

5.2, 信源的个各个消息 a, b, c, d . 信源 $A = 00, B = 01, C = 10, D = 11$
每个二进制码元的长度 为 5ms 。

1) 信源等概率分布, 平均信息传输率

$$H = \log 4 = 2b/s$$

$$H_t = H / t = 200\text{bps}$$

2) 信源概率分布为 $1/5, 1/4, 1/4, 3/10$ 计算平均信息率。

$$H = 1.985b/s$$

$$H_t = 198.55\text{bps}$$

3) 一一对应的定长编码, 还是前面的结果。

5.4若消息符号对应概率分布和二进制编码如下：

1/2 1/4 1/8 1/8

0 10 110 111

1)符号熵

$$H(X) = 7/4 \text{ b/s}$$

2)每个符号的平均二进制码个数。

$$\text{平均码长} \bar{K} = 7/4$$

3)各消息符号相互独立，求编码后对应的二进制码序列出现0,1的无条件概率 p_0, p_1 ，以及码序列中的一个二进制码熵，并求相邻码间的条件概率 $p(1/1), p(0/1), p(1/0), p(0/0)$

$$p_0 = 1/2 \times 1/\bar{K} + 1/4 \times 1/2 \times 2/\bar{K} + 1/8 \times 1/3 \times 3/\bar{K} = 1/2$$

$$p_1 = 1/4 \times 4/7 + 1/8 \times 2 \times 4/7 + 1/8 \times 3 \times 4/7 = 1/2$$

$$p_0 = 1/2 + 1/4 \times 1/2 + 1/8 \times 1/3 = 2/3$$

$$p_1 = 1/4 \times 1/2 + 1/8 \times 2/3 + 1/8 \times 1 = 1/3$$

相邻码间的条件概率 $p(1/1), p(0/1), p(1/0), p(0/0)$

出现00要求一个0后必须出现消息1，因此 $p(0/0) = 1/2$

那么 $p(1/0) = 1/2$

出现一个1，那么这个1有 $2/7$ 概率是消息2，有 $2/7$ 的概率是消息3，有 $3/7$ 的概率是消息4。

消息2必定是10，概率为 $2/7$ 。消息3中的1，有 $1/2$ 概率为后1，产生10，概率为 $2/7 \times 1/2$ ，而消息4中的1，有 $1/3$ 概率为最后的1，接消息1后产生10，概率为 $3/7 \times 1/3 \times 1/2$

那么出现10的概率为

$$p(0/1) = 2/7 + 1/7 + 1/14 = 1/2$$

$$p(1/1) = 1/2 = 2/7 \times 1/2 + 3/7 \times 2/3 + 3/7 \times 1/3 \times 1/2$$

5.6 $p_0 = 0.005$, $p_1 = 0.995$, 信源输出 $L = 100$ 的二元序列在长为 $L = 100$ 的信源序列中只对含有 3 个或小于 3 个 0 的个信源序列构成一一 对应的一组定长码。

1) 求码字所需的最小长度;

一一对应的定长码, 因此用不着编码定理, 必须要码长容纳下所有要编的码

$$\text{码的数量} = 1 + C_{100}^1 + C_{100}^2 + C_{100}^3 = 167246$$

$$2^L \geq 167246, L \geq \log_2 167246 = 17.35$$

因此 L 最少需要 18。

2) 考虑没有给予编码的信源序列出现的概率, 问错误概率。

出现未编码的信源序列即发生错误。即总的概率减去正确的概率

$$1 - 1 * 0.995^{100} - C_{100}^1 * 0.995^{99} * 0.005 - C_{100}^2 * 0.995^{98} * 0.005^2 - C_{100}^3 * 0.995^{97} * 0.005^3 = 0.0016$$

5.13.9个符号信源用三进制编 码

1) 费诺码和哈夫曼码, 求编码效率

三进制费诺码

1/4	a			a	1
1/4	b	a		ba	2
1/8	b	b		bb	2
1/8	c	a		ca	2
1/16	c	b	a	cba	3
1/16	c	b	b	cbb	3
1/16	c	c	a	cca	3
1/32	c	c	b	ccb	3
1/32	c	c	c	ccc	3

三进制哈夫曼码

1/4	1/4	1/4	1/4	<i>c</i>	<i>c</i>	1		
1/4	1/4	1/4	<i>a</i>	<u>1/2</u>	<i>a</i>	<i>aa</i>	2	
1/8	1/8	1/8	<i>c</i>	<u>1/2</u>	<i>a</i>	<i>ac</i>	2	
1/8	1/8	<i>a</i>	<u>1/4</u>	<u>1/4</u>	<i>b</i>	<i>ba</i>	2	
1/16	1/16	<i>b</i>	<u>1/4</u>	<u>1/4</u>	<i>b</i> , <i>bb</i>	2		
1/16	1/16	<i>c</i>	<u>1/4</u>	<u>1/4</u>	<i>b</i>	<i>bc</i>	2	
1/16	<i>a</i>	<u>1/8</u>	<u>1/8</u>	<i>b</i>	<u>1/2</u>	<i>a</i>	<i>aba</i>	3
1/32	<i>b</i>	<u>1/8</u>	<u>1/8</u>	<i>b</i>	<u>1/2</u>	<i>a</i>	<i>abb</i>	3
1/32	<i>c</i>	<u>1/8</u>	<u>1/8</u>	<i>b</i>	<u>1/2</u>	<i>a</i>	<i>abc</i>	3

2)c后不能紧跟c,则1不能有单独c,2编码中不能有cc,

3,有c开头的码就没有c结尾的码,反之依然。

由3可得不能是满树哈夫曼码不然必然有c开头和c结尾的。

开始选2个最小的概率开始编试一试

三进制哈夫曼码

1/4	1/4	1/4	1/4	a	$\underline{\underline{11/16}}$	a	aa	2	
1/4	1/4	1/4	1/4	c	$\underline{\underline{11/16}}$	a	ac	2	
1/8	1/8	1/8	a	$\underline{5/16}$	$\underline{5/16}$	b	ba	2	
1/8	1/8	1/8	b	$\underline{5/16}$	$\underline{5/16}$	b	bb	2	
1/16	1/16	a	$\underline{\underline{3/16}}$	$\underline{\underline{3/16}}$	b	$\underline{\underline{11/16}}$	a, aba	2	
1/16	1/16	b	$\underline{\underline{3/16}}$	$\underline{\underline{3/16}}$	b	$\underline{\underline{11/16}}$	a	abb	3
1/16	1/16	c	$\underline{\underline{3/16}}$	$\underline{\underline{3/16}}$	b	$\underline{\underline{11/16}}$	a	abc	3
1/32	a	$\underline{1/16}$	$\underline{1/16}$	c	$\underline{5/16}$	$\underline{5/16}$	b	bca	4
1/32	b	$\underline{1/16}$	$\underline{1/16}$	c	$\underline{5/16}$	$\underline{5/16}$	b	bcb	4

5.14信源发出的数字1,2,3,4,5,6,7, 概率为 $1/3, 1/3, 1/9, 1/9, 1/27, 1/27, 1/27$.

1编出二进制哈夫曼码, 求编码效率。

1/3				0	2/3	0	00	2
1/3				1	2/3	0	01	2
1/9			0	2/9	01/3		1 100	3
1/9			1	2/9	01/3		1 101	3
1/27		1	1/9		11/3		1 111	3
1/27	0	2/27	0	1/9	11/3		11100	4
1/27	1	2/27	0	1/9	11/3		11101	4

$$H(X) = 2.29$$

$$\text{平均码长为 } 4/3 + 7/9 + 8/27 = 2.41$$

$$\text{效率} = 0.95$$

1. 编出三进制哈夫曼码，求编码效率。

1/3				1	1	1
-----	--	--	--	---	---	---

1/3				2	2	1
-----	--	--	--	---	---	---

1/9	1	1/3	0	01	2
-----	---	-----	---	----	---

1/9	2	1/3	0	02	2
-----	---	-----	---	----	---

1/27	0	1/9	0	1/3	0	000	3
------	---	-----	---	-----	---	-----	---

1/27	1	1/9	0	1/3	0	001	3
------	---	-----	---	-----	---	-----	---

1/27	2	1/9	0	1/3	0	012	3
------	---	-----	---	-----	---	-----	---

平均码长为 $2/3 + 4/9 + 1/3 = 1.44$

效率 = $2.29 / 1.44 / 1.58 = 1$

5.16离散无记忆信源发出 A, B, C , 3种符号, 其概率分布为 $5/9, 1/3, 1/9$, 引用算术编码对序列 **CABA** 编码。并解码

信源符号 概率分布 积累概率

a	$5/9$	0
b	$1/3$	$5/9$
c	$1/9$	$8/9$

$$P() = 0, p() = 1$$

$$P(c) = P() + p()P_c = 0 + 8/9 = 8/9, p(c) = 8/9$$

$$P(ca) = P(c) + p(c)P_a = 8/9 + 1/9 \times 0 = 8/9, p(ca) = 5/81$$

$$P(cab) = P(ca) + p(ca)P_b = 8/9 + 5/81 \times 5/9 = 673/729, p(cab) = 5/243$$

$$P(caba) = P(cab) + p(cab)P_a = 673/729 + 5/243 \times 0 = 673/729$$

$$p(caba) = 25/2187$$

$$\text{码长 } L = -\log_2 25/2187 = 6.4 = 7$$

$$P(caba) \text{ 化二进制 } = 0.1110110 \text{ ****},$$

算术编码与香农码不同 之处最后的 ****不为0时, 需要进位得编码

因此编码为1110111

译码：译第一位

$C = 1110111$ ，恢复小数 $C = 0.93$

$0.93 \in (8/9, 1)$, 因此第一位是 c ,

译第二位，去掉第一位 的积累概率并根据第一 位放大

$$(0.93 - 8/9) \div 1/9 = 0.37$$

$0.37 \in (0, 5/9)$, 因此第二位是 a

第三位

$$(0.37 - 0) \div 5/9 = 0.667, \text{第三位是 } b$$

第四位

$$(0.667 - 5/9) \div 1/3 = 0.334, \text{第四位是 } a。$$

算术译码是译不完的， 需知道码长译码。