Ampere's Force Law）

与比奥—萨伐尔定律（Biot-Savart Law）

- 第一个发现电流能够产生磁场的是丹麦学者奥斯特（Oersted）；
- 经安培、比奥、萨伐尔等人的努力得到了安培定律与比奥—萨伐尔定律；
- 安培定律描述的是真空中两恒定电流之间相互作用力；
- 比奥—萨伐尔定律描述了真空中的恒定电流与由该电流所建立的恒定磁场之间的关系，它与安培定律实质上是一致的。
- 这两个定律是在同一个时期各自通过实验独立发现的。

2.2 电磁场基本定律

2.2.3 安培定律与比奥—萨伐尔定律

- 安培定律

➢ 真空中两恒定电流元之间相互作用力

$$\mathrm{d}\vec{F}_{1\to 2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2\mathrm{d}\vec{l}_2\times\left[I_1\mathrm{d}\vec{l}_1\times(\vec{r}_2-\vec{r}_1)\right]}{\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|^3}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2\mathrm{d}\vec{l}_2\times\left(I_1\mathrm{d}\vec{l}_1\times\vec{e}_R\right)}{R^2} \qquad (2.2.23)$$

$$\vec{R}=\vec{r}_2-\vec{r}_1 \quad R=\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right| \quad \vec{e}_R=\frac{\vec{R}}{R}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|}$$

2.2 电磁场基本定律

2.2.3 安培定律与比奥—萨伐尔定律

● 安培定律

➢ 真空中两个恒定载流回路之间相互作用力

$$\vec{F}_{1\to 2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{l_1}\oint_{l_2}\frac{I_2 d\vec{l}_2\times\left[I_1 d\vec{l}_1\times(\vec{r}_2-\vec{r}_1)\right]}{\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|^3}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{l_1}\oint_{l_2}\frac{I_2 d\vec{l}_2\times\left(I_1 d\vec{l}_1\times\vec{e}_R\right)}{R^2}$$

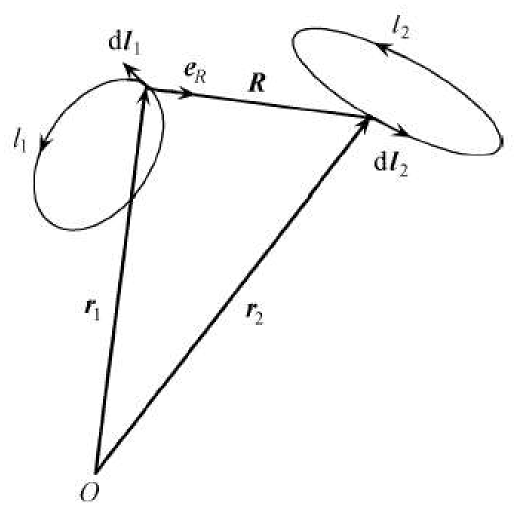


图 2.2.2 安培定律

♥ 载流回路之间的作用力满足牛顿第三定律和叠加定律。

2.2 电磁场基本定律

2.2.3 安培定律与比奥—萨伐尔定律

- 比奥—萨伐尔定律

➢ 载流回路所建立的磁场

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_l \frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_l \frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_R}{R^2} \qquad (2.2.27)$$

➢ 体电流分布所建立的磁场

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}V' \qquad (2.2.28)$$

➢ 面电流分布所建立的磁场

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_S \frac{\vec{J}_S(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}S' \qquad (2.2.29)$$

2.2 电磁场基本定律

2.2.5 磁通连续性定律和安培环路定律

1. 恒定磁场的磁通连续性定律

- 磁通量（**magnetic flux**）——磁感应强度穿过曲面的面积分

$$\Psi_{\mathrm{m}}=\int_{S}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

- 磁通连续性定律——穿过任何闭合曲面的磁通量必等于零。

$$\oint_{S}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0 \qquad (2.2.30)$$

S ——任一闭合曲面（高斯面）

♥ 磁通连续性定律又被称为恒定磁场中的高斯定律或磁荷不存在定律。

♥ 在恒定磁场中，磁感应线是既无头又无尾的闭合曲线。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

1. 恒定磁场的磁通连续性定律

- 磁通连续性定律的证明：恒定磁场的磁通连续定律可以通过比奥—沙伐定律直接推导出来。

电流元
↓
体电流
↓
面电流
↓
线电流

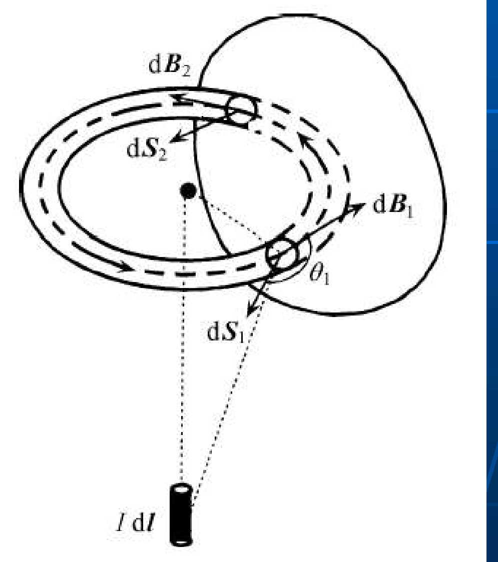


图 2.2.3 磁通连续性定律

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 恒定磁场的安培环路定律

- 真空中的安培环路定律——恒定磁场中**磁感应强度**沿闭合回路的积分（环量）等于真空磁导率乘以穿过该闭合回路所限定面积上总的恒定电流。

➢ 线电流

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{n=1}^{N} I_n \qquad (2.2.31)$$

➢ 体电流

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \qquad (2.2.32)$$

➢ 面电流

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \int_{l'} \vec{J}_S\cdot \mathrm{d}\vec{l}'$$

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 恒定磁场的安培环路定律

- 磁介质中的安培环路定律——**磁感应强度**的环量等于真空磁导率乘以穿过该回路所限定面积的恒定**传导电流**和**磁化电流**。

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{n=1}^{N}(I_n + I'_n)$$

- 磁介质中的安培环路定律——**磁场强度**沿闭合回路的环量等于真空磁导率乘以穿过该回路所限定面积的恒定**传导电流**。

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{n=1}^{N} I_n \qquad (2.2.33)$$

$\sum_{n=1}^{N} I_n$ ——闭合曲面包围的**传导电流**

$\sum_{n=1}^{N} I'_n$ ——闭合曲面包围的**磁化电流**

♥ 磁场强度的引入可以给磁场的分析带来很大的方便。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 恒定磁场的安培环路定律

● 磁介质中任意电荷分布的安培环路定律

➢ 线电流

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{n=1}^{N} I_n \quad (2.2.33)$$

➢ 体电流

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \quad (2.2.34)$$

➢ 面电流

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_l \vec{J}_S\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

♥ 体电流的安培环路定律是最一般形式，其余的都是它的特例。

2.2 电磁场基本定律

2.2.2 环量定律和高斯定律

2. 恒定磁场的安培环路定律

- 几点说明：

- 真空中的安培环路定律的证明可以通过无限长直线电流的特例利用比奥—沙伐定理推导出来。
- 磁介质中的安培环路定律可以直接从真空中的安培环路定律推导出来。在推导中需要将磁化电流的影响考虑进去。
- 只有穿过闭合曲线所限定面积的传导电流，才对磁场强度沿回路的环量有贡献而不必考虑磁化电流的影响。
- 场矢量环量仅与穿过该回路所限定面积的传导电流有关，但回路上的场矢量却与环路内外的所有电流都有关。

2.2 电磁场基本定律

2.2.5 法拉第电磁感应定律（Faraday's Law of Induction）

- 法拉第电磁感应定律——导体回路上感应电动势的大小与所交链磁通量随时间变化率成正比。

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \tag{2.2.35}$$

$\mathcal{E} = \oint_l \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ ——感应电动势

S ——闭合导体回路所限定的曲面

♥ 实验表明：当穿过闭合导体回路所限定面积的磁通量发生变化时，在该回路上将产生感应电动势及其感应电流。

2.2 电磁场基本定律

2.2.5 法拉第电磁感应定律（Faraday's Law of Induction）

- 法拉第电磁感应定律——导体回路上感应电动势的大小与所交链磁通量随时间变化率成正比。

$$\mathcal{E}=-\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \qquad (2.2.35)$$

♥ 公式中的负号是楞次（Lenz）定律的数学表示式，即感应电流总是取这样的方向，以致它总是企图阻止与该回路所交链的磁通量的变化。

♥ 引起磁通量变化的可以是导体回路不动，外磁场的变化；也可以是外磁场恒定，而导体回路做机械运动，“切割”磁力线，引起磁通的变化；还可以是两种情况兼而有之。

♥ 导体回路中感应电流的存在意味着导体回路内存在着感应电场。这个电场驱动导体回路中的自由电荷运动形成感应电流。而感应电动势就等于感应电场沿闭合导体回路的线积分。

2.2 电磁场基本定律

2.2.5 法拉第电磁感应定律（Faraday's Law of Induction）

- 法拉第电磁感应定律的另一表达形式

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad (2.2.37)$$

l ——导体回路

S ——导体回路所限定的面积

$\vec{E}$ ——导体回路中的感应电场

♥ 曲面的正法线方向与导体回路的环绕方向之间符合右手螺旋关系。

2.2 电磁场基本定律

2.2.6 电荷守恒定律（Principle of Conservation of Charge）

- 电荷守恒定律的基本概念

- 法拉第电磁感应定律给出了电场和磁场之间的关系，而电荷守恒定律描述了电荷与电流之间的关系。
- 物体的带电过程实质上是电荷的迁移过程，一个物体带电量为零只是说明它所携带的正电荷量和负电荷量相等。
- 在任何电磁过程中，电荷的代数和总是保持不变的。电荷既不能被创造，也不能被消灭。它只能从物体的一部分转移到另一部分，或只能从一个物体转移到另一个物体。
- 电荷守恒定律不仅是一切宏观电磁现象所必须服从的基本规律，它也是一切微观电磁过程必须遵守的基本规律之一。

2.2 电磁场基本定律

2.2.6 电荷守恒定律（Principle of Conservation of Charge）

- 电荷守恒定律的表示形式——单位时间内流出某一闭合曲面的电量等于单位时间内该闭合曲面内电荷的减少量。

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} \qquad (2.2.38)$$

S ——任一闭合曲面

q ——闭合曲面所包围的所有电荷

$-\frac{dq}{dt}$ ——闭合曲面所包围的所有电荷的减少量

2.2 电磁场基本定律

2.2.6 电荷守恒定律（Principle of Conservation of Charge）

- 电流连续性方程（**Equation of Continuity**）——单位时间内流出闭合曲面的电量等于单位时间内该曲面内电荷的减少量。

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \qquad (2.2.40)$$

➢ 恒定电流的连续性方程

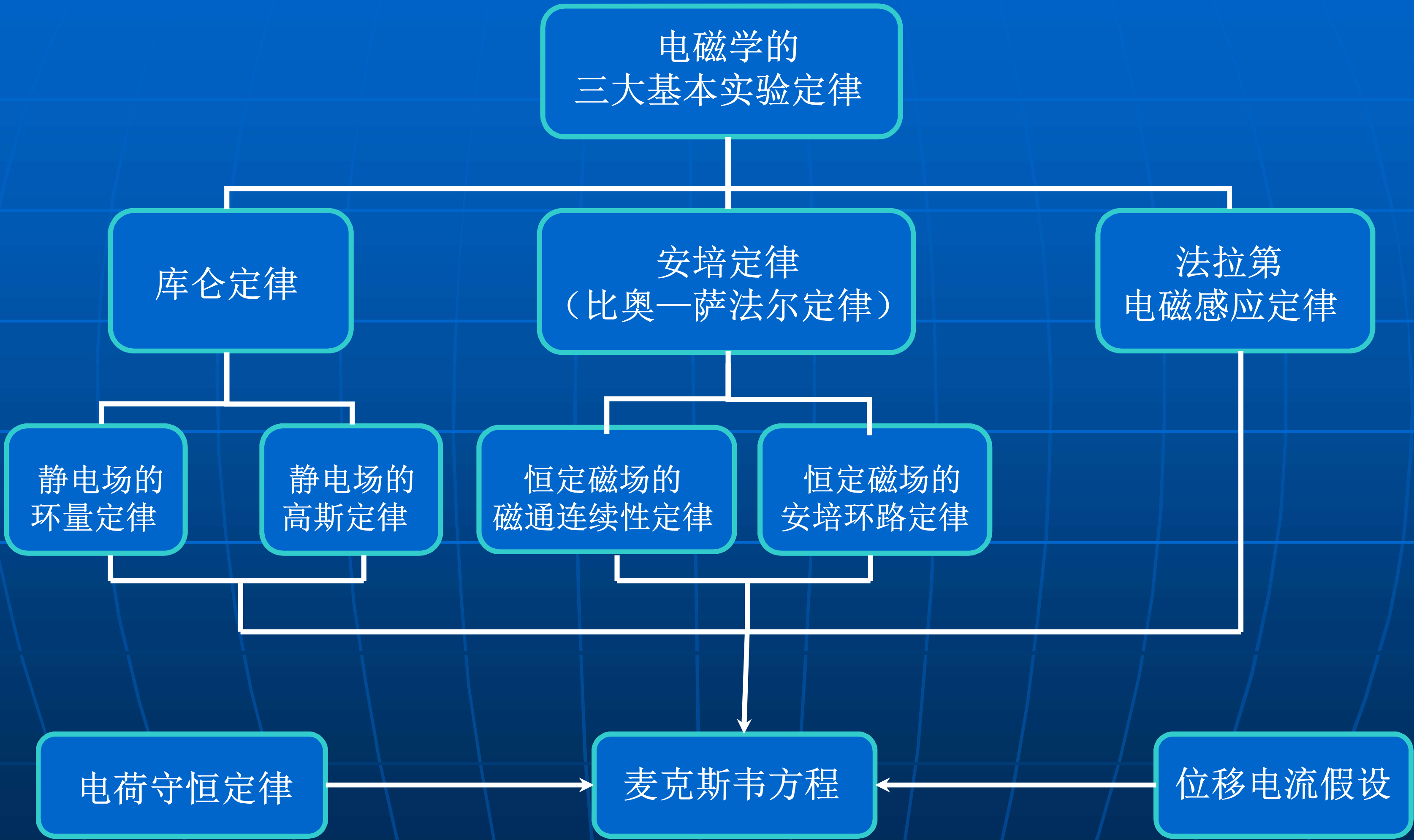
$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad (2.2.41)$$

➢ 恒定载流回路的连续性方程

$$\sum_{n=1}^{N} I_n = 0 \qquad (2.2.42)$$

♥ 上式正是电路理论中的基尔霍夫电流定律。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组



2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

- 在发现电磁波的过程中，英国人麦克斯韦（**Maxwell**）的理论研究和德国人赫兹（**Hertz**）的实验工作发挥了决定性的作用。
- 麦克斯韦从法拉第的力线思想中提炼出了电磁现象中最本质的电场和磁场概念，改写了法拉第电磁感应定律（**漩涡电场假设**），并引入了**位移电流**（**displacement current**）**假设**，最终完成了电磁理论的构建。
- 麦克斯韦在前人工作的基础上总结了时变电磁场的普遍规律，并将这些规律用一套数学公式，即麦克斯韦方程组，完整地表示出来，为宏观电磁理论的发展做出了**里程碑式**的贡献。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

1. 麦克斯韦的漩涡电场假设

♥ 麦克斯韦的旋涡电场假设——即使导体回路不存在，变化的磁场也将在周围空间激发出感应电场。

● （广义的）法拉第电磁感应定律——与原始的法拉第电磁感应定律形式一样。

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad (2.3.1)$$

l ——任意取定的一个**数学回路**

S ——数学回路所限定的面积

$\vec{E}$ ——**所有的电场**（感生电场、静电场、恒定电场）

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

1. 麦克斯韦的漩涡电场假设

♥ 麦克斯韦的旋涡电场假设——即使导体回路不存在，变化的磁场也将在周围空间激发出感应电场。

● （广义的）法拉第电磁感应定律——与原始的法拉第电磁感应定律形式一样。

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \qquad (2.3.1)$$

♥ 磁通量的变化可以是磁场本身确实在变化，或者是磁场不变，但是数学回路在移动或在变化；也可以磁场和数学回路都在变化。

♥ 我们只讨论回路不变，只是磁场变化的典型情况。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

1. 麦克斯韦的漩涡电场假设

♥ 麦克斯韦的旋涡电场假设——即使导体回路不存在，变化的磁场也将在周围空间激发出感应电场。

● （广义的）法拉第电磁感应定律——与原始的法拉第电磁感应定律形式一样。

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \tag{2.3.1}$$

● （典型的）法拉第电磁感应定律——积分回路固定的情况

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \tag{2.3.2}$$

♥ 静电场环量定律是（广义的）电磁感应定律在恒定场条件下的特例。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

2. 麦克斯韦的位移电流假设

- 含有电容器的回路
- 利用安培环路定律分析含有电容器的回路时的充放电

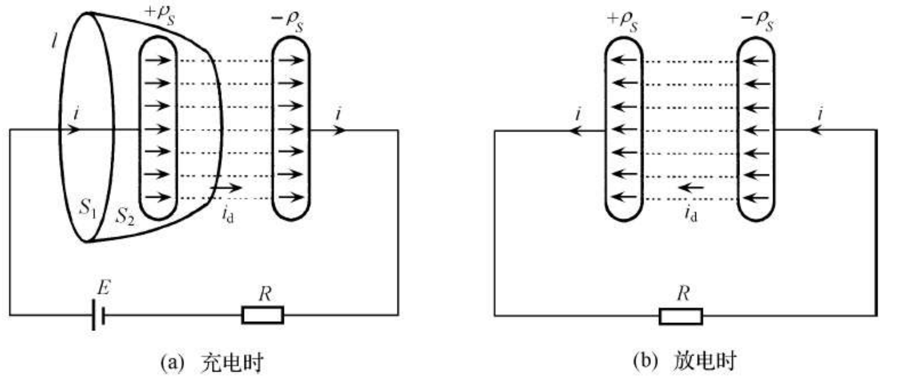


图 2.3.1 安培环路定律应用于含有电容器的回路

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = i \quad (for\ S_1)$$

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0 \quad (for\ S_2)$$

矛盾

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

2. 麦克斯韦的位移电流假设

- 含有电容器的回路

♥ 电容器中电位移通量随时间的变化率等于导线上的传导电流

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_e}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(SD)}{\mathrm{d}t}=S\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}=S\frac{\mathrm{d}\rho_S}{\mathrm{d}t}=i$$

S ——极板的面积

ρ_S ——极板上的面电荷密度

D ——电容器中的电位移

Ψ_e ——电位移通量

i ——导线上的传导电流

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

2. 麦克斯韦的位移电流假设

● 位移电流和位移电流密度

➢ 位移电流——穿过某一截面的电位移通量随时间的变化率

$$i_d = \frac{d\Psi_e}{dt}$$

➢ 位移电流密度——电位移矢量随时间的变化率

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

♥ 位移电流并不是移动的电荷所形成的电流，即不是真实的电流，但是像真实的电流一样也有一个伴随的磁场。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

2. 麦克斯韦的位移电流假设

- 全电流和全电流密度

➢ 全电流——穿过某一截面的传导电流和位移电流之和

$$i_t = i + i_d = i + \frac{d\Psi_e}{dt} \qquad (2.3.5)$$

➢ 全电流密度——传导电流密度和位移电流密度之和

$$\vec{J}_t = \vec{J} + \vec{J}_d = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (2.3.6)$$

♥ 式中 i 和 $\vec{J}$ 通常用来表示传导电流和传导电流密度。在特别指明的情况下也可表示运流电流和运流电流密度。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

2. 麦克斯韦的位移电流假设

- 全电流连续性定律——流入任何一个闭合曲面的全电流等于流出该面的全电流，即在任何情况下全电流都是连续的。

$$\oint_S \vec{J}_t \cdot d\vec{S} = \oint_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} = 0 \qquad (2.3.7)$$

- 全电流连续性定律 = 电荷守恒定律 + 高斯定律
- 全电流连续性定律表明，全电流线必为闭合曲线。
- 恒定电流必须存在于闭合的导体回路中。但是，对于频率很高的时变电流，即使导体回路不是闭合的，其上也会有电流。
- 例如，大部分线天线上的电流就是分布在非闭合的导线上的（参见第5章和第8章）。此时，虽然传导电流的电流线不是闭合曲线，但是全电流的电流线是闭合的。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.1 麦克斯韦的两个假设

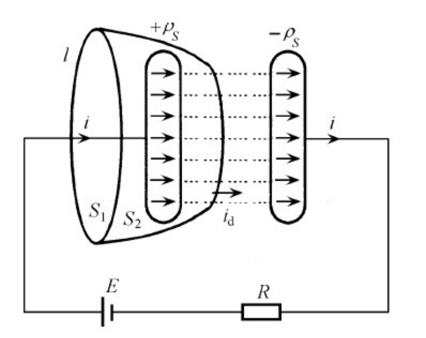
2. 麦克斯韦的位移电流假设

● 广义的安培环路定律

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = i_t = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S} \qquad (2.3.8)$$

♥ 位移电流和传导电流一样，都是激发旋涡场的场源。

□ 将广义的安培环路定律应用到含有电容器的导体回路，就可以避免矛盾的出现。被电容器中断了的传导电流由极板之间的位移电流所代替，而使整个回路的电流保持连续。



$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S} = \begin{cases} i & (for\ S_1) \\ i_d = i & (for\ S_2) \end{cases}$$

➡ 不矛盾

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.2 麦克斯韦方程组的积分形式

（Maxwell's equation in the integral form）

- 麦克斯韦方程组的提出和意义

- 麦克斯韦的**旋涡电场假设**表明变化着的磁场可以激发旋涡电场，而麦克斯韦**位移电流假设**表明变化着的电场可以激发旋涡磁场。

- 麦克斯韦将静电场的环量定律推广成一般时变场的电磁感应定律，将恒定磁场的安培环路定律推广成时变场的全电流定律。

- 麦克斯韦还认为静电场的高斯定律式和恒定磁场的磁通连续性定律式在时变场的情况下仍然适用。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.2 麦克斯韦方程组的积分形式

（**Maxwell's equation in the integral form**）

- 麦克斯韦方程组的提出和意义

- 麦克斯韦在前人工作的基础上总结了时变电磁场的普遍规律，在1873年发表的著名论文中，提出了著名的麦克斯韦方程组，该方程组奠定了光学、电磁学和电磁波传播的的理论基础，为宏观电磁理论的发展做出了里程碑式的贡献。

- 麦克斯韦的两个假设结合在一起，预示着电磁波的存在。1888年，德国物理学家赫兹（**H. Hertz**），用实验测量证明了电磁波的存在以及电磁波的传播速度等于光速。赫兹的实验结果为麦克斯韦的理论提供了强有力的支持。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.2 麦克斯韦方程组的积分形式

● 麦克斯韦方程组的积分形式

➢ 广义的安培环路定律

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S} \quad (2.3.9)$$

➢ 广义的电磁感应定律

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \quad (2.3.10)$$

➢ 磁通连续性定律

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.3.11)$$

➢ 高斯定律

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad (2.3.12)$$

♥ 方程中的电流密度和电荷密度可以是任意形式的电流和电荷分布，不一定非要是体电流和体电荷的密度。

♥ 利用积分方程只能直接求解一些比较简单的电磁问题。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.3 麦克斯韦方程组的微分形式

（Maxwell's equation in the differential form）

（Maxwell's equation in the point form）

- 斯托克斯定理和高斯散度定理

$$\oint_l \vec{A}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{A}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\right)\mathrm{d}V$$

- 数学知识——如果两个积分在所讨论的空间内所有的子空间都相等，则这两个积分的被积函数必然在所讨论的空间内处处相等。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.3 麦克斯韦方程组的微分形式

- 麦克斯韦方程组的微分形式

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_s (\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_s \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\oint_s \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho dV$$

$\Rightarrow$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho$$

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.3 麦克斯韦方程组的微分形式

- 麦克斯韦方程组的微分形式

➢ 广义的安培环路定律 $$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\qquad(2.3.17)$$

➢ 广义的电磁感应定律 $$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\qquad(2.3.18)$$

➢ 磁通连续性定律 $$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\qquad(2.3.19)$$

➢ 高斯定律 $$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho\qquad(2.3.20)$$

♥ 微分方程组的所有物理量都是同一点的场量，方程中的电流密度和电流只能是体电流密度和体电荷密度。

♥ 麦克斯韦微分方程组在场不连续处是不成立的。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.3 麦克斯韦方程组的微分形式

- 时变电磁场的基本方程 ——麦克斯韦方程组+连续性方程

➢ 连续性方程的积分形式

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV \qquad (2.3.21)$$

➢ 连续性方程的微分形式

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (2.3.22)$$

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.3 麦克斯韦方程组的微分形式

- 时变电磁场的基本方程 ——麦克斯韦方程组+连续性方程

$$\oint_l \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V$$

$$\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \mathrm{d}V$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

♥ 在这五个方程中，只有两个旋度方程加上高斯定律或电流连续性方程才是独立的。其它的方程可以利用三个独立方程导出。

2.3 麦克斯韦（Maxwell）方程组

2.3.3 麦克斯韦方程组的微分形式

● 线性和各向同性的媒质的结构方程（Constitutive Equations）

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (2.3.25)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.3.26)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.3.27)$$

ε，μ，σ——媒质的介电常数、磁导率、电导率

（特征参数）

♥ 式（2.3.27）又称为欧姆定律的微分形式。

2.4 时变电磁场的边界条件

（**boundary conditions**）

● 边界条件的基本概念

➢ 在场不连续处，微分形式麦克斯韦方程是不成立的，但是积分形式麦克斯韦方程在场不连续处仍然成立。

➢ 最常见的场的不连续性的情况：

- 不同媒质的分界面的两侧
- 有源区和无源区的分界面的两侧
- 在面源的两边
- 线源的周围和点源的附近（不讨论）

2.4 时变电磁场的边界条件

（**boundary conditions**）

● 边界条件的基本概念

♥ 媒质（**medium**）——电磁波传播所经过的空间。例如真空、介质、导体等。不同的媒质具有不同的特征参量。

♥ 分界面（**boundary or interface**）——具有不同特征参量的媒质的交界面。分界面上的某些场量具有不连续性，导致微分形式麦克斯韦方程失效，但是积分方程依然适用。

♥ 边界条件——由麦克斯韦方程组的积分形式出发，得到的到场量在不同媒质交界面上应满足的关系式（**近似式**）。

2.4 时变电磁场的边界条件

（boundary conditions）

- 边界条件的基本概念
- 边界条件是在无限大平面的情况得到的，但是它们适用于曲率半径足够大的光滑曲面（**地面**）。

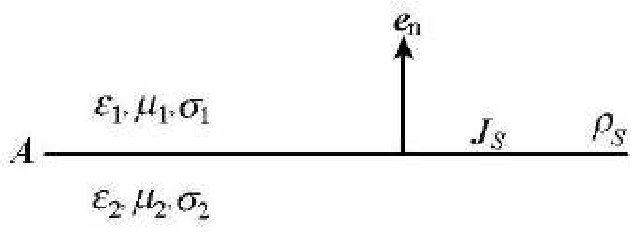


图 2.4.1 不同媒质的分界面

$\vec{J}_S$ ρ_S ——分界面上的传导面电流和自由面电荷

$\vec{e}_n$ ——分界面的单位法线矢量，方向媒质**2**指向媒质**1**

2.4 时变电磁场的边界条件

（boundary conditions）

● 边界条件的基本概念

♥ 边界条件是在无限大平面的情况得到的，但是它们适用于曲率半径足够大的光滑曲面（**地面**）。

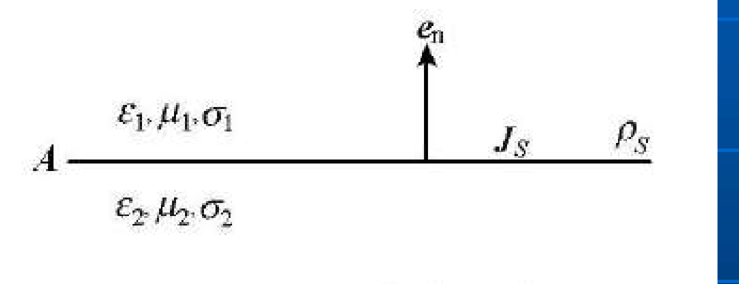


图 2.4.1 不同媒质的分界面

♥ 为了边界条件更通用，将场矢量在分界面上分解成与分界面垂直的**法向分量**和平行于分界面的**切向分量**来讨论。

♥ 通过在分界面附近分别选取**小而窄的矩形回路**和**小而扁的柱面**，利用四个麦克斯韦方程就可以导出四个边界条件。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

1. 切向分量的边界条件——利用第一、第二两个积分方程

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S\left(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

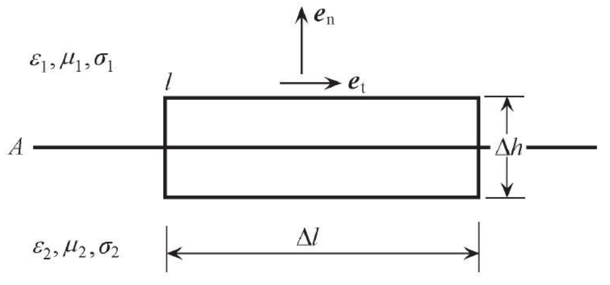


图 2.4.2 切向分量的边界条件

- 在分界面附近选取小而窄的矩形回路；
- 积分方程右边的积分只需要考虑面源的线积分；
- 积分方程左边的积分只需要考虑矩形的长边的线积分。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

1. 切向分量的边界条件——利用第一、第二两个积分方程

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

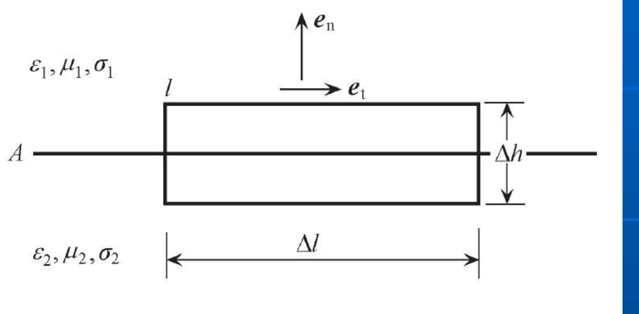


图 2.4.2 切向分量的边界条件

$$\lim_{\Delta h\to 0}\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = H_{1t}\Delta l - H_{2t}\Delta l \qquad \lim_{\Delta h\to 0}\int_S \left(\vec{J}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S} = J_{S(\vec{e}_n\times\vec{e}_t)}\Delta l$$

$$\lim_{\Delta h\to 0}\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = E_{1t}\Delta l - E_{2t}\Delta l \qquad \lim_{\Delta h\to 0}\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = 0$$

$J_{S(\vec{e}_n\times\vec{e}_t)}$——分界面上的面电流密度在 $\vec{e}_n\times\vec{e}_t$ 方向的分量

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

1. 切向分量的边界条件——利用第一、第二两个积分方程

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

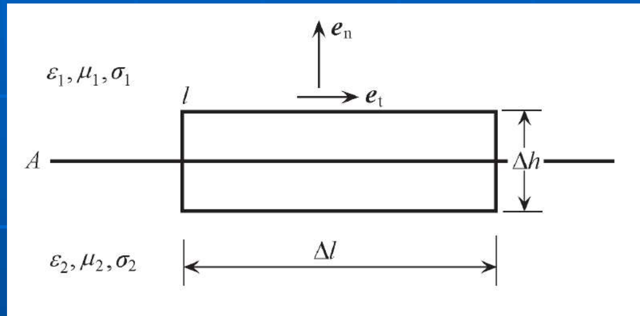


图 2.4.2 切向分量的边界条件

- 切向分量的边界条件

$$H_{1t} - H_{2t} = J_{S(\vec{e}_n \times \vec{e}_t)} \qquad (2.4.1)$$

$$E_{1t} - E_{2t} = 0 \qquad (2.4.2)$$

♥ 下标“ t ”代表相应场矢量在分界面上的切向分量。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

2. 法向分量的边界条件——利用第三、第四两个积分方程

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

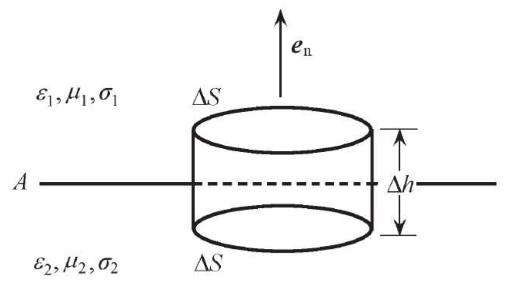


图 2.4.3 法向分量的边界条件

- 在分界面附近选取小而扁的柱面；
- 积分方程右边的积分只需要考虑面源的面积分；
- 积分方程左边的积分只需要考虑柱面的底面的面积分。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

2. 法向分量的边界条件——利用第三、第四两个积分方程

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho dV$$

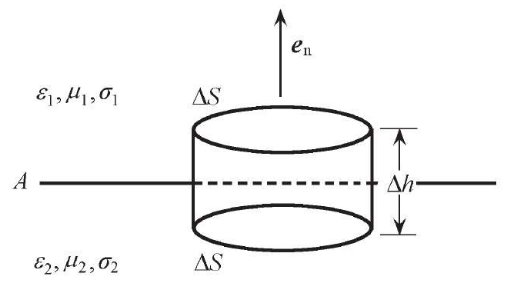


图 2.4.3 法向分量的边界条件

$$\lim_{\Delta h\to 0}\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{S}=B_{1n}\Delta S-B_{2n}\Delta S$$

$$\lim_{\Delta h\to 0}\oint_l \vec{D}\cdot d\vec{S}=D_{1n}\Delta S-D_{2n}\Delta S \qquad \lim_{\Delta h\to 0}\int_V \rho dV=\rho_S\Delta S$$

ρ_S ——分界面上的自由面电荷密度

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

2. 法向分量的边界条件——利用第三、第四两个积分方程

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho dV$$

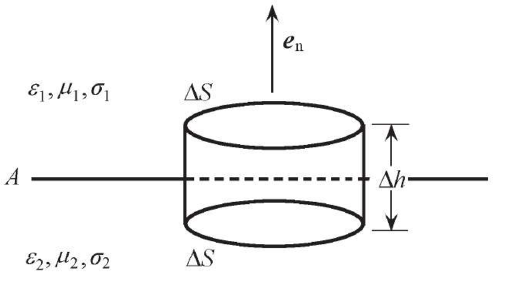


图 2.4.3 法向分量的边界条件

- 法向分量的边界条件

$$B_{1n}-B_{2n}=0 \quad (2.4.5)$$

$$D_{1n}-D_{2n}=\rho_S \quad (2.4.6)$$

♥ 下标“n”代表相应场矢量在分界面上的法向分量。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

- 电磁场边界条件一般形式的标量形式和矢量形式

$H_{1t}-H_{2t}=J_{S(\vec{e}_n\times\vec{e}_t)}$	⟷	$\vec{e}_n\times\left(\vec{H}_1-\vec{H}_2\right)=\vec{J}_S$	(2.4.3)
$E_{1t}-E_{2t}=0$	⟷	$\vec{e}_n\times\left(\vec{E}_1-\vec{E}_2\right)=0$	(2.4.4)
$B_{1n}-B_{2n}=0$	⟷	$\vec{e}_n\cdot\left(\vec{B}_1-\vec{B}_2\right)=0$	(2.4.7)
$D_{1n}-D_{2n}=\rho_S$	⟷	$\vec{e}_n\cdot\left(\vec{D}_1-\vec{D}_2\right)=\rho_S$	(2.4.8)

♥ 电场强度的切向分量和磁感应强度的法向分量永远是连续的。

♥ 磁场强度的切向分量和电位移的法向分量只有当界面上不存在传导面电流和自由面电荷的条件下才是连续的。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.1 边界条件的一般形式

● 电磁场边界条件一般形式的标量形式和矢量形式

$$H_{1t}-H_{2t}=J_{S(\vec{e}_n\times\vec{e}_t)} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n\times\left(\vec{H}_1-\vec{H}_2\right)=\vec{J}_S \qquad (2.4.3)$$

$$E_{1t}-E_{2t}=0 \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n\times\left(\vec{E}_1-\vec{E}_2\right)=0 \qquad (2.4.4)$$

$$B_{1n}-B_{2n}=0 \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n\cdot\left(\vec{B}_1-\vec{B}_2\right)=0 \qquad (2.4.7)$$

$$D_{1n}-D_{2n}=\rho_S \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n\cdot\left(\vec{D}_1-\vec{D}_2\right)=\rho_S \qquad (2.4.8)$$

♥ 电磁场边界条件一般形式可以视为**面源附近**（面电荷和面电流两侧）电磁场所满足的积分方程的近似式。

♥ 麦克斯韦方程组的微分形式是**体积源**处电磁场所满足的方程。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

- 常见的三种媒质：

理想介质 $\sigma = 0$

导电媒质 $\sigma \neq 0$

理想导体 $\sigma = \infty$

- 常见的三种边界条件：

- 导电媒质和导电媒质的分界面 $\sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_2 \neq 0$
- 理想介质和理想介质的分界面 $\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = 0$
- 理想导体的表面 $\sigma_2 \to \infty$

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

1. 导电媒质分界面的边界条件 $\sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_2 \neq 0$

♥ 导电媒质分界面上不存在传导面电流，但是可以有面电荷。

$$\sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_2 \neq 0 \Rightarrow \vec{J}_S = 0 \quad \rho_S \neq 0$$

$$H_{1t} - H_{2t} = 0 \leftrightarrow \vec{e}_n \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = 0 \quad (2.4.13)$$

$$E_{1t} - E_{2t} = 0 \leftrightarrow \vec{e}_n \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0 \quad (2.4.14)$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0 \leftrightarrow \vec{e}_n \cdot \left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right) = 0 \quad (2.4.15)$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_S \leftrightarrow \vec{e}_n \cdot \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right) = \rho_S \quad (2.4.16)$$

♥ 在不同媒质分界面上，电场强度的切向分量、磁场强度的切向分量和磁感应强度的法向分量永远是连续的。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

1. 导电媒质分界面的边界条件 $\sigma_1 \neq 0,\quad \sigma_2 \neq 0$

♥ 导电媒质分界面上不存在传导面电流，但是可以有面电荷。

$$\sigma_1 \neq 0,\quad \sigma_2 \neq 0 \Rightarrow \vec{J}_S = 0 \quad \rho_S \neq 0$$

$$H_{1t} - H_{2t} = 0 \Longleftrightarrow \vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \qquad (2.4.13)$$

$$E_{1t} - E_{2t} = 0 \Longleftrightarrow \vec{e}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \qquad (2.4.14)$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0 \Longleftrightarrow \vec{e}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \qquad (2.4.15)$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_S \Longleftrightarrow \vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S \qquad (2.4.16)$$

♥ 在第4章时将会证明，导电媒质分界面上的面电荷密度

$$\rho_S = \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) E_{1n} = \left(\varepsilon_1 \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - \varepsilon_2\right) E_{2n}$$

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

2. 理想导体表面的边界条件 $\sigma_2 \to \infty$

♥ 理想导体内部，时变电磁场处处为零。导体表面可以存在时变的面电流和面电荷。

$$\sigma_2 \to \infty \Rightarrow \vec{E}_2 = 0,\quad \vec{H}_2 = 0 \quad \textbf{and} \quad \vec{J}_S \neq 0 \quad \rho_S \neq 0$$

$$H_t = J_{S(\vec{e}_n \times \vec{e}_t)} \Longleftrightarrow \vec{e}_n \times \vec{H} = \vec{J}_S \qquad (2.4.21)$$

$$E_t = 0 \Longleftrightarrow \vec{e}_n \times \vec{E} = 0 \qquad (2.4.22)$$

$$B_n = 0 \Longleftrightarrow \vec{e}_n \cdot \vec{B} = 0 \qquad (2.4.23)$$

$$D_n = \rho_S \Longleftrightarrow \vec{e}_n \cdot \vec{D} = \rho_S \qquad (2.4.24)$$

♥ 理想导体表面上不存在电场强度的切向分量和磁感应强度的法向分量，即电力线总是垂直于理想导体表面的，而磁力线总是平行于理想导体表面的。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

2. 理想导体表面的边界条件 $\sigma_2 \to \infty$

♥ 理想导体内部，时变电磁场处处为零。导体表面可以存在时变的面电流和面电荷。

$$\sigma_2 \to \infty \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_2 = 0,\quad \vec{H}_2 = 0 \quad \textbf{and} \quad \vec{J}_S \neq 0 \quad \rho_S \neq 0$$

$$H_t = J_{S(\vec{e}_n \times \vec{e}_t)} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n \times \vec{H} = \vec{J}_S \tag{2.4.21}$$

$$E_t = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n \times \vec{E} = 0 \tag{2.4.22}$$

$$B_n = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n \cdot \vec{B} = 0 \tag{2.4.23}$$

$$D_n = \rho_S \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{e}_n \cdot \vec{D} = \rho_S \tag{2.4.24}$$

♥ 磁场强度的切向分量等于面电流密度的大小，导体表面的外法线、磁场强度的切向分量和面电流三者的方向满足右手螺旋法则。电位移的法向分量等于面电荷密度的大小。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

3. 理想介质分界面的边界条件 $\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = 0$

- 如果不是特意放置，理想介质分界面不存在时变的面电流和面电荷 。

$$\sigma_1 = 0, \quad \sigma_2 = 0 \Rightarrow \vec{J}_S = 0 \quad \rho_S = 0$$

$$H_{1t} - H_{2t} = 0 \Leftrightarrow \vec{e}_n \times \left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = 0 \qquad (2.4.29)$$

$$E_{1t} - E_{2t} = 0 \Leftrightarrow \vec{e}_n \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0 \qquad (2.4.30)$$

$$B_{1n} - B_{2n} = 0 \Leftrightarrow \vec{e}_n \cdot \left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right) = 0 \qquad (2.4.31)$$

$$D_{1n} - D_{2n} = 0 \Leftrightarrow \vec{e}_n \cdot \left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right) = 0 \qquad (2.4.32)$$

- 理想媒质分界面上电场强度和磁场强度的切向分量是连续的。
- 磁感应强度的法向分量和电位移法向分量也是连续的。

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

- 常用边界条件的特点：

（1）导电媒质的分界面不存在传导面电流为零，但是可以存在自由面电荷，即

$$\vec{J}_S = 0 \quad \rho_S \neq 0$$

（2）在理想导体的内部不存在电磁场以及传导电流，但是在其表面传导面电流和自由面电荷都可以不为零，即

$$\vec{E}_2 = 0, \quad \vec{H}_2 = 0 \quad \textbf{and} \quad \vec{J}_S \neq 0 \quad \rho_S \neq 0$$

（3）在理想介质的分界面，如果不是特意放置，传导面电流和自由面电荷都为零，即

$$\vec{J}_S = 0 \quad \rho_S = 0$$

2.4 时变电磁场的边界条件

2.4.2 边界条件的三种常用形式

- 常用边界条件的特点：

♥ 不同媒质分界面的边界条件可以根据上述三个条件由边界条件的一般形式得到。

♥ 一般不会直接采用边界条件的一般形式，但是在求解面源产生的电磁场时，麦克斯韦微分方程组不适用，可以直接利用边界条件的一般形式来代替积分形式的麦克斯韦方程。

♥ 如果将微分形式的麦克斯韦方程视为体积源的产生的场的方程，那么，边界条件的一般形式就是面源附近的场所满足的方程。它们都是由积分形式的麦克斯韦方程经过数学推导所得到的。

第2章思考题

2.1 分布在薄层结构上的面电荷的总电量为什么是面电流密度的面积分？分布在细导线上的线电荷的总电量为什么是线电荷密度的线积分？

2.2 高斯面上的电场与高斯面外的电荷是否有关？为什么？穿过任一高斯面的电场强度和电位移的通量分别与该闭合曲面所包围的哪些电荷有关？为什么？

2.3 体电流的总电流为什么是体电流密度的面积分？分布在薄层结构上的面电流的总电流为什么是面电流密度的线积分？

2.4 任一闭合回路上的磁场与没有穿过该回路的电流是否有关？为什么？磁感应强度和磁场强度沿任一闭合回路的环量分别与哪些电流有关？为什么？

2.5 什么是全电流？什么是全电流密度？全电流连续性定律、电流连续性方程和电荷守恒定律三者之间有什么关系？

第2章思考题

2.6 如何验证一个矢量能否代表空间某处静电场的电场强度？若能，该处的电荷分布与该矢量有何关系？如何验证一个矢量能否代表空间某处恒定磁场的磁感应强度？若能，该处的电流分布与该矢量有何关系？

2.7 由麦克斯韦的两个假设得到的广义的法拉第电磁感应定律和广义的安培环路定律的实际意义是什么？

2.8 为什么麦克斯韦方程组研究的是矢量场的环量（旋度）和通量（散度）？从矢量分析的角度说明。

2.9 什么是电磁场的边界条件？它们是如何得到的？为什么边界条件的讨论分解成法向分量和切向分量来进行？

2.10 为什么说切向分量的边界条件是矢量方程，法向分量的边界条件是标量方程？


勤奋刻苦
学业有成